

Log-Hough 변환을 이용한 직선검출

(Line Detection Using Log Hough Transform)

정 현 상* · 황 의 봉**

(Hun-Sang Chung · Eui-Bong Hwang)

요 약

영상처리에서나 컴퓨터 비전에서 직선검출 및 인식에 Hough 변환이 잘 쓰이는데 거리데이터에 log를 취하여 방위각에 대한 관계를 곡선으로 그리면 그 형상의 데이터에 관계없이 일정하므로 이를 이용하여 계산시간을 대폭 줄일 수 있다. 그 방법과 효율적 알고리즘을 제시하고자 한다.

Abstract

Hough transform is well employed to detect or recognize the lines in image processing or in computer vision. Curve of the logarithm of ranges against the bearing does not change its shape according to data points. This fact suggests that calculation cost can be remarkably reduced. An effective line detection algorithm is represented.

1. 서 론

영상처리에서나 컴퓨터 비전 시스템에서는 인공적인 물체나 그림의 영상을 많이 취급하게 된다. 이들의 영상은 건물, 도로표지, 책상, 상자, 전자회로도, 기계 설계도 등으로서 직선과 타원형이 주를 이루고 있으므로 직선이나 타원검출 기술이 계속 연구되고 있다. Hough 변환은 1962년 Hough[1]에 의해 처음으로 발표된 것으로, 영상에 포함된 모든 직선을 한번의 변환으로 검출하는데 사용되어 왔다. 특히 잡음으로 열화된 영상 속의 희미한 직선이나, 다른 영상에 가리워져서 부분이 끊어져 보이는 직선을 검출하는데 특히 유효한 방법이다.

Duda와 Hart[2]는 직선을 $\rho = x \cos \theta + y \sin \theta$ 으로 표현하여 모든 직선을 구할 수 있게 한 표준하프 변환(SHT ; Standard Hough Transform)을 제안했고 그후 Ballard[3]은 직선 뿐 아니라 해석기하학적으로 표현할 수 있는 곡선은 물론 임의 형상의 곡선도 검출할 수 있는 일반하프변환(GHT ; General Hough Transform)을 발표하였다. 특히 대상물이 타원형의 물체를 검출하는 방법[4,5,6]이 활발히 연구되고 있어서 공장에서의 생산라인 검사 자동화, 헤모글로빈 검출 등의 의료용 진단기에 쓰이고 있다. 최근에는 로봇의 자율 주행 시 진행방향의 방해물 인식이나 작업대상의 검출을 위하여 직선모양을 인식시킬 때 Hough 변환이 잘 쓰이고 있다. 이때 특히 Lidar navigation system에서는 거리와 방위각의 정보로부터 작업을 해야되는데 Weiman이 제안한 Log Hough변환이 극 좌표 값으로 받아들여진 정보를 직각 좌표 계로 환산할 필요 없이 바로 사용하는 방법을 제안했다. 즉 직선의

* 정희원 : 조선대학교 전기공학과 교수
** 정희원 : 조선대학교 전기공학과 박사과정
접수일자 : 1999년 7월 15일

거리정보에 \log 를 취하여 Hough 변환하면 parameter 공간에서의 모양이 일정한 것을 이용, 한 개의 곡선을 참조곡선으로 구하여 평행이동작업만으로 가능하므로 계산시간을 감소 시킬 수 있는 방법이다. 따라서 앞으로 이 방법이 효과적으로 사용 될 것으로 전망되어 기존의 Hart and Duda방법과 비교하고, 보다 능률적인 알고리즘을 제시하고자 한다.

2. 표준하프변환

직선의 표현식은

$$y = m x + b \tag{1}$$

$$\rho = x \cos \theta + y \sin \theta \tag{2}$$

$$\rho = r \cos(\alpha - \theta) \tag{3}$$

여기서 m 은 기울기, b 는 y 축의 절점, ρ 는 원 점에 서부터 직선에 그른 수직선의 길이, θ 는 x 축과 수직선과의 각이다. m, b 또는 ρ, θ 는 직선을 결정하는 매개변수이므로 직선검출은 입력 데이터 x, y 또는 r, α 들이 일정한 매개변수를 이루고 있는가를 알아보고 그 매개변수를 찾아내는 작업이다. 식(1)을 사용할 때는 수직선($m \rightarrow \infty, b \rightarrow \infty$)와 같은 표현할 수 없는 경우가 있으므로 잘 쓰이지 않는다. 식(2)와 (3)은 모든 직선을 표현할 수 있고, 데이터로 주어진 점의 수가 적을 경우는 모든 두 점을 지나는 직선의 매개변수(ρ, θ)를 계산하여 매개변수 평면(Parameter plane 또는 Hough plane)에 사상시킨다. 이 방법은 계산 시마다 \cos, \sin 함수를 사용해야 하므로 효율 적이지 못하다. 실제 계산 시에는 모든 점에 대하여, 그 점을 지나는 모든 직선(각의 해상도에 의해 결정되는 증분에 따름)의 ρ, θ 를 구하고, Hough 평면에 누적시킨다. 누적 값이 주어진 문턱 값 이상이면 직선으로 결정하는 작업을 표준하프변환(SHT, Standard Hough Transform)이라 한다. 극 좌표 계로 주어진 r (range거리)와 α (bearing 방위각)를 이용한 식(3)의 경우도 SHT나 다른 알고리즘으로 직선을 검출할 수 있다. 그러나 이때도 $\cos(\alpha_i), \sin(\alpha_i)$ 을 참조 표로 만들어 삼각함수 호출을 배제하여 연산시간을 줄일 수 있으나 ρ 를 매번 구해야 한다.

3. Log-Hough 변환

식(3)의 양변에 대수를 취하면

$$\log \rho = \log r + \log \cos(\alpha - \theta) \tag{4}$$

또는

$$\log r = \log \rho - \log \cos(\alpha - \theta) \tag{5}$$

$u = \log r, v = \alpha - \theta$ 라 하면

$$u = \log \rho - \log \cos v \tag{6}$$

여기서 $\log \rho$ 와 θ 는 직선 파라미터로서 일정하고 $-\pi/2 < v < \pi/2$ 이다.

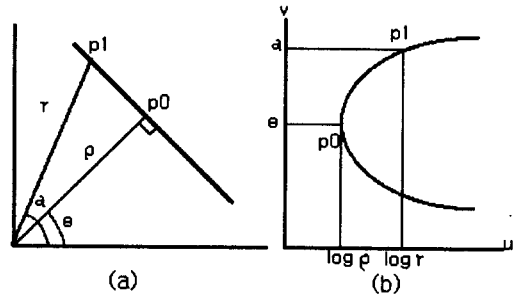


그림 1. 직선과 그 log line과의 관계
Fig. 1. A line and its log line.

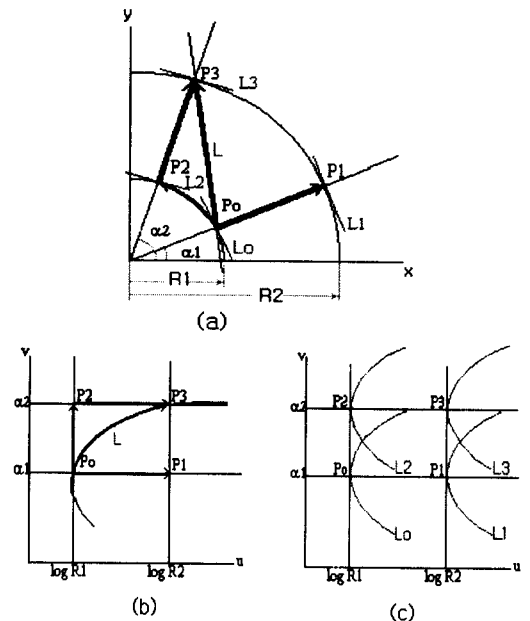


그림 2. 극 좌표 실제계 곡선들의 u, v 평면에서의 사상된 log line들
Fig. 2. Curves in polar co-ordinate are mapped to u, v plane to produce log lines.

Log-Hough 변환을 이용한 직선검출

u,v의 관계를 직각 좌표 계에 나타내면 그림1과 같다. 그림1(a)는 거리 γ 와 방위각 α 로 주어진 직선을 나타내고 그림1(b)는 그림1(a)직선의 Log line을 나타내는 것으로 Weiman이 처음으로 제안하고 명명하였다.

극 좌표 계 γ, α 와 직각 좌표 계 u, v와의 관계를 좀더 확실하게 이해 할 수 있도록 예를 들면 그림2와 같다. 그림2(a)는 실세계의 곡선들을 나타내고 있고, 그림2(b)는 호 P_0, P_2, P_1, P_3 와 직선 L_0 의 u v평면의 사상을 나타내고 있다. 그림2(c)는 직선 L_1, L_2, L_3, L_4 의 u v평면에서의 사상을 나타낸다. 즉 거리나 방위각이 일정한 데이터는 u, v상에서는 축에 평행한 직선이 되고 그 외의 직선은 P_0, P_3 와 같은 곡선이 된다.

그림2(a)에서와 같이 각이 α_1 이고, 수선의 길이가 각각 ρ_1, ρ_2 인 두 직선 L_1, L_2 와 이들이 α_2 까지 회전한 두 직선 L_3, L_4 의 log line을 구하면 그림2(c)와 같다. L_1 과 L_4 는, 각은 $\Delta\alpha = \alpha_2 - \alpha_1$ 만큼 회전하고 거리는 $k = \rho_2 / \rho_1$ 배 변한 것인데 u, v평면에서는

$$\begin{aligned} \text{u축 방향으로 } \Delta u &= \log k = \log \rho_2 - \log \rho_1 \text{ 만큼,} \\ \text{v축 방향으로 } \Delta v &= \Delta \alpha \text{ 만큼} \end{aligned}$$

평행 이동한 것으로 그 모양은 전혀 변하지 않는다. 따라서 어느 위치에 있든지 한 직선의 log line만 구해지면 어떠한 직선도 식(5)와 같은 계산이 생략되고 단지 좌표의 평행이동 변환만 하면 된다. 그림에서 직관적으로 알 수 있듯이 직선 매개변수 ρ 와 θ 는 log line의 꼭지점(apex)에 사상된다.

이제 한 점을 지나는 모든 직선의 ρ 와 θ 값의 사상을 구하면 그림 3과 같다. 그림3(a)는 γ, α 가 일정한 점 P_0 를 지나는 모든 매개변수 ρ, θ 들을 나타내고 그림3(b)는 매개변수 ρ, θ 가 일정한 직선의 γ, α 값들을 나타낸다. 그리고 그림3(c)는 그림(a)직선들의 ρ, θ 의 사상(apex line)과 그림(b) 직선의 사상(log line)을 나타내고 있다. apex line도 Weiman이 제안한 것이다.[7,8,9]

식(4)에서 γ, α 는 일정하므로 $u = \log \rho, v = \alpha - \theta$ 라 하면

$$u = \log \gamma + \log \cos v \tag{7}$$

이 되어 우변 두 번째 항의 부호만 바뀌었으므로 P_0 점에 대하여 log line과 대칭 되는 곡선이 된다.

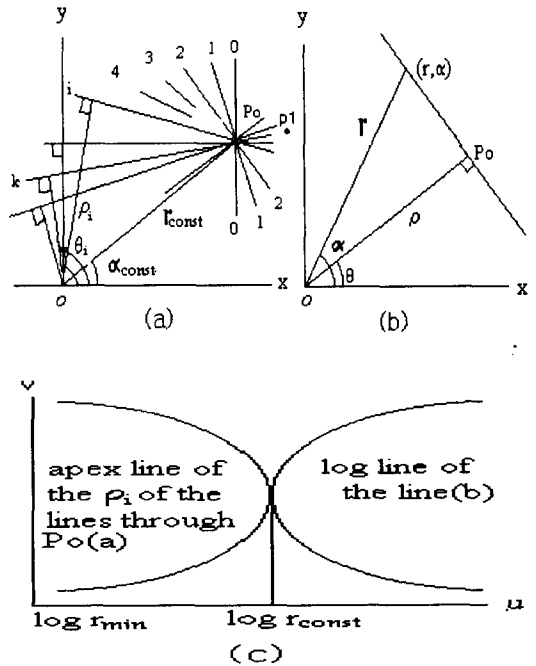


그림 3. Apex Line과 Log Line
Fig. 3. Apex Line and Log Line

그림 3(a)에서 P_1 점이 존재한다면 P_1 점을 지나는 모든 직선 중에서 k 번째의 직선과 P_0 를 지나는 k 번째 직선이 일치하게 되므로 P_0 와 P_1 을 지나는 직선의 매개변수는 ρ_k 와 θ_k 되며 이 값이 두 점 각각을 지나는 모든 직선들의 매개변수 계산에서 두 번 출현하게 된다. 이와 같이 γ, α 로 주어진 모든 점들을 지나는 직선의 매개변수를 계산하고 동일한 값의 출현횟수를 구하는 과정이 log hough 변환이고, 그 출현횟수가 일정한 문턱 값 이상인 것을 직선의 매개변수로 판정한다.

그림 및 식(6),(7)에서 알 수 있듯이 곡선은 꼭지점을 지나는 수평선에 대하여 상하 대칭이므로 반쪽 부분만 구하면 된다. 또한 점 근선 $v = \pm \pi/2$ 에 가까울수록 u의 값의 변화가 급격히 증가하고 꼭지점부근에서는 u의 적은 변화에도 v의 변화가 심하므로 기준 apex line을 u, v변화에 따라 누락과 중복을 피하기 위하여 기울기 dv/du 또는 du/dv 가 1이 되는 점을 경계로 기준 apex line 좌표 값을 구한다. 그 경계 값을 (u_0, v_0) 라 하면 각 v_0 까지는 v의 증가에 따라 u를 구하고 v_0 이상에서는 u의 감소에 따라 v값을 구한다. 그런데 v_0 는 측정거리 γ 와 각의 최대, 최소 값과

u, v평면(Hough plane)의 크기에 따라 변하므로 그의 관계식을 구해야 한다.

최소, 최대거리를 $\gamma_{max}, \gamma_{min}$, 최소, 최대 각을 $-\pi, \pi$, u와 v의 최대크기를 각각 U, V라 하면 그림 4에서 비례관계식 (8),(9)를 만들음으로써 γ (또는 ρ)와 θ 를 정수 u와 v로 나타낼 수 있다.

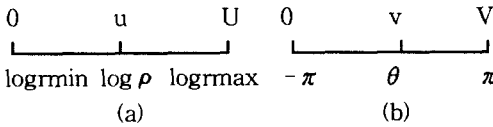


그림 4. ρ, θ 와 u, v 의 관계
Fig. 4. Relation between ρ, θ and u, v.

$$\frac{u}{U} = \frac{\log \rho - \log r_{min}}{\log r_{max} - \log r_{min}} \quad (8)$$

$$\frac{v}{V} = \frac{\theta + \pi}{2\pi} \quad (9)$$

식(8),(9)에서 ρ, θ 를 구하여 식(4)에 대입하여 정리 하면 다음 식이 된다

$$\begin{aligned} & \frac{u}{U} \log \frac{r_{max}}{r_{min}} + \log r_{min} \\ &= \log r + \log \cos \left(a - \frac{2\pi}{V} v + \pi \right) \quad (10) \end{aligned}$$

$\rho = \gamma_{max}$, $a = -\pi$ 일 때 위 식의 접선의 기울기 즉 du / dv 가 1이 되는 v값을 v_0 라 하면

$$v_0 = \frac{V}{2} + \frac{V}{2\pi} \tan^{-1} \left(\frac{V}{2\pi U} \log \frac{r_{max}}{r_{min}} \right) \quad (11)$$

기준 apex line은 $v=0 \sim v_0$ 에서 u를 구하고 $u=u_0 \sim 0$ 에서 v를 구한 벡터 u, v값으로 한다. Log hough 변환은 데이터 r, a 에 따라

$$u_shift = U \frac{\log \frac{r}{r_{min}}}{\log \frac{r_{max}}{r_{min}}}$$

$$v_shift = V \frac{(a + \pi)}{2\pi} \quad (12)$$

만큼의 평행이동 $u=u_shift+u$, $v=v_shift \pm v$ 의 값을 Hough평면에 누적시킨다. 식(12)의 계산에서 효율성을 높이기 위하여 상수의 계산은 미리 하여 최소개의

상수만이 계산에 쓰이게 한다. 즉

$$c1 = \frac{U}{\log \frac{r_{max}}{r_{min}}}, \quad c2 = \log r_{min}, \quad c3 = \frac{V}{2\pi}$$

로 놓아 식(12)를

$$\begin{aligned} u_shift &= c1(\log r - c2), \\ v_shift &= c3(a + \pi) \end{aligned} \quad (13)$$

로 한다.

다음은 하프공간의 크기를 UV로 하였을 때 n개의 극 좌표 데이터에 대한 SHT와 LHT의 알고리즘 비교이다.

SHT	LHT
① 직각 좌표 값으로 변환 for i=1:n xi=ri cosai yi=ri sinai	① 식(11),(8),(9)로 기준 apex line 작성(Lookup table)
② 크기 V인 cos, sin의 Lookup table 작성 c[i]=cos θi, s[i]=sin θi	② 식(13)에 의하여 shift 값을 구하고 for i=1:n u=u_shift+u v=v_shift±v의 값을 구한다
③ for j=1:n for i=1:V ρ=xj c[i]+yjs[i] ρ를 u로, i를 v로 환산 H[u,v]=H[u,v]+1	③ H[u,v]=H[u,v]+1
④ 문턱값이상이되는 u,v를 ρ, θ로 환산하여 여검출된 파라메타로 결정	④ 문턱값 이상이되는 u,v를 식(8)과(9)를 이용하여 ρ, θ로 환산하여 검출된 파라메타로 결정

LHT에서는 그 데이터를 바로 사용할 수 있는데 반해 SHT에서는 직각좌표로 환산해야 되기 때문에 2n회의 곱셈과 n회의 cos, sin함수의 호출이 추가된다. 또 하프변환은 SHT ③에서 2nV회의 곱셈과 n회의 가산이 필요한데 LHT ②에서는 식(13)에 의하여 n회의 log함수 호출과 2n회의 곱셈, 2n(여기서 l은 기준 apex line을 이루는 좌표의 수로서 U, V, γ_{max} , γ_{min} 에 따라 다르지만 1.5U 정도다)회의 가감산이 필요하므로 결과적으로 LHT에서는 가감산은 약간 많아 졌지만 함수 호출은 n회 줄어졌다

4. 실험 및 고찰

그림5(a)와 같은 직선의 log hough 변환으로 얻은 apex line들의 누적모양을 그림(b)에 보였고 그림(c)

Log-Hough 변환을 이용한 직선검출

는 range에 다른 누적 값 히스토그램, 그림(d)는 방위 각에 따른 누적 값 히스토그램이다.

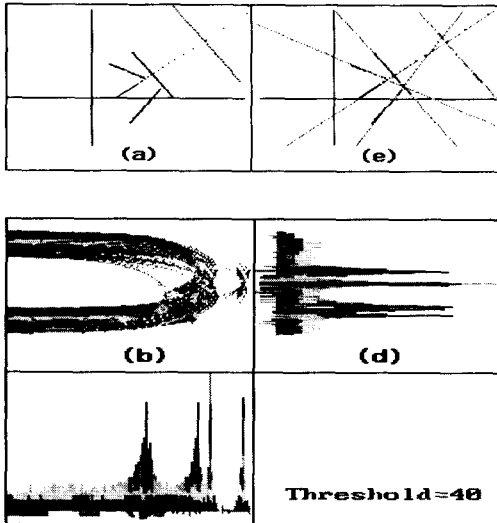


그림 5. 잡음이 없는 경우의 직선을 Log Hough 변환으로 검출하는 과정
Fig. 5 Processing of log hough transform on the lines of no noise in the real world

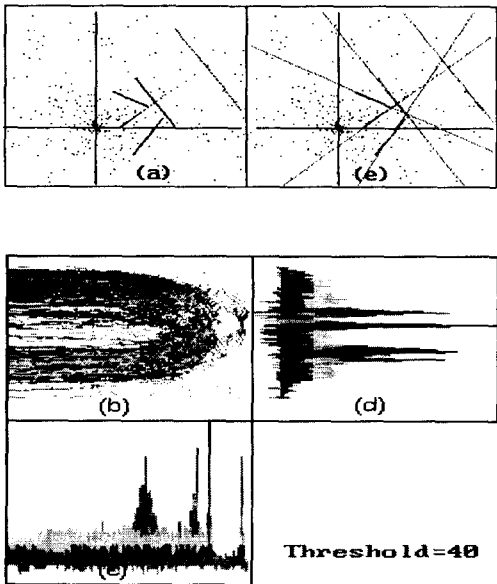


그림 6. 잡음이 있는 경우의 직선을 Log Hough 변환으로 검출하는 과정
Fig. 6. Processing of log hough transform on the lines contaminated with noises in the real world.

그림(e)는 검출의 정확도를 비교하기 위해 검출된 직선을 원 데이터에 덮어 그린 것이다. 그림6은 잡음을 원 직선 데이터의 약 1.5배 정도의 잡음을 포함했을 때의 경우이다. 5개의 직선 데이터의 점은 250개이고 잡음은 350개의 점으로 주었다. 그림5,6에서 검출된 직선들이 원 직선과 잘 일치되었다. 특히 잡음이 포함된 경우에도 그림6(c),(d)에서 알 수 있는 바와 같이 피크 점들이 분명히 분별되므로 잡음에 강함을 알 수 있다.

해상도(Resolution)는

$$R = \frac{1}{\Delta \rho \cdot \Delta \theta} \text{ 로 정의 하면 식(8)로부터}$$

$$\Delta \rho = \frac{\rho}{U} \log \frac{r_{\max}}{r_{\min}}, \Delta \theta = \frac{2\pi}{v} \text{ 이므로}$$

$$R = \frac{U \cdot V}{\rho \cdot \log \frac{r_{\max}}{r_{\min}} \cdot 2\pi}$$

$$= \frac{\text{하프공간의 크기}}{\rho \cdot \log \left(\frac{\text{최대거리}}{\text{최소거리}} \right) \cdot (\text{방위각의 범위})} \quad (13)$$

이 된다. $\Delta \rho, \Delta \theta$ 에 따른 오차의 범위를 그림7에 나타냈다.

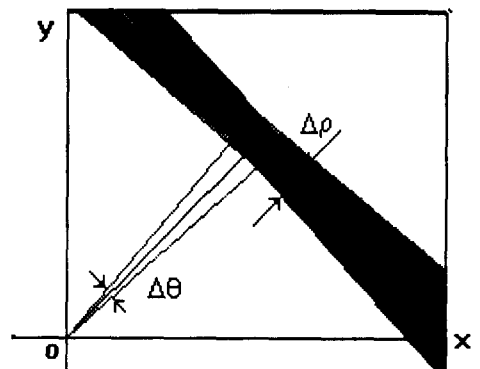


그림 7. 해상도와 오차
Fig. 7. Resolution and error

높은 해상도를 얻고자 하면 하프공간을 크게 하고 측정거리의 범위와 방위각의 범위를 작게 해야 함을 알 수 있다. 그림7(c)에서 보는 바와 같이 하프공간

의 누적 값 분포는 뾰족한 산들을 이루는데 그 피크 값을 찾기가 쉽지 않다. 따라서 피크 값을 구하는 알고리즘의 연구가 필요하다. 본 논문에서는 최대 피크 값을 찾은 다음 그 피크 값을 포함하여 일정범위의 누적 값을 제거하고 두 번째 피크 값을 찾아 동일한 과정을 반복하되 제거되는 피크 값 주위의 정보를 활용하기 위하여

$-\Delta u < u < \Delta u, -\Delta v < v < \Delta v$ 범위 내에서

$$u_p = E(u) = \frac{\sum \sum u H(u, v)}{\sum \sum H(u, v)} \quad (14-1)$$

$$v_p = E(v) = \frac{\sum \sum v H(u, v)}{\sum \sum H(u, v)} \quad (14-2)$$

로 평균한 값을 취하여 피크 값으로 택하였다. 본 실험에서는 $\Delta u = \Delta v = 7$ 을 취하였다. 누적 값이 가장 큰 것부터 선택되므로 검출할 직선의 수를 결정해주면 가장 긴 직선으로부터 정하여준 직선이 검출된다.

실세계의 직선을 검출한 직선과 일치시키기 위해서는 직선과 끝점을 맞추는 작업이 필요한데 별도의 연구분야이므로 본 논문에서는 생략하였다.

5. 결 론

거리와 방위각으로 주어진 한 직선의 log line이나 apex line은 그 형상이 거리나 방위각에 따라 변하지 않기 때문에 단 한번의 계산으로 구해진 하나의 표준 apex line의 평행 이동만으로 Hough 변환이 수행되어 검출 시간이 단축된다. 표준 apex line을 구할 때는 곡선을 이루는 점들이 누락이나 중복이 안되도록 함으로써 효율이 떨어지지 않게 하였다. log hough 변환은 표준 apex line의 꼭지점을 모든 점에 일치시키는 평행이동 계산이 포함되므로 평행 이동 량을 계산할 때 계산 량을 적게 하기 위하여 상수들의 계산은 미리 하여서 최소개의 상수만 계산에 참여하도록 한다.

서로 다른 5개의 직선에 대한 실험결과, 잡음이 있을 때도 검출이 잘 되어 잡음에 강함을 확인할 수 있었다. 매개변수 공간의 피크 값이 문턱 값 이상인 것이 단일점이 아니면 여러 개의 직선으로 인식되므로 피크 값을 첨예화하는 필터의 개발이 연구되고 있는데 본 연구에서 제안한 필터를 사용하면 가장 긴 직선부터 필요한 개수의 직선을 선별하여 찾을 수 있다.

또한 초음파 이용 거리측정이나 3차원 거리측정에서 직선검출에 log hough 변환이 활발히 이용될 것이

기대된다.

참 고 문 헌

- [1] P. V. C.Hough, "Method and Means for Recognising Complex Patterns", US Patent 3069654, (1962)
- [2] P. E. Hart, R. O. Duda, "Use of the Hough Transformation to Detect Lines and Curves in Picture", In Communications of the ACM, Vol.15, pp199~218, 1972
- [3] D. H. Ballard, "Generalizing the Hough transform to detect arbitrary shapes", Pattern Recognition vol.13, pp111~122, 1981
- [4] H. K. Yuen, J. Illingworth, J. Kittler, "Detecting partially occluded ellipses using the Hough transform", Image and vision computing, Butter worth & Co, pp31~37, 1989
- [5] R. A. M. Cloughlin, M. D. Alder, "Technical Report-The Hough Transform versus the Up Write", pp1~31, Email: ram@ciips. ee. uwa. edu. au
- [6] S. Tsuji, F. Matsumoto, "Detection of ellipses by a modified Hough Transformation", IEEE Trans. comput, C-27, No.8, PP777 -781, 1978
- [7] Carl F. R. Weiman, " Polar Exponential Sensor Arrays Unify Iconic and Hough Space Representation" , SPIE Symposium on Advances in Intelligent Robotic systems, Vol.5 No. 10 November, 1989.
- [8] B. Giesler, R. Graf, R. Dillmann, C. F. R. Weiman, "Fast Mapping using the Log-Hough Transformation", Proceedings of the 1998 IEEE/RSJ, Intl. Conference on Intelligent Robots and Systems, Victoria, B. C. Canada, October 1998.
- [9] Carl F. R. Weiman, " Application of Log Hough Transform to Lidar navigation", phase ISIR final report, NSF award No. III-9361990. Technical report, HelpMate Robotics., 1994

◇ 저 자 소 개 ◇

정 현 상 (鄭憲相)

1939년 8월 31 일생. 1964 조선대학교. 전기공학과 졸업. 1968 동 대학원 졸업(석사). 1992 숭실대 대학원 전기공학과 졸업(박사). 1982-1983 미국 San Diego State University 객원교수. 1996 미국 University of Delaware 객원교수. 1997.5-1999.6 당 학회 광주·전남 지회장. 현재 조선대학교 전기공학과 교수.

황 의 봉 (黃義峰)

1953년 7월 16 일생. 1980 조선대학교 전자공학과 졸업. 1982 동 대학원 졸업(석사). 1998 동 대학원 전기공학과 박사과정수료. 현재 송원대학 컴퓨터응용과 조교수.