

2차원 유한차분-시간영역 방법을 이용한 평면형 전송선로의 고차 모드 분산 특성 해석

Dispersion Analysis of Higher-Order Modes for Planar Transmission Lines Using the 2-Dimensional Finite-Difference Time-Domain Method

전중창* · 박위상**

Joong-Chang Chun* · Wee-Sang Park**

요 약

본 논문에서는 2차원 유한차분 시간영역 방법을 사용하여 균일 평면 전송선로의 고차 모드 주파수 분산 특성을 해석하였다. 전자계 스펙트럼의 크기만을 사용하는 기존 방법과는 달리, 푸리에 계수의 크기 및 위상 특성을 동시에 사용함으로써, 다른 공진모드에 비하여 스펙트럼의 크기가 상대적으로 작을 경우에도 모드 식별이 용이하도록 하였다. 수치해석 결과, 20 GHz 이내에서 스트립 선로에서는 고차 모드가 몇 개 발생되지 않았지만, 접지된 coplanar waveguide에서는 상당히 많은 고차 모드가 발생되며, 특히, 첫 번째 고차 모드가 기본 모드에 매우 근접해 있었다. 이와 같이, 기본 모드와 고차 모드가 매우 근접하여 있는 경우 또는 고차 모드가 매우 많이 발생하는 평면형 전송선로의 해석에 본 연구에서 해석 방법이 효과적으로 적용될 수 있다.

Astract

In this paper, we have analysed frequency-dispersion characteristics of higher-order modes for uniform planar transmission lines, using the 2-dimensional finite-difference time-domain method. The method presented in this paper uses both informations of amplitude and phase of the electromagnetic spectrum to determine resonant frequencies, while methods previously reported use the magnitude only. This algorithm is very useful when a resonant mode has a relatively small magnitude, where the identification of the resonant mode is quite difficult. Numerical results show that a strip line supports few higher-order modes within the frequency range of 20 GHz, but there occur many higher-order modes in the structure of grounded coplanar waveguide, where resonant frequencies of the first higher-order mode is very close to those of the fundamental mode and there occur lots of very adjacent higher-order modes. As in this example, for the analysis of planar transmission lines which support many resonant modes very close each other, the method presented in this paper can be applied very efficiently.

* 위덕대학교 정보통신공학과(Department of Communications Engineering, Uiduk University)

** 포항공과대학교 전자전기공학과(Department of Electronic and Electrical Engineering, Pohang University of Science and Technology(POSTECH))

· 논문 번호 : 990109-001

· 수정완료일자 : 1999년 5월 11일

I. 서 론

근래에 들어서 무선통신의 수요는 급격히 증가하고 있으며, 이에 비하여 전파 자원의 스펙트럼은 한정되어 있으므로, PCS(personal communications system), WLL(wireless local loop), MMDS(multichannel multipoint distribution service) 또는 위성통신 등과 같은 무선 통신 시스템에서, 점차 더 높은 대역의 주파수가 사용되고 있다^[1]. 주파수가 증가함에 따라, MIC(microwave integrated circuit) 또는 MMIC(monolithic microwave integrated circuit) 등의 마이크로파 회로 설계에서, 더욱 정확한 수동 소자 주파수 특성 해석이 요구된다. 마이크로파 수동소자의 해석 방법에는 모멘트 방법, 적분 방정식 기법, 주파수 영역 방법, 유한차분-시간영역 방법, 전송선로 행렬 방법(transmission line matrix method: TLM method), MOL(method of line) 등이 있다^[2]. 이 중에서 유한차분-시간영역 방법(finite-difference time-domain method: FDTD method)은 Green 함수를 필요로 하지 않고, Maxwell 방정식을 직접 이산화하여 일 회의 시뮬레이션으로 넓은 주파수 대역의 특성을 구할 수 있으므로, 근래의 컴퓨터 기술의 발전과 더불어, 균일 선로 및 불연속 구조 해석에 많은 각광을 받고 있는 수치 해석 방법이다^[3].

2차원 FDTD 방법은 X_{io} ^[4]와 A_{si} ^[5]에 의하여 제안되었으며, 균일 전송선로에서 미리 주어진 전파상수에 대하여 초기 임펄스 전자계 분포로부터 Maxwell 방정식의 시간 영역 반복 계산을 통하여 정상적인 전자계 분포를 구하는 방법이다. 2차원 FDTD 방법에서의 공진 이론은 2D-TLM 방법에서 고유주파수를 구하는 스펙트럼 분석 이론과 동일한 원리를 가지며, 평면형 전송선로의 기본 모드(mode) 분산특성 분석에 주로 이용되어 왔다^[6]~^[8]. 그러나 시간영역 데이터를 푸리에 변환하면, 기본 모드뿐만 아니라 고차 모드에 해당하는 주파

수에서도 공진 현상이 나타나게 되며, 본 논문에서는 2차원 FDTD 방법을 기존의 기본 모드 해석에서 고차 모드의 분산 특성 해석까지 그 적용 범위를 확장하였다. 2차원 FDTD 방법을 이용한 고차 모드의 해석에서 문제점은 인접한 모드의 공진주파수가 매우 근접해 있을 경우 각각을 구분해 내는 것이 어렵다는 점이다. 본 논문에서는 전자계 스펙트럼의 크기 및 위상 불연속 특성을 동시에 사용함으로써, 스펙트럼의 크기가 상대적으로 작은 모드에 대하여도 식별이 용이하도록 하였다.

평면형 전송선로의 해석 예로서, 마이크로스트립 선로, 스트립 선로, 접지된 coplanar waveguide에 대한 20 GHz까지의 주파수 분산 특성 해석 결과를 보였다. 수치 해석 결과는 상용 CAD 소프트웨어인 HFSS^[9]로부터 얻어진 결과와 비교하였다.

II. 해석 이론

2-1 2차원 시간영역 차분 방정식

유전율과 투자율이, 각각, ϵ 과 μ 인 무손실 균질 매체에서 Maxwell curl 방정식을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\mu \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} = -\nabla \times \bar{E} \quad (1)$$

$$\epsilon \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} = \nabla \times \bar{H} \quad (2)$$

여기서 \bar{E} 는 전계를, \bar{H} 는 자계를 나타낸다. 전자파 진행 방향이 +z 방향이라고 가정할 때, 이 방향으로 균일 전송선로에서 전파상수가 β 인 전파 모드(mode)는 $e^{-j\beta z}$ 의 전자계 분포를 갖는다. 따라서 식 (1)과 (2)의 미분 방정식에서 $\frac{\partial}{\partial z}$ 는 $-j\beta$ 로 치환될 수 있으며, Maxwell curl 방정식은 x, y 좌표의 2차원 방정식이 된다. 수치적 해를 구하기 위하여 이 편미분 방정식을 공간과 시간 영역에서 이산화 하여야 한다. 즉, 전송선로의

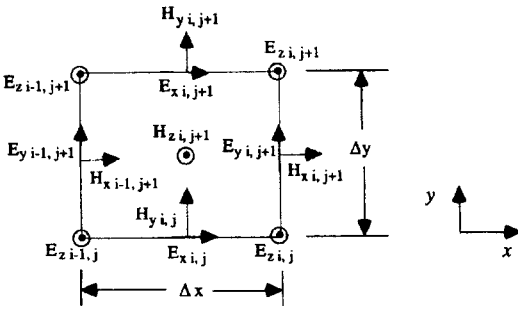


그림 1. 2차원 단위격자 및 전자계 성분의 위치
Fig. 1. 2-dimensional unit cell and the location of electromagnetic field components.

단면을 그림 1에 보인 단위 격자로 분할하면 아래 식과 같은 2차원 차분 방정식을 구할 수 있다^[5].

$$H_x^{n+1/2}(i, j) = H_x^{n-1/2}(i, j) - \frac{\Delta t}{\mu} \cdot \left[j\beta E_y^n(i, j) + \frac{E_z^n(i, j) - E_z^n(i, j-1)}{\Delta y} \right] \quad (3)$$

$$E_x^{n+1}(i, j) = E_x^n(i, j) - \frac{\Delta t}{\epsilon} \cdot \left[\frac{H_z^{n+1/2}(i, j+1) - H_z^{n+1/2}(i, j)}{\Delta y} + j\beta H_y^{n+1/2}(i, j) \right] \quad (4)$$

여기서 i, j 는 x, y 방향의 이산화 계수를, n 은 시간 영역의 이산화 계수를 각각 의미한다. 그리고 Δx 와 Δy 는 x 축 및 y 축의 이산간격을, Δt 는 시간 영역 이산간격을 나타낸다. 다른 전자계 성분에 대한 차분 방정식도 Maxwell curl 방정식으로부터 비슷하게 유도될 수 있으며, 수치 미분에는 아래 식과 같은 중심 차분(central difference) 공식이 적용되었다^[10].

$$f'(x_0) = \frac{1}{2h} [f(x_0 + h) - f(x_0 - h)] - \frac{h^2}{6} f^{(3)}(\xi), \quad x_0 - h < \xi < x_0 + h \quad (5)$$

여기서 x_0 는 시간 또는 공간영역의 한 절점을 나타내며, 이산간격 h 는 $\Delta x/2$ 또는 $\Delta t/2$ 에 대응된다. 그리고 차분 방정식이 수렴하기 위한 안정조건은 다음 식으로 주어진다^[11].

$$c\Delta t \leq [(\Delta x)^{-2} + (\Delta y)^{-2} + (\beta/2)^{-2}]^{-1/2} \quad (6)$$

여기서 c 는 계산공간에서 최대 광속을 의미한다. 위에서 유도된 차분 방정식으로부터 미리 주어진 전파상수에 대하여 공진 주파수를 구하기 위하여는 전송선로 단면의 임의의 한 점에 임펄스를 인가시켜 초기조건을 설정한다. 이 초기조건으로부터 전계와 자계를 기술하는 차분 방정식을 고대로 계산하여 임의의 한 관측 절점에서 시간영역 데이터를 얻을 수 있으며, 이 시간 데이터를 푸리에 변환한 스펙트럼의 크기 및 위상 데이터에서 공진 주파수를 찾게 된다. 그리고 고차 모드 해석에서는 충분히 안정된 모드의 형성을 위하여 시간 반복 회수를 기본 모드 해석에서보다 훨씬 더 큰 값으로 설정하여야 한다.

2-2 2차원 FDTD 방법에서의 공진 이론

충분한 시간 반복을 거치면, 임의의 위치 (i, j) 에서, 시간영역 신호는 여러 전파 모드들의 합으로 표시될 수 있다^[6].

$$\Psi^n(i, j) = \sum_{m=1}^{\infty} c_m \phi_m(i, j) e^{j2\pi f_m n \Delta t} \quad (7)$$

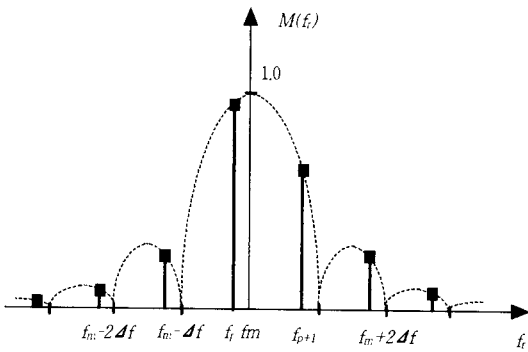
여기서 $\Psi^n(i, j)$ 는 시간영역의 횡단면 전자계를, 그리고 $\phi_m(i, j)$ 과 f_m 은 선로 단면의 m 번째 고유 모드와 고유주파수, 즉, 공진 주파수를 각각 의미한다. 이 식을 이산 푸리에 변환(discrete Fourier transform)하면

$$F_r(i, j) = \sum_{n=0}^{N-1} \Psi^n(i, j) e^{-j2\pi f_r n \Delta t}, \quad r=0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (8)$$

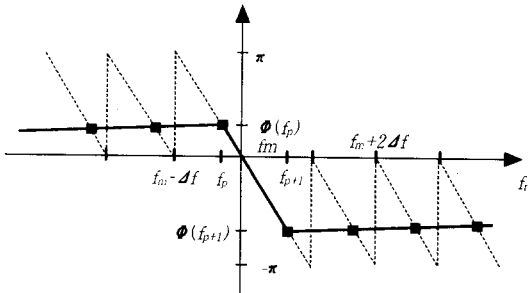
가 된다. 여기서 N 은 시간 반복회수를 나타내며, 주파수 해상도를 $\Delta f = 1/N\Delta t$ 로 표현하면, 계수 r 에 대한 주파수는 $f_r = r\Delta f = r/(N\Delta t)$ 로 주어진다. 식 (7)을 식 (8)에 대입하여 정리하면,

$$F_r(i, j) = \sum_{m=1}^{\infty} c_m \phi_m(i, j) e^{-j\pi(N-1)\Delta t(f_r - f_m)} \cdot \left[\frac{\sin\{N\pi\Delta t(f_r - f_m)\}}{\sin\{\pi\Delta t(f_r - f_m)\}} \right] \quad (9)$$

를 얻을 수 있다. 그림 2는 m 번째 모드의 공진 주파수 부근에서 푸리에 계수의 크기 $M(f_r)$ 과 위상 $\Phi(f_r)$ 을 그림으로 표시한 것이다. 편의상 크기는



(a)



(b)

그림 2. m 번째 모드의 공진 주파수 부근에서 푸리에 계수의 크기 및 위상. (a) 크기, (b) 위상
Fig. 2. Magnitude and phase of Fourier coefficients in the vicinity of the m th resonant mode. (a) Magnitude, (b) Phase.

$c_m \phi_m(i, j) = 1/N$ 로 정규화 되었으며, 이 모드가 인접 모드와 충분히 분리되어 있다고 가정한다. 그림 2(a)에서 이상적인 표본(sampling)으로 푸리에 변환이 이루어지면, 즉, $f_p = f_m$ 이면, 푸리에 스펙트럼의 진폭은 공진 주파수에서 임펄스 모양을 나타내게 되며, 이상적인 표본이 이루어지지 않았을 경우에도 N 을 충분히 크게 하면 $f_p \approx f_m$ 이 된다.

한편, 그림 2에 그림으로 표시된 것과 같이 $f_m - \Delta f \leq f_r \leq f_m + \Delta f$ 범위에서 푸리에 스펙트럼의 진폭과 위상은 다음과 같이 표현된다.

$$M(f_r) = \frac{\sin\{N\pi\Delta t(f_r - f_m)\}}{\sin\{\pi\Delta t(f_r - f_m)\}} \quad (10)$$

$$\Phi(f_r) = -\pi(N-1)\Delta t(f_r - f_m) \quad (11)$$

이 두 식으로부터 공진 주파수 f_m 좌우의 두 표본 주파수 f_p, f_{p+1} 에서 진폭비 및 위상차는 각각 다음과 같이 계산된다.

$$\frac{M(f_{p+1})}{M(f_p)} = \frac{\sin[\pi N\Delta t(f_{p+1} - f_m)] \sin[\pi\Delta t(f_p - f_m)]}{\sin[\pi\Delta t(f_{p+1} - f_m)] \sin[\pi N\Delta t(f_p - f_m)]} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \Phi(f_{p+1}) - \Phi(f_p) &= -\pi(N-1)\Delta t(f_{p+1} - f_p) \\ &= -\pi \frac{N-1}{N} \approx -\pi, \quad N \gg 1 \end{aligned} \quad (13)$$

따라서, 공진 주파수 양쪽의 두 주파수에서 푸리에 계수의 위상이 180° 바뀌게 됨을 알 수 있다. 한편, 여러 모드가 매우 밀집되어 있으면, 위상차가 정확하게 180° 로 되지 않고 불연속적인 모양을 가지게 된다. 이와 같이, 스펙트럼의 진폭에서 보이는 공진 현상뿐만 아니라 위상 불연속 특성을 이용하면, 관측 위치에서 다른 모드에 비하여 진폭이 상대적으로 작게 나타나는 모드에 대하여도 그 존재 여부를 용이하게 식별할 수 있다. 그리고 $M(f_{p+1}), M(f_p), f_{p+1}, f_p, N, \Delta t$ 는 미리 알

수 있는 값이므로 식 (12)를 Newton-Rhapson 등의 수치적인 방법으로 f_m 에 관하여 풀면 주파수 해상도 Δf 에 무관하게 공진 주파수를 결정할 수 있다^[6]. 푸리에 스펙트럼에서 $m=1$ 일 때가 기본 모드의 공진 주파수를 나타내고, $m=2, 3, 4, \dots$ 일 때는 고차 모드의 공진 주파수를 표시하게 된다.

III. 수치해석 결과 및 분석

수치 해석의 예로서 마이크로스트립 선로, 스트립 선로, 접지된 coplanar waveguide의 기본 모드 및 고차 모드에 대한 주파수 분산 곡선을 구하고자 한다. 먼저, 마이크로스트립 선로의 모드 분산 특성 해석 결과를 그림 3에 나타내었다. 여기에서 FDTD 방법에 의한 결과가 유한요소법(finite element method)을 사용하는 HFSS로 해석된 결과와 잘 일치함을 볼 수 있다. 단위 격자의 크기는 $\Delta x = \Delta y = 0.127$ mm, 시간 이산간격 $\Delta t = 0.295$ ps

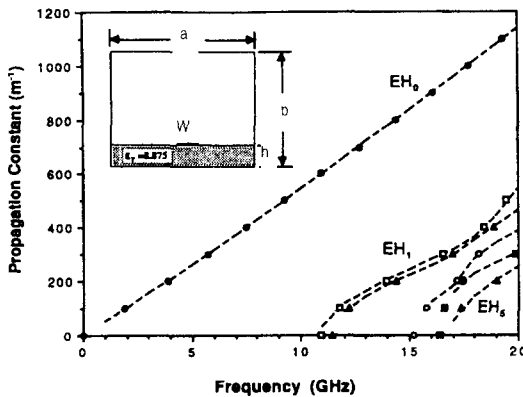
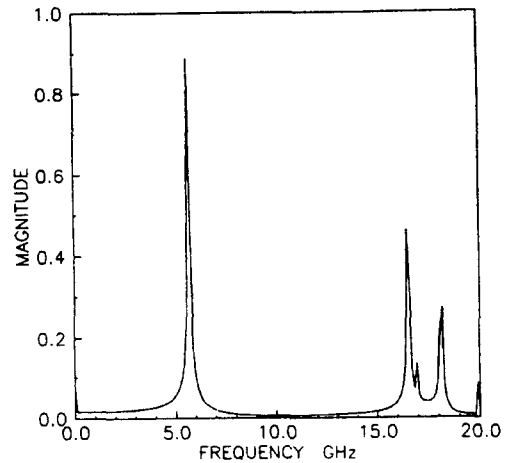


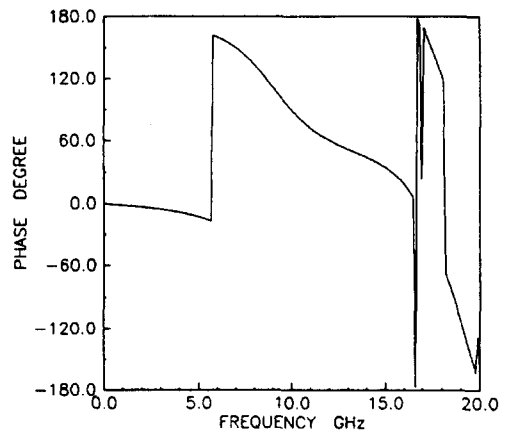
그림 3. 차폐 마이크로스트립 선로에서 $EH_0 \sim EH_5$ 모드의 분산곡선($a=b=12.7$ mm, $W=H=1.27$ mm, $\epsilon_r=8.875$; Dot: 2D-FDTD, dashed line: HFSS)

Fig. 3. Dispersion curves for $EH_0 \sim EH_5$ modes in the shielded microstrip line($a=b=12.7$ mm, $W=H=1.27$ mm, $\epsilon_r=8.875$; Dot: 2D-FDTD, dashed line: HFSS)

이며, 시간 반복 횟수는 30,000번으로 하였다. 그림 4는 $\beta=300$ m^{-1} 에서 전체의 스펙트럼 해석 결과이며, 5.688 GHz, 16.546 GHz, 16.949 GHz, 18.192 GHz, 19.887 GHz 등의 다섯 곳의 주파수 위치에서 DFT 계수의 크기 peak와 약 180° 의 위상 변화가 발생



(a)



(b)

그림 4. 그림 3의 마이크로스트립 선로에서 $\beta=300$ m^{-1} 일 경우의 푸리에 스펙트럼. (a) 크기, (b) 위상

Fig. 4. Fourier spectrum for $\beta=300$ m^{-1} in the microstrip line shown in Fig. 3. (a) Magnitude, (b) Phase.

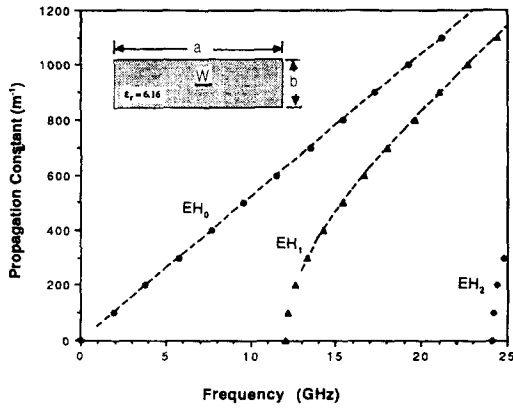


그림 5. 차폐 스트립 선로에서 $EH_0 \sim EH_2$ 모드의 분산곡선($a=5.02$ mm, $b=1.524$ mm, $W=0.502$ mm, $\epsilon_r=6.16$: Dot: 2D-FDTD, dashed line: HFSS)

Fig. 5. Dispersion curves for $EH_0 \sim EH_2$ modes in the shielded strip line($a=5.02$ mm, $b=1.524$ mm, $W=0.502$ mm, $\epsilon_r=6.16$: Dot: 2D-FDTD, dashed line: HFSS)

됨을 볼 수 있다. 그리고 16.949 GHz와 19.887 GHz의 주파수에서 진폭 peak는 다른 공진 주파수에 비하여 상대적으로 미약하게 나타나지만, 위상 불연속 현상은 명확하게 나타나므로 이 두 주파수에서의 진폭 peak도 공진 모드에 의하여 발생된 것임을 알 수 있다.

그림 5는 스트립 선로에서의 분산 곡선 해석 결과이며, FDTD 방법에 의한 결과가 HFSS 시뮬레이션 결과와 잘 일치하고 있다. 단위 격자의 크기는 $\Delta x = 0.06275$ mm, $\Delta y = 0.0762$ mm이며, 시간 이산간격 $\Delta t = 0.295$ ps, 시간 반복 횟수는 30,000번이다. 이 그림으로부터 스트립 선로에서는 고차 모드가 거의 발생되지 않음을 볼 수 있다.

그림 6은 비유전율이 9.6인 GaAs 기판의 접지된 coplanar waveguide(GCPW)에서 $EH_0 \sim EH_9$ 모드에 대한 분산 곡선이다. 여기서 모드 EH_0 와 EH_1 , 그리고 모드 EH_3 과 EH_4 가 매우 인접해 있는 것을 볼 수 있으며, HFSS에 의한 결과와 잘 일치

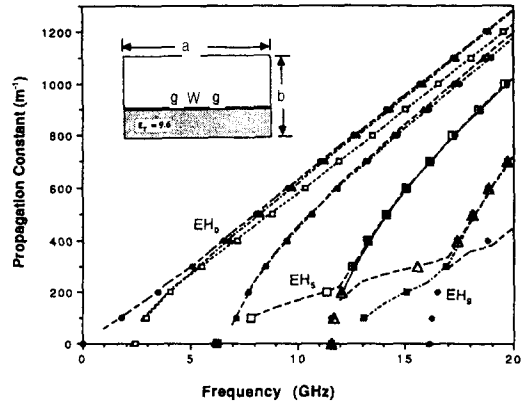


그림 6. $EH_0 \sim EH_9$ 모드에 대한 GCPW의 분산곡선($a=24.0$ mm, $b=4.445$ mm, $W=2.0$ mm, $H=0.635$ mm, $g=1.0$ mm, $\epsilon_r=9.6$: Dot: 2D-FDTD, dashed line: HFSS)

Fig. 6. Dispersion curves for $EH_0 \sim EH_9$ modes in the grounded coplanar waveguide($a=24.0$ mm, $b=4.445$ mm, $W=2.0$ mm, $H=0.635$ mm, $g=1.0$ mm, $\epsilon_r=9.6$: Dot: 2D-FDTD, dashed line: HFSS)

하고 있다. 공간 및 시간 이산화 파라미터는 $\Delta x = 0.25$ mm, $\Delta y = 0.127$ mm, $\Delta t = 0.295$ ps, 시간 반복 횟수는 80,000번이다. 고차 모드가 많이 발생하는 구조에서는 모드들이 매우 인접하게 되므로 주파수 해상도를 높이기 위하여 시간 반복 횟수를 크게 할 필요가 있다.

IV. 결 론

본 논문에서는 2차원 유한차분 시간영역 방법을 사용하여 균일 평면 전송선로의 기본 모드 및 고차 모드의 주파수 분산 특성을 해석하였다. 본 논문에서는 스펙트럼의 크기뿐만 아니라 위상 특성까지 이용함으로써, 스펙트럼의 크기가 상대적으로 작게 나타나는 모드에 대하여도 그 존재 여부를 용이하게 식별할 수 있도록 하였으며, 이는 고차 모드의 분산 특성 해석에 매우 효과적으로 적용될

수 있다. 수치 해석의 예로서, 마이크로스트립 선로, 스트립 선로, 접지된 coplanar waveguide에 대한 주파수 분산 특성 곡선을 구하였으며, HFSS에 의한 해석 결과와 잘 일치함을 보였다.

참 고 문 헌

[1] 이문호, "새로운 통신 서비스에 대한 「주파수 경매제도」 정책 방향," 한국통신학회 1996년 통신망 계획 심포지움, pp. 512-532, 1996. 9.
 [2] B. Bhat, S. K. Koul, *Stripline-like Transmission Lines for Microwave Integrated Circuits*, Wiley Eastern Limited, 1989.
 [3] A. Taflove, *Computational Electromagnetics: the Finite-Difference Time-Domain Method*, Artech House, 1995.
 [4] S. Xio, R. Vahldieck, H. Jin, "Full-wave analysis of guided wave structures using a novel 2-D FDTD," *IEEE Microwave Guided Wave Letters*, vol. 2, no. 3, pp. 165-167, May, 1992.
 [5] A. Asi, L. Shafai, "Dispersion analysis of anisotropic inhomogeneous waveguides using compact 2-D FDTD," *Electron. Letters*, vol. 28, no. 15, pp. 1451-1452, July, 1992.

[6] J. C. Chun, W. S. Park, "Application of the discrete Fourier transform in the 2-D-FDTD method," *Microwave Optical Technol. Lett.*, vol. 7, no. 17, pp. 781-784, Dec., 1994.
 [7] F. Arndt, V. J. Brankovic, D. V. Krupezevic, "An improved FD-TD full wave analysis for arbitrary guiding structures using a two-dimensional mesh," *1992 IEEE MTT-S Digest*, pp. 389-392, 1992.
 [8] M. Tong, Y. Chen, "Analysis of propagation characteristics and field images for printed transmission lines on anisotropic substrates using a 2-D-FDTD method," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 46, no. 10, pp. 1507-1510, Oct., 1998.
 [9] High-Frequency Structure Simulator, Hewlett-Packard, Santa Rosa, CA., USA.
 [10] R. L. Burden, J. D. Faires, *Numerical Analysis*, PWS-Kent, pp. 146-154, 1989.
 [11] A. C. Cangellaris, "Numerical stability and numerical dispersion of a compact 2-D/FDTD method used for the dispersion analysis of waveguides," *IEEE Microwave Guided Wave Letters*, vol. 3, no. 1, pp. 3-5, Jan., 1993.

전 중 창



1984년 2월: 경북대학교 전자공학과(공학사)
 1991년 2월: 포항공과대학교 전자전기공학과(공학석사)
 1995년 2월: 포항공과대학교 전자전기공학과(공학박사)
 1995년 3월~1997년 2월: 한국통신 연구개발본부 무선통신연구소 선임연구원

1997년 3월~현재: 위덕대학교 정보통신공학과 전임강사, 조교수

[주 관심분야] 마이크로파 공학, 안테나 공학, 마이크로파 소자 수치해석, 마이크로파 계측시스템, 무선이동통신

박 위 상



1974년: 서울대학교 전자공학과(공학사)
 1982년: University of Wisconsin-Madison 전기공학과(공학석사)
 1986년: University of Wisconsin-Madison 전기공학과(공학박사)
 1986년~1988년: Wichita State University 객원조교수

1988년~현재: 포항공과대학교 전자전기공학과 조교수, 부교수, 정교수

1997년: Utah 대학교 Gandhi 교수의 Bioelectromagnetics 연구실 방문교수

1995년~현재: MARC(국방부 및 국방과학연구소 지정
전자파특화연구센터) 안테나 연구실 실장
[주 관심분야] 마이크로파 공학, 안테나 공학, 마이크로
스트립 위상배열 안테나, 초고주파 대역 물질상수 측
정, 휴대폰 전파 SAR 계산 및 측정