

임의 유전체 경계면의 FDTD 모델링을 위한 새로운 적합법

A Novel Conformal FDTD Method for Modeling Arbitrary Dielectric Surfaces

이재용 · 명노훈

Jae-Yong Lee · Noh-Hoon Myung

요 약

임의 유전체 경계면을 FDTD(finite-difference time-domain) 해석할 경우 계단 근사 방법이나 유효 유전율 방법 등의 적합법이 널리 사용된다. 그러나 계단 근사 방법은 부정확하고 유효 유전율 방법은 주파수 분산 매질과 같은 다양한 종류의 매질에 적용하기 어려운 단점이 있다. 본 논문에서는 임의 유전체 경계면의 해석을 위한 새로운 적합법을 소개하였다. 이러한 다양한 종류의 경계면은 불균일하게 분포된 FDTD 셀들을 만든다. 임의 유전체가 불균일하게 분포된 FDTD 셀을 매질 경계면과 전개(자계) 방향이 수직과 수평으로 균일하게 분포된 두 가지 종류의 셀 조합으로 간주하여 셀 내부의 전개(자계)를 해석하는 새로운 적합법을 제시하였다. 제시된 방법을 FDTD 정규 격자 구조에 대해서 비스듬히 놓여진 2차원 구형 유전체 실린더와 페라이트 실린더의 해석에 적용하여, 본 논문의 방법이 간단하면서도 정확한 해를 얻을 수 있음을 보였다.

Abstract

Conformal methods such as staircase approximation and effective medium theory have been used to model arbitrary dielectric surfaces in Cartesian FDTD(finite-difference time-domain) grids. However, the staircase approximation doesn't guarantee accurate results and the effective medium theory cannot be applied for frequency dispersive medium. In this paper, a simple conformal method is introduced for analyzing arbitrary dielectric surfaces. These arbitrarily shaped dielectric surfaces make nonuniformly filled FDTD cells. E(H)-field in a nonuniformly filled FDTD cell is calculated by considering the cell as the combination of two kinds of uniformly filled cells whose material boundaries are normal and parallel to the E(H)-field in the cell. TM scattering from a rotated 2-D dielectric and a ferrite square cylinder is analyzed to show the accuracy of the proposed method.

I. 서 론

계단 근사 방법을 이용하여 곡면을 가지는 임의 유전체를 FDTD 해석할 경우 FDTD 격자의 크기

를 작게 하지 않으면 정확한 결과를 얻을 수 없을 뿐만 아니라 가상해를 얻을 수도 있다^[1]. 따라서 계단 근사 방법의 단점을 개선하기 위한 다양한 적합법이 소개되었는데, 경계면을 포함하는 FDTD 셀에 Faraday 법칙과 Ampere 법칙을 적용하는

한국과학기술원 전기 및 전자공학과(Dept. of Electrical Engineering, KAIST)

· 논문 번호 : 980910-086

· 수정완료일자 : 1999년 2월 26일

contour path FDTD (CPFDTD) 방법이 소개되어 비교적 정확한 계산을 할 수 있다^[2]. 그러나 이 방법은 불안정하기 때문에 최근에 이 방법을 개선한 새로운 방법이 소개되고 있다^[3]. 또 다른 방법으로서는 매질의 경계면 형태에 맞추어 격자 구조 자체를 변형시킨 FDTD 방법과 일반적인 사각형 격자 구조의 FDTD 방법을 동시에 사용하는 overlapping grid FDTD (OGFDTD) 방법이 소개되었다^[4]. 이 방법은 매질 경계면에서는 경계면의 형태에 따라 변형된 격자 구조의 FDTD 방법을 적용하고, 나머지 부분에서는 일반적인 FDTD 방법을 적용하는 방법이다. 따라서, FDTD 격자 구조와 매질 경계면이 항상 일치하기 때문에 특별한 적합법이 필요하지 않게 되고, CPFDTD 방법보다 정확한 해석을 할 수 있는 장점이 있다. 그러나, 두 격자 구조 사이의 전계와 자계를 interpolation해야 하는 문제가 발생하고 계산도 까다로워진다. 최근에는 계산 방법이 간단하면서도 정확한 계산이 가능할 뿐만 아니라 안정적인 LCFDTD (locally conformal FDTD) 방법이 소개되어 사용되고 있다^[5].

상기한 다양한 방법들은 주로 곡면을 가지는 도체 경계면에 대한 적합법들인 반면에, 곡면을 가지는 유전체에 대한 적합법의 개발은 활발하게 진행되지 못하였다. 최근 들어 곡면을 가지는 유전체 경계면 해석에 유효 유전율을 이용하는 방법이 소개되었는데^[6], 이 방법은 finite-volume time-domain (FVTD) 방법을 응용한 방법으로서 FDTD 셀 내부에서의 평균 전속으로부터 그 셀의 유효 유전율을 구하여 FDTD 계산에 적용하는 방법이다. 이 방법은 유전체가 셀에 균일하게 채워져 있는 경우 뿐만 아니라 불균일하게 임의로 채워져 있는 경우에도 간단한 적분식을 이용한 유효 유전율 계산으로 쉽게 FDTD 계산이 가능하며, 추가로 메모리나 계산 시간이 필요하지 않다는 장점이 있다. 하지만 이 방법은 단순한 상수 유전율을 갖는 매질 외에는 적용하기 힘들다. 즉, 페라이트와 같이 매질이 주파수 분산 특성을 갖는 경우에는 유효 유전율을

구하기 위한 계산식 자체가 복잡해지고 유효 유전율을 또한 주파수와 기하학적 모양의 복잡한 함수가 되기 때문에 이 방법을 적용하기란 사실상 불가능하다.

본 논문에서는 곡면이나 모서리를 가지는 유전체로 인한 불균일분포 FDTD 셀을 매질 경계면과 전계(자계) 방향이 수직과 수평으로 균일하게 분포된 두 가지 종류의 셀 조합으로 간주하여 셀 내부의 전계(자계)를 수직과 수평 전계(자계)에 적절한 가중치를 곱한 조합식으로 해석하는 적합법을 제시하였다. 본 논문에서 제시된 방법의 정확성을 검증하기 위하여 2차원 구형 유전체 실린더 및 주파수 분산 매질로서 구형 페라이트 실린더가 FDTD 격자 구조에 임의의 각도로 놓여 있는 경우와 FDTD 격자 구조와 일치하는 경우에 대하여 실린더 내부의 전계를 비교하였다. 본 논문에 제시된 방법은 상수 유전율과 투자율을 갖는 매질뿐만 아니라 주파수 분산 매질의 경우에도 쉽게 적용할 수 있으며, 계산이 간단하고 정확하다는 장점이 있다.

II. 이론 전개

FDTD방법을 이용하여 주파수 분산 특성을 가지는 매질을 해석할 경우 auxiliary differential equation (ADE) 방법을 이용하여 정확하게 계산할 수 있다^[7]. ADE 방법은 FDTD 계산식을 이용하여 매질의 특성에 관계없이 전속이나 자속을 구한 후, 매질 특성 관계식을 추가로 이용하여 전계와 자계를 구하는 방법이다. 만일, 주파수 분산 매질이 페라이트라면 다음과 같은 방정식을 이용하여 계산할 수 있다^[8].

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon_1} \nabla \times \mathbf{H} \quad (2)$$

$$\mathbf{B} = \mu_1(\omega) \mathbf{H} = \mu_0 \left(1 + \frac{K}{1 + j \frac{f}{f_r}} \right) \mathbf{H} \quad (3)$$

여기서 ϵ_1 과 μ_1 은 각각 페라이트의 유전율과 투자율이고, K 는 초투자율, f_r 은 완화주파수이다. 위 식 (1)~(3)을 이용하여 페라이트 매질을 해석하려면 우선, 페라이트의 유전율은 주파수 분산 특성을 갖지 않기 때문에 식 (1)과 (2)의 차분식을 이용하여 자속과 전계를 구한다. 다음으로 추가로 사용된 자속과 자계의 관계를 나타내는 식 (3)을 이용하여 자계를 구한다. 이때 식 (3)은 주파수 영역의 방정식이기 때문에 역 Fourier 변환을 적용하여 시간영역의 미분식으로 바꾼 후, 다음과 같이 차분식으로 만들어 적용한다.

$$\begin{aligned} \mathbf{H} |^{n+1/2} &= \frac{\Delta t + 2\tau}{2\tau + (K+1)\Delta t} \frac{\mathbf{B} |^{n+1/2}}{\mu_0} \\ &+ \frac{\Delta t - 2\tau}{2\tau + (K+1)\Delta t} \frac{\mathbf{B} |^{n-1/2}}{\mu_0} \\ &+ \frac{2\tau - (K+1)\Delta t}{2\tau + (K+1)\Delta t} \mathbf{H} |^{n-1/2} \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 $\tau = 1/(2\pi f_r)$, 첨자 n 은 해당 전자계 값이 $n\Delta t$ 에서 샘플링 되었음을 의미한다.

매질이 FDTD 셀에 균일하게 분포하는 경우는 그림 1과 같이 매질의 경계면이 전계나 자계의 방향에 수직인 경우와 수평인 두 가지 경우가 있다. 그림 1(a)와 같이 매질의 경계면이 자계에 수직인

경우, 경계면에서 자계는 불연속이지만 자속은 연속인 경계 조건을 이용하여 셀 내부의 평균 자계를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_N = v_0 \mathbf{H}_0 + v_1 \mathbf{H}_1 \quad (5)$$

$$\mathbf{H}_0 = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} \quad (6)$$

$$\mathbf{H}_1 = \frac{\mathbf{B}}{\mu_1} \quad (7)$$

여기서 \mathbf{H}_N 은 수직 자계로 정의되며, \mathbf{H}_0 과 \mathbf{H}_1 은 각각 자유공간과 페라이트 부분에서의 자계를 의미한다. 또한, v_0 과 v_1 는 셀에서 자유공간과 페라이트 부분의 정규화 면적을 의미하고 $v_0 + v_1 = 1$ 이다. 식 (7)의 투자율 μ_1 은 주파수 함수이므로 식 (4)와 같은 차분식을 이용하여 \mathbf{H}_1 을 계산할 수 있다.

그림 1(b)와 같이 매질의 경계면이 자계에 수평인 경우, 경계면에서 자계는 연속이지만 자속은 불연속인 경계 조건을 이용하여 셀 내부의 평균 자계를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{H} = \mathbf{H}_P &= \frac{\mathbf{B}}{v_0\mu_0 + v_1\mu_1} \\ &= \frac{\mathbf{B}}{\mu_0 + v_1(\mu_1 - \mu_0)} \end{aligned} \quad (8)$$

여기서 \mathbf{H}_P 는 수평 자계로 정의된다. 식 (8)

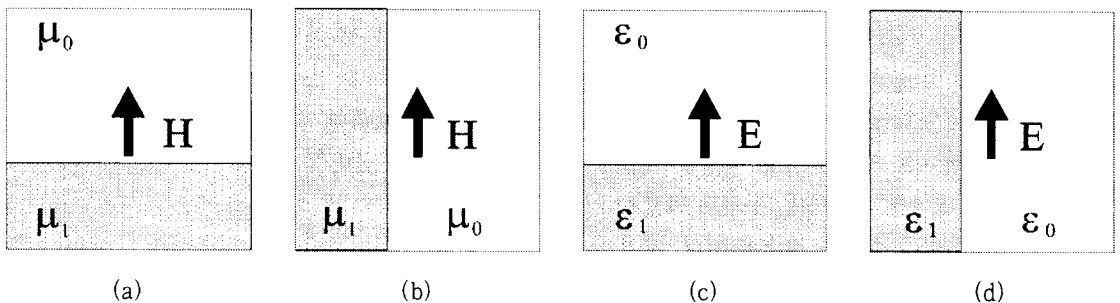


그림 1. 매질이 균일하게 분포하는 FDTD 셀 구조
Fig. 1. Uniformly filled FDTD cells with dielectric material.

은 복잡한 주파수 함수이므로 역 Fourier 변환 후, 차분식으로 만들면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_P|^{n+1/2} &= \frac{\Delta t + 2\tau}{2\tau + (v_1 K + 1)\Delta t} \frac{\mathbf{B}}{\mu_0}|^{n+1/2} \\ &+ \frac{\Delta t - 2\tau}{2\tau + (v_1 K + 1)\Delta t} \frac{\mathbf{B}}{\mu_0}|^{n-1/2} \\ &+ \frac{2\tau - (v_1 K + 1)\Delta t}{2\tau + (v_1 K + 1)\Delta t} \mathbf{H}_P|^{n-1/2} \end{aligned} \quad (9)$$

다음으로, 그림 1(c), 1(d)와 같이 매질의 경계면이 전계에 수직과 수평인 경우, 셀 내부의 평균 전계는 자계와 마찬가지로 식 (5)~(9)을 적용하여 계산할 수 있다. 이와 같이 셀에 매질이 균일하게 분포하는 경우의 전계와 자계에 대한 계산 방법은 적당한 경계조건을 이용하여 쉽게 구할 수 있다.

그러나, 그림 2와 같이 매질이 셀에 불균일하게 분포하는 경우가 더 일반적인데, 이 경우 셀 내부의 매질 경계면이 전계와 자계의 방향에 비스듬하게 위치하거나 복잡하게 위치하기 때문에 식 (5)~(9)의 단순한 계산을 적용할 수 없게 된다. 본 논문에서는 불균일하게 분포된 셀을 그림 3과 같이 매질 경계면과 전계(자계) 방향이 수직과 수평으로 균일하게 분포된 두 가지 종류의 셀 조합으로 모델링하였다. 즉, 불균일하게 분포하는 셀의 전계(자계)는 식 (5)의 수직 전계(자계)와 식 (8)의 수평 전계(자계)에 적절한 가중치를 곱해서 다음과 같은 조합식으로 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{E} = C_N \mathbf{E}_N + C_P \mathbf{E}_P \quad (10)$$

$$\mathbf{H} = C_N \mathbf{H}_N + C_P \mathbf{H}_P \quad (11)$$

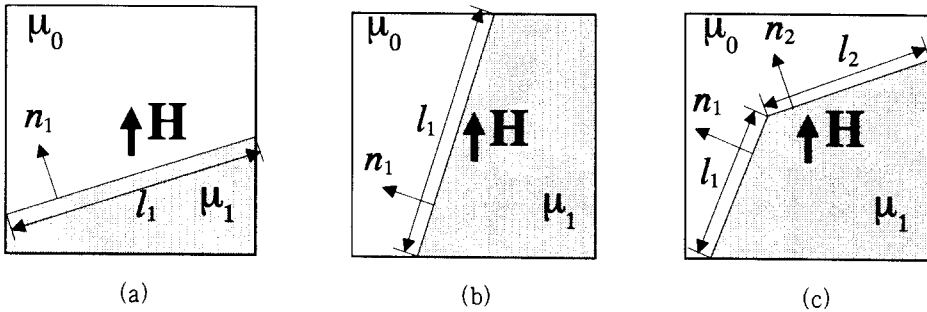


그림 2. 매질이 불균일하게 분포하는 FDTD 셀 구조

Fig. 2. Nonuniformly filled FDTD cells with dielectric material.

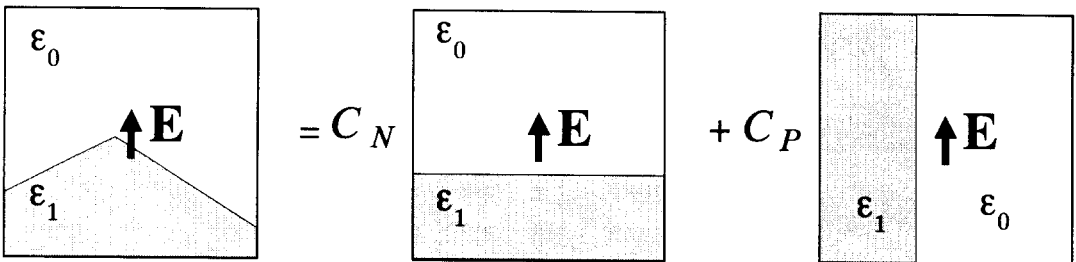


그림 3. 불균일하게 분포하는 FDTD 셀 내부의 전계 계산

Fig. 3. E-field calculation in a nonuniformly filled FDTD cell.

여기서 \mathbf{E}_N 과 \mathbf{E}_P 는 각각 전계의 방향이 매질의 경계면과 수직인 경우와 수평인 경우의 평균 전계를 의미하고, 수직 전계와 수평 전계로 정의된다. C_N, C_P 는 경계면과 전계 및 자계의 방향에 따라 달라지는 가중치로서 둘 다 양수이며 $C_N + C_P = 1$ 이고, 다음과 같은 식을 이용하여 구할 수 있다.

$$C_N = \left(\frac{\sum_i l_i |\hat{\mathbf{n}}_i \cdot \hat{\mathbf{e}}|}{\sum_i l_i} \right)^m \quad \text{혹은}$$

$$C_N = \left(\frac{\sum_i l_i |\hat{\mathbf{n}}_i \cdot \hat{\mathbf{h}}|}{\sum_i l_i} \right)^m \quad (12)$$

$$C_P = 1.0 - C_N \quad (13)$$

여기서 $\hat{\mathbf{e}}$ 과 $\hat{\mathbf{h}}$ 는 전계와 자계의 단위 벡터, l_i 는 i 번째 경계면의 길이, $\hat{\mathbf{n}}_i$ 는 i 번째 경계면의 법선 벡터를 나타낸다. m 은 매질 경계면의 기울기에 따라 C_N 과 C_P 의 경향을 결정하는 임의 상수로서 경험적으로 5.0 정도의 값을 가진다.

만약 임의의 매질이 주파수 분산 매질이 아닌 상수의 유전율과 투자율을 갖는 매질이라면 식 (5)~(9)와 같이 자속을 사용하지 않고 식 (5)~(11)을 정리하여 다음과 같이 유효 유전율과 유효 투자율을 계산한 후, 간단하게 FDTD 계산에 적용할 수 있다.

$$\epsilon_{eff} = \left[C_N \left(\frac{v_0}{\epsilon_0} + \frac{v_1}{\epsilon_1} \right) + \frac{C_P}{v_0 \epsilon_0 + v_1 \epsilon_1} \right]^{-1} \quad (14)$$

$$\mu_{eff} = \left[C_N \left(\frac{v_0}{\mu_0} + \frac{v_1}{\mu_1} \right) + \frac{C_P}{v_0 \mu_0 + v_1 \mu_1} \right]^{-1} \quad (15)$$

III. 수치 결과

본 논문에서 제시된 방법을 이용하여 그림 4와 같이 2차원 TMz 모드를 갖는 Gaussian 펄스파가 입사하는 경우의 구형 유전체 실린더를 해석하였다. 유전체 실린더를 그림 4(a)와 같이 FDTD 격자 구조에 잘 어울리게 배치하면 특별한 방법의

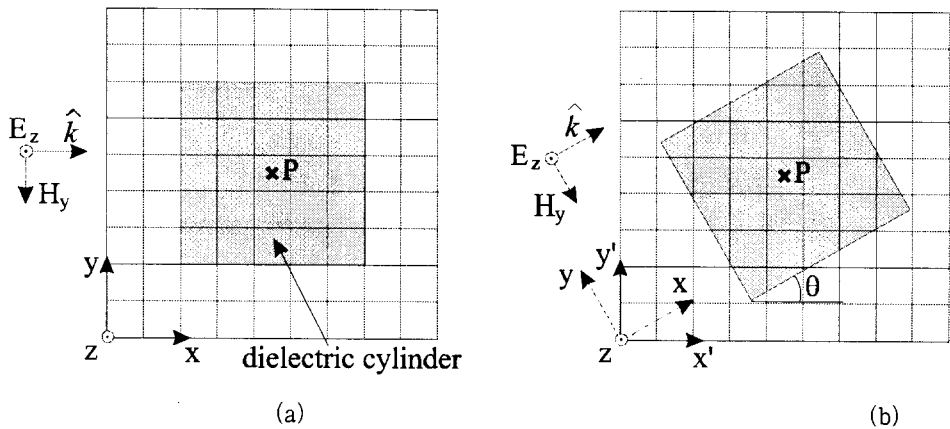


그림 4. 2-D 구형 유전체 실린더와 FDTD 격자 구조

(a) 구형 유전체 실린더의 참조해와 FDTD 격자 구조

(b) 비스듬히 놓여진 구형 유전체 실린더의 FDTD 해석

Fig. 4. 2-D square dielectric cylinder and FDTD grid structure.

(a) Reference solution of a dielectric square cylinder and FDTD grids.

(b) FDTD analysis of a rotated dielectric square cylinder.

필요 없이 유전체 실린더를 FDTD 해석할 수 있으므로 이 경우의 FDTD 계산 결과를 참고해라고 정의하면, 그림 4(b)와 같이 유전체 실린더와 입사파의 방향이 격자 구조에 동일한 각도로 비스듬하게 위치하는 경우, 전계와 자계는 참고해와 동일해야 한다.

임의의 상수 유전율($\epsilon_r=10.0$)과 투자율($\mu_r=10.0$)을 가진 $14\text{ mm} \times 14\text{ mm}$ 크기의 구형 유전체 실린더가 그림 4(b)와 같이 FDTD 격자 구조에 각도 45° 만큼 회전한 경우를 해석하여, 실린더 중심점 P에서의 전계를 참고해와 비교하면 그림 5와 같다. 이 때 FDTD 격자의 크기를 1 mm , 시간 스텝은 2.2 ps 로 하였다. 그림 5에서 알 수 있듯이 본 논문에서 제시한 방법은 m 값이 5.0 정도이면 완전해와 거의 일치한다. 계단 근사를 할 경우 유전체 실린더의 크기가 계단 근사로 인하여 실제의 경우와 어느 정도 달라지게 되고 계단 근사 된 경계면에서 표면파가 발생하기 때문에 완전해와 많은 차이가 발생한다.^[9]

다음으로, 주파수 분산 매질로서 $14\text{ mm} \times 14\text{ mm}$ 크기의 구형 페라이트 실린더가 FDTD 격자 구조에 각도 30° 만큼 회전한 경우를 해석하여 점 P에서 자계를 비교하면 그림 6과 같다. 그림 5의

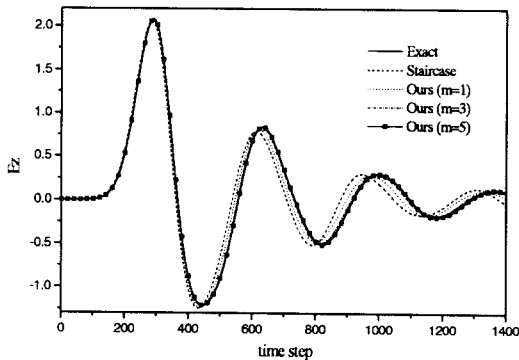


그림 5. 45° 기울어진 구형 유전체 실린더 중심점에서의 전계 응답

Fig. 5. E -field at the center point of a dielectric square cylinder rotated by 45° .

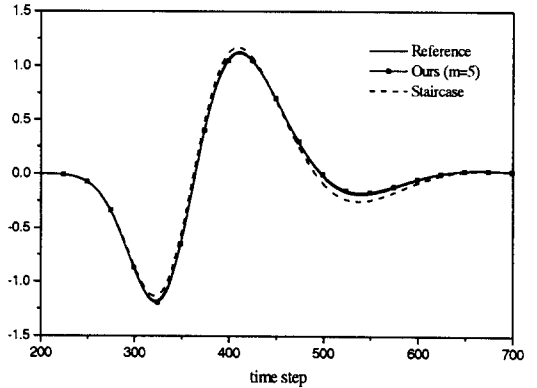


그림 6. 30° 기울어진 구형 페라이트 실린더 중심점에서의 자계 응답

Fig. 6. H -field at the center point of a ferrite square cylinder rotated by 30°

경우와 마찬가지로 m 값은 5.0으로 하고 FDTD 격자의 크기는 1 mm , 시간 스텝은 1.6 ps 로 하였다. 사용된 페라이트의 물성은 $\epsilon_r=12.5$, $K=1071$, $f=6.3\text{ MHz}$ 로서 격자형 페라이트 전파 흡수체의 물성과 동일하다^[8]. 그림 5와 그림 6에서 알 수 있듯이 본 논문에 제시된 방법은 임의 유전체와 주파수 분산 매질 등 다양한 매질의 종류에 사용할 수 있으며, 높은 정확성을 가지고 계산 방법이 간단함을 알 수 있다.

IV. 결론

곡면을 가지는 유전체 및 주파수 분산 매질 등 다양한 종류의 매질 경계면 해석에 필요한 적합법을 제시하였다. 매질이 불균일하게 분포하는 FDTD의 전계(자계)는 수직과 수평 전계(자계)에 적절한 가중치를 곱한 조합식으로 해석할 수 있다. 본 논문에 제시된 방법은 주파수 분산 매질을 포함한 다양한 종류의 매질에 적용이 가능하며 높은 정확성을 갖는다. 또한 계산이 간단하기 때문에 계산 시간과 메모리 사용에 부담을 주지 않는 장점이 있다.

참 고 문 헌

- [1] K. S. Yee, "Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 14, pp. 302-307, May, 1966.
- [2] T. G. Jurgens, A. Taflove, K. Umashankar, and T. G. Moore, "Finite-difference time-domain modeling of curved surfaces," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 40, pp. 357-369, Apr. 1992.
- [3] C. J. Railton, I. J. Craddock, and J. B. Schneider, "Improved locally distorted CPFDTD algorithm with provable stability," *Electronics Letters*, vol. 31, pp. 1585-1586, Aug. 1995.
- [4] K. S. Yee, J. S. Chen, and A. H. Chang, "Conformal finite-difference time-domain(FDTD) with overlapping grids," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 40, pp. 1068-1075, Sep. 1992.
- [5] S. Dey and R. Mittra, "A locally conformal finite difference time domain(FDTD) algorithm for modeling 3-D objects with curved surfaces," in *IEEE Trans. Antennas Propagat. Soc. Int. Symp.*, vol. 4, Montreal, Canada, pp. 2172-2175, 1997.
- [6] N. Kaneda, B. Houshmand, and T. Itoh, "FDTD analysis of dielectric resonators with curved surfaces," *IEEE Trans. Microwave Theory Technol.*, vol. 45, pp. 1645-1649, Sep. 1997.
- [7] Allen Taflove, *Computational Electrodynamics The Finite Difference Time Domain Method*, Artech House, 1995.
- [8] D. Y. Kim and Y. C. Chung, "Electromagnetic wave absorbing characteristics of Ni-Zn ferrite grid absorber," *IEEE Trans. Microwave Theory Technol.*, vol. 45, pp. 356-361, Sep. 1997.
- [9] A. C. Cangellaris and D. B. Wright, "Analysis of the numerical error caused by the stair-stepped approximation of a conduction boundary in FDTD simulations of electromagnetic phenomena," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 39, pp. 1518-1525, Oct. 1991.

이 재 용



1969년 8월 1일생
 1992년 2월: 한양대학교 전자 통신 공학과(공학사)
 1994년 2월: 한국과학기술원 전기 및 전자공학과(공학석사)
 1994년 3월~현재: 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 박사과정

[주 관심분야] 전파전파 및 산란해석, 이동통신, EMI/EMC 등

명 노 훈



1976년 2월: 서울대학교 전기공학과(공학사)
 1982년 12월: Ohio State Univ. 전기공학과(공학석사)
 1986년 8월: Ohio State Univ. 전기공학과(공학박사)
 1986년~현재: 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 교수

[주 관심분야] 전파전파 산란해석, 마이크로파공학, 이동 및 이동통신, EMI/EMC/EMS 등