

Haar 웨이블릿 다중분해능 시간영역 해석법을 이용한 마이크로파 소자 해석

Applications of Haar Wavelet Based Multiresolution Time-Domain Method to Microwave Structures

주세훈* · 김형훈** · 김형동*

Saehoon Ju* · Hyunghoon Kim** · Hyeongdong Kim*

요 약

맥스웰 컬 방정식에 Haar 웨이블릿을 사용한 다중분해능 시간영역법을 마이크로파 구조해석에 적용하였다. Haar 웨이블릿을 이용한 다중분해능 해석은 기존의 FDTD 방법에 비하여 공간영역의 격자 크기를 크게 잡아줄 수 있으므로 해석 시간을 현저하게 줄일 수 있는 장점을 갖는다. 2차원과 3차원의 마이크로파 구조를 해석하여 기존의 방법과 비교함으로써 다중 분해능 시간영역법의 우수함을 확인하였다.

Abstract

A multiresolution time-domain analysis scheme is derived for the analysis of microwave structures by using Haar wavelets to discretize the Maxwell's curl equation. This technique requires less computational effort than the conventional FDTD method because larger space grid can be used in the simulations. To validate this scheme, several 2-D · 3-D microwave structures are simulated and the results are compared with those of the conventional FDTD scheme.

I. 서 론

1960년대 중반에 전자기학적 문제에 수치적 해석방법이 도입된 이후, 현대 디지털 컴퓨터의 발달과 더불어 수치적 해석 방법이 국내외적으로 활발히 연구되어지고 있다. 특히 1966년에 Yee에 의해 제안된 유한차분 시간영역법(FDTD: Finite-Difference Time-Domain method)은 맥스웰 방정식을

직접 이산화 하므로 복잡하고 다양한 구조의 모델링이 용이하다^{[1],[2]}. 또 이 방법은 상당량의 메모리와 계산 시간이 요구되는 행렬식 계산이 필요하지 않으며, 한 번의 시뮬레이션으로 넓은 주파수 대역 특성을 관찰할 수 있는 장점이 있다. FDTD는 이러한 장점들로 인하여 스캐터링, 안테나, 광 소자, 마이크로스트립, 도파관 구조 등의 해석에 널리 이용되고 있다.

한편 시간영역 해석법인 Yee의 FDTD나 TLM

「본 연구는 한국과학재단 1998년 특정연구과제사업(과제번호 98-0101-11-01-3)에 의해 수행된 것임.」

*한양대학교 전자전기공학부(Dept. of Electrical and Computer Eng., Hanyang Univ.)

**광주여자대학교 컴퓨터학과(Dept. of Computer Science, Kwangju Women's Univ.)

· 논문 번호 : 990408-038

· 수정완료일자 : 1999년 5월 31일

(Transmission Line Method)법은 적분방정식이나 미분방정식의 수치해석에 널리 사용되고 있는 모멘트(method of moment)법^[3]을 적용하여 유도할 수 있음이 알려져 있다^{[4]~[6]}. 모멘트법으로 FDTD를 유도하는 것은 미지의 필드를 전개하는데 펄스 함수(pulse function)를 사용함으로써 가능하다. 그러나 모멘트법에서는 어떠한 직교 기저함수(orthogonal basis function)도 사용이 가능하기 때문에, 직교특성을 가지며 여러 분야에서 효과적으로 적용되고 있는 웨이블릿^{[7],[8]}의 적용은 새로운 시간영역 수치해석법을 만들어 낼 수 있게 한다. 직교 기저함수의 완전한 집합(complete set)으로 스케일링 함수(scaling function)와 웨이블릿 함수(wavelet function)를 사용하는 다중분해능 해석(multi-resolution analysis)은 전자기 분야에서 활발한 연구가 진행되고 있으며, 다중분해능 이론을 적분방정식에 적용하는 경우, 매우 성긴 모멘트 행렬(sparse moment matrix)을 만들게 되어 기존의 펄스 기저함수를 사용하는 경우에 비하여 메모리나 계산시간에서 유리하다는 것이 확인되었다^{[9]~[11]}. 시간영역 해석법인 FDTD 에도 다중분해능 이론의 적용에 대한 연구가 진행되어 최근에 Battle-Lemarie 웨이블릿^{[12],[13]}, Daubechies 웨이블릿^{[14],[15]}, Haar 웨이블릿^{[16],[17]}을 이용한 다중분해능 시간영역 해석법(MRTD: Multi-Resolution Time Domain method)을 마이크로파 소자 해석에 사용하게 되었다.

본 연구에서는 Haar 웨이블릿을 적용한 MRTD의 이론적인 배경에 대한 고찰과 함께 실제 마이크로파 구조 해석에 적용하여 그 효율성을 입증할 것이다. Haar 스케일링 함수와 웨이블릿 함수를 이용하여 맥스웰 방정식(Maxwell's equation)을 전개(expansion)하고, 이산화하기 위하여 기존의 모멘트법에서 많이 사용된 Galerkin방법으로 테스트링(testing)함으로써 MRTD 차분 방정식을 유도한다. 또한 MRTD 방정식의 안정조건과 분산특성을 살펴보고 그로부터 FDTD와 같은 공간의 분해능

(resolution)을 갖는 격자를 사용하게 되면 격자를 두 배로 키울 수 있음을 입증한다. 그 결과로 MRTD 차분방정식의 진행에 필요한 시간 간격을 두 배로 키워 마이크로파 소자 해석에 걸리는 계산 시간을 현저하게 줄일 수 있게 된다. 수치 해석 결과로는 2차원 구조로 무한 전원판(power plane)에서의 전달 임피던스(transfer impedance) 해석, 3차원 구조로는 구형 공진기(rectangular cavity)와 평면형 마이크로파 소자로 저주파 여파기와 마이크로스트립 안테나의 예를 들어 Haar 웨이블릿 MRTD 수치해석법이 효율적임을 입증할 것이다.

II. 본 론

2-1 Haar 웨이블릿 MRTD

웨이블릿 변환은 $L^2(R) \rightarrow L^2(R)$ 하는 함수로 푸리에 변환(Fourier transform)이나 STFT(Short Time Fourier Transform)에 비하여 시간-주파수 영역 또는 공간-파수 영역(time-frequency domain or spatial-spectral domain)에서의 국부성에서 우수한 특성을 나타낸다^{[7],[8]}. 시간-주파수 영역(또는 공간-파수 영역)에서 가변되는 윈도우를 사용하는 웨이블릿 변환은 원하는 해상도(resolution)를 얻을 수 있는 다중분해능(multiresolution)의 장점을 지니고 있다. 이러한 특성으로 인하여 영상신호 처리나 전자파, 지진파 등의 해석에 웨이블릿 변환이 매우 유용하게 사용되고 있다.

기존의 Yee의 유한차분 시간영역법은 맥스웰 방정식(Maxwell's equation)을 펄스 함수를 기저로 전개(expansion)하여 테스트링(testing)함으로써 얻어질 수 있다. 펄스 함수는 Haar 웨이블릿의 스케일링 함수(scaling function)에 해당함으로 기존의 Yee의 FDTD는 MRTD의 한 종류로 생각할 수 있게 된다. Haar 웨이블릿 MRTD 차분방정식은 스케일링 함수와 웨이블릿 함수(wavelet function)를 동시에 적용하여 전개와 이산화 과정을 거쳐 만들게

된다. 모멘트법에서 사용하는 방식을 적용하여 기존의 Yee의 FDTD 차분방정식과 Haar 웨이블릿 MRTD 차분방정식을 유도하는 과정에서 두 방법 모두 시간영역의 기저함수로서 펄스 함수를 사용하며, 공간영역의 기저함수의 사용이 다르게 되는 것이다. 또한 두가지 방법 모두 전계와 자계의 시간과 위치가 반만큼 엇갈리게 하는 leapfrog방식을 사용하는데 이는 수치적인 불요과를 자동으로 제거하는 효과를 갖고 있다고 알려져 있다. 잘 알려진 바와 같이 Haar 시스템은 스케일링 함수 $\phi(x)$ 와 웨이블릿 함수 $\psi(x)$ 로 구성되며 그 식은 다음과 같다.

$$\phi(x) = \begin{cases} 1 & \text{for } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases} \quad (1.a)$$

$$\psi(x) = \begin{cases} 1 & \text{for } 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ -1 & \text{for } \frac{1}{2} \leq x < 1 \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases} \quad (1.b)$$

균일한 매질에 대한 시간 영역의 맥스웰 컬 방정식(Maxwell's curl equation)은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{E} \quad (2.a)$$

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon} \nabla \times \vec{H} \quad (2.b)$$

여기서 \vec{E} , \vec{H} 는 전계와 자계이고 ϵ 과 μ 는 각각 유전율과 투자율을 나타낸다. 이러한 시간영역의 맥스웰 벡터 방정식은 3차원 직각 좌표계에서 6개의 스칼라 방정식으로 표현할 수 있으며 H_x 와 E_x 에 대한 식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial H_x(x, y, z, t)}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_y(x, y, z, t)}{\partial z} \right.$$

$$\left. - \frac{\partial E_z(x, y, z, t)}{\partial y} \right) \quad (3.a)$$

$$\frac{\partial E_x(x, y, z, t)}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{\partial H_z(x, y, z, t)}{\partial y} \right. \quad (3.b)$$

$$\left. - \frac{\partial H_y(x, y, z, t)}{\partial z} \right)$$

Haar 웨이블릿의 스케일링 함수와 웨이블릿 함수를 함께 맥스웰 방정식에 적용하면 MRTD 유한 차분 방정식을 얻을 수 있다. Haar 시스템의 스케일링 함수만을 사용하면 Yee의 FDTD 차분방정식을 얻게 되며, FDTD를 MRTD의 한 종류로서 생각할 수 있다. 필드의 전개와 테스트시에 웨이블릿 함수를 사용하는 것이 기존의 FDTD와 다른 점이다. 임의의 3차원 함수 $f(x, y, z)$ 는 스케일링 함수 $\phi(x)$, $\phi(y)$, $\phi(z)$ 와 웨이블릿 함수 $\psi(x)$, $\psi(y)$, $\psi(z)$ 의 다음과 같은 조합으로 표현할 수 있다.

$$f(x, y, z) = \begin{pmatrix} \phi(x)\phi(y)\phi(z), & \phi(x)\psi(y)\psi(z) \\ \phi(x)\phi(y)\psi(z), & \psi(x)\phi(y)\psi(z) \\ \phi(x)\psi(y)\phi(z), & \psi(x)\psi(y)\phi(z) \\ \psi(x)\phi(y)\phi(z), & \psi(x)\psi(y)\psi(z) \end{pmatrix} \quad (4)$$

기존 FDTD 차분방정식에서는 미분항들을 중앙 차분 근사(central difference approximation)법을 이용하여 바로 근사하였지만 다중 분해능 해석법에서는 Haar 시스템의 스케일링 함수와 웨이블릿 함수를 이용하여 전계와 자계를 나타내어 유도하게 된다. 따라서 공간에 대한 3차원 함수인 전계와 자계를 식 (4)와 같이 나타나는 각각의 기저함수로 전개할 수 있으며 E_x 와 H_x 에 대한 전개식은 다음과 같다. 다른 방향의 전계와 자계 성분에 대하여도 동일한 방법으로 식 (4)의 기저함수로 전개하면 된다.

$$E_x(x, y, z, t) = \sum_i \sum_j \sum_k \sum_n \cdot \left\{ \begin{aligned} & {}^x E_{i+1/2, j, k}^{\phi\phi\phi} \phi_{i+1/2}(x) \phi_j(y) \phi_k(z) \\ & + {}^x E_{i+1/2, j, k}^{\phi\phi\psi} \phi_{i+1/2}(x) \phi_j(y) \phi_k(z) \\ & + {}^x E_{i+1/2, j, k}^{\phi\psi\phi} \phi_{i+1/2}(x) \phi_j(y) \phi_k(z) \\ & + {}^x E_{i+1/2, j, k}^{\psi\phi\phi} \phi_{i+1/2}(x) \phi_j(y) \phi_k(z) \\ & + {}^x E_{i+1/2, j, k}^{\phi\psi\psi} \phi_{i+1/2}(x) \phi_j(y) \phi_k(z) \\ & + {}^x E_{i+1/2, j, k}^{\psi\phi\psi} \phi_{i+1/2}(x) \phi_j(y) \phi_k(z) \\ & + {}^x E_{i+1/2, j, k}^{\psi\psi\phi} \phi_{i+1/2}(x) \phi_j(y) \phi_k(z) \end{aligned} \right\} \phi_n(t) \quad (5.a)$$

$$H_x(x, y, z, t) = \sum_i \sum_j \sum_k \sum_n \cdot \left\{ \begin{aligned} & {}^x H_{i, j+1/2, k+1/2}^{\phi\phi\phi} \phi_i(x) \phi_{j+1/2}(y) \phi_{k+1/2}(z) \\ & + {}^x H_{i, j+1/2, k+1/2}^{\phi\phi\psi} \phi_i(x) \phi_{j+1/2}(y) \phi_{k+1/2}(z) \\ & + {}^x H_{i, j+1/2, k+1/2}^{\phi\psi\phi} \phi_i(x) \phi_{j+1/2}(y) \phi_{k+1/2}(z) \\ & + {}^x H_{i, j+1/2, k+1/2}^{\psi\phi\phi} \phi_i(x) \phi_{j+1/2}(y) \phi_{k+1/2}(z) \\ & + {}^x H_{i, j+1/2, k+1/2}^{\phi\psi\psi} \phi_i(x) \phi_{j+1/2}(y) \phi_{k+1/2}(z) \\ & + {}^x H_{i, j+1/2, k+1/2}^{\psi\phi\psi} \phi_i(x) \phi_{j+1/2}(y) \phi_{k+1/2}(z) \\ & + {}^x H_{i, j+1/2, k+1/2}^{\psi\psi\phi} \phi_i(x) \phi_{j+1/2}(y) \phi_{k+1/2}(z) \end{aligned} \right\} \phi_n(t) \quad (5.b)$$

Haar 시스템 스케일링 함수와 웨이블릿 함수를 기저함수로 전개한 각 방향의 필드성분을 시간 영역 맥스웰 방정식에 대입한 후에 Galerkin의 방법으로 테스트하여 이산화하게 된다.

$$\left\langle f_{test}, \frac{\partial H_x}{\partial t} \right\rangle = \left\langle f_{test}, \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} \right) \right\rangle \quad (6.a)$$

$$\left\langle f_{test}, \frac{\partial E_x}{\partial t} \right\rangle = \left\langle f_{test}, \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) \right\rangle \quad (6.b)$$

여기에서 f_{test} 는 8개의 테스트 함수를 나타내며 식 (4)와 같이 전개에 사용한 기저함수와 동일하게 잡아준다. 따라서 식 (6.a)와 식 (6.b)는 각각 8 번의 테스트 과정을 거치게 된다. 테스트 과정에서 필요한 적분식은 다음과 같다.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi_x(\xi) \phi_x(\xi) d\xi = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_x(\xi) \psi_x(\xi) d\xi = \delta_{x, x'} \Delta\xi \quad (7.a)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi_x(\xi) \phi_x(\xi) d\xi = 0 \quad (7.b)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi_x(\xi) \frac{\partial \phi_{x'+1/2}(\xi)}{\xi} d\xi = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_x(\xi) \frac{\partial \psi_{x'+1/2}(\xi)}{\xi} d\xi = \delta_{x, x'+1/2} - \delta_{x, x'-1/2} \quad (7.c)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi_x(\xi) \frac{\partial \psi_{x'+1/2}(\xi)}{\xi} d\xi = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_x(\xi) \frac{\partial \phi_{x'+1/2}(\xi)}{\xi} d\xi = 0 \quad (7.d)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi_{x+1/2}(\xi) \frac{\partial \phi_{x'}(\xi)}{\xi} d\xi = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_{x+1/2}(\xi) \frac{\partial \psi_{x'}(\xi)}{\xi} d\xi = \delta_{x, x'+1} - \delta_{x, x'} \quad (7.e)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi_{x+1/2}(\xi) \frac{\partial \psi_{x'}(\xi)}{\xi} d\xi = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_{x+1/2}(\xi) \frac{\partial \phi_{x'}(\xi)}{\xi} d\xi = 0 \quad (7.f)$$

여기에서 $\xi = x, y, z, t$ 이고 x 는 $x = i\Delta x$, $y = j\Delta y$, $z = k\Delta z$ 와 같이 공간과 관계되는 $x = i, j, k$ 이며 $\delta_{x, x'}$ 은 Kronecker 델타 함수로 다음과 같다.

$$\delta_{x, x'} = \begin{cases} 1 & \text{for } x = x' \\ 0 & \text{for } x \neq x' \end{cases} \quad (8)$$

여기에서 식 (7.b)는 스케일링 함수와 웨이블릿 함수의 직교 특성을 나타내는 것이고, 식 (7.d), (7.f)는 스케일링 함수와 웨이블릿 함수로 표현되는 필드의 차분방정식들이 완전히 분리(decouple)되어 계산되는 것을 나타내는 것이다. 식 (7)을 이용하여 테스트된 맥스웰 방정식은 모두 48개의 Haar 웨이블릿 MRTD 차분방정식을 만들게 되는데 E_x 와 H_x 에 관한 식은 다음과 같이 표현되며, 균일한 매질에서의 필드를 계산하는 데 사용된다.

$$\begin{aligned}
 & x_{n+1/2} H_{i,j,k}^{\xi} = x_{n-1/2} H_{i,j,k}^{\xi} \\
 & + \frac{\Delta t}{\mu} \left(\frac{y_n E_{i,j,k+1}^{\xi} - y_n E_{i,j,k}^{\xi}}{\Delta z} \right. \\
 & \left. - \frac{z_n E_{i,j+1,k}^{\xi} - z_n E_{i,j,k}^{\xi}}{\Delta y} \right) \quad (9.a)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & x_{n+1} E_{i,j,k}^{\xi} = x_n E_{i,j,k}^{\xi} \\
 & + \frac{\Delta t}{\epsilon} \left(\frac{z_{n+1/2} H_{i,j,k}^{\xi} - z_{n+1/2} H_{i,j-1,k}^{\xi}}{\Delta y} \right. \\
 & \left. - \frac{y_{n+1/2} H_{i,j,k}^{\xi} - y_{n+1/2} H_{i,j,k-1}^{\xi}}{\Delta z} \right) \quad (9.b)
 \end{aligned}$$

여기에서 $\xi = \phi\phi\phi, \phi\phi\psi, \phi\psi\phi, \psi\phi\phi, \phi\psi\psi, \phi\psi\psi, \psi\phi\psi, \psi\phi\psi$ 로 식 (9)는 각각 8개의 스케일링 함수와 웨이블릿 함수의 조합으로 나타나는 기저함수 계수들의 MRTD 차분방정식을 나타낸다. 식 (9)에서 보는 것과 같이 각각의 Haar 웨이블릿 MRTD 차분방정식은 같은 기저함수의 계수들 사이에서만 계산이 되며 서로 영향을 주지 않게 된다.

Haar 웨이블릿을 이용한 MRTD 차분방정식도 공간의 격자 크기 $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ 와 관계되는 시간의 진행 간격 Δt 를 필요로 한다. 수치적인 앨거리즘의 안정성을 보장하기 위해서는 시간 간격 Δt 의 경계를 정해 주어야 하는데 이것이 안정 조건 (stability condition)이다. Haar 웨이블릿 MRTD의 안정 조건 유도는 FDTD에서와 마찬가지로 시간과 공간의 고유치 스펙트럼 문제를 고찰해 봄으로써 접근할 수 있으며 공간 고유치의 스펙트럼이 시간 고유치 스펙트럼 범위 안에 놓여야 수치적인 파의 진행이 발산하지 않게 된다. 그림 1(a)는 기존의 FDTD의 경우와 같이 Haar 시스템의 스케일링 함수만으로 공간을 표현하는 경우이고, 그림 1(b)는 Haar 시스템의 스케일링 함수와 웨이블릿 함수를 함께 사용하여 공간을 표현하는 경우로 Haar 웨이블릿 MRTD를 나타낸다. 스케일링 함수와 웨이블릿 함수를 동시에 사용하는 경우에는 기저함수의 폭이 두배로 커졌음에도 불구하고 같은 공간 해상

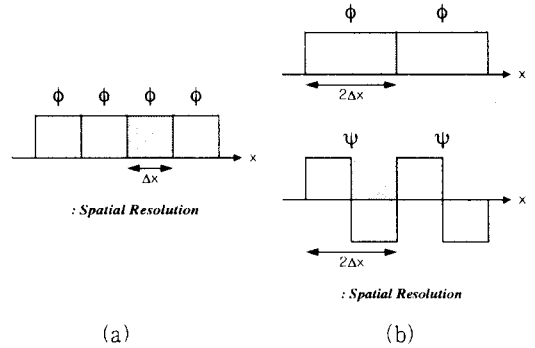


그림 1. 기저함수에 따른 공간 해상도의 비교

- (a) $\phi(x)$ 만을 사용한 경우
- (b) $\phi(x)$ 와 $\psi(x)$ 를 함께 사용한 경우

도를 갖는 것을 알 수 있다. 이것은 같은 공간 해상도를 필요로 하는 경우에는 Haar 웨이블릿 MRTD는 FDTD보다 2배 큰 공간의 기저함수를 사용할 수 있다는 것을 나타내며 메모리 측면에서는 기존의 FDTD와 동일한 개수의 미지의 필드값을 잡아주어야 하는 것을 나타낸다. Haar 웨이블릿 MRTD에서 임의의 공간 모드에 대하여 수치적인 안정성을 보장하기 위한 안정조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 & \sqrt{\frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{(\Delta y)^2}} \leq \frac{2}{\Delta t} \rightarrow \\
 & \Delta t \leq \frac{2}{\sqrt{\frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{(\Delta y)^2}}} \quad (10)
 \end{aligned}$$

식 (10)의 결과는 공간에 대하여 같은 해상도 $\Delta x, \Delta y$ 를 갖는 기존의 FDTD와 같은 결과를 얻고자 하는 경우 Δt_{max} 를 두배 크게 잡을 수 있음을 의미한다. 이것은 FDTD와 같은 공간 해상도를 갖도록 하는 Haar 웨이블릿 MRTD 공간 격자의 크기가 2배 크다는 것을 생각해볼 때 쉽게 유추할 수 있는 결과이다.

맥스웰 방정식을 수치적인 차분방정식으로 근사하는 것은 수치적인 분산(dispersion)을 동반하게

된다. 수치적인 분산으로 인하여 FDTD나 Haar 웨이블릿 MRTD에서는 수치적인 전파 모드의 위상 속도가 매질내의 빛의 속도와 달라질 수 있다. 따라서 수치적인 분산은 수치적인 오차를 만들어 낼 수 있으므로, 특히 해석 구조가 전기적으로 큰 문제일 경우에는 분산 특성을 반드시 염두해야 하며 수치적인 해석 한계에 대해서도 생각해야만 한다. 수치적인 분산 특성(dispersion characteristics)의 해석은 평면 진행파의 해를 식 (9)로 나타나는 차분방정식에 대입함으로써 구해될 수 있다^[2]. Haar 웨이블릿 MRTD도 같은 방식으로 유도할 수 있으며 공간 기저함수의 폭을 Δx , Δy 로 기존의 FDTD와 동일하게 잡아준 경우의 분산 특성 방정식은 다음과 같다.

$$\left[\frac{1}{c\Delta t} \sin\left(\frac{\Omega}{2}\right) \right]^2 = \left[\frac{2}{\Delta x} \sin\left(\frac{\chi_x}{4}\right) \right]^2 + \left[\frac{2}{\Delta y} \sin\left(\frac{\chi_y}{4}\right) \right]^2 + \left[\frac{2}{\Delta z} \sin\left(\frac{\chi_z}{4}\right) \right]^2 \quad (11)$$

여기에서 c 는 매질에서의 빛의 속도를 나타내며, 정규화된 주파수 $\Omega = \omega\Delta t$ 와 정규화된 공간에 대한 스펙트럼값 $\chi_x = \Delta x \tilde{k}_x$, $\chi_y = \Delta y \tilde{k}_y$, $\chi_z = \Delta z \tilde{k}_z$ 에 대한 식으로 나타내었다. \tilde{k}_x , \tilde{k}_y , \tilde{k}_z 는 각각 x , y , z 방향으로의 전계나 자계필드의 공간에 대한 수치적인 푸리에 변환값을 의미하며, ω 는 실제의 각속도에 해당한다. $\frac{\Omega}{2}$, $\frac{\chi_x}{4}$, $\frac{\chi_y}{4}$, $\frac{\chi_z}{4}$ 가 매우 작은 값을 갖는다고 가정하면, 식 (11)은 이상적인 경우의 분산 특성을 나타내며 그때의 분산 특성식은 다음과 같이 나타난다.

$$\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 = \tilde{k}_x^2 + \tilde{k}_y^2 + \tilde{k}_z^2 \quad (12)$$

Haar 웨이블릿 MRTD와 기존의 FDTD의 분산 특성을 비교하기 위하여 3차원의 경우에 해당하는 분산 특성을 그림 2에 나타내었다. 분산 특성식에

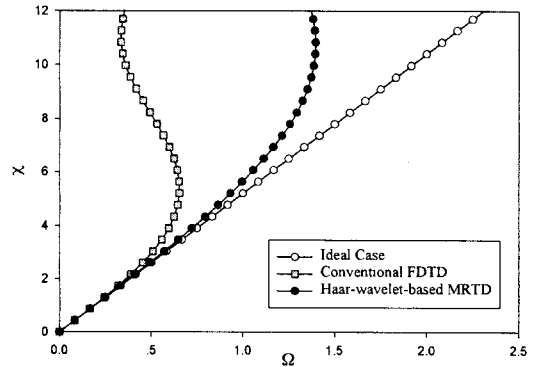


그림 2. 3차원 Haar 웨이블릿 MRTD의 (1,1,1)방향의 분산 특성

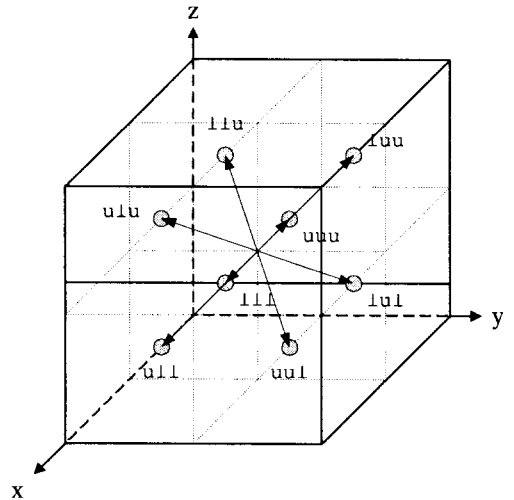


그림 3. 3차원 Haar 웨이블릿 MRTD 한 개의 셀이 나타내는 실제 물리적인 필드값의 위치

사용된 Δt 의 값은 안정조건으로 결정되는 Δt_{max} 의 1/3값을 사용하였다. 그림 2로부터 Haar 웨이블릿 MRTD가 기존의 FDTD에 비하여 이상적인 선형 분산 특성에 가깝게 수치 모델링 되는 것을 알 수 있다. 그러나 공간의 해상도를 FDTD와 같게 잡아주는 경우에는 Haar 웨이블릿 MRTD는 FDTD와 같은 분산 특성 곡선을 그리게 된다.

2-2 경계조건의 적용

경계조건이란 공간에 대하여 국부적인 특성을 수치해석에서 구현하는 것으로서, Haar 웨이블릿 MRTD의 분리되어 계산되는 스케일링과 웨이블릿의 계수들은 경계조건의 적용시에 서로 영향을 주게 된다. 소스, 완전 도체와 무한 경계 구조 해석에 필요한 흡수경계조건(ABC: Absorbing Boundary Condition)을 적용하기 위하여 Haar 웨이블릿 MRTD의 스케일링 함수와 웨이블릿 함수의 미지수로 나타나는 계수들이 실제 물리적으로 어느 위치에 있는지를 알아야 한다. 그림 3은 하나의 Haar 웨이블릿 MRTD 셀이 나타내는 필드값의 위치를 직각 좌표계에서 나타낸 그림이다. 이 그림에서 lll , lul , uul 등으로 이름붙여진 위치는 x , y , z 방향에 대하여 아래쪽(lower)에 위치하는지 위쪽(upper)에 위치하는지를 나타내며, 각각의 위치에 대한 미지수의 값은 Haar 웨이블릿 MRTD 하나의 셀에 대한 필드값으로부터 다음의 식 (13)의 관계로 구할 수 있다. 식 (13)에 나타나는 하나의 Haar 웨이블릿 MRTD 셀에서의 미지수들과 8개의 실제 물리적인 위치의 필드값과의 관계를 표시하는 행렬 A 는 직교 특성 $A^{-1} = A^T$ 를 가지며 대각 행렬 요소를 기준으로 대칭을 이루는 $A^T = A$ 의 특성을 갖기 때문에 $A^{-1} = A$ 로 변환행렬의 역행렬은 원래의 행렬과 같게 된다. 이는 Haar 웨이블릿 MRTD에서 미지의 필드값을 실제 물리적인 위치로 변환하거나 다시 역변환하는 과정이 같은 것을 의미한다.

$$\begin{pmatrix} E^{lll} \\ E^{llu} \\ E^{lul} \\ E^{ull} \\ E^{luu} \\ E^{ulu} \\ E^{uul} \\ E^{uuu} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} E^{\phi\phi\phi} \\ E^{\phi\phi\psi} \\ E^{\psi\phi\phi} \\ E^{\psi\phi\psi} \\ E^{\psi\psi\phi} \\ E^{\psi\psi\psi} \\ E^{\psi\psi\psi} \\ E^{\psi\psi\psi} \end{pmatrix} \quad (13.a)$$

$$A = \frac{1}{\sqrt{8}} \cdot$$

$$\begin{pmatrix} +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 \\ +1 & -1 & +1 & +1 & -1 & -1 & +1 & -1 \\ +1 & +1 & -1 & +1 & -1 & +1 & -1 & -1 \\ +1 & +1 & +1 & -1 & +1 & -1 & -1 & -1 \\ +1 & -1 & -1 & +1 & +1 & -1 & -1 & +1 \\ +1 & -1 & +1 & -1 & -1 & +1 & -1 & +1 \\ +1 & +1 & -1 & -1 & -1 & -1 & +1 & +1 \\ +1 & -1 & -1 & -1 & +1 & +1 & +1 & -1 \end{pmatrix} \quad (13.b)$$

FDTD의 소스 모델링 방법으로 여러 가지 방법이 연구되었다. 여러 종류의 소스들은 해석하고자 하는 구조에 따라서 알맞게 적용되고 있다. 본 연구에서 적용한 소스 모델링 방법은 저항이나 인덕터, 커패시터 등의 소자 모델링에 많이 쓰이면서 평면형 마이크로파 구조 해석에도 적용 가능한 Zhao가 제안한 소스 모델이다^[18]. Zhao가 제안한 소스는 해석 영역내에서 간단하게 적용할 수 있는 소스이며 입사파 $E_{z,inc}^n(i_p, j_p, k)$ 를 넣어주는 경우에 해당하는 식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E_z^{n+1}(i_p, j_p, k) &= E_z^n(i_p, j_p, k) \\ &+ \frac{\Delta t}{\epsilon \Delta x} (H_y^{n+1/2}(i_p+1, j_p, k) \\ &- H_y^{n+1/2}(i_p, j_p, k)) \\ &- \frac{\Delta t}{\epsilon \Delta y} (H_x^{n+1/2}(i_p, j_p+1, k) \\ &- H_x^{n+1/2}(i_p, j_p, k)) + E_{z,inc}^n(i_p, j_p, k) \end{aligned} \quad (14)$$

식 (14)의 Zhao 소스 모델은 소스가 놓여 있는 위치에서 사용되는 차분방정식이며 그 외 해석영역에서는 보통의 차분방정식을 이용하여 필드를 계산하게 된다. 식 (14)를 Haar 웨이블릿 MRTD에 적용하기 위하여 차분방정식의 유도와 같은 방법으로 Haar 시스템 스케일링 함수와 웨이블릿 함수를 적용하면 다음의 Haar 웨이블릿 MRTD 소스 조건을 얻는다.

$$\begin{aligned}
 {}^z_{n+1} E_{i,j,k}^\xi &= {}^z_n E_{i,j,k}^\xi \\
 &+ \frac{\Delta t}{\epsilon \Delta x} \left({}^y_{n+1/2} H_{i,j,k}^\xi - {}^y_{n+1/2} H_{i,j,k}^\xi \right) \\
 &- \frac{\Delta t}{\epsilon \Delta y} \left({}^x_{n+1/2} H_{i,j,k}^\xi - {}^x_{n+1/2} H_{i,j,k}^\xi \right) \\
 &+ {}^z_n E_{inc.}^\xi_{i,j,k} \quad (15)
 \end{aligned}$$

여기에서 $\xi = \phi\phi\phi, \phi\phi\psi, \phi\psi\phi, \psi\phi\phi, \phi\psi\psi, \psi\phi\psi, \psi\psi\phi$ 으로 8개의 Haar 웨이블릿 MRTD 차분방정식을 나타낸다. 8개의 차분방정식내의 입사파는 물리적인 위치를 고려하여 값을 넣어주게 된다. 소스의 물리적인 위치와 스케일링 함수와 웨이블릿 함수의 조합으로 만들어진 기저함수의 계수와와의 관계는 식 (13)의 관계를 이용하여 계산 가능하다.

FDTD에서 완전 도체의 적용은 완전 도체 위에서 접선 방향의 전계 성분과 법선 방향의 자계성분이 0이 되는 것을 이용하는데 전계와 자계가 엇갈리게 모델링이 되어 있으므로 전계의 위치에 완전 도체가 놓여있다고 가정할 경우 접선 방향의 전계 성분에 관한 조건만을 적용하면 된다. Haar 웨이블릿

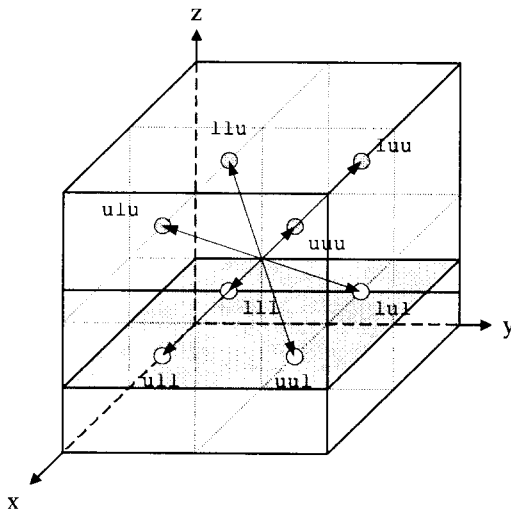


그림 4. 실제 필드 위치 $E_{i,j,k}^{lll}, E_{i,j,k}^{llr}, E_{i,j,k}^{lrl}, E_{i,j,k}^{lrr}, E_{i,j,k}^{lll}, E_{i,j,k}^{llr}, E_{i,j,k}^{lrl}, E_{i,j,k}^{lrr}$ 위의 완전 도체

릿 MRTD도 마찬가지로 적용 가능하며 이때의 접선 방향의 전계성분을 스케일링 함수와 웨이블릿 함수의 조합으로 나타낸 기저함수의 계수들로부터 변환하여 적용하게 된다. 완전 도체가 그림 4처럼 $x-y$ 평면에 놓여 있는 경우를 예를 들어 살펴본다. 그림 4와 같이 완전 도체가 위치한 경우에는 접선 방향의 전계 $E_{i,j,k}^{lll}, E_{i,j,k}^{llr}, E_{i,j,k}^{lrl}, E_{i,j,k}^{lrr}$ 는 0의 값을 갖게 되는 것을 알고 있으나 나머지 $E_{i,j,k}^{llr}, E_{i,j,k}^{lll}, E_{i,j,k}^{ulr}, E_{i,j,k}^{ull}$ 의 값을 정해주어야만 Haar 웨이블릿 MRTD의 차분방정식 계산이 가능하게 된다. 나머지 전계에 조건을 가하는 방법 중의 하나가 평균값을 집어넣어 주는 것이다. 즉, $(i,j,k+1)$ 위치 셀의 $E_{i,j,k+1}^{lll}, E_{i,j,k+1}^{llr}, E_{i,j,k+1}^{lrl}, E_{i,j,k+1}^{lrr}$ 와 완전 도체 위의 전계 사이의 평균을 미지의 $E_{i,j,k}^{llr}, E_{i,j,k}^{lll}, E_{i,j,k}^{ulr}, E_{i,j,k}^{ull}$ 에 대입함으로써 (i,j,k) 셀의 Haar 시스템 계수 값을 구할 수 있게 된다. 이상의 평균을 취하는 내용은 다음 식 (16)과 같이 스케일링과 웨이블릿 계수들간의 관계로 나타낼 수 있다.

완전 도체의 적용을 스케일링과 웨이블릿의 계수들간의 관계로만 나타내주는 행렬 $B_{z=0}$ 는 성긴 행렬(sparse matrix)을 나타낸다. 이것은 실제 프로그램의 구현에 있어서 완전 도체의 적용을 식 (17)과 같이 계산하게 됨을 의미하며, 결국 행렬식의 계산없이 스케일링과 웨이블릿 계수 사이의 대

$$\begin{pmatrix}
 \omega E_{i,j,k}^{\phi\phi\phi} \\
 \omega E_{i,j,k}^{\phi\phi\psi} \\
 \omega E_{i,j,k}^{\phi\psi\phi} \\
 \omega E_{i,j,k}^{\psi\phi\phi} \\
 \omega E_{i,j,k}^{\phi\psi\psi} \\
 \omega E_{i,j,k}^{\psi\phi\psi} \\
 \omega E_{i,j,k}^{\psi\psi\phi} \\
 \omega E_{i,j,k}^{\psi\psi\psi}
 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix}
 \omega E_{i,j,k}^{lll} \\
 \omega E_{i,j,k}^{llr} \\
 \omega E_{i,j,k}^{lrl} \\
 \omega E_{i,j,k}^{ull} \\
 \omega E_{i,j,k}^{lrr} \\
 \omega E_{i,j,k}^{ulr} \\
 \omega E_{i,j,k}^{ull} \\
 \omega E_{i,j,k}^{uuu}
 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} A \begin{pmatrix} 0 \\ \omega E_{i,j,k+1}^{lll} \\ 0 \\ 0 \\ \omega E_{i,j,k+1}^{lul} \\ \omega E_{i,j,k+1}^{ull} \\ 0 \\ \omega E_{i,j,k+1}^{uul} \end{pmatrix} = B_{z=0} \begin{pmatrix} \omega E_{i,j,k+1}^{\phi\phi\phi} \\ \omega E_{i,j,k+1}^{\phi\phi\phi} \\ \omega E_{i,j,k+1}^{\phi\phi\phi} \\ \omega E_{i,j,k+1}^{\phi\phi\phi} \\ \omega E_{i,j,k+1}^{\phi\phi\phi} \\ \omega E_{i,j,k+1}^{\phi\phi\phi} \\ \omega E_{i,j,k+1}^{\phi\phi\phi} \\ \omega E_{i,j,k+1}^{\phi\phi\phi} \end{pmatrix}$$

with $\omega = x, y$ (16.a)

$$B_{z=0} = \frac{1}{4} \cdot$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

(16.b)

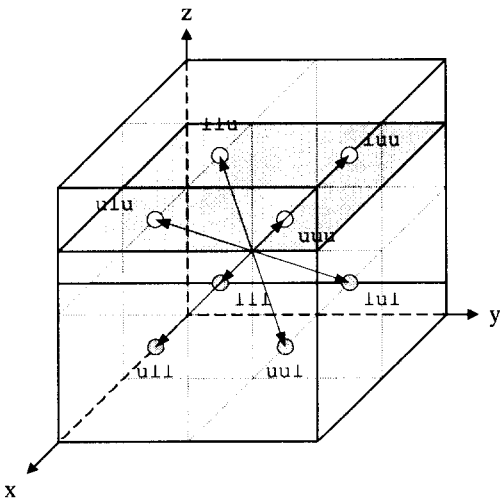


그림 5. 실제 필드 위치 $E_{i,j,k}^{llu}$, $E_{i,j,k}^{ulu}$, $E_{i,j,k}^{lul}$, $E_{i,j,k}^{uul}$ 위의 완전 도체

$$(g(x, y, z), h(z, y, z)) = \begin{cases} \phi(x)\phi(y)\phi(z), & \phi(x)\phi(y)\psi(z) \\ \phi(x)\psi(y)\phi(z), & \phi(x)\psi(y)\psi(z) \\ \psi(x)\phi(y)\phi(z), & \psi(x)\phi(y)\psi(z) \\ \psi(x)\psi(y)\phi(z), & \psi(x)\psi(y)\psi(z) \end{cases}$$

(17.a)

$$\xi_n E_{i,j,k}^g = -\xi_n E_{i,j,k}^h = \frac{1}{4} (\xi_n E_{i,j,k+1}^g + \xi_n E_{i,j,k+1}^h), \quad \xi = x, y$$

(17.b)

입관계로 표현된다.

그림 5와 같은 완전 도체의 적용도 마찬가지로 방법으로 다음의 행렬식을 이용하여 나타낼 수 있다.

$$\begin{pmatrix} \omega E_{i,j,k}^{\phi\phi\phi} \\ \omega E_{i,j,k}^{\phi\phi\phi} \\ \omega E_{i,j,k}^{\phi\phi\phi} \\ \omega E_{i,j,k}^{\phi\phi\phi} \\ \omega E_{i,j,k}^{\phi\phi\phi} \\ \omega E_{i,j,k}^{\phi\phi\phi} \\ \omega E_{i,j,k}^{\phi\phi\phi} \\ \omega E_{i,j,k}^{\phi\phi\phi} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} \omega E_{i,j,k}^{lll} \\ \omega E_{i,j,k}^{llu} \\ \omega E_{i,j,k}^{lul} \\ \omega E_{i,j,k}^{ull} \\ \omega E_{i,j,k}^{ulu} \\ \omega E_{i,j,k}^{ulu} \\ \omega E_{i,j,k}^{uul} \\ \omega E_{i,j,k}^{uuu} \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} A \begin{pmatrix} \omega E_{i,j,k-1}^{llu} \\ 0 \\ \omega E_{i,j,k-1}^{ulu} \\ \omega E_{i,j,k-1}^{ulu} \\ 0 \\ 0 \\ \omega E_{i,j,k-1}^{uul} \\ 0 \end{pmatrix} = B_{z=h} \begin{pmatrix} \omega E_{i,j,k-1}^{\phi\phi\phi} \\ \omega E_{i,j,k-1}^{\phi\phi\phi} \\ \omega E_{i,j,k-1}^{\phi\phi\phi} \\ \omega E_{i,j,k-1}^{\phi\phi\phi} \\ \omega E_{i,j,k-1}^{\phi\phi\phi} \\ \omega E_{i,j,k-1}^{\phi\phi\phi} \\ \omega E_{i,j,k-1}^{\phi\phi\phi} \\ \omega E_{i,j,k-1}^{\phi\phi\phi} \end{pmatrix}$$

with $\omega = x, y$ and $B_{z=h} = B_{z=0}^T$ (18)

식 (18)에서 보는 것과 같이 $B_{z=h} = B_{z=0}^T$ 가 되기 때문에 그 결과도 역시 성긴 행렬이 되어 다음과 같은 스케일링과 웨이블릿 계수간의 관계로 완전 도체의 적용을 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \xi_n E_{i,j,k}^\xi &= \xi_n E_{i,j,k}^h = \\ &= \frac{1}{4} (\xi_n E_{i,j,k-1}^\xi - \xi_n E_{i,j,k-1}^h), \quad \xi = x, y \end{aligned} \quad (19)$$

이상과 같은 방법으로 $x-z$ 평면이나 $y-z$ 평면에 놓여 있는 완전 도체도 Haar 웨이블릿 MRTD에 적용시 스케일링과 웨이블릿 계수들만의 관계로 나타낼 수 있다.

FDTD나 Haar 웨이블릿 MRTD를 개방 구조(open structure)에 적용하여 해석하는 경우에는 컴퓨터의 메모리가 제한되어 있으므로 계산 영역을 한정시켜야 한다. 따라서, 계산 영역을 제한하며 동시에 계산 영역의 가장자리 경계면으로 입사하는 전자파가 반사되지 않고 개방 구조에서와 같이 외부로 전파하여 나가도록 하기위해 흡수경계조건(ABC: Absorbing Boundary Condition)이 필요하게 된다. 본 연구에서는 여러 가지의 흡수경계조건 중에서 Mur의 1차 흡수경계조건을 Haar 웨이블릿 MRTD로 구현하였다. 개방 구조 해석을 위하여 $-y$ 방향으로 진행하는 전자파가 수직 입사한다고 가정하면 다음의 1차원 파동 방정식을 만족해야 한다.

$$\left(\frac{\partial}{\partial y} - \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \right) E_{\tan} = 0 \quad (20)$$

식 (20)의 파동방정식은 Mur의 1차 근사를 이용하여 차분방정식의 형태로 근사할 수 있으며 Haar 웨이블릿 MRTD의 경우 스케일링과 웨이블릿 기저함수를 사용하여 전개와 테스트를 거치면 다음의 차분방정식을 얻게 된다.

$${}_{n+1}E_0^\xi = {}_{n+1}E_1^\xi + \frac{v\Delta t - \Delta y}{v\Delta t + \Delta y}$$

$$\cdot ({}_{n+1}E_1^\xi - {}_nE_0^\xi) \quad (21)$$

여기에서 $\xi = \phi\phi\phi, \phi\phi\psi, \phi\psi\phi, \psi\phi\phi, \phi\psi\psi, \psi\phi\psi, \psi\psi\phi$ 로 Haar 웨이블릿 MRTD의 스케일링과 웨이블릿 계수를 나타낸다. 결과적으로 Mur의 1차 흡수경계조건은 FDTD와 Haar 웨이블릿 MRTD가 동일한 차분방정식을 사용함을 알 수 있다.

III. 수치해석 결과 및 고찰

3-1 무한 전원판의 전달 임피던스 해석

PCB(Printed Circuit Board)기판내의 전력은 전원판(power plane)으로부터 공급된다. 집적회로(IC: Integrated Circuit)는 PCB기판의 여러 지점에 위치하게 되며 해석에서 사용되는 PCB기판은 두 개의 도체판으로 구성된다. 하나의 도체판은 접지면의 역할을 하며 나머지 하나는 접지면에 대하여 양전위를 갖는 V_{cc} 면으로 생각할 수 있다. 이러한 전원판은 평행 평판 도파관(parallel plate waveguide)을 형성하게 되며 어떤 지점에서 전류가 흐르게 되면 전자파가 전파되어 기판상의 다른 지점에서의 V_{cc} 에 변화를 가져오게 된다. 이상과 같은 PCB기판 한 지점에서의 소스가 다른 지점에 미치는 영향을 관찰하기 위한 기본적인 예가 무한 전원판의 해석이다. 무한 전원판에서는 원통좌표계의 θ 에 대하여 대칭이므로 전자파가 거리에만 관계하고 PCB기판 측면에서의 반사파는 없다. 그림 6에서 보는 것과 같이 도체가 무한히 놓여 있는 것과 같으므로 전달 임피던스도 거리에만 관계하며 다음과 같은 수식으로 구할 수가 있다^[19].

$$Z(r|r_0) = \frac{k_0 R_0 d}{4} H_0^{(2)}(k|r-r_0|) \quad (22)$$

여기에서 $H_0^{(2)}$ 는 0차 2종 Hankel 함수이며 R_0 는 파의 특성 임피던스를 나타낸다. r_0 의 소스위

치에 전류를 집어넣어 다른 지점에서 수치해석한 전달 임피던스와 식 (22)의 이론치를 비교하였다. 실제 해석 구조는 10 cm × 10 cm이며 셀 간격은 $\Delta x = \Delta y = 2$ mm, $\Delta z = 0.18$ mm이다. 실제 기판의 높이는 해석하고자 하는 주파수의 파장에 비하여 매우 작기 때문에 하나의 셀로 모델링하였다. 유전체의 유전율 ϵ_r 은 4로 선택하였다. 모든 수치 해석은 펜티엄 PC에서 수행하였으며 해석결과를 그림 7과 표 1에 각각 나타내었다.

그림 7에서 기존의 FDTD와 Haar 웨이블릿 MRTD의 해석결과가 이론치와 거의 유사함을 알 수

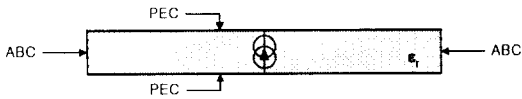


그림 6. 해석하고자 하는 무한 전원판의 경계조건

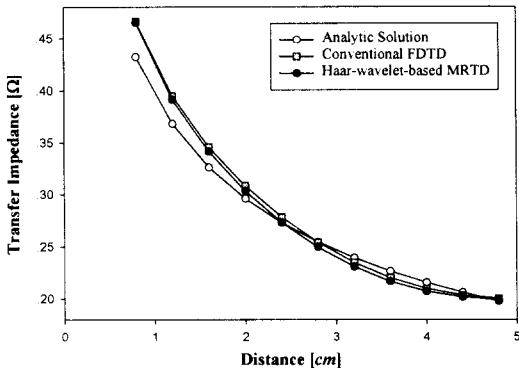


그림 7. 무한 전원판에서의 전달 임피던스 해석

표 1. 무한 전원판의 전달 임피던스 해석에 적용된 조건

	Haar Wavelet MRTD	Conventional FDTD
Spatial Grid Size	$\Delta x = \Delta y = 2 \Delta x_{FDTD}$, $\Delta z = 0.18$ mm	$\Delta x = \Delta y = 2$ mm, $\Delta z = 0.08$ mm
Time Step Size	$\Delta t = 2 \Delta t_{FDTD}$	$\Delta t = 0.6 \Delta t_{max}$
Problem Size	25 × 25 × 1	50 × 50 × 1
Computational Time Step	1500	3000
Calculation Time	77.49 sec	133.49 sec

있다. 오차는 흡수경계조건을 바꾸어 줌으로써 더욱 줄일 수 있다. 표 1에서는 공간에 대한 격자간격을 기존의 FDTD보다 2배 크게 잡음으로써 시간의 간격을 늘릴 수 있었고 전체 해석시간은 거의 절반으로 줄어들었음을 알 수 있다.

3-2 구형 공진기의 해석

마이크로파 공진기는 필터, 오실레이터, 주파수 미터, 증폭기 등 여러 가지 소자로 응용되어 사용되고 있다. 마이크로파 공진기의 동작은 회로이론의 RLC 공진기와 유사하나 마이크로파 대역으로 가면 집중 소자(lumped element)로는 원하는 공진 특성을 얻기 힘들기 때문에 고주파 대역에서는 마이크로파 공진기가 사용된다. 구형 공진기는 구형 도파관의 양쪽면을 도체로 막아서 만들 수 있다. 전계나 자계 에너지가 공진기내에서 공진을 일으키게 되며 해석하고자 하는 구형 공진기의 구조의 크기는 그림 8과 같다.

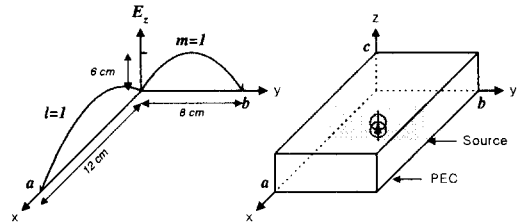


그림 8. 해석하고자 하는 구형 공진기의 구조와 기본 모드 TE_{110} 모드

그림 8과 같은 구형 공진기의 TE_{lmn} 이나 TM_{lmn} 모드의 공진주파수는 다음의 식 (23)과 같이 주어지며 $a > b > c$ 인 경우에는 구형 공진기의 기본 모드는 TE_{110} 모드이다. 기본 모드의 이론적인 공진 주파수는 2.2535 GHz이다.

$$f_{lmn} = \frac{c}{2\pi\sqrt{\epsilon_r} \cdot \sqrt{\left(\frac{l\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{m\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{c}\right)^2}} \quad (23)$$

수치해석 결과를 표 2와 그림 9에 각각 나타내었다. 표 2의 전체 해석시간이 절반으로 줄지 않은 것은 해석영역의 크기에 비하여 경계조건을 적용하는 시간이 절대적으로 우세함으로 Haar 웨이블릿 MRTD의 경우 시간이 그리 많이 줄지 않았다고 볼 수 있다. 해석영역의 크기를 늘려가면서 경계조건을 적용시간이 해석 시간에 미치는 영향을 줄여나가면 수치해석시간이 현저하게 줄어드는 것을 확인할 수 있다. 그림 9에서 보는 바와 같이 절반의 3,000시간 간격까지 해석한 Haar 웨이블릿 MRTD는 6,000시간 간격까지 해석한 기존의 FDTD와 거의 같은 결과를 보인다. 이에 반해서 3,000시간 간격까지 수행한 FDTD의 결과는 주파수 영역에서의 해상도가 떨어지기 때문에 주파수 영역의 폭이 다른 두 경우보다 큰 것을 확인할 수 있다. FDTD로 해석한 공진주파수는 2.2510 GHz(상대오차

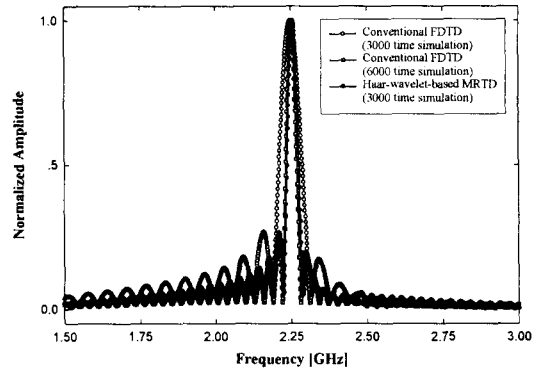


그림 9. 구형 공진기 기본모드 TE_{110} 모드의 공진주파수 해석

+0.9862 %)이며 Haar 웨이블릿 MRTD로 해석한 공진주파수는 2.2560 GHz(상대오차 -0.9862 %)이다.

3-3 평면형 마이크로파 소자의 해석

마이크로파 및 밀리미터파 집적회로 기술의 급속한 발전으로 인해서 평면형 마이크로파/밀리미터파 소자가 광범위하게 사용되고 있다. 따라서, 동작주파수의 상향과 하나의 모듈에 완전한 집적화를 위한 인접 Coupling의 효과 해석 등이 중요하게 되었다. 마이크로스트립이나 CPW(Coplanar Waveguide)와 같은 평면형 전송선으로 구동되는 이러한 소자들은 정확한 특성 해석을 위해서 fullwave 방법이 필요하게 되었으며 이러한 수치해석법의

표 2. 구형 공진기의 공진주파수 수치 해석에 적용한 조건

	Haar Wavelet MRTD	Conventional FDTD
Spatial Grid Size	$\Delta x = \Delta y = \Delta z = 2 \Delta x_{FDTD}$	$\Delta x = \Delta y = \Delta z = 5 \text{ mm}$
Time Step Size	$\Delta t = 2 \Delta t_{FDTD}$	$\Delta t = 0.6 \Delta t_{\max}$
Problem Size	12×8×6	24×16×12
Computational Time Step	3000	6000
Resonance Frequency	2.2560 GHz	2.2510 GHz
Calculation Time	362.55 sec	407.20 sec

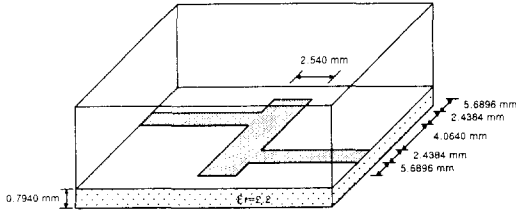


그림 10. 해석하고자 하는 저주파 여파기의 구조

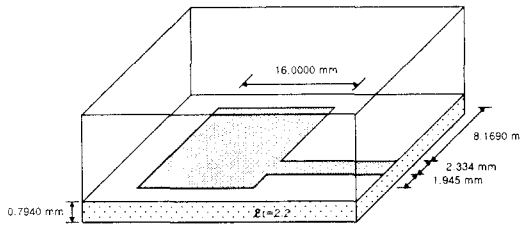


그림 11. 해석하고자 하는 마이크로스트립 패치 안테나의 구조

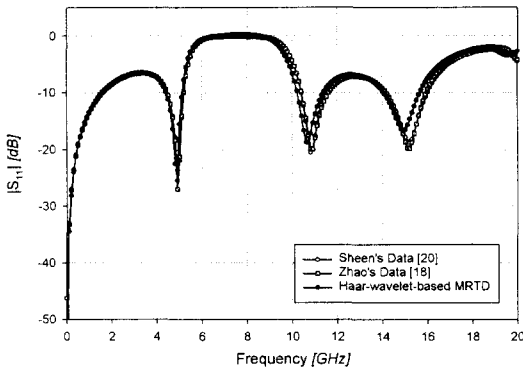


그림 12. 저주파 여파기의 산란계수 S_{11}

연구가 활발히 진행되고 있는 실정이다. 평면형 마이크로파 소자의 수치 해석 예제로 그림 10의 저주파여파기와 그림 11의 마이크로스트립 패치 안테나를 해석하였다. Sheen의 논문^[20]에서는 FDTD의 소스로 PMC를 사용하여 해석 영역의 가장자리에서 가우시안 함수(Gaussian function)를 입사시킨 후 ABC로 가장자리를 대체시켜 해석하였다. Haar 웨이블릿 MRTD의 해석에서는 DC 왜곡이 없는 Zhao가 제안한 소스를 사용하였다^[18].

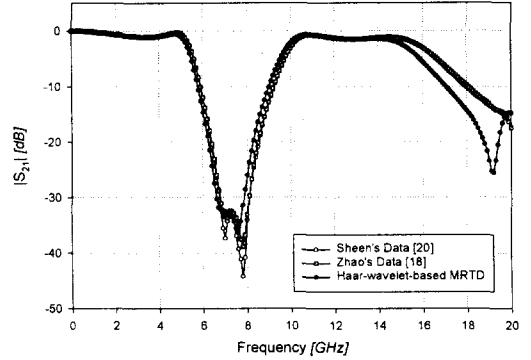


그림 13. 저주파 여파기의 산란계수 S_{21}

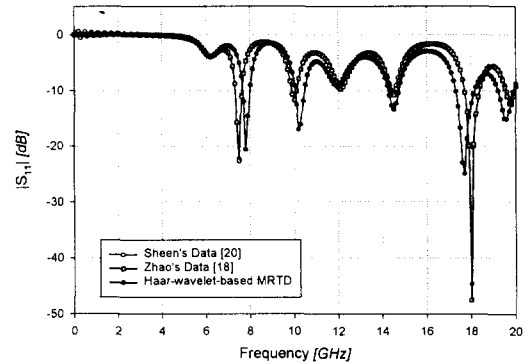


그림 14. 마이크로스트립 패치 안테나의 산란계수 S_{11}

그림 10과 그림 11의 해석구조의 산란계수를 그림 12, 13과 그림 14에 각각 나타내었다. 또한 해석한 결과에 대한 패러미터와 해석 시간을 표 3과 표 4에 비교하였다. 그림 12, 13과 표 3에서 보는 것과 같이 세 해석 방법 모두 비슷한 결과를 보이는 반면에 Haar 웨이블릿 MRTD의 해석시간은 Zhao의 경우보다 시간이 거의 절반에 해당하는 것을 볼 수 있다.

그림 14의 경우에도 해석시간이 현저하게 줄어든 것을 확인할 수 있다. 산란계수의 그림에서 Sheen의 결과에는 저주파 영역에서 흔들림을 관찰할 수 있는데 이것은 소스를 주는 곳에서 PMC (Perfect Magnetic Conductor)를 사용하여 나타난 것이며 Zhao가 제안한 소스의 방법으로 만들어진 나머지 두 결과에서는 흔들림이 사라진 것을 관찰

표 3. 저주파 여파기 산란계수 수치 해석

	Haar Wavelet MRTD	Conventional FDTD (Zhao's Data [18])
Spatial Grid Size	$\Delta x = 0.8128$ mm $\Delta y = 0.8466$ mm $\Delta z = 0.3970$ mm	$\Delta x = 0.4064$ mm $\Delta y = 0.4233$ mm $\Delta z = 0.2650$ mm
Time Step Size	$\Delta t = 0.7374$ psec	$\Delta t = 0.4410$ psec
Problem Size	$41 \times 37 \times 8$	$80 \times 74 \times 16$
Computational Time Step	2093	3500
Calculation Time	3475.83 sec	7285.84 sec

표 4. 마이크로스트립 패치 안테나 산란계수 수치 해석

	Haar Wavelet MRTD	Conventional FDTD (Zhao's Data [18])
Spatial Grid Size	$\Delta x = 0.7780$ mm $\Delta y = 0.8000$ mm $\Delta z = 0.3970$ mm	$\Delta x = 0.3890$ mm $\Delta y = 0.4000$ mm $\Delta z = 0.2650$ mm
Time Step Size	$\Delta t = 0.7255$ psec	$\Delta t = 0.4410$ psec
Problem Size	$29 \times 40 \times 8$	$60 \times 80 \times 16$
Computational Time Step	3671	6000
Calculation Time	3970.62 sec	7885.43 sec

할 수 있다. Haar 웨이블릿 MRTD의 결과에서는 주파수영역에서 나머지 두 결과와 약간의 오차가 있는데 이는 완전도체의 적용시에 생긴 오차로 비균일 격자(nonuniform grid) 등을 이용하여 해결할 수 있다.

IV. 결 론

맥스웰 컬 방정식에 Haar 웨이블릿 기저함수로 모멘트법을 적용하여 다중분해능 시간영역법을 유도하였다. 공간 영역에서 동일한 해상도를 얻기 위하여 Haar 웨이블릿 MRTD를 적용할 때는 기존의 FDTD 방법에 비하여 공간영역의 격자 크기를 2배 크게 잡아줄 수 있으므로 해석시간을 현저히 줄일 수 있는 장점을 갖는다. Haar 웨이블릿 MRTD의

안정조건과 분산특성을 기존의 FDTD와 비교하였다. 마이크로파 구조 해석에 Haar 웨이블릿 MRTD를 적용하는 것이 우수함을 살펴보기 위하여 무한 전원판에서의 전달 임피던스, 구형공진기의 공진주파수, 마이크로스트립 저주파여파기, 마이크로스트립 안테나의 특성을 해석하여 기존의 FDTD 방법과 비교하였다. Haar 웨이블릿 MRTD는 기존의 FDTD의 장점을 그대로 보유하면서 메모리와 계산시간을 절약할 수 있는 수치해석법으로 다양한 마이크로파 구조 해석에 적용될 수 있으리라 기대된다.

참 고 문 헌

[1] K. Yee, "Numerical solution of initial boun-

- dary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 14, pp. 302-307, May, 1966.
- [2] A. Taflove, *Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method*, Malabar, Artech House, 1995.
- [3] R. F. Harrington, *Field Computation by Moment Methods*, Malabar, FL, Krieger, 1982.
- [4] M. Krumpholz and P. Russer, "Two-dimensional FDTD and TLM," *Int. J. Num. Modeling*, vol. 7, no. 2, pp. 141-153, Feb., 1993.
- [5] M. Krumpholz and P. Russer, "A field theoretical derivation of TLM," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 42, no. 9, pp. 1660-1668, Sept., 1994.
- [6] M. Krumpholz, C. Huber, and P. Russer, "A field theoretical comparison of FDTD and TLM," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 43, no. 8, pp. 1935-1950, Sept., 1995.
- [7] S. G. Mallat, "A theory for multiresolution signal decomposition: The wavelet representation," *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, vol. 11, pp. 674-693, July, 1989.
- [8] B. Jawerth and W. Sweldens, "An overview of wavelet based multiresolution analyses," *SIAM Rev.*, vol. 36, no. 3, pp. 377-412, Sept., 1994.
- [9] H. Kim and H. Ling, "A fast multiresolution moment method algorithm using wavelet concepts," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 10, no. 6, pp. 317-319, Dec., 1995.
- [10] H. Kim, Changil Lee, and H. Ling, "A fast moment method algorithm using spectral domain wavelet concepts," *Radio Science*, vol. 31, no. 5, pp. 1253-1261, Sept.-Oct., 1996.
- [11] S. Kahng, S. Ju, and H. Kim, "Continuous wavelet representation of Green's functions in layered media," *Electronics Lett.*, vol. 34, no. 4, pp. 378-379, Feb., 1998.
- [12] M. Krumpholz and L. Katehi, "New prospects for time domain analysis," *IEEE Microwave Guided Wave Lett.*, vol. 5, no. 11, pp. 382-384, Nov., 1995.
- [13] M. Krumpholz and L. Katehi, "MRTD: New time-domain schemes based on multi-resolution analysis," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 44, pp. 555-571, 1996.
- [14] M. Werthen and I. Wolff, "A novel wavelet based time domain simulation approach," *IEEE Microwave Guided Wave Lett.*, vol. 6, no. 12, pp. 438-440, Dec., 1996.
- [15] M. Werthen and I. Wolff, "A wavelet based time domain moment method for the analysis of three-dimensional electromagnetic fields," *1998 IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest*, pp. 1251-1254.
- [16] E. Tentzeris, R. Robertson, L. Katehi, and A. Cangellaris, "Space and time-adaptive gridding using MRTD technique," *1997 IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest*, pp. 337-340.
- [17] M. Fujii and W. Hoefer, "Formulation of a Haar-wavelet-based multiresolution analysis similar to the 3-D FDTD method," *1998 IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest*, pp. 1393-1396.
- [18] A. Zhao, A. Raisanen, and S. Cvetkovic, "A fast and efficient FDTD algorithm for the analysis of planar microstrip discontinuities by using a simple source excitation

scheme," *IEEE Microwave Guided Wave Lett.*, vol. 5, no. 10, pp. 341-343, Oct., 1995.

[19] S. Berghe, F. Olyslager, D. Zutter, J. Morloose, and W. Temmerman, "Study of the ground bounce caused by power plane resonances," *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. 40, no. 2, pp. 111-119, May, 1998.

[20] D. M. Sheen, S. M. Ali, H. D. Abouzahra, and J. A. Kong, "Application of the three-dimensional finite-difference time-domain method to the analysis of planar microstrip circuits," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 38, pp. 849-857, July, 1990.

주 세 훈

1997년 2월: 한양대학교 전파공학과(공학사)
1999년 3월: 한양대학교 전파공학과(공학석사)
1999년 3월~현재: 서울대 수중음향특화연구소 연구원
[주 관심분야] 안테나 및 마이크로파 화로 설계, 전자파 수치해석

김 형 훈

1986년 2월: 전남대학교 계산통계학과(이학사)
1988년 2월: 한국과학기술원 전산학과(이학석사)
1988년 3월~1990년 9월: 기아자동차 기술센터 연구원
1990년 9월: 1994년 7월: 휴먼컴퓨터 선임연구원
1995년 3월~현재: 전남대학교 계산통계학과 박사과정
1994년 9월~현재: 광주여자대학교 컴퓨터공학과
[주 관심분야] 컴퓨터 프로그래밍

김 형 동



1984년 2월: 서울대학교 전자공학과(공학사)
1986년 2월: 서울대학교 전자공학과(공학석사)
1992년 5월: The University of Texas at Austin(Ph. D.) 안테나 및 電波傳播, 마이크로파공학

전공

1989년 5월~1992년 5월: Micowave Research Lab., Dept. of Electrical and Computer Enginnerring, The University of Texas at Austin : Research Assistant
1992년 6월~1993년 1월: Micowave Research Lab., Dept. of Electrical and Computer Enginnerring, The University of Texas at Austin : Postdoctoral Fellow
1993년 3월~1996년 2월: 한양대학교 전파공학과 전임강사
1996년 3월~현재: 한양대학교 전파공학과 조교수
[주 관심분야] 이동통신용 안테나, 마이크로파 회로, 초음파 공학 전자파 수치해석, 웨이블릿 변환의 수치해석 응용