

# 시공단계를 고려한 콘크리트 박스거더 교량의 비탄성 모델링 기법



장 인 호\*

## 1. 서 론

교량 구조물의 향상된 해석기법의 개발은 계획적 관리와 안전성 확보의 사회적 요구에 따라 계속되어지고 있다. 이에 따라 교량의 건설부터 소요 사용기간 동안에 발생하는 처짐과 응력분포의 정확한 산정 및 평가가 요구된다. 이를 위해 실제 상황에 근접하는 구조체의 기하학적, 재료적, 구속 조건의 변화성분들에 대한 비탄성 모델링을 하여 구조물의 건설 시작과정부터 총 사용기간 동안에 충분한 강도상태와 사용성의 검토를 통한 안전성을 확보한다. 특히, 장지간(long span)에 많이 채택되고 있는 박스단면을 갖는 거더의 해석 모델링 기법은 자유도를 적게 하여 해석이 용이한 단면거동의 단순화를 통한 전체 거동산정 및 단면내 거동산정을 수행하거나, 자유도를 늘려 전체 거동과 단면내 거동을 통합하도록 수행한다.

철근 콘크리트와 프리스트레스 콘크리트의 정확한 거동산정은 하중과 시간에 따른 탄성연화,

균열발전, 철근항복, 크리프, 건조수축, 온도변화, 긴장재의 인장이완(relaxation), 마찰영향, 정착부 활동 등의 현상들을 매개변수로 포함하여 이루어진다. 구조물의 안전성 검토를 위한 구속조건 변화의 추적을 위해서는 시공특성, 하중재하과정 특징을 감안한 실제적 건설과정에 따른 해석이 요구된다.

본 고에서는 콘크리트 박스거더 교량의 박판이론을 근거로 구성된 기하학적 해석특성과 재료적 거동, 경계조건의 해석모델을 조합함으로써 건설 단계에서부터 시공특성을 고려한 장기거동 해석을 위한 비탄성 모델링을 제시하고, 이에 대한 해석프로그램(NTPBOX)을 이용하여 실험모델 및 실제적인 적용 예를 통해 고찰하고자 한다.

## 2. 박판 이론을 이용한 형상함수 모델링 기법

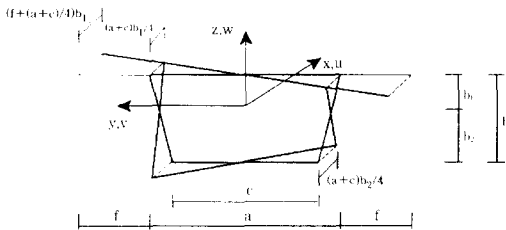
일반적으로 박스 거더의 해석은 들보 거동을 전제로 한 해석방법으로 종방향과 횡방향 해석을

\* 정회원·시지 이엔씨(주) 기술연구소, 소장

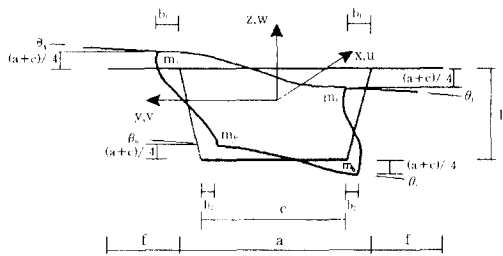
각각 수행하거나, 박판 상자형보 이론을 통해 두 해석을 동시에 수행하는 방법으로 크게 나뉘어진다. 본 고에서는 박판 상자형보 이론을 통해 복잡한 형상함수를 갖지만 통합된 해석을 통해 엔지니어의 수고를 덜어주고 충분한 해석결과를 얻고자 한다.

곡선 변단면 박판 사다리꼴 단면을 갖는 보요소는 종방향으로 3개의 절점(1-2-3절점)들로 구성되도록 모델링한다. 각 절점은 형상함수 유도를 위해 3방향 처짐과 처짐각, 그리고 뒹(warping)과 횡방향 뒹틀림(distorting)을 포함하는 8개의 자유도로 구성한다. 보요소의 일반화된 변위는 절점에 따라 x축 방향의  $\phi_{1,2,3}$ , y축 방향의  $\psi_{1,2,3}$ , 그리고 z축 방향의  $\chi_{1,2,3}$  변위함수들로 구성된다. 특히 종방향 뒹 모드( $\phi$ )와 횡방향 뒹틀림 모드( $\psi, \chi$ )는 그림 1과 같이 철근 콘크리트 사다리꼴단면의 프레임 거동식으로 부터 얻어진다. 이와 관련된 식들은 처짐각법을 이용하여 산정한다.

변형률과 처짐 관계식은 수직 변형률, 전단 변형률, 그리고 일반화된 상자형 단면의 횡방향 거동으로 인한 뒹틀림 변형률 항목들로 구성된다.



(a) 종방향 뒹 모드



(b) 횡방향 뒹틀림 모드

그림 1 종방향 뒹과 횡방향 뒹틀림 모드

이것을 바탕으로 요소 강성도 매트릭스(K)를 식 (1)과 같이 구한 다음 하중조건을 가지고 처짐을 산정하게 된다.

$$K = \int_{-l}^l \mathbf{B}_e^T \mathbf{E} \mathbf{B}_e \lambda dAd\xi + \int_{-l}^l \mathbf{B}_G^T \mathbf{G} \mathbf{B}_G \lambda dAd\xi + \int_{-l}^l \mathbf{B}_D^T \mathbf{D} \mathbf{B}_D \lambda d\xi \quad (1)$$

여기서, A는 박스 단면적, B 매트릭스는 변형률과 절점 변위와의 관계 매트릭스,  $\lambda$ 와  $\lambda_0$ 는 좌표축을 규정하는 계수,  $\xi$ 는 x축에 대한 무차원 좌표, E는 탄성계수, G는 전단탄성계수, D는 박스 단면의 횡방향 뒹 거동으로부터 유도된 강성계수이다.

강도매트릭스에는 횡방향 뒹틀림 강성도와 종방향 뒹 강성도에 영향을 주는 격벽(diaphragm) 효과도 포함된다. 이 사다리꼴 단면에 대한 뒹과 횡방향 뒹틀림에 대한 강성도는 격벽의 두께( $t_d$ )를 기초로 산정된다.

구속조건은 지지조건의 특성에 따라 8개 자유도를 선택적으로 구속하거나 스프링 지지를 이용하는 방법으로 고려한다. 시공 도중 필요한 임시 지지점들은 일부구속 또는 스프링 지지강성 등을 고려하는 방법으로 초기 변형을 통제한다.

### 3. 초과하중에 따른 비탄성 재료거동 모델링 기법

박스거더 부재는 외부하중들에 영향을 받는다. 이 외부하중은 수직, 전단, 그리고 횡방향 휨의 형태로 사다리꼴 박스 단면 위에 복잡한 응력분포를 발생시킨다. 이러한 응력은 박스단면 부재에 축력, 휨력, 전단력 그리고 뒹틀림 모멘트를 유발한다. 이러한 힘들로부터 발생하는 철근 콘크리트 박스거더의 재료적 비선형성을 일반적으로 일축구성모델을 근거로 산정한다. 콘크리트와 철근은 수직응력-변형률 관계식으로 비선형 모델화가 이루어진다. 사다리꼴 단면의 전단과 횡방향 휨거동은 세 개의 직선 구간을 갖는 비선형 모델로 고려된다. 이 구성관계식들은 하중재하,

하중제거, 그리고 재하중을 포함하는 반복하중을 포함한다. 콘크리트, 철근, 그리고 프리스트레싱 텐던의 비선형 구성모델들은 해석상 편이를 위해 각기 독립적으로 모델화된다. 철근 콘크리트 박스거더 보의 균열 발생 후 콘크리트와 철근 사이에 생기는 응력 재분배 과정은 철근이 추가 분담하는 구성모델로 종방향 철근비에 따른 인장증가 효과를 고려한다. 프리스트레싱 텐던의 비탄성 구성모델은 다중선형곡선으로 모델링 된다.

#### 4. 장기 재료거동 모델링 기법

교량의 장기거동인 크리프, 건조수축, 인장이완, 콘크리트 재령, 온도 효과의 영향을 알기 위해서는 재료의 특성과 환경 조건의 파악이 요구된다. 교량의 장기거동은 콘크리트, 철근, 그리고 프리스트레싱 텐던의 거동과 연관된다. 콘크리트 거동에는 하중에 따른 직접적인 역학적 변형률과 크리프, 건조수축, 재령, 온도에 따른 비역학적 변형률들로 포함된다. 철근에서 온도는 축방향 변형률을 산정할 때 고려된다. 그리고 프리스트레싱 텐던에는 텐던 인장이완과 마찰, 정착장치의 활동 그리고 시간에 따른 콘크리트의 크리프와 건조수축들로부터 생기는 긴장력의 손실이 고려된다.

이러한 장기거동 해석은 부재내 각 재료의 변형률들을 합산하여 계산되어진다. 전체 일반화된 변형률( $\epsilon_{total}$ )은 축방향 변형률( $\epsilon_i$ ), 전단 변형률( $\gamma_{xy}$ ), 그리고 횡방향 휨변형률( $\nu_x$ )들로 구성된 일반화된 역학적 변형률( $\epsilon^m$ )과 일반화된 비역학적 변형률( $\epsilon^{nm}$ )들의 합으로 산정된다. 여기에서 역학적 변형률은 외부하중에 따라 계산되며, 비역학적 변형률은 크리프 변형률( $\epsilon_{cr}$ ), 건조수축 변형률( $\epsilon_{sh}$ ), 온도 변형률( $\epsilon_{tr}$ ), 콘크리트 재령 변형률( $\epsilon_{ag}$ )의 합으로 산정된다. 각 시간 단계별로 비역학적 변형률의 증분  $\Delta\epsilon^{nm}$ 은  $\Delta\epsilon_{cr}$ ,  $\Delta\epsilon_{sh}$ ,  $\Delta\epsilon_{tr}$ ,  $\Delta\epsilon_{ag}$ 들의 증분으로부터 산정된다. 전체 비역학적 변형률은 각 시간 단계별로 생성된 각 변형률 증분들의 누적으로부터 계산된다.

비역학적 변형률을 얻기 위해서는 각 재료의

장기거동 특성을 실험적 방법이나 현재 사용가능한 시방서들의 해석적 방법을 이용한다. 시방서들에는 ACI 209, CEB-FIP, 그리고 AASHTO, 콘크리트 시방서 등이 있다. 시방서들에서 제공하는 크리프 산술식을 프로그램에서 사용하기 위해서는 Kabir가 제시한 수치산술 방법을 이용한다. 그러므로 각 시간단계별 발생하는 재료의 특성, 주변 환경요소, 재하하중 이력들의 변동을 고려한다. 교량의 장기거동은 구조물의 사용연한 동안에 발생하는 모든 변화들을 시간단계별 변형률의 증분누적을 통해 산정된다.

프리스트레스 힘 도입시 유효한 긴장력의 계산은 즉시손실과 시간에 따른 장기손실로 나누어 고려한다. 즉시손실은 마찰과 정착장치의 활동이 포함된다. 장기적인 긴장력 손실은 텐던의 인장이완과 콘크리트와 관련된 하중, 온도, 크리프, 건조수축, 그리고 재령 등으로부터 발생하는 매 시간단계별 프리스트레싱 텐던의 인장응력 및 변형률 변화로 산정된다. 이 손실량 계산을 바탕으로 유효한 긴장력을 구하고 이를 등가절점하중으로 계산정하여 장기거동 해석에 포함시킨다. 특히 텐던이 전체 구조물 강성도에 기여하는 것을 고려하기 위해 프리스트레싱 텐던의 변형도-처짐 관계식을 이용한다. 결과적으로 프리스트레싱 텐던들의 초기 긴장력들은 매 시간단계별 계산되는 변형률 변화를 바탕으로 계산정되며 비선형 응력-변형도 모델링을 통해 거동상태를 산정한다.

#### 5. 시공단계별 및 사용중 장기거동 모델링 기법

박스거더 교량의 시공단계별과 사용하중 재하 단계들에서는 각 단계마다 구조적 안정성, 강도, 그리고 사용성을 검토해야 한다. 각 시공단계는 응력의 재분배와 변위의 형태로 검토된다. 프리캐스트 세그멘탈 또는 현장타설 방법으로 건설되는 교량들은 긴장재 도입조건, 경계조건, 작업차 이동조건, 하중조건들의 변화로부터 응력 재분배가 생긴다. 이것들은 매 단계 세그먼트 거더들의 시공과정마다 검토된다. 교량시공 중 모멘트 재

분배과정은 크게 3가지 단계로 분류할 수 있다.

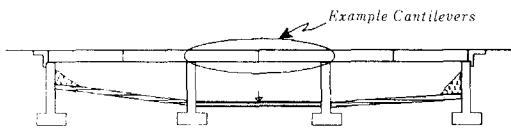
1단계는 스패น 거더들의 연속성을 위한 전체 프리스트레싱을 하기 전 박스거더교의 스패ن거더 건설과정이다. 이 동안에 모멘트 재분배과정은 시공 방법, 건설용 프리스트레싱 텐던의 배치, 거더의 시간단계별 장기변형, 그리고 임시 지지대 설치에 좌우된다. 시공 단계별 해석은 크게 두 가지 초기 구조적 형태인 캔틸레버 시스템(그림 2)과 단순보 시스템로 구별된다.

2단계는 연속성을 위한 텐던을 긴장하는 단계이다. 이 단계는 박스거더교 내의 내하력을 증가시키는데 목적이 있다. 연속적인 텐던 긴장으로 인해 지점부에서는 부모멘트가 감소되고 스패น 중

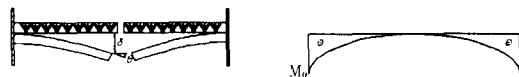
양에서는 정모멘트가 증가할 것이다.

3단계는 사용하중 재하상태이다. 연속성을 위한 텐던 긴장 후 추가적인 사하중과 활하중이 가해진다. 연속성을 위한 텐던 효과는 완성된 구조물 해석에 포함된다. 또한 이 단계에서의 구조물 해석은 과거에 시공과정들과 구조물의 연속화하는 과정들로부터 텐던 도입으로 발생된 모든 응력 상태들로부터 시작된다. 이러한 3가지 단계별 해석을 통해 박스거더교는 장기적인 시간의존 요소들을 계속적으로 포함한다.

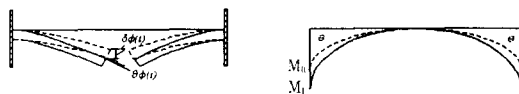
시공과 사용하중 재하단계별 장기해석은 주어진 매 시간별 교량에 나타난 순차적인 작업들을 해석에 포함시키는 것으로 완성된다. 이 순차적인 작업들은 구조물의 형상, 프리스트레싱 텐던의 배치, 재료의 특성, 외부 하중들, 그리고 시공 장비의 위치와 임시 지지대들의 변화들이다. 시공 단계별 해석은 매 단계별 매개변수의 변화로 조절된다. 매개변수로는 콘크리트 박스거더 보요소 형상, 프리스트레싱 텐던 배치, 거푸집의 작업 절차, 절점수 변화, 그리고 경계조건들로 구성된다. 사용하중 재하단계 해석은 구조물의 하중이력을 고려하는 것으로 수행된다. 장기거동 단계에서는 구조물의 강도, 안정, 사용성, 균열진행경로, 그리고 텐던의 재긴장 시점을 평가할 수 있다. 결론적으로 박스거더 교량 복구과정을 포함하는 시공과 사용하중 재하단계별 해석 절차는 과거의 하중 이력을 무시하는 고전적인 절차보다 향상된 해석절차를 제시할 것이다.



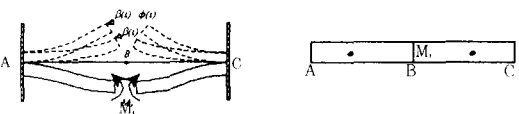
(a) 다경간 캔틸레버 건설 교량



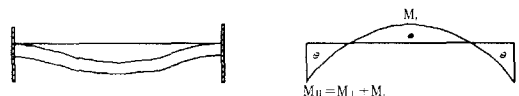
(b) 사하중과 시공하중에 의한 역학적 변형과 휨모멘트



(c) 연속화 이전의 시간의존 변형과 휨모멘트



(d) 연속화로 인한 구성 모멘트의 도입으로 발생하는 변형과 모멘트



(e) 연속화 이후의 전체 처짐과 최종 휨모멘트

그림 2 캔틸레버 건설공법의 모멘트 재분배 과정

## 6. 해석에 및 결과검토

### 6.1 Kristek의 변단면 박스거더 실험모델

본 예제는 Kristek의 실험모델과 동일한 전체 거더 길이에 따라 일정한 뒤틀림 모멘트를 받는 변단면 박스단면 거더의 해석에 관한 것이다. NTPBOX 해석결과와 Kristek의 실험모델 결과를 비교 검토하고자 한다.

한 경간의 거더로 이루어진 콘크리트 박스단면은 폭(a)이 10.2cm, 벽두께(t)가 0.3cm이지만, 거더 높이(h)는 지점부의 11.9cm로부터 중앙부의 8.1cm

로 단면하부에 포물선을 이루도록 한다(그림 3(a)). 콘크리트 탄성계수는  $352\text{kg/cm}^2$ 이고, 포아송비는 0.33으로 한다.

거더의 해석모델은 경간의 중앙으로부터 대칭이므로 좌측부를 25개 절점과 12개의 요소로 한다(그림 3(c)). 구속조건은 지점에 해당되는 1번 절점을 완전 구속한다. 하중조건으로는 일정한 뒤틀림 모멘트를 발생시키기 위해 단면의 대각선 방향으로  $0.125\text{kg/cm}$ 의 등분포로 재하한다(그림 3(b)).

거더경간 중앙에서의 수직처짐을 NTPBOX 해석결과와 Kristek 실험결과를 비교하면 그림 4와 같다. 보의 중앙에서의 절점 25번에서 수직처짐은  $0.02261\text{cm}$ 의 해석결과가 나왔으며, 같은 지점에서의 실험결과는  $0.02304\text{cm}$ (=0.00907inch)이

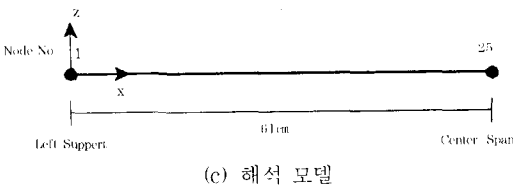
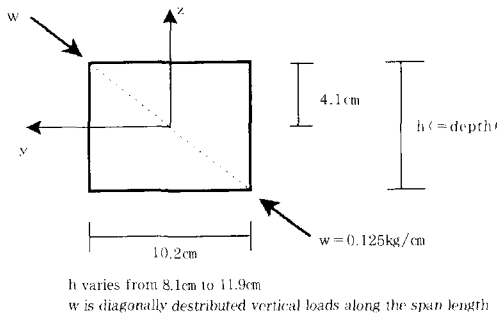
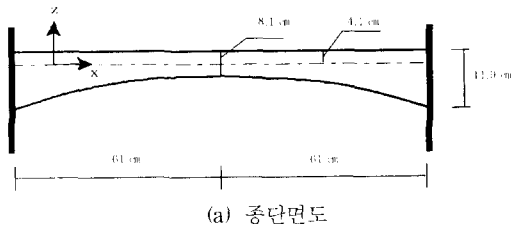


그림 3 Kristek의 변단면 박스거더의 실험모델

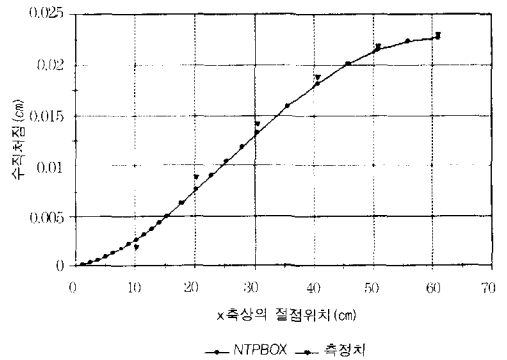


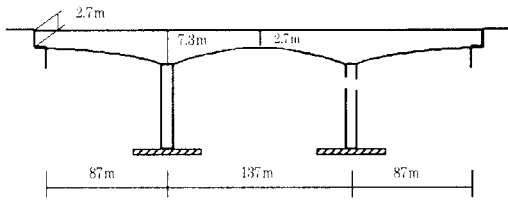
그림 4 변단면 박스거더 모델의 경간에 따른 수직변위

측정되었다(Kristek, 1970). 결과치의 비교로부터 차이가 2% 내외에 있음을 보여준다.

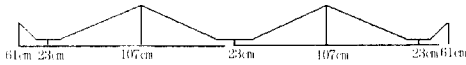
## 6.2 시공단계를 고려한 3-경간 콘크리트 박스 거더 연속교의 비탄성해석 적용예

본 해석에서는 실제적인 건설현장 조건을 바탕으로 한 3-경간 프리스트레스 콘크리트 사다리꼴 변단면 박스거더 연속교의 시간이력을 고려한 비탄성 거동해석의 적용성에 관한 것이다. 철근 콘크리트 박스단면은 사다리꼴이며, 종단면에 따라 단면의 높이와 바닥판 폭이 변하게 하여 충분한 강성과 최소한의 자중을 갖도록 설계되었다. 건설방법은 균형을 고려한 캔틸레버 공법을 이용하여 각 세그먼트당 현장치기로 진행된다. 거더 시공단계에서는 건설용 PS강선을 이용하며, 각 캔틸레버 거더의 건설이 마쳐지면 연속화용 긴장재 배치를 통해 연속교를 완성한다. 각 건설 단계별 변위와 부재력을 측정하여 안전성을 검토한다. 본 해석에서의 크리프 산정에는 ACI 209 시방서를 기초로 한다.

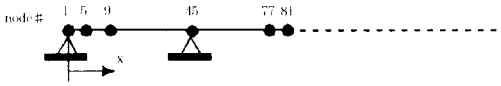
3개의 경간의 길이는 87m-137m-87m으로 그림 5(a)와 같다. 박스단면의 상부 플랜지 폭은 19m로 일정하며, 하부 플랜지 폭은 7.3~8.8m로 변화가 있다. 높이는 교각부에서 7.3m이고 대칭으로 스패ん중앙부에서 2.7m로 곡선변화가 있다. 바닥판의 두께는 23cm~107cm로 변한다. 자세한 단면수치는 그림 5(d)에 도시되어 있다. 본 예제에서는 종방향 주철근과 횡방향 배력철근 효과를



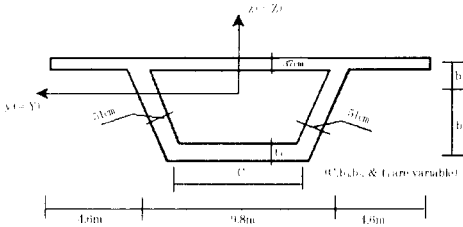
(a) 3-경간 변단면 박스거더 형상



(b) 하부 플랜지의 무게 변화



(c) 해석 모델링

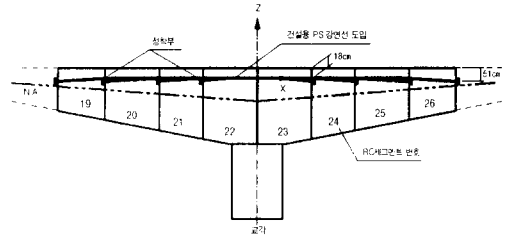


(d) 사다리꼴 박스 단면 치수

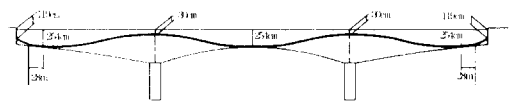
그림 5 PSC 사다리꼴 변단면 박스거더 3-경간 연속교

무시한다. 전체 60개의 프리스트레싱 강연선은 캔틸레버 거더 건설과 연속화에 사용된다. 긴장재들은 그림 6와 같이 배치된다. PS 텐던의 사용량은 캔틸레버 세그먼트 시공시 요구되는 단면적 ( $A_p$ )이  $41\text{cm}^2$ 인 32개의 강연선으로 정착한다. 연속화를 위해 건설시작 후 196일째 사용되는 4개의 연속화용 PS강연선의 단면적은  $83\text{cm}^2$ 이다. 연속화를 위한 긴장력 도입이 끝난 후 연속교의 국부적인 응력을 조절하기 위해 단면적  $21\text{cm}^2$ 의 강연선 24개를 그림 6(c)와 같이 배치한다. 모든 부재양단에 PS텐던 긴장응력은  $14\text{ton/cm}^2$ 으로 양 웨브측에 동시에 도입하며, 긴장 후 그라우팅한다.

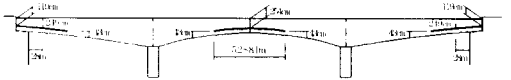
구조체의 모델링에는 교량의 중앙에서 대칭이



(a) 건설용 PS강연선 배치



(b) 연속화용 PS강연선 배치



(c) 국부용 PS강연선 배치

그림 6 3-경간 연속교의 PS강선 배치도

므로 좌측부의 절반만을 해석한다. 구조체는 81개의 절점과 40개의 요소로 구성한다(그림 5(c)). 박스거더 단면의 각 플랜지와 캔틸레버 그리고 웨브의 콘크리트 벽체는 4개의 층과 4개의 층에 수직으로 분할하여 거동을 산정한다. 각 시공단계별 소요되는 거푸집의 자중과 강성효과를 해석에 포함한다. 여기서 거푸집 절점은 콘크리트 세그먼트 절점과 일치하는 것으로 가정한다. 하중은 거더의 자체중량  $2.5\text{ton/m}^3$ 을 포함하며, 건설이 끝난 후 포장과 가드레일 설치 등을 고려하여 추가로  $3.7\text{ton/m}$ 을 재하한다. 각 세그먼트당 건설기간은 7일 주기로 진행된다. 구속조건을 위해 캔틸레버의 중심부인 연속교 교각부의 절점을 8개 자유도 모두 구속하고, 각 교대 전방 세그먼트는 균형된 캔틸레버 공사가 불가능하므로 별도로 지상에서 지지하는 거푸집으로 시공한다.

각 147일, 161일, 168일, 196일째 공사단계별 수직처짐을 산정하면 그림 7와 같다. 교량 중앙점에서 수직처짐을 산정하면 건설이 끝난 직후에는  $27\text{cm}$ 이고, 27년 후  $45\text{cm}$ 로 약 70%가 증가한

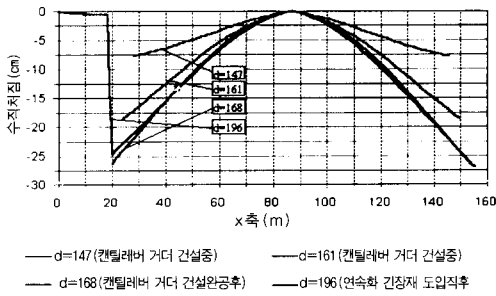


그림 7 캠버를 무시한 종방향 수직처짐

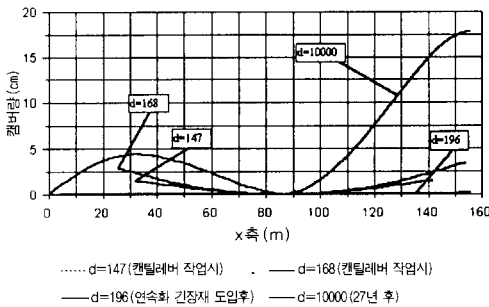


그림 8 종방향에 따라 필요한 캠버 작업량

다. 그림 7에서 보면 교대부 근처에서 큰 수직변위 불연속점을 볼 수 있는데 캠버 작업을 해석에 고려하지 않았기 때문이다. 각 단계별 적정한 캠버량을 산정하면 그림 8과 같이 계산된다. 캠버를 고려하면 공사 완공 후에는 교량의 중앙점에 처짐이 발생하지 않지만 27년 이후에는 거더의 장기거동으로 인해 약 18cm 정도의 처짐이 발생

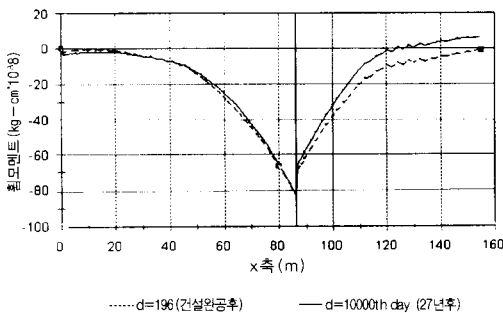


그림 9 캠버를 고려한 종방향 휨모멘트도

함을 볼 수 있다. 교각부에서 발생하는 최대 부모멘트는 건설 직후  $-68.3 \times 10^8 \text{kg-cm}$ 에서 27년간 사용이후  $-64.9 \times 10^8 \text{kg-cm}$ 으로 5% 정도가 재분배됨을 그림 9에 보이고 있다. 같은 조건에서 교량 중앙부에서는  $-1.1 \times 10^8 \text{kg-cm}$ 에서  $6.7 \times 10^8 \text{kg-cm}$ 로 변화된다. 이때 중앙부의 정모멘트 발생으로 휨균열 발생이 유발된다.

## 7. 결 론

본 고에서는 시공단계를 고려한 사다리꼴 변단면 박스거더교를 해석하기 위하여 초과하중에 따른 비탄성거동, 장기 재료거동, 시공특성 및 사용중 장기거동 등의 모델링을 제시하였다. 이를 근거로 개발된 해석프로그램(NTPBOX)을 이용하여 Kristek의 실험모델과 3-경간 연속교 적용예를 통해 실제적인 교량의 거동을 추적하는 해석적 과정을 고찰하였다. 이때 적용예의 해석결과는 처짐, 응력, 부재력으로 검토하였다. 본 해석은 박판이론을 사용함으로써 종방향과 횡방향 해석을 모두 수행하여야 하는 기존의 들보해석의 불편함을 해소하는 통합된 해석을 하였다. 또한, 박스거더 단면 내의 횡방향 뒤틀림과 종방향 휨의 거동을 해석에 포함시켰다. 본 해석의 특징은 매시간 단계별로 실제적인 하중재하로 인한 구조물의 거동을 산정하며, 교량의 건설 시작부터 전체 사용연한 동안에 구조물의 강도변화 과정을 검토한다. 해석결과에 따른 활용방법은 교량의 실측거동과 엔지니어의 경험을 통해 향후 예측의 적용범위로 이용한다.

## 참 고 문 헌

1. ACI Committee 209, "Prediction of Creep, Shrinkage and Temperature Effects in Concrete Structures," ACI Special Publication SP-76, 1982
2. Deepak Choudhury, "Analysis of Curved Nonprismatic Reinforced and Prestressed Concrete Box Girder Bridges," USB/SESM

- Report No. 86-13, University of California, Berkeley, 1987
3. Jang, In-Ho, "Time Dependent Nonlinear Analysis of Curved Nonprismatic Prestressed Concrete Box Girder Bridges," Ph. D. Dissertation, Civil Engineering, Purdue University, December, 1997
  4. Jang, In-Ho and Julio A. Ramirez, "NTPBOX Manual - Nonlinear Material and Time Dependent Analysis of Curved Nonprismatic Reinforced and Prestressed Concrete Box Girder Bridges," CE-STR-98-2, Civil Engineering, Purdue University, February, 1998
  5. Kabir, A.F., "Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Panels, Slabs and Shells for Time-Dependent Effects," Ph. D. Dissertation, the University of California, Berkeley, 1976
  6. Kang, Y.J., "SPCFRAME - Computer Program for Nonlinear Segmental Analysis of Planar Prestressed Concrete Frames," UC-SESM Report No. 89-07, University of California, Berkeley, 1989
  7. Ketchum M. A., "Redistribution of Stresses in Segmentally Erected Prestressed Concrete Bridges," UCB/SESM Report No. 86-07, University of California, Berkeley, 1986
  8. Kristek, V., "Tapered Box Girders of Deformable Cross Section," ASCE, Journal of Structural Division, Vol. 96, No. ST8, Aug. 1970, pp.1761~1793
  9. Park, C.M., "Segmental Analysis of Curved Nonprismatic Prestressed Concrete Box Girder Bridges," Ph. D. Dissertation, Seoul National University, Seoul, Korea, 1993 