

# 자동화설비의 모델 불확실성을 고려한 적응제어기 설계

(Design of Adaptive Controller for Factory Automation Facility with Unmodeled Dynamics)

이 형 찬\*

(Hyong-Chan Rhee)

## 요 약

본 논문에서는 비모형화특성과 유계인 외란을 고려한 선형 시불변 연속시간 계통에 대해 수정된 제어칙과 시그마수정법의 단점을 보완한 적응칙을 이용하여 강인한 직접적용제어기를 제시하고자 한다. 비모형화특성이 특이 섭동(singular perturbation)형태로 존재할 때 적용 가능한 알고리즘으로서 기존의 제어칙을 변형하였을 뿐만 아니라 제어기 파라미터를 추정하기 위한 기존의 적응칙인  $\sigma$ -수정법을 보완하여 재구성된다. 재구성된 적응 제어칙을이용하므로써 전체 적응제어 계통의 성능이 기존의 적응제어 알고리즘을 이용했을때보다 강인하고 시스템의 성능이 향상됨을 보인다. 제시된 알고리즘의 타당성을 보이기 위하여  $n$ 차 플랜트에 대한 페루프내의 모든 신호들이 유계가 됨을 입증하고, 컴퓨터 모의실험 결과는 1차 플랜트에 한 해 그 효용성을 보인다.

## Abstract

In this paper, a robust direct adaptive controller is presented in a linear time-invariant Continuous systems with unmodeled dynamics and bounded disturbance using a modified control law and the adaptive law to Compensate for the drawback of  $\sigma$ -modification algorithm.

The proposed algorithm is applied to a plant with unmodeled dynamics represented as a singular perturbation. Boundness of all signals in overall system is guaranteed with mathematical analysis. simulation results are presented the effectiveness for the first-order plant even in the presence of unmodelled dynamics or bounded disturbance simultaneously.

## 1. 서 론

80년대 초반이후 제어하고자 하는 시스템을 설계할 때 비모형화 특성이나 외란이 존재하는 경우에도 강인성 및 시스템의 성능을 향상시키기 위한 적응제어 알고리즘들이 제안되어 왔다. 섭동이 존재하는 경

우에는 기존의 적응칙을 변형시켜 줌으로써 강인성을 향상시켜 주었으며[1~3], 기존의 적응칙을 그대로 사용하고 제어칙을 적절하게 변형시켜 줌으로서 시스템의 성능을 향상시키는[4~5] 두가지 방법으로 나누어 볼 수 있다. 이러한 방법들은 Narendra등이 제시한 제어기 구조에 적응칙이나 제어칙을 각각 또는 동시에 적절히 변형시켜 줌으로서 비모형화 특성이나 외란이 존재하는 경우에도 소기의 목적을 달성

\*정회원 : 대전대학교 전기공학과 조교수  
접수일자 : 1998. 12. 23.

할 수 있도록 하였다. Bai & Salam[6]은 적응칙에 스위칭 시그마 수정법을 이용하였고 동시에 제어칙에는 외란과 상쇄되는 항을 기존의 제어칙에 추가시켜 주었다. 그러나 섭동을 고려하지 않고 입력측의 외란에 대해서만 리아프노프의 방법을 통해 안정도를 입증하였다. Mufti[7]는 적응칙에 기존의 방법을 사용하고 제어칙을 적절히 변형시켜주어 응답특성을 개선시키는 적응 알고리즘을 제시하였다. 그러나 이런 알고리즘들을 사용할 경우 플랜트의 응답특성은 만족스럽다고 볼 수 없으며 1차 시스템에 한정하여 입증하였다. 따라서 본 논문에서는 1차 시스템에 한정된 Mufti의 알고리즘을 n차 시스템으로 확장하였을 뿐만 아니라 변형된 적응제어칙을 이용하여 안정도를 입증하고 비모형화 특성이나 외란이 존재하는 경우 강인성 향상 및 시스템의 성능을 개선하고자 한다. 그리고 추가된 신호에 따른 전체 시스템내의 모든 신호들의 유계성이 보장되도록 흡입영역(region of attraction)의 존재성으로부터 모든 신호들이 유계가 되고, 또한 그 신호들이 잔류집합(residual set)으로 수렴함을 수학적 해석을 통해 증명한다.

## 2. 제어목적 및 구조

### 2.1 제어 목적

n차의 축차모델(reduced order model) 선형 시불변 연속시간 단일 입출력 시스템을 고려하자. 시스템이 다음과 같이 특이섭동(singular perturbation) 형태로 표시될 수 있고, 약 가관측(weakly observable)하다고 가정할 다음과 같은 시스템에 대해 고려해 보자.

$$\dot{x}(t) = A_0x(t) + b_0u(t) + A_{12}\eta(t) \quad (2.1)$$

$$\begin{aligned} \mu \dot{\eta}(t) &= A_{22}\eta(t) + \mu[A_1x(t) \\ &+ A_2u(t) + A_3\eta(t) + A_4\dot{u}(t)] \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$y(t) = c_0^T x(t) \quad (2.3)$$

여기서 상태벡터  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  이고, 기생상태  $\eta(t) \in \mathbb{R}^m$ 이며,  $\mu(>0)$ 는 섭동상수이고  $u(t)$ ,  $y(t)$ 는 시스템의 스칼라 입·출력이다. 행렬

$$A_0 \in \mathbb{R}^{n \times n}, \quad A_{12} \in \mathbb{R}^{m \times n},$$

$$A_{22} \in \mathbb{R}^{m \times m}, \quad A_3 \in \mathbb{R}^{m \times n} \text{ 을 가지며}$$

$A_{22}$ 의 경우 고유치의 실수부가 0보다 작다. 그리고

$$b_0 \in \mathbb{R}^n, \quad A_2 \in \mathbb{R}^m, \quad A_4 \in \mathbb{R}^m, \quad c_0 \in \mathbb{R}^n$$

이다.

한편, 식(2.1)~(2.3)에서 모델링되어 있는 부분, 즉  $\mu = 0$ 으로 간주한 경우의 나머지 부분에 대하여 다음과 같은 조건이 성립한다.

- i)  $(A_0, b_0, c_0)$ 는 완전 가제어(completely controllable)이고, 완전 가관측(completely observable)하다.
- ii) 전달함수

$$W_0(s) = c_0^T (sI - A_0)^{-1} b_0 = K_p \frac{N(s)}{D(s)} \quad (2.4)$$

여기서  $N(s)$ 는 n-1차의 안정한 모닉(mononic) 다항식이고,  $D(s)$ 는 n차의 모닉다항식이다.

- iii)  $K_p$ 는 알고 있고,  $K_m = K_p = 1$  이라고 가정한다.

그러면 식(2.1)에서 식(2.3)으로 주어진 시스템에 대한 기준모델은 다음과 같이 설정한다.

$$\dot{x}_m(t) = A_m x_m(t) + b_m r(t) \quad (2.5)$$

$$y_m(t) = c_m^T x_m(t) \quad (2.6)$$

여기서  $r(t)$ 는一樣 유계인 기준입력 신호이고,  $x_m(t)$ 는 n차의 상태벡터이다. 행렬  $A_m$ 은 안정한 행렬로  $\mathbb{R}^{n \times n}$ 에 속하고,  $b_m, c_m$ 은 각각 n차 벡터이다. 식(2.5)~(2.6)으로 표현된 모델의 전달함수

$$W_m(s) = c_m^T (sI - A_m)^{-1} b_m = K_m \frac{Z_m(s)}{R_m(s)} \quad (2.7)$$

는 SPR(strictly positive real) 하다고 정의한다.

식(2.1)~(2.3)의 시스템에 대하여 제어기를 포함하는 전체 페루프 시스템이 안정도를 유지하면서 출력  $y(t)$ 가 식(2.4)~(2.6)으로 설계된 기준 모델의 출력  $y_m(t)$ 를 추종하게 하는 제어기 출력

$u(t)$ 를 설계하는 것이 제어 목적이다. 그런데 제어기 설계자는 상기 시스템의 dominant한 부분만 알고 있으며 비모형화 특성은 모르기 때문에 제어모델은 식(2.4)로 주어진 축차모델을 근거로 설계하며 이때 식(2.2)로 주어지는 비모형화 특성이 존재하더라도 안정도가 보장될 수 있도록 제어기가 설계되어야 한다. 이를 위해 본 논문에서는 식(2.2)와 같은 상태 조건을 만족하는 비모형화 특성을 무시할 수 없는 식(2.1), (2.3)과 같은 구조를 갖는 시스템에 대한 강한 적응 제어기를 설계하고자 한다.

### 2.2 적응 제어기의 구조

제어기 구조는 식(2.1)~(2.3)에서  $\mu=0$ , 즉 섭동이 없는 경우에 널리 사용하는 기본적인 기준모델 적응 제어 구조인 Narendra[8]의 구조를 사용하기로 하며, 이러한 제어기 구조에서 플랜트의 입력  $u(t)$ 와 측정 가능한 출력  $y(t)$ 는 다음과 같은  $(2n-2)$ 차원의 보조벡터  $v_1, v_2$ 를 발생시킨다.

$$\begin{aligned} \dot{v}_1(t) &= \Lambda v_1(t) + gu(t) \\ w_1(t) &= c^T(t)v_1(t) \end{aligned} \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned} \dot{v}_2(t) &= \Lambda v_2(t) + gy(t) \\ w_2(t) &= d_0^T(t)y(t) + d^T(t)v_2(t) \end{aligned} \quad (2.9)$$

여기서  $\Lambda$ 는  $(n-1) \times (n-1)$ 의 안정한 행렬이고,  $(\Lambda, g)$ 는 가제어쌍이다. 다음은 기존의 제어치에 출력오차와 그것을 필터링한 신호를 추가해 준 변형된 제어 입력은 다음과 같다.

$$u(t) = r(t) + \theta^T(t)w(t) - \alpha e_1(t) - \alpha \zeta(t) \quad (2.10)$$

$$\zeta(t) = -\alpha \zeta(t) + e_1(t) \quad (2.11)$$

여기서  $e_1 = y(t) - y_m(t)$ 로서 출력 오차이며  $w^T = [v_1^T(t), v_2^T(t), y(t)]$ ,

$\theta(t) = [c^T(t), d^T(t), d_0(t)]^T$ 는  $(2n-1)$ 차원을 갖는 조절가능한 파라미터 벡터이고,  $\zeta(t)$ 는 출력오차를 필터링한 신호이다. 식(2.7)의 축차(reduced-order)모델에 대하여 식(2.8)~(2.11)의 제어기를 포함한 플랜트의 전체 페루우프 시스템 전달함

수의 파라미터 벡터  $\theta(t)$ 가 식(2.6)의 기준모델 전달함수의 파라미터 벡터  $\theta^*$ 와 일치할 경우 본 논문의 제어 목적이 달성될 수 있다. 식(2.1)에 대하여 식(2.10)의  $u(t)$ 를 대입하고 정리하면 식(2.1)~(2.3)의 시스템은 식(2.8)~(2.11)의 제어기를 포함한 전체 페루우프 시스템에 대한 방정식이 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{v}_1(t) \\ \dot{v}_2(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_0 & 0 & 0 \\ 0 & \Lambda & 0 \\ gc_0^T & 0 & \Lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ v_1(t) \\ v_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_0 \\ g \\ 0 \end{bmatrix} (\theta^T(t)w(t) \\ &+ r(t) - \alpha e_1(t) - \alpha \zeta(t)) + \begin{bmatrix} A_{12} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \eta(t) \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} \mu \dot{\eta}(t) &= A_{22}\eta(t) + \mu[A_1x(t) \\ &+ A_2\theta^T(t)w(t) + A_2r(t) - \alpha A_2e_1(t) \\ &- \alpha A_2\zeta(t) + A_3\eta(t) + A_4\theta^T(t)w(t) \\ &+ A_4\theta^T(t)\dot{w}(t) + A_4r(t) - \alpha A_4e_1(t) - \alpha A_4\zeta(t)] \end{aligned} \quad (2.13)$$

$$y(t) = c_0^T x(t) \quad (2.14)$$

$$\theta^*, Y^T = [x^T, v_1^T, v_2^T] \quad \text{그리고 다}$$

음과 같은  $3n-2$ 차의 안정한 행렬  $A_c$ , 벡터  $b_c$ 를 도입하고,

$$\begin{aligned} A_c &= \begin{bmatrix} A_0 + b_0 d_0^* c_0^T & b_0 c^{*T} & b_0 d^{*T} \\ g d_0^* c_0^T & \Lambda + gc^{*T} & g d^{*T} \\ g c_0^T & 0 & \Lambda \end{bmatrix} \\ b_c &= \begin{bmatrix} b_0 \\ g \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.15)$$

따라서 안정도를 해석 하기 위해 식(2.12)와 식(2.13)을 아래와 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\dot{Y}(t) = A_c Y(t) + b_c [(\theta(t) - \theta^*)^T w(t) + r(t) - a e_1(t) - a \zeta(t)] + \bar{A}_{12} \eta(t) \quad (2.16)$$

$$\begin{aligned} \mu \dot{\eta}(t) = & A_{22} \eta(t) + \mu [ \bar{A}_1 Y(t) + A_2 \theta^T(t) w(t) \\ & + A_2 r(t) - a A_2 e_1(t) - a A_2 \zeta(t) + A_3 \eta(t) \\ & + A_4 \dot{\theta}^T(t) w(t) + A_4 \theta^T(t) \dot{w}(t) \\ & + A_4 \dot{r}(t) - a A_4 \dot{e}_1(t) - a A_4 \dot{\zeta}(t) ] \end{aligned} \quad (2.17)$$

여기서,  $\bar{A}_{12} = [ A_{12}^T \ 0 \ 0 ]^T$  와

$$\bar{A}_1 = [ A_1^T \ 0 \ 0 ]^T \text{이다.}$$

따라서 기준모델에 대한 상태벡터를  $x_{mc}$ 라 하면 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{x}_{mc}(t) = A_c x_{mc}(t) + b_c r(t) \quad (2.18)$$

여기서  $x_{mc}(t) = [ x_m^T \ v_{1m}^T \ v_{2m}^T ]^T$  이다.

상태오차  $e$ 를  $e = Y - X_{mc}$ 로 정의하면 식(2.16)과 식(2.18)로부터 상태 오차방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) = & A_c e(t) + b_c [(\theta(t) - \theta^*)^T (\bar{e}(t) + \bar{x}_{mc}(t)) \\ & - a e_1(t) - a \zeta(t)] + \bar{A}_{12} \eta(t) \end{aligned} \quad (2.19)$$

$$\begin{aligned} \mu \dot{\eta}(t) = & A_{22} \eta(t) + \mu [ \bar{A}_1 (e(t) + x_{mc}(t)) \\ & + A_2 \theta^T(t) (\bar{e}(t) + \bar{x}_{mc}(t)) + A_2 r(t) - a A_2 e_1(t) \\ & - a A_2 \zeta(t) + A_3 \eta(t) + A_4 \dot{\theta}^T(t) (\bar{e}(t) + \bar{x}_{mc}(t)) \\ & + A_4 \theta^T(t) f(\theta, e, \eta, \zeta) + A_4 \dot{r}(t) \\ & - a A_4 h^T \dot{e}(t) - a A_4 (-a \zeta(t) + e_1(t)) ] \end{aligned} \quad (2.20)$$

$f(\theta, e, \eta, \zeta)$

$$= \begin{bmatrix} \Lambda(e^{(1)}(t) + v_{1m}(t)) + g r(t) + g \theta(t)^T (\bar{e}(t) + \bar{x}_{mc}(t)) - a g e_1(t) - a g \zeta(t) \\ \Lambda(e^{(2)}(t) + v_{2m}(t)) + g(e_1(t) + y_m(t)) \\ c_0^T A_0 (e^{(0)}(t) + x_m(t)) + c_0^T b_0 (r(t) + \theta^T(t) (\bar{e}(t) + \bar{x}_{mc}(t)) - a e_1(t) - a \zeta(t)) + c_0^T A_{12} \eta(t) \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

$$e_1(t) = h^T e(t) = [ 1 \ 0 \ \dots \ 0 ] e(t) \quad (2.21)$$

$$\begin{aligned} \bar{e}(t) = & [ v_1^T(t), v_2^T(t), y(t) ]^T \\ & - [ v_{1m}^T(t), v_{2m}^T(t), y_m(t) ]^T \end{aligned}$$

$$\bar{x}_{mc}(t) = [ v_{1m}^T(t), v_{2m}^T(t), y_m(t) ]^T \quad (2.22)$$

기존의 파라미터 벡터  $\theta(t)$ 에 대한 적응칙은

$$e^{(0)}(t) = x(t) - x_m(t),$$

$$e^{(1)}(t) = v_1(t) - v_{1m}(t),$$

$$e^{(2)}(t) = v_2(t) - v_{2m}(t) \quad (2.24)$$

기존의 파라미터 벡터  $\theta(t)$ 에 대한 적응칙은 다음과 같다[8].

$$\dot{\theta}(t) = -\Gamma e_1(t) w(t)$$

$$= -\Gamma e_1(t) (\bar{e}(t) + \bar{x}_{mc}(t))$$

$$\Gamma = \Gamma^T > 0$$

(2.25)

그러나 섭동이 존재하는 경우 상기의 적응칙 만으로는 시스템의 안정도가 보장될 수 없다. 따라서 본 논문에서는 전체시스템의 안정도가 보장될 수 있는 적응칙을 다음과 같이 제안한다.

$$\dot{\theta}(t) = -\sigma M(t) \theta(t) - \Gamma e_1(t) (\bar{e}(t) + \bar{x}_{mc}(t)) \quad (2.26)$$

$$M(t) = 1 - \exp(-\lambda |e_1(t)|) \quad (2.27)$$

여기서  $\sigma$ 와  $\lambda$ 는 설계 파라미터이며,  $M(t)$ 는 출력 오차가 0이 되었을 때 적분동작을 멈추어 기존의  $\sigma$ -수정법에서 발생하는 출력의 폭주(Bursting)현상을

제거할 수 있으며 출력 오차가 0이 아닐 경우에는 적분동작을 억제해 줌으로서 파라미터 추정치

$\theta(t)$ 의 발산을 방지할 수 있다. 다음 절에서는 전체 시스템에 대한 안정도 및 출력오차의 수렴성을 입증하고자 한다.

### 3. 페루프내에서의 신호의 유계성

이 절에서는 본 논문에서 제안한 식(2.26)의 변형된  $\sigma$ -수정법을 적용적으로 이용할 경우, 一樣 유계인 기준입력에 대해 모든 신호들이 흡입영역에 존재하여 유계가 되고 또한 그 신호들이 잔류집합으로 수렴함을 보인다. 본 논문에서 제안한 식(2.26)의 적용을 적용하면 식(2.19)~(2.22)로 표현된 페루프 시스템 오차 방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= A_c e(t) + b_c [(\theta(t) - \theta^*)^T (\bar{e}(t) \\ &+ \bar{x}_{mc}(t)) - \alpha e_1(t) - \alpha \zeta(t)] + \bar{A}_{12} \eta(t) \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$\begin{aligned} \mu \dot{\eta}(t) &= A_{22} \eta(t) + \mu [ \bar{A}_1 (e(t) + x_{mc}(t)) \\ &+ A_2 \theta^T(t) (\bar{e}(t) + \bar{x}_{mc}(t)) + A_2 r(t) \\ &- \alpha A_2 e_1(t) - \alpha A_2 \zeta(t) + A_3 \eta(t) \\ &- \sigma M(t) A_4 \theta^T(t) (\bar{e}(t) + \bar{x}_{mc}(t)) \\ &- A_4 (\bar{e}(t) + \bar{x}_{mc}(t))^T \Gamma (\bar{e}(t) + \bar{x}_{mc}(t)) e_1(t) \\ &+ A_4 \theta^T(t) f(\theta, e, \eta, \zeta) + A_4 \dot{r}(t) \\ &- \alpha A_4 h^T \{ A_c e(t) + b_c (\theta(t) - \theta^*)^T (e(t) \\ &+ x_{mc}(t)) - \alpha e_1(t) - \alpha \zeta(t) - A_{12} \eta(t) \} \\ &- \alpha A_4 (-\alpha \zeta(t) + e_1(t)) ] \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$e_1(t) = [ 1 \ 0 \ \dots \ 0 ] e(t) \quad (3.3)$$

$$\zeta(t) = -\alpha \zeta(t) + e_1(t) \quad (3.4)$$

$$\dot{\theta}(t) = -\sigma M(t) \theta(t) - \Gamma e_1(t) (\bar{e}(t) + \bar{x}_{mc}(t)) \quad (3.5)$$

$$M(t) = 1 - \exp(-\lambda |e_1(t)|) \quad (3.6)$$

상기의 식(3.1)~(3.6)의 오차 방정식에 대하여 아래의 정리가 성립함을 보임으로서 시스템의 안정도 및 출력 오차의 수렴성이 보장됨을 보이도록 한다.

정리 : 기준입력  $r(t)$ 는 다음과 같이 모든  $t$ 에 대하여  $|r(t)| < r_1$ ,  $|\dot{r}(t)| < r_2$ 를 만족한다고 하자. 여기서  $r_1, r_2$ 는 양의 상수들이다. 그러면  $\mu \in (0, \mu^*]$ 에 대해서 집합

$$\begin{aligned} D(\mu) &= \{ e, \theta, \eta, \zeta \mid \|e(t)\| + \|\theta(t)\| \\ &+ \|\zeta(t)\| < c_1 \mu^{-n}, \|\eta(t)\| < c_2 \mu^{-n-1/2} \} \end{aligned} \quad (3.7)$$

은  $t=0$ 에서 시작하는 식(3.1)~(3.6)들의 모든 해들은  $t = t_1$ 에서 잔류집합(residual set)

$$\begin{aligned} D_0(\mu) &= \{ e, \theta, \eta, \zeta \mid \frac{\lambda_1}{2} \|e(t)\|^2 + \frac{\sigma}{2} \lambda_2 \|\theta(t) - \theta^*\|^2 \\ &+ \frac{\lambda_3}{2} \|\eta(t)\|^2 + \lambda_5 (\|e(t)\| + \frac{|\zeta(t)|}{2})^2 \\ &\leq c_4 \left[ \sigma \frac{\lambda_4^2}{\lambda_2} \|\theta^*\|^2 + \mu^2 \gamma_1 \right] \} \end{aligned} \quad (3.8)$$

내로 들어오고,  $t > t_1$ 에 대하여  $D_0(\mu)$ 내에 남아있도록  $\alpha, a, t_1, \mu^*, \sigma, n < 1/2, c_1 \sim c_4 \geq 1$  인 상수들이 존재하고, 또한  $\sigma \geq c_3 \mu^{2(1-n)}$  를 갖는다.

증명 : 다음과 같은 positive definite function을 고려하기로 한다.

$$\begin{aligned} V(e, \theta, \eta, \zeta) &= \frac{e^T(t) P e(t)}{2} + \frac{(\theta(t) - \theta^*)^T \Gamma^{-1} (\theta(t) - \theta^*)}{2} \\ &+ \frac{\zeta(t)^2}{2} + \frac{\mu}{2} [ \eta(t) - P_1^{-1} (e^T(t) P \bar{A}_{12} A_{22}^{-1})^T ]^T \\ &P_1 [ \eta(t) - P_1^{-1} (e^T(t) P \bar{A}_{12} A_{22}^{-1})^T ] \end{aligned} \quad (3.9)$$

단,  $P = P^T > 0$ ,  $P_1 = P_1^T > 0$  이다. 여기서 전달함수  $h^T(sI - Ac)^{-1} bc$ 가 SPR이므로

자동화설비의 모델 불확실성을 고려한 적응제어기 설계

Kalman - Yacubovich Lemma에 의해  $A_c^T P + P A_c = -q q^T - \varepsilon L$ ,  $P b_c = h$ 를 만족하는 대칭정행렬  $L$ 이 존재하며, 또한 실수벡터  $q$ , 스칼라  $\varepsilon > 0$ 이 존재한다. 한편  $\text{Re } \lambda(A_{22}) < 0$  이므로  $P_1 A_{22} + A_{22}^T P_1 = -Q_1$ ,  $Q_1 = Q_1^T > 0$ 인 행렬  $Q_1$ 이 존재한다. 각각의  $\mu > 0$ ,  $n > 0$ ,  $p_0 > 0$ 에 대하여

$$V(e, \theta, \eta, \zeta) = p_0 \mu^{-2n} \quad (3.10)$$

은  $\mathbb{R}^{6n+m-3}$  공간상에 폐곡면  $S(\mu, n, p_0)$ 로 정의되며, 이를 잔류집합(residual set)으로 선정하면, 식(3.1)~(3.6)의 해들에 대한 시간의 도함수  $\dot{V}(e, \theta, \eta, \zeta)$ 는 이 폐곡면 내부에서 다음과 같이 표현된다

$$\begin{aligned} \dot{V}(e, \theta, \eta, \zeta) = & -\frac{1}{2} e^T(t)(q q^T + \varepsilon L)e(t) - \alpha M(t)\theta(t) \\ & - \theta^*{}^T \Gamma^{-1} \theta(t) - \frac{1}{2} \eta(t)^T Q_1 \eta(t) - a \zeta^2(t) \\ & - \alpha e_1(t) P e(t) - a \zeta(t) P e(t) + e_1(t) \zeta(t) \\ & + \mu [\eta(t) - P_1^{-1}(e^T(t) P \bar{A}_{12} A_{22}^{-1})^T]^T P_1 [\bar{A}_1(e(t) \\ & + x_{mc}(t)) + A_2 \theta^T(t)(\bar{e}(t) + \bar{x}_{mc}(t)) \\ & + A_2 r(t) - \alpha A_2 e_1(t) - \alpha A_2 \zeta(t) + A_3 \eta(t) \\ & - \alpha A_4 \theta^T(t)(\bar{e}(t) + \bar{x}_{mc}(t)) - A_4(\bar{e}(t) \\ & + \bar{x}_{mc})^T \Gamma(\bar{e}(t) + \bar{x}_{mc}) + A_4 \theta^T(t) f(\theta, e, \eta, \zeta) \\ & + A_4 \dot{r}(t) - \alpha A_4 \dot{e}_1(t) - \alpha A_4 \dot{\zeta}(t) \\ & - \alpha A_4 h^T \dot{e}(t) - \alpha A_4(-a \zeta(t) + e_1(t))] \end{aligned} \quad (3.11)$$

여기서 식(3.9)에서의  $e, \theta, \eta, \zeta$  신호들이 유계가 됨을 보이기 위해서는  $\dot{V} \leq 0$ 가 되어야 한다. 따라서 각각의 행렬 크기를 비교하기 위해 다음과 같이 정하기로 하자.

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{\varepsilon}{2} \min \lambda(L), \\ \lambda_2 &= \min(|M|, |M| \min \lambda(\Gamma^{-1})), \\ \lambda_3 &= \frac{1}{2} \min \lambda(Q_1), \end{aligned}$$

$$\lambda_4 = \|\Gamma^{-1}\|, \lambda_5 = \alpha \min \lambda(P) \quad (3.12)$$

그러면 식(3.11)은 식(3.12)를 이용하여 다음과 같이 간단히 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{V}(e, \theta, \eta, \zeta) < & -\|e(t)\|^2 \left[ \frac{\lambda_1}{6} - \mu(\alpha_1 + \alpha_2) \|\theta(t)\| + \alpha_3 \|e(t)\|^2 \right. \\ & - \alpha_4 \|e(t)\| + \alpha_5 \|\theta(t)\|^2 - \mu^2(\beta_1 + \beta_2) \|\theta(t)\| \\ & - \|\eta(t)\|^2 \left[ \frac{\lambda_3}{8} - \mu\beta_6 - \mu\beta_7 \|\theta(t)\| \right. \\ & \left. + \beta_3 \|e(t)\|^2 + \beta_4 \|e(t)\| + \beta_5 \|\theta(t)\|^2 \right] \\ & - \|\theta(t) - \theta^*\|^2 \left[ \frac{\sigma}{4} \lambda_2 - \mu^2 \alpha_6 - \mu^2 \alpha_7 \|\theta(t)\|^2 \right] \\ & - \frac{\sigma}{2} \lambda_2 \|\theta(t) - \theta^*\|^2 - \frac{\lambda_1}{2} \|e(t)\|^2 \\ & - \left( a - \frac{\lambda_5}{4} - \mu^2 \alpha_8 \right) |\zeta(t)|^2 - \lambda_5 (\|e(t)\| + \frac{1}{2} \frac{|\zeta(t)|}{2})^2 \\ & + \frac{\sigma}{\lambda_2} \lambda_4^2 \|\theta^*\|^2 + \mu^2 \gamma_1 \end{aligned} \quad (3.13)$$

여기서  $\alpha_1 \sim \alpha_7, \beta_1 \sim \beta_7, \gamma_1$ 은  $r_1, r_2$  그리고 시스템과 기준모델 행렬의 놈(norm)으로 부터 결정되는 양의 상수들이다. 따라서 폐곡면  $S(\mu, n, p_0)$ 내에 있는 모든 신호들  $e(t), \theta(t), \eta(t), \zeta(t)$ 에 대하여 식(3.12)는  $r_1, r_2$  그리고 행렬의 놈(norm)에 의존하는 양의 상수  $\delta_1 \sim \delta_4$ 에 대해서 식(3.13)과 같이 표현이 되며,

$$\begin{aligned} \dot{V}(e, \theta, \eta, \zeta) < & -\|e(t)\|^2 \left[ \frac{\lambda_1}{6} - \mu^{1-2n} \delta_1 - \mu^{2(1-2n)} \delta_2 \right] \\ & - \|\eta(t)\|^2 \left[ \frac{\lambda_3}{8} - \mu\beta_6 - \mu^{1-n} \delta_3 \right] \\ & - \|\theta(t) - \theta^*\|^2 \left[ \frac{\sigma \lambda_2}{4} - \mu^{2(1-n)} \delta_4 \right] \\ & - \frac{\sigma}{2} \lambda_2 \|\theta(t) - \theta^*\|^2 - \frac{\lambda_1}{2} \|e(t)\|^2 - \frac{\lambda_3}{2} \|\eta(t)\|^2 \\ & + \frac{\sigma}{\lambda_2} \lambda_4^2 \|\theta^*\|^2 + \mu^2 \gamma_1 \\ & - |\zeta(t)|^2 \left( a - \frac{\lambda_5}{4} - \alpha_8 \mu^2 \right) - \lambda_5 (\|e(t)\| + \frac{1}{2} \frac{|\zeta(t)|}{2})^2 \end{aligned} \quad (3.14)$$

그러면  $n < \frac{1}{2}$  일때  $\mu \in (0, \mu^*)$ 에 대하여 다음을 만족하는  $\mu^*$ 가 존재한다.

$$\begin{aligned} \frac{\lambda_1}{6} &\geq \mu^{1-2n} (\delta_1 + \mu^{1-2n} \delta_2) \\ \frac{\lambda_3}{8} &\geq \mu\beta_6 + \mu^{1-n}\delta_3 \\ a &\geq \frac{\lambda_5}{4} + \alpha_8\mu^2 \end{aligned} \quad (3.15)$$

여기서  $\sigma \geq c_3\mu^{2(1-n)}$ ,  $c_3 = (\frac{4}{\lambda_2}) \delta_4$  을

선택하면  $D_0(\mu)$ 는  $D(\mu)$ 에 의해서 둘러싸여 있으며,  $D(\mu)$ 는  $S(\mu, n, p_0)$ 에 의해서 포함되도록 상수  $C_1, C_2$ 가 존재한다. 더욱이  $S(\mu, n, p_0)$ 내부의 어디에서도  $\dot{V}(e, \theta, \eta, \zeta) < 0$  이 되기 때문에  $D(\mu)$ 로 부터 시작하는 모든해들은  $S(\mu, n, p_0)$ 내에 남아있다. 왜냐하면  $D(\mu)$ 에서  $\dot{V}(e, \theta, \eta, \zeta)$ 는 점차로 감소하기 때문에  $D(\mu)$ 로 부터 시작하는 임의해가  $t=t_1$ 에서  $D_0(\mu)$ 로 들어갈 것이고,  $D_0(\mu)$ 에 남아 있도록 상수  $C_4 \geq 1$  과  $t_1$ 이 존재한다.

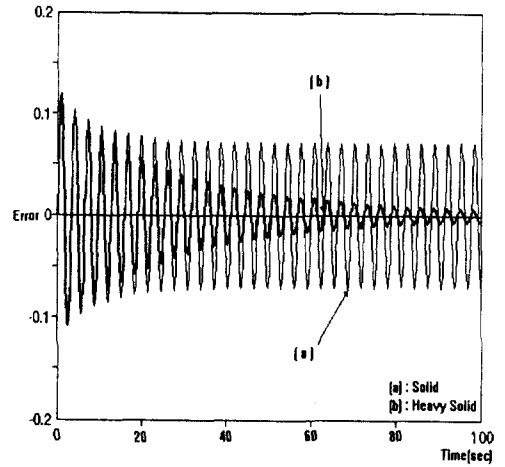
### 4. 모 의 실험

본 절에서는 비모형화 특성이나 유계인 외란이 존재할 경우 만족할 만한 출력오차의 성능을 보이기 위해 참고문헌[7]에서 제시한 알고리즘과 비교하기로 한다. 그러나 참고문헌[7]은 앞에서 서술한 바와 같이 1차 시스템으로 설계하였으며 본 논문에서 제안한 알고리즘은  $n$  차 시스템에 대해 설계하였기 때문에 적절한 비교 대상은 아니지만 제어기 설계목적이 유사하므로 참고문헌[7]에서 제시한 플랜트와 기준모형을 이용하기로 한다.

$$\begin{aligned} \dot{y}_m(t) &= -a_m y_m(t) + r(t) \\ &: \text{기준모델} \end{aligned} \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned} \dot{y}_p(t) &= a_p y_p(t) + u(t) + 2\eta(t) \\ \mu\dot{\eta}(t) &= -\eta(t) - \mu\dot{u}(t) \\ &: \text{플랜트} \end{aligned} \quad (4.2)$$

$a_p$  와  $a_m$  은 각각 4, 3 이다.



$$r(t) = 3 \sin(2t), \quad d(t) = 0, \quad \mu = 0.01$$

그림 1. 적응-제어칙을 이용한 플랜트의 출력오차  
Fig. 1. Output Tracking Error for the Adaptive-Control law  
(a) Mufti의 알고리즘 (b) 제안된 알고리즘

그림1에서 설계 파라미터는

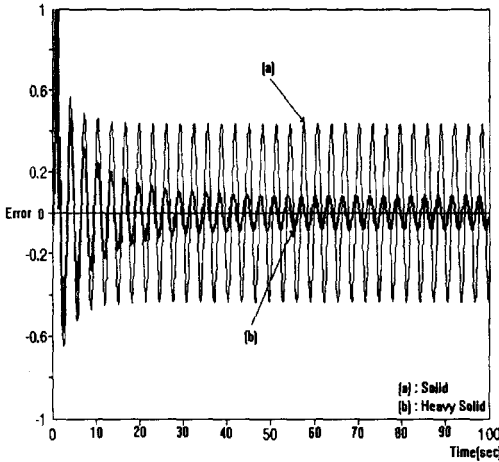
(a)  $g = 5, \sigma = 0.06, \mu = 0.01, a = 50, a = 20$

(b)  $g = 5, \sigma = 0.06, \mu = 0.01, a = 50, a = 20,$

$\lambda = 1$ 이고,  $d(t)$ 는 유계인 외란이다. 여기서 설계 파라미터  $\sigma$ 가 클 경우에는 적분동작을 억제하는 양이 커지게 된다. 이는 파라미터 추정치의 변동폭이 크게되며 이에 따라 출력오차의 변동 폭 또한 커지게 된다. 반대로  $\sigma$ 가 작을 경우에는 적분동작을 억제하는 양이 작아지게 되므로 파라미터 추정치가 발산할 수 있기 때문에 시스템이 불안정하게 될 수도 있다. 또한 설계파라미터  $\lambda$ 는 동일한 크기의 출력오차  $e_1$ 에 대하여  $\lambda$ 가 클수록  $M(t)$ 가 1에 가까워진다. 그러면 기존의  $\sigma$ -변형법과 동일한 효과를 얻게 되며  $\lambda$  값이 작을수록  $M(t)$ 가 0에 가까워지므로 적분동작의 억제량이 작아지게 되는 효과를 얻게 된다. 그림 1에서 알 수 있듯이 Mufti의 알고리즘은 정상상태 오차가 크게 남아 있지만, 제안된 알고리즘을 적용하였을 경우에는 과도 및 정상상태 출력오차의 응답특성이 현저히 개선됨을 알 수 있다. 그림2는

자동화설비의 모델 불확실성을 고려한 적응제어기 설계

섭동상수  $\mu = 0.05$  로 증가하였을 경우의 응답특성을 보이교자한다.



$$r(t) = 3 \sin(2t), \quad d(t) = 0, \quad \mu = 0.05$$

그림 2. 적응-제어칙을 이용한 플랜트의 출력오차  
Fig. 2. Output Tracking Error for the Adaptive-Control law  
(a) Mufti의 알고리즘 (b) 제안된 알고리즘

이때 설계 파라미터는

(a)  $g = 5.0, \sigma = 0.06, \alpha = 5, a = 10$

(b)  $g = 5.0, \sigma = 0.06, \alpha = 5, a = 10, \lambda = 0.1$

이다. 비모형화 특성이 큰 플랜트일 경우에도 제안된 알고리즘이 Mufti의 알고리즘보다 더 강인성을 향상시켰으며 또한 출력오차의 개선을 가져왔다.

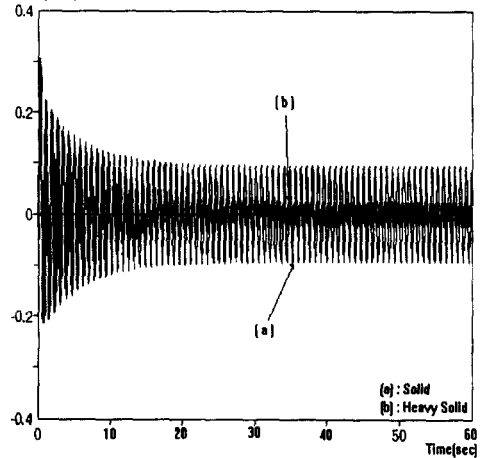
그림 3과 그림 4는 기준입력을 달리 하였을 경우에 대한 컴퓨터 모의실험이다.

그림3에서는 외란은 없고 비모형화 특성만 존재할 경우 기준 입력의 크기를 달리주었을 때 응답특성을 보였다. 이때 설계 파라미터는

(a)  $g = 5, \sigma = 0.06, \alpha = 40, a = 10$

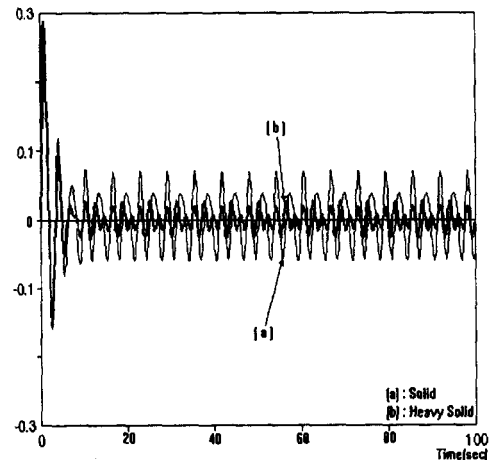
(b)  $g = 5, \sigma = 0.06, \alpha = 40, a = 10, \lambda = 1.$

이다. Mufti의 알고리즘을 사용했을 때보다 제안한 알고리즘이 시스템 성능이 좋아짐을 알 수 있다.



$$r(t) = 10 \sin(8t), \quad d(t) = 0, \quad \mu = 0.01$$

그림 3. 적응-제어칙을 이용한 플랜트의 출력오차  
Fig. 3. Output Tracking Error for the Adaptive-Control law  
(a) Mufti의 알고리즘 (b) 제안된 알고리즘



$$r(t) = 10 \sin(2t), \quad d(t) = \cos(3t), \quad \mu = 0.01$$

그림 4. 적응-제어칙을 이용한 플랜트의 출력오차  
Fig. 4. Output Tracking Error for the Adaptive-Control law  
(a) Mufti의 알고리즘 (b) 제안된 알고리즘



그림4는 기준입력의 크기를 크게 하였을 뿐만 아니라 비모형화 특성과 유계인 외란이 동시에 존재하는 경우 응답특성을 보였다. 이때 설계 파라미터는

$$(a) g = 5, \sigma = 0.06, \alpha = 50, a = 20$$

$$(b) g = 5, \sigma = 0.06, \alpha = 50, a = 20, \lambda = 1$$

이다. 위 그림4에서 보는바와 같이 비모형화 특성과 유계인 외란이 동시에 존재하는 경우에도 큰 영향을 받지 않음을 알 수 있으며 시스템 성능이 개선됨을 보였다.

## 6. 결 론

본 논문에서는 선형 시불변 연속시간 계통에 적용 가능한 알고리즘으로서 비모형화 특성과 유계인 외란이 존재할 경우에 직접적용 제어기의 강인성 향상과 시스템의 성능 개선에 관한 알고리즘을 제안하였다. 이는 기존의 제어책에 출력오차와 필터링된 출력오차를 추가함과 동시에 기존의 적응책에 대한 단점을 보완하였다. 따라서 제시한 알고리즘은 비모형화 특성과 유계인 외란이 존재할 경우에도 큰 영향을 받지 않으며, 적응 루프내의 모든 신호들은 흡입 영역의 존재성으로부터 유계가 되고, 그 신호들이 잔류집합으로 수렴하게 됨을 수학적 해석을 통해 입증해 보였으며, 추가된 항에 대한 그 효용성을 컴퓨터 모의실험에 의해 보였다. 이와 같이 일반적으로 모델의 불확실성을 갖는 발전, 제철, 화학플랜트의 자동화 설비에 장착된 PLC(Programable Logic Control), DDC(Direct Digital Control), MFC(Multi Function Control), DCS(Distribute Control System)등은 플랜트 모델 및 파라미터를 정확하게 수학적 모델링을 나타내기에는 어려움이 따르지만 계통에 대한 미지의 파라미터를 일부분만이라도 알 수만 있다면 제시한 기법으로 적용 가능할 것이며 특히, 주차빌딩, 자동창고 등의 공간이동을 필요로 하는 자동화설비에도 적용되리라 생각된다.

## 참 고 문 헌

- [1] G. Kreisselmeier and K.S. Narendra, "Stable Model Reference Adaptive Control in the Presence of Bounded Disturbances," IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. AC-27, No. 6, pp.1169-1175, 1982.
- [2] B.B. Peterson and K.S. Narendra, "Bounded Error Adaptive Control," IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. AC-27, No. 6, pp.1161-1168, 1982.
- [3] P.A. Ioannou and P.V. Kokotovic, "Robust Redesign of Adaptive Control," IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. AC-29, No. 3 pp. 202-211, 1984.
- [4] C.E. Rohrs, L. Valavani, M. Athans and G. Stein, "Technical Notes and Correspondence," IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. AC-30, NO. 9, pp. 881-888, 1985.
- [5] K.S. Narendra and A.M. Annaswamy, "A New Adaptive Law for Robust Adaptation Without Persistent Excitation," IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. AC-32, NO. 2, pp. 134-145, 1987.
- [6] S. Bai and F.M.A. Salam, "A Robust Adaptive Controller for Linear Time Invariant Plants with External Disturbances," ACC, Vol. 3, pp. 2321-2326, 1989.
- [7] I.H. Mufti, "An Improved Adaptive Control for Robust Adaptation," IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. 3, AC-34, No. 34, pp. 339-343, 1989.
- [8] K.S. Narendra, Y.H. Lin and L.S. Valavani, "Stable Adaptive Controller Design, Part I: Proof of Stability," IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. AC-25, No. 3, pp. 440-448, 1980.

## ◇ 저자소개

### 이 형 찬 (李炯燦)

1959년 7월 4일생. 1979년 한양대학교 공대 전기공학과 졸업. 1988년 한양대학교 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1993년 한양대학교 전기공학과 졸업(박사). 1994년~현재 대전대학교 공대 전기공학과 조교수.