韓國電磁波學會論文誌 第10卷 第2號 1999年 4月 論文 99-10-2-11

스플라인형 분할차분 보간법을 이용한 다층구조 문제의 임피던스 행렬의 효율적 계산

Efficient Computation of the Impedance Matrices for Layered Medium Problems Using the Spline-type Divided-difference Interpolation Technique

강승택* · 최재훈**

Sungtek Kahng* · Jaehoon Choi**

요 약

본 논문에서는 다층구조 문제에 대한 MoM 임피던스 행렬의 효율적인 계산을 위해 스플라인형의 분할차분 보간법을 제안하였다. 이 방법을 최근 발표된 파수 영역의 적분 방정식으로 주어진 임피던스 행렬 요소의 고속계산법과 결합하였다. 제안된 방법의 유효성을 입증하기 위해 마이크로스트립 갭 불연속, 마이크로스트립 여파기, 개구 결합 패치 안테나의 특성해석에 적용하였다. 이 방법에 의한 수치해석 결과는 다른 방식에 의한 것과 잘 일치함을 확인할 수 있었다.

Abstract

In this paper, a spline-type divided-difference interpolation technique is proposed to efficiently evaluate the impedance matrix elements in the MoM analysis of layered medium problems. This method is combined with the fast computational method of the basis-expanded and tested dyadic Green's functions(expressed in the spectral domain integrals) in a recent literature. For the sake of its validity, the proposed method is applied to analyze the characteristics of a microstrip gap discontinuity, a microstrip filter, and an aperture coupled patch antenna. Numerical results obtained by this approach are in good agreement with those of other approaches.

I. 서 론

모멘트 방법을 다층구조 문제에 적용시킬 때, 그린함수나 임피던스 행렬 요소의 계산에 많은 시간이 소요된다. 특히 공간 영역(space-domain)의 경계치 문제를 푸는 과정에서 푸리에 변환의 일종인 파수 영역 적분(spectral-domain integral)의 계산이 필수적인데, 이것이 전체 계산수행시간에서 차지하는 부분은 크다. 지금까지 이러한 파수 영역 적분을 위한 수치 해석의 효율성 개선에 관한 다수의 연구들이 수행되어 왔다[1,2]. Sommerfeld형

*한양대학교 전자통신공학과(Dept. of Electronic Communication Engineering, Hanyang University)
**한양대학교 전자전기공학부(Division of Electrical & Computer Engineering, Hanyang University)
· 논 문 번 호 : 981125-121
· 수정완료일자 : 1999년 2월 5일

적분은 자체의 고속 계산의 구현을 위해 몇 가지 종류의 보간법과 결합되기도 했다[3]. 최근 파수 영역 적분으로 표현되는 다이애딕 그린함수를 포함하는 MoM 행렬 요소를 효율적으로 계산하는 방법이 소개되었는데[4], 이 방법을 간략히 설명하자면 다음과 같다. 파수(wave number)가 커질 때 진동이 심한 부분을 뺀 피적분함수를 수치적분하고, 원래의 피적분함수 내부의 진동이 심한 부분에 대한 적분은 closed-form으로 계산한다.

분할차분 보간법은 그 보간함수의 몇 개의 항들만으로도 피보간함수 혹은 non-closed form함수를 정확하게 표현할 수 있다는 것이 장점이다[5]. 또한, 스플라인 보간법은 polynomial wiggle 문제를 억제하는데 매우 유용하게 쓰일 수 있다[5]. 본 논문에서는 위에서 언급된 두 가지 보간법을 접목시켜 스플라인형 분할차분법을 제시하였고, 이 방법을 파수 영역에서 적분 방정식형태로 표시되는 임피던스 행렬의 고속계산법[4]과 결합시켜 전체 임피던스 행렬 요소의 계산효율을 개선하였다. 이 방법의 유효성 및 효율성을 입증하기 위하여 마이크로스트립 갭 불연속, 마이크로스트립 여파기, 개구결합 마이크로스트립 패치 안테나의 특성을 해석하여 참고문헌상의 결과들과 비교하였다.

Ⅱ. 이 론

접지된 유전체 슬랩 구조의 그린함수와 모멘트법 적용의 과정은 다수의 문헌[4],[6]~[8]에 자세히 언급되어 있으므로 본 논문에서는 해석 대상 파수 영역 적분식의 계산에 대해서만 살펴본다.

평면형 구조에 대하여 파수 영역의 임피던스 행렬 요소는 다음과 같이 표현된다[4],[6]~[8].

$$Z_{ij}(\overrightarrow{\rho_m}-\overrightarrow{\rho}_{sn})=\frac{1}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\widetilde{J_{im}}\cdot(k_x,k_y)\,\widetilde{G_{ij}}(k_x,k_y)\,\widetilde{J_{jn}}^{*}(k_x,k_y)dk_xdk_y \tag{1}$$

$\widetilde{J_{im}}(k_x,k_y)$과 $\widetilde{G_{ij}}(k_x,k_y)$는 각각 파수 영역의 전류밀도와 그린함수이다. m과 n은 파수 영역 적분의 이산화 과정에 사용되는 m번째 관측점 $\overrightarrow{\rho_m}=(x_m,y_m)$과 n번째 원천점 $\overrightarrow{\rho_{sn}}=(x_{sn},y_{sn})$을 의미한다. 첨자 i와 j는 x, y 혹은 z를 의미한다. 따라서 $\widetilde{G_{ij}}(k_x,k_y)$는 i-방향의 전류밀도가 j-방향의 전계를 발생시키는 관계를 나타내는 그린함수이며, Z_{ij}는 그린함수에 기저함수 전개 및 테스팅 과정을 적용하여 얻게되는 임피던스 인자를 나타낸다. 본 논문에서는 투자율, 유전율, 유전체의 두께 등의 변화에 따른 임피던스 인자의 특성변화를 살펴 보려는 것이 아니고, 식 (1)에 주어진 임피던스 인자를 보간법을 이용하여 효율적으로 계산하는데 초점을 맞추었기 때문에 식 (1)을 거리 파라미터 ($\overrightarrow{\rho_m}$, $\overrightarrow{\rho_{sn}}$)만의 함수로 표현하였다.

두께가 d이고 비유전율이 ε_r인 접지된 유전체 슬랩 마이크로스트립 구조에 대한 그린함수 $\widetilde{G_{xx}}(k_x,k_y)$와 $\widetilde{G_{xy}}(k_x,k_y)$는 다음과 같다[6]~[8].

$$\widetilde{G_{xx}}(k_x,k_y)=-\frac{jZ_0}{k_0}\cdot\frac{(\varepsilon_r k_0^2-k_x^2)k_2\cos(k_1d))}{T_eT_m}+\frac{jk_1(k_0^2-k_x^2)\sin(k_1d)}{T_eT_m}\times\sin(k_1d) \tag{2}$$

$$\widetilde{G_{xy}}(k_x,k_y)=-\frac{jZ_0}{k_0}\cdot\frac{k_xk_y\tan(k_1d)\{k_2+jk_1\tan(k_1d)\}}{T_eT_m} \tag{3}$$

$$T_e=k_1\cos(k_1d)+jk_2\sin(k_1d)$$

$$T_m=\varepsilon_rk_2\cos(k_1d)+jk_1\sin(k_1d)$$

$$k_1^2=\varepsilon_rk_0^2-\beta^2,\quad Im\{k_1\}<0$$

$$k_2^2=k_0^2-\beta^2,\quad Im\{k_2\}<0$$

$$\beta^2=k_x^2+k_y^2$$

$$k_0=\omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}=2\pi/\lambda_0,\quad \omega=2\pi f$$

$$Z_0=\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$$

해석 대상의 x방향과 y방향의 전류밀도를 기저함수 J_{xm}, J_{ym}과 각 기저함수에 대응하는 미지상수 I_{xm}, I_{ym}을 이용하여 전개하면

$$J_x(x,y)=\sum_{m=1}^{M} I_{xm}J_{xm}(x,y) \tag{4}$$

$$J_y(x,y)=\sum_{m=1}^{M} I_{ym}J_{ym}(x,y) \tag{5}$$

본 논문에서는 기저함수로서 아래의 식과 같이 정의되는 지붕 기저함수(rooftop basis)를 선택하였다.

$$J_{xm}(x,y)=(1-\frac{|x-x_m|}{\triangle x})\cdot rect(\frac{|y-y_m|}{\triangle y}) \tag{6}$$

$$\frac{|x-x_m|}{\triangle x}<1,\quad \frac{|y-y_m|}{\triangle y}<\frac{1}{2}$$

$$J_{ym}(x,y)=rect(\frac{|x-x_m|}{\triangle x})\cdot(1-\frac{|y-y_m|}{\triangle y}) \tag{7}$$

$$\frac{|x-x_m|}{\triangle x}<\frac{1}{2},\quad \frac{|y-y_m|}{\triangle y}<1$$

위 식에서 $rect(\frac{x}{L})$는 $|x|<L/2$에서 1이고, $|x|>L/2$에서 0이다.

식 (6)과 (7)을 푸리에 변환하면

$$\widetilde{J_{xm}}(k_x,k_y)=\frac{8}{\triangle x}\frac{\sin^2(k_x\frac{\triangle x}{2})}{k_x^2}\cdot\frac{\sin(k_y\frac{\triangle y}{2})}{k_y}e^{-jk_xx_m-jk_yy_m} \tag{8}$$

$$\widetilde{J_{ym}}(k_x,k_y)=\frac{8}{\triangle y}\frac{\sin(k_x\frac{\triangle x}{2})}{k_x}\cdot\frac{\sin^2(k_y\frac{\triangle y}{2})}{k_y^2}e^{-jk_xx_m-jk_yy_m} \tag{9}$$

식 (8)과 (9)를 식 (1)에 대입하면 임피던스 행렬 요소 Z_{xx}는

$$Z_{xx}=\frac{1}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\widetilde{J_{xm}}(k_x,k_y)\,\widetilde{G_{xx}}(k_x,k_y)\,\widetilde{J_{xn}}^*(k_x,k_y)dk_xdk_y \tag{10}$$

식 (10)의 피적분 함수는 거리가 커질수록 심하게 진동하는 특성을 보이며 이것은 적분의 수렴속도를 늦춰 많은 계산 시간을 필요로 한다. 여기서 Z_{xx}의 계산에서 필요한 $|\overrightarrow{\rho_m}-\overrightarrow{\rho}_{sn}|$를 r이라고 정의하자. 모멘트법의 적용시, 모든 r의 값에 대해서 식 (10)과 같은 이중적분을 수행한다고 하면 매우 비효율적일 것이다. 이러한 비효율성을 개선하기 위해 본 논문에서는 스플라인형 분할차분 보간 기법을 사용한다.

스플라인 보간법은 변수영역을 하나의 구간이 아닌 몇 개의 구간으로 나누어 주어진 변수에 대한 함수값을 예측하는 것이다. 이 때 각 구간의 크기와 보간함수의 차수가 적용대상 함수의 특성에 맞춰 자유롭게 결정된다. 스플라인형 분할차분 보간법은 계산의 대상이 되는 r의 개수보다 작은 유한개수의 샘플링 포인트에서 식 (10)과 같은 형태의 적분을 참고문헌[4]의 방법으로써 고속계산하고, 나머지 점들에서의 적분함수의 값을 다음의 수식에 의해 계산하게 된다. 참고로 절대적인 성격의 두 점 혹은 위치간의 거리가 r이며, 이 상대적인 값이 보간함수의 변수가 되는 것이다.

식(10)을 보간하는 함수는

$$P_n(r)=f_0^{[0]}+(r-r_0)f_0^{[1]}+(r-r_0)(r-r_1)f_0^{[2]}+\cdots+(r-r_0)(r-r_1)\cdots(r-r_{n-1})f_0^{[n]} \tag{11}$$

$$f_0^{[1]} = f[r_0, r_1] = \frac{f_1 - f_0}{r_1 - r_0}$$

$$f_1^{[1]} = f[r_1, r_2] = \frac{f_2 - f_1}{r_2 - r_1}$$

$$f_0^{[2]} = f[r_0, r_1, r_2] = \frac{f[r_1, r_2] - f[r_0, r_1]}{r_2 - r_0}$$

$$f_0^{[n]} = f[r_0, r_1, \cdots, r_n] = \frac{f[r_1, r_2, \cdots, r_n]}{r_n - r_0} - \frac{f[r_0, r_1, \cdots, r_{n-1}]}{r_n - r_0}$$

$$f_i = f(r_i)$$

$P_n(r)$, r_i, f_i는 각각 최고차수 n인 분할차분 보간함수, 거리축의 샘플링 포인트 r_i, r_i에서의 피보간 함수값을 나타낸다.

샘플링 포인트 r_i를 만들어내는데는 균일 간격방식과 비균일 간격방식이 있다. 균일 간격방식은 r이 불규칙적이지만 거의 일정한 간격에 가까운 형식으로 분포할 때 사용되며 특히 특정한 방향의 전류밀도 성분이 나머지 성분보다 우세할 때 적합하다. 여기서 사용되는 인접한 r의 균일한 샘플링 간격을 $\triangle r$이라고 정의하자. 반면 비균일 간격방식은 r이 균일하지 않은 간격으로 분포할 때 사용되며, 2차원 평면상에서 전류밀도의 x와 y성분들 중 어느 하나도 무시할 수 없을 경우에는 반드시 비균일 간격으로 샘플링 포인트를 설정하여야 한다. 비균일 간격방식에서는 $\triangle r$이 균일하지 않기 때문에 이것은 논의되지 않는다.

비균일 간격의 샘플링 방법을 $W \times L$ 패치의 예를 들어 살펴보자. $\triangle x$와 $\triangle y$를 각각 $W \times L$ 패치의 x와 y축의 기저함수를 위한 분할(segmentation)의 단위크기라 하면, x방향으로 필요한 펄스 기저함수들의 개수는 $p = \frac{W}{\triangle x}$이고, y방향으로는 $q = \frac{L}{\triangle y}$가 된다. 2차원 평면의 패치에 대한 임피던스 행렬 요소의 계산에 이용되는 두 위치(혹은 점)들간의 거리는 $\triangle x$와 $\triangle y$중 작은 것의 무리수배로 표현가능하다. 즉 r의 값은 $\sqrt{m} \times \min(\triangle x, \triangle y)$이 되며, 지붕 기저함수를 사용하는 경우의 m은 0을 포함한 양의 정수이며 최대값은 $(p-1)^2+(q-1)^2$이다. 또 샘플링 포인트 r_i는 r의 분포상태와 r에 대한 피보간 함수의 변화상태에 따라 결정된다. 단위 segmentation size를 $\triangle u$로 나타낼 때, 만일 그린함수가 $r = 4\triangle u$까지 급하게 변하다가 그 이상의 r에서 완만하게 변하는 특성을 보인다면, 변화가 큰 영역을 $\triangle u$에 필적하는 동시에 불규칙적인 간격의 r_i와 함께 상대적으로 고차인 보간함수로써 예측하고, 나머지에는 $\triangle u$보다 아주 크면서 불규칙적인 간격으로 분포하는 소수의 r_i와 저차 보간함수를 적용하는 것이다. 문제에 따라 공간영역의 피보간 함수 변화율의 절대값이 대략 단위 segmentation size $\triangle u$당 15 dB보다 작아서 상대적으로 완만하면 $r \leq 4\triangle u$를 하나의 구간으로 잡고 최고 5차 보간함수를 쓰거나, 그렇지 않은 경우에는 두 개 이상의 구간들로 나눠 소구간에 5차 이하의 보간함수로써 예측할 수 있다.

분할차분 보간법에서는 $P_n(r)$의 계수가 높은 차수의 항일수록 작아지는 특성을 갖는다[5]. 이러한 특성은 다음 절의 수치해석 결과를 통해 잘 살펴볼 수 있다.

Ⅲ. 수치해석 결과

동작 주파수 2.29 GHz일 때 두께 $d = 0.16$ cm, 비유전율 $\varepsilon_r = 2.54$인 접지된 유전체 슬랩상의 r에 대한 Z_{xx}의 계산에 필요한 $P_n(r)$의 각 항들의 계수 f_i를 $f_0^{[1]}$에 의해 정규화시켜 표 1에서 비교하였다. f_i는 식 (10)을 참고문헌[4]의 방법으로써 샘플링 포인트 r_i에 대하여 계산한 값이며 보간함수의 최대차수 $n = 5$이다.

표 1에서 볼 수 있듯이 항의 차수가 높아질수록 계수는 급격히 작아진다. 이러한 특성은 $f_0^{[n]}$의

표 1. 최고차수 5인 분할차분 보간법의 보간함수 $P_n(r)$의 각 항들의 정규화된 계수들의 크기(r = 1.0909 cm)
Table 1. Magnitudes of the normalized coefficients of the terms of order 5(r = 1.0909 cm).

	1차항	2차항	3차항	4차항	5차항
정규화된 계수의 크기	1.0000	2.8390e-1	4.0100e-2	2.9083e-4	1.1404e-4

평균화(averaging or smoothening-out) 효과에 따른 것이며 유한개의 항들만 가지고도 원하는 거리(r)에서의 피보간함수 값을 예측할 수 있게 한다.

그림 1에서는 위에 언급된 구조에 대하여 r의 변화에 따른 Z_{xx}값을 5차, 6차 그리고 7차의 분할차분 보간법으로 계산한 결과와 5차 스플라인형 분할차분법을 이용한 결과를 제시하였고, 이를 참고문헌[4]의 방법으로써 계산한 것과 비교하였다. 이 문제에서는 스플라인 개념 적용을 위해 r의 범위를 두 개의 구간으로 나누고 각 구간마다 5차의 분할차분 보간함수를 사용하였다.

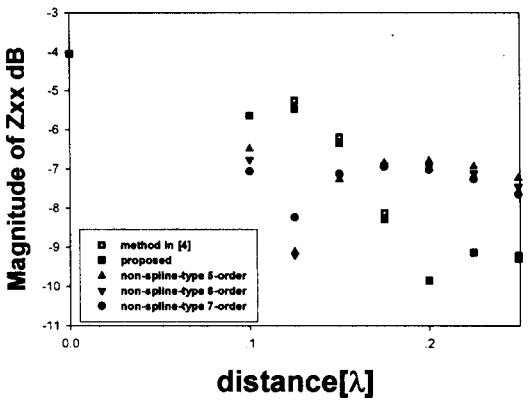


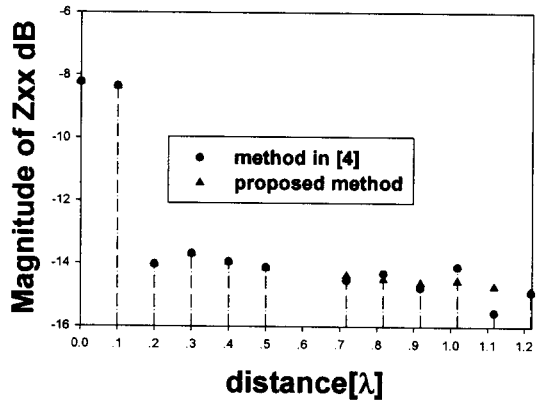
그림 1. 비스플라인형(▲, ●, ▼)과 스플라인형(■) 분할차분 보간법을 이용한 동작 주파수 2.29 GHz, 두께 d = 0.16 cm, 비유전율 ε_r = 2.54인 접지된 유전체 슬랩에 대한 r값 변화에 따른 Z_{xx}의 값

Fig. 1. Magnitude of Z_{xx} on a PEC-backed dielectric slab by 5th, 6th & 7th order non-spline-type(▲, ●, ▼) and 5th order spline-type (■) divided-difference interpolation techniques: frequency = 2.29 GHz, d = 0.16 cm ε_r = 2.54.

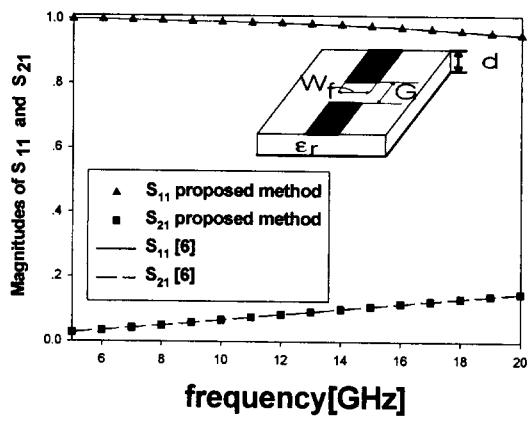
그림 1로부터 특정한 하나의 구간을 두 개로 나눈 스플라인 개념이 적용된 보간기법이 참고문헌상의 결과와 잘 일치함을 알 수 있다. 많은 r을 하나의 구간으로서 사용하는 기존의 보간기법은 보간함수의 차수가 높아진다고 해도 결과가 개선되지 않으며 오히려 더 큰 오차를 발생시킬 수 있다[5].

그림 2에서는 x 방향 스트립의 폭 W_f = 0.635 mm, 갭의 길이 G = 0.508 mm, 슬랩의 두께 d = 0.635 mm, 비유전율 ε_r = 9.9인 마이크로스트립 갭 불연속의 s-parameter의 주파수 특성을 제안된 방법으로 해석하였다. λ는 사용 주파수에 의한 파장이다. 이 회로의 해석에서 n은 5로 선택하였고, $\triangle x = \frac{\lambda}{10}$ 이며 $\triangle r = \frac{\lambda}{5}$ 인 균일 샘플링 기법을 적용하였다. 그림 2(a)는 r에 대한 Z_{xx}값을 [4]의 방법과 균일 간격 샘플링에 의한 스플라인형 분할차분보간법으로써 계산한 결과를 비교한 것이다. 그림 2(b)에서는 참고문헌 [6]의 결과와 제안된 방법에 의한 s-parameter의 값을 비교하였다. 그리고 두 방법에 대한 계산시간을 표 2에서 비교하였다.

그림 2(a)에서 r이 거의 균일한 간격으로 분포하기 때문에, 균일 간격으로 샘플링한 기법의 Z_{xx}의 계산결과는 정확한 값과 거의 일치한다. 5차 분할차분 보간함수의 관점에서 볼 때, Z_{xx}가 급격하게 변하지 않기 때문에 r전체를 두 개의 구간으로 나누고, 각 구간을 다섯 개의 $\triangle r$로 나눠 샘플링 하였다. $\triangle x$로 나눠진 문제영역에 5차 보간함수에 적합하면서 $\triangle x$보다 더 큰 $\triangle r$을 사용하기



(a)



(b)

그림 2. W_f = 0.635 mm, G = 0.508 mm, d = 0.635 mm, ε_r = 9.9의 마이크로스트립 갭 불연속. (a)균일 간격 쌤플링 보간법의 적용, (b)S_{11}과 S_{21}의 크기

Fig. 2. Microstrip gap discontinuity: W_f = 0.635 mm, G = 0.508 mm, d = 0.635 mm, ε_r = 9.9. (a)spline-type divided-difference interpolation technique with uniformly spaced sampling scheme, (b)magnitudes of S_{11} & S_{21}.

표 2. 제안된 방법과 [6]의 방법에 의한 계산시간 비교

Table 2. Comparison of the computational time of the proposed method and the one in [6].

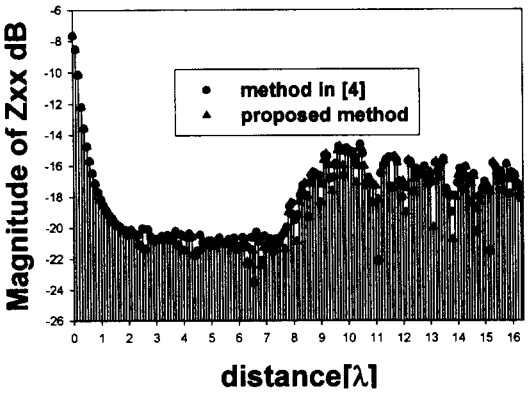
	계산 시간
[6]의 방법	3.7620×10^3 초
제안된 방법	1.6080×10^3 초

때문에 필요한 연산의 양은 줄어들게 된다. 그림 2(b)는 두 방법에 의한 반사계수 S_{11}과 전달계수 S_{21}의 계산 결과로서 매우 잘 일치함을 보이고 있다. 표 2를 통해 제안된 방법이 [6]의 방법에 의한 계산시간을 약 0.5배 정도로 줄인다는 것을 알 수 있다.

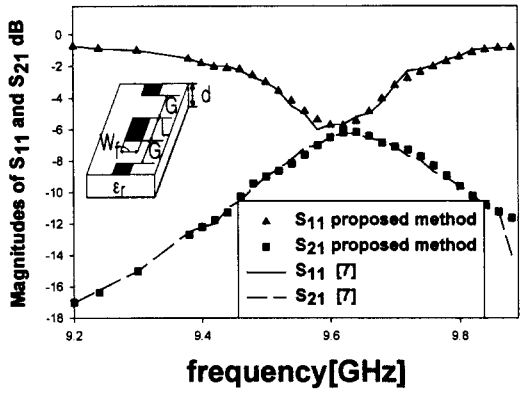
그림 3에서는 x방향 스트립의 폭 W_f = 2.30 mm, 갭의 길이 G = 0.3 mm, 슬랩의 두께 d = 0.7874 mm, 중간에 위치한 스트립의 길이 L = 10 mm 그리고 비유전율 ε_r = 2.33의 마이크로스트립 여파기의 s-parameter의 주파수 특성을 제안된 방법으로 해석하였다. λ는 사용 주파수에 의한 파장이다. 이 회로의 해석에서 n은 5로 선택하였고, $\triangle x = \frac{\lambda}{10}$ 이며 $\triangle r = \frac{\lambda}{5}$인 균일 쌤플링 기법을 적용하였다. 두 개의 포트(port)와 중앙의 스트립을 각각 최소 54개의 기저함수들로써 전개를 하였다. 따라서 r은 162개 이상이 된다. r전체를 17개의 구간으로 나누고, 각 구간을 다섯 개의 $\triangle r$로 나눠 쌤플링 하였다. 그림 3(a)는 r에 대한 Z_{xx}를 [4]의 방법과 균일 간격 쌤플링에 의한 스플라인형 분할차분 보간법으로써 계산한 결과를 비교한 것이다. 그림 3(b)에서는 참고문헌 [7]의 결과와 제안된 방법에 의한 s-parameter 값을 비교하였다. 그리고 두 방법에 대한 계산시간을 표 3에서 비교하였다.

그림 3(a)에서 r이 거의 균일한 간격으로 분포하기 때문에, 균일 간격으로 쌤플링한 기법의 Z_{xx}의 계산결과는 정확한 값과 거의 일치한다. 그림 3(b)는 두 방법에 의한 반사계수 S_{11}과 전달계수 S_{21}의 계산 결과로서 매우 잘 일치함을 보이고 있다. 표 3을 통해 제안된 방법이 [7]의 방법에 의한 계산시간을 약 20 % 정도 단축시킴을 알 수 있다.

그림 4는 동작 주파수가 2.29 GHz 일 때 d =



(a)



(b)

그림 3. W_f = 2.30 mm, G = 0.3 mm, d = 0.7874 mm, L = 10 mm, ε_r = 2.33의 마이크로스트립 여파기. (a)균일 간격 샘플링 보간법의 적용, (b)S_{11}과 S_{21}의 크기

Fig. 3. Microstrip filter: W_f = 2.30 mm, G = 0.3 mm, d = 0.7874 mm, L = 10 mm, ε_r = 2.33. (a)spline-type divided-difference interpolation technique with uniformly spaced sampling scheme, (b)magnitudes of S_{11} & S_{21}.

표 3. 제안된 방법과 [7]의 방법에 의한 계산시간 비교

Table 3. Comparison of the computational time of the proposed method and the one in [7].

	계산 시간
[7]의 방법	2.0595×10^4 초
제안된 방법	1.7443×10^4 초

표 4. 제안된 방법과 [4]의 방법에 의한 계산시간 비교

Table 4. Comparison of the computational time of the proposed method and the one in [4].

	계산 시간
[4]의 방법	4.0221×10^3 초
제안된 방법	2.1593×10^3 초

0.16 cm, ε_r = 2.54인 접지된 유전체 슬랩위의 6.55 cm×6.55 cm의 정사각형 패치에 대한 Z_{xx}를 계산하였다. 단, λ는 사용 주파수에 의한 파장이다. $\triangle x = \triangle y = \frac{\lambda}{10}$로 선택하였고, r전체를 첫

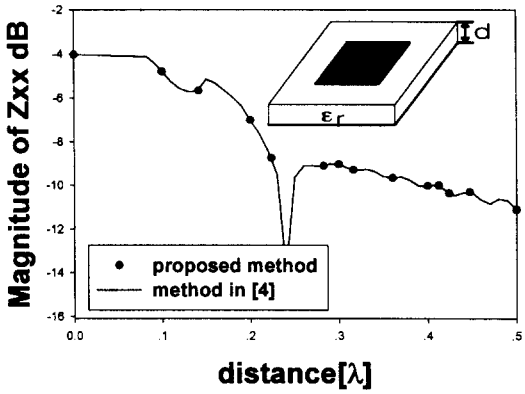
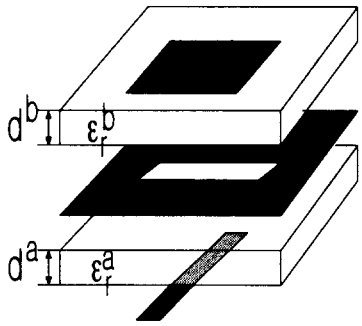
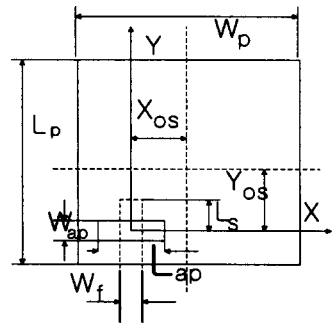


그림 4. 스플라인형 분할차분법을 이용한 동작주파수 2.29 GHz, d = 0.16 cm, ε_r = 2.54인 접지된 유전체 슬랩위의 6.55 cm × 6.55 cm의 정사각형 패치에 대한 Z_{xx}(비균일 간격 샘플링)

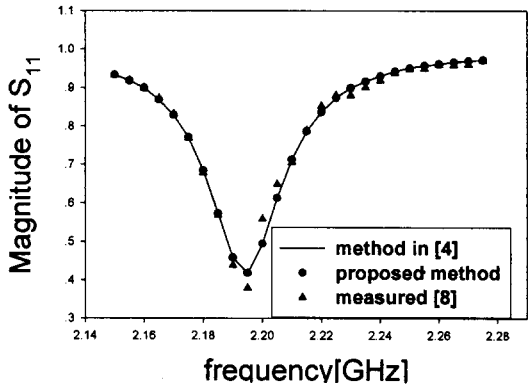
Fig. 4. Magnitude of Z_{xx} by spline-type divided-difference interpolation technique with non-uniformly spaced sampling scheme: frequency = 2.29 GHz, d = 0.16 cm, ε_r = 2.54, a 6.55 cm × 6.55 cm square patch on a PEC-backed dielectric slab.



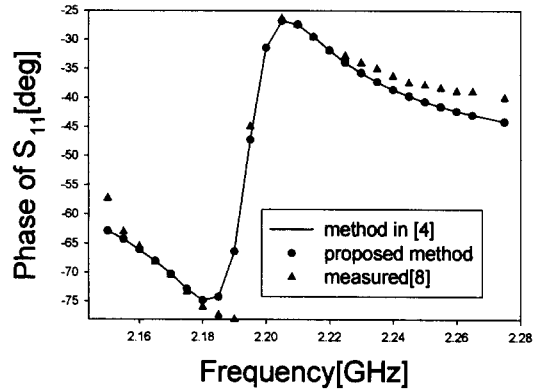
(a)



(b)



(c)



(d)

그림 5. [8]의 구조와 동일. (a)&(b)개구 결합 마이크로스트립 안테나, 비균일 간격 쌤플링 보간법의 결과, (c)S_{11}의 크기 (d)S_{11}의 위상

Fig. 5. Geometric parameters in [8], (a)&(b)aperture coupled microstrip antenna, spline-type divided-difference interpolation technique with non-uniformly spaced sampling scheme, (c)magnitude of S_{11},(d)phase of S_{11}.

표 5. 제안된 방법과 [4]의 방법에 의한 계산시간 비교

Table 5. Comparison of the computational time of the proposed method and the one in [4].

	계산 시간
[4]의 방법	2.5423×10^4 초
제안된 방법	1.9320×10^4 초

구간을 $0 \le r \le \triangle x$, 두 번째를 $\triangle x \le r \le 4\triangle x$, 마지막 구간 $4\triangle x \le r \le 8\triangle x$의 세개의 구간으로 나누어, 각각 두 개, 다섯 개, 두 개의 $\triangle x$로 나눠 비균일 간격 쌤플링을 하였다. 비균일 간격기법이므로 $\triangle r$이 아닌 $\triangle x$ 개념을 기준으로 r의 구간을 나누었다. 그리고 세 구간에 대해 n은 2, 5, 2로 선택하였다. 표 4에서는 [4]의 방법과 제안된 방법에 의해 임피던스 행렬을 계산하는데 소요된 시간을 비교하였다.

비균일 간격 쌤플링 기법으로써 얻은 결과가 참고문헌[4]에 의해 계산된 값에 매우 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 표 4의 비교로부터, 비균일 간격 쌤플링 방식의 분할차분 보간기법의 계산시간

이 [4]의 방법의 $\frac{1}{2}$ 정도가 됨을 알 수 있다.

그림 5에서는 $L_s = 0.8$ cm일 때 참고문헌 [8]에 주어진 것과 동일한 규격을 갖는 개구 결합 마이크로스트립 안테나의 s-parameter의 주파수 특성을 [4]의 방법과 제안된 방법으로 해석하고 [8]의 측정결과와 비교하였다. 급전선과 개구면에 대하여 균일 샘플링 기법을 사용하고, 패치에 대하여 비균일 샘플링 기법을 사용하였다. 11개의 지붕 기저함수로 전개되는 급전선에서는 r전체를 $0 \le r \le 2\triangle x$인 구간과 $2\triangle x \le r \le 4\triangle x$인 구간으로 나누고, 각 구간을 모두 다섯 개의 $\triangle x$로 나누는 균일 간격 샘플링 기법을 사용하였다. 그리고 두 구간 모두 n은 5이다. 6개의 지붕 기저함수로 전개되는 개구면에서는 r전체를 $0 \le r \le 3\triangle x$이고 $n=5$인 한 개의 구간으로 만들고, 이 구간을 다섯 개의 $\triangle x$로 나누는 균일 간격 샘플링 방법을 사용하였다. 패치 구조는 $0 \le r \le \triangle x$에서는 두 개, $\triangle x \le r \le 10\triangle x$에서는 15개, $10\triangle x \le r \le 12\triangle x$에서는 두개의 구간을 이용하는 비균일 간격 샘플링 방법을 사용하였다. 역시 비균일 간격기법이므로 $\triangle r$이 아닌 $\triangle x$개념을 기준으로 r의 구간을 나누었다. 각 구간마다 n은 5로 선택하였다. 그림 2, 3, 4의 문제와는 달리, 이 구조에는 추가적으로 고려되어야할 다이애딕 그린함수들이 있다. 전기 다이폴이 자계를 생성하는 관계, 자기 다이폴이 전계를 생성하는 관계, 자기 다이폴이 자계를 생성하는 관계가 그것이다. 앞의 두 가지 그린함수들은, 보간법 적용이전에 고속 파수 영역 적분의 앨거리듬만으로 효율적으로 계산되기 때문에 실질적으로 보간법의 사용이 필요하지 않았다. 세 번째 그린함수의 계산은 Z_{xx}에 적용된 방법으로 쉽게 계산이 가능하다. 그림 5(a)와 5(b)는 개구 결합 마이크로스트립 안테나의 구조를 나타내고, 그림 5(c)와 5(d)에서는 S_{11}의 크기와 위상을 계산하여 참고문헌상의 계산치 및 측정치와 비교하였다. 그리고 두 방법에 대한 계산시간을 표 5에서 비교하였다.

그림 5(c)와 5(d)로부터 두 가지 방법에 의한 계산 결과와 측정치는 잘 일치함을 알 수 있다. 또 제안된 방법의 계산시간이 [4]의 방법보다 약 20 % 이상 향상된 것을 알 수 있다.

위에서 적용된 예제들의 해석을 통해 다음의 사실을 확인할 수 있었다. 해석 대상을 위한 임피던스 행렬의 요소 계산에 요구되는 r의 분포에만 국한된 그린함수의 변화율에 대하여 최고 5차 보간함수만으로도 안전하게 예측할 수 있었다. 즉 5차 보간함수로써 $\triangle x$의 정수배 사이의 r상의 함수값을 보간할 수 있었다. 그리고 다음의 샘플링 점의 최대 개수에 대한 대략적인 기준을 스플라인형 분할차분 보간법의 적용시 이용할 수 있었다. 샘플링 점 r_i최대 개수는, 균일간격 기법의 사용이 용이한 구조에서는 $\triangle x$의 총개수의 약 $\frac{2}{3}$이고, 비균일 간격 기법의 사용이 용이한 구조에서는 대략 $\frac{\sqrt{(p-1)^2+(q-1)^2}}{4}$ 이다.

Ⅳ. 결 론

MoM 행렬 요소의 계산이 본 논문에서 제안된 참고문헌[4]의 방법과 결합된 스플라인형 분할차분 보간법에 의해 가속화 될 수 있음이 확인되었다. 이 방법의 수치 해석적 효율성의 개선은 스플라인 보간법과 결합된 분할차분 보간함수는 단지 몇 개의 항만으로도 피보간함수 혹은 non-closed form함수를 정확하게 표현할 수 있으며, 참고문헌[4]의 방법이 각 샘플링 점에서의 계산시간을 단축시켜 주기 때문이다.

또한 다양한 해석대상 구조물에 대한 수치해석 결과를 통해 볼 수 있듯이 기존의 참고문헌상에 제시된 이론치 또는 측정치와 매우 잘 일치한다. 제안된 방법은 심한 진동(oscillation) 특성을 나타내는 적분핵함수로 표시되는 전자파 문제 해석으

로의 확장을 위해 지속적으로 연구될 것이다.

참 고 문 헌

[1] Chow, Y. L. et al, "Closed Spatial Green's function for the Thick Substrate," *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, vol. MTT-39, pp. 588-592, Mar. 1991.

[2] Fang, D. G. et al, "Discrete Image Theory for Horizontal Electric Dipoles in a Multilayered Medium," *Proc. IEE*, vol. 135, Pt. Oct. 1991.

[3] Itoh, T, *Numerical Techniques for Microwave and Milimeter-wave Passive Structures*, New York: John Wiley & Sons, 1989.

[4] Park, S.-O. et al, "Analytical Evaluation of the Asymptotic Impedance Matrix of a Grounded Dielectric Slab with Roof-Top Functions," *IEEE Trans. Antennas and Propagat.*, vol. AP-46, pp. 251-259, Feb. 1998.

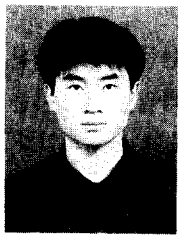
[5] Maron, M. J. et al, *Numerical Analysis: a Practical Approach*, Belmont, California: Wadsworth Publishing Company, pp. 271-335, 1991.

[6] Jackson, R. W. et al, "Full-Wave Analysis of Microstrip Open-End and Gap Discontinuities," *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, vol. MTT-33, pp. 1036-1042, Oct. 1985.

[7] Gothelf, U. V. et al, "Full-Wave Analysis of a Two Slot Microstrip Filter Using a New Algorithm for Computation of the Spectral integrals," *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, vol. MTT-41, pp. 101-108, Jan. 1993.

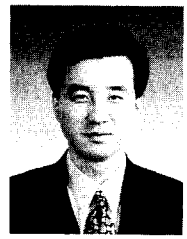
[8] Sullivan, P. L. et al, "Analysis of an Aperture Coupled Microstrip Antenna," *IEEE Trans. Antennas and Propagat.*, vol. AP-34, pp. 977-984, Feb. 1986.

강 승 택



1994년: 경북대 전자공학과(공학사)
1996년: 경북대 전자공학과 대학원 (공학석사)
1996년~현재: 한양대 전자통신공학과 대학원 박사과정, 한양대 산업과학연구소 연구원
[주 관심분야] 전자파 수치해석/응용 및 마이크로파 공학

최 재 훈



1980년: 한양대 전자공학과(공학사)
1986년: 미국 Ohio State University 전기공학과(공학석사)
1989년: 미국 Ohio State University 전기공학과(공학박사)
1989년~1991년: 미국 Arizona State University 연구교수
1991년~1995년: 한국통신 위성사업본부 연구팀장
1995년~1999년: 한양대 전기전자공학부 부교수
[주 관심분야] 이동통신 및 위성통신, 안테나 설계 및 분석, 마이크로파 수동소자 설계, 전파전파 모델링