

나카가미 감쇄 채널에서 수신 신호의 위상오류 분포와 포락선 분포

Distribution of the Phase Error and the Envelope of the Received Signal over Nakagami Fading Channel

임채헌* · 한영열**

Chae-Hun Im* · Young-Yearl Han**

요 약

이 논문에서는 나카가미 감쇄가 존재하는 채널 환경에서 대역 여파기를 통과한 수신 신호의 위상오류와 포락선에 대한 확률 밀도 함수를 유도한다. 유도된 확률 밀도 함수를 이용하여 나카가미 감쇄 환경에서 동기 BPSK, 비동기 FSK, DPSK 그리고 비동기 ASK의 오류 확률을 새로운 방법으로 유도한다.

Abstract

In this paper we derive the probability density function of the phase error and that of the envelope of the received signal over Nakagami fading channel. Using the new probability density functions we analyze the performance of coherent BPSK, noncoherent FSK, DPSK and noncoherent ASK on Nakagami fading by means of new methods.

I. 서 론

이동 통신의 여러 가지 문제점 중에서도 특히 다중 경로에 의한 감쇄 현상이 아주 중요한 문제가 되고 있다. 따라서 이러한 감쇄 채널을 모형화하기 위하여 나카가미, 레일리, 라이스 그리고 로그노말 등 여러 가지의 감쇄 모형이 제시되었다. 그 가운데 나카가미 감쇄 모형은 감쇄 지수 m 을 바꿈으로써 반정규 분포, 레일리 분포를 표현할 수 있고, 라이스 분포와 매우 비슷한 표현식 등 여러 가지의 감쇄 모형을 표현할 수 있는 유용한 모형

이다^[1]. 또한 나카가미 감쇄 모형은 가장 일반적인 모형이며, 실험적·이론적으로 도시 지역에서의 감쇄 채널을 가장 잘 나타내는 모형으로 알려져 있다^{[2],[3]}.

이 논문에서는 협대역 정규 잡음과 나카가미 감쇄가 존재하는 환경에서 수신신호의 위상오류와 포락선의 확률 밀도 함수를 유도한다. 위상오류의 분포 함수로부터 수신기에 들어오는 신호의 크기를 직접 검출하여 판정영역에서 바로 신호를 판별하고자 확률 변수 변환을 통하여 수신신호의 크기에 대한 새로운 확률 밀도 함수를 도출한다. 이 확률 밀도 함수에서 수신신호의 판별에 필요한 문턱

*한국전자통신연구원 무선방송기술연구소 위성통신시스템 연구부

**한양대학교 공과대학 전자전기공학부

· 논문 번호 : 981231-131

· 수정완료일자 : 1999년 4월 28일

값을 계산한 뒤 이로부터 판정영역에서 동기 BP-SK의 오류 확률을 얻는다^[4]. 그 다음 포락선의 분포 함수로부터 비동기 FSK, DPSK 그리고 비동기 ASK의 오류 확률을 기존의 방법과는 달리 평균을 취하는 과정을 거치지 않고 한번의 이중 적분을 통한 새로운 방법으로 유도한다.

II. 나카가미 감쇄에 의한 수신 신호의 위상오류와 포락선 분포

2-1 위상오류의 분포

대역통과 여과기를 통과한 수신 신호는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} y(t) &= A \cos \omega_c t + n_c \cos \omega_c t - n_s \sin \omega_c t \\ &= \sqrt{(A + n_c)^2 + n_s^2} \\ &\quad \cdot \cos\left(\omega_c t + \tan^{-1} \frac{n_s}{A + n_c}\right) \\ &= R \cos(\omega_c t + \theta) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 R 과 θ 는 각각 포락선과 위상오류를 나타내고 있으며, n_c 와 n_s 는 서로 독립이고 평균이 0이며 분산이 σ_n^2 인 정규 잡음을 나타낸다.

감쇄에 의하여 신호 성분의 진폭이 불규칙하게 변하므로 A 는 다음과 같은 나카가미 분포를 갖는 것으로 가정한다^[1].

$$f_A(a) = \frac{2}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m a^{2m-1} e^{-ma^2/\Omega}, \quad a \geq 0 \quad (2)$$

여기서 $\Omega = E[A^2]$ 이고, $\Gamma(\cdot)$ 는 감마함수를 나타내며, 감쇄 지수 m 은 적률의 비로서 다음과 같이 정의된다.

$$m = \frac{\Omega^2}{E[(A^2 - \Omega)^2]}, \quad m \geq \frac{1}{2} \quad (3)$$

나카가미 분포는 m 이 1/2일 때는 반정규 분포를, m 이 1일 때에는 레일리 분포를 나타낸다. 그리고 m 이 무한대일 때에는 감쇄가 없는 경우를 나타내며 m 을 적절히 선택하면 라이스 분포나 로그 노말 분포를 나타낼 수도 있다. 새로운 변수 x 와 y 를 다음과 같이 정의한다.

$$\left. \begin{aligned} x &= A + n_c = R \cos \theta \\ y &= n_s = R \sin \theta \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

A 와 n_c 는 서로 독립이므로 x 에 대한 확률 밀도 함수는 두 확률 밀도 함수의 중첩이 된다^[5].

$$\begin{aligned} f(x) &= \int_{-\infty}^{\infty} f_A(a) f_{N_c}(x-a) da \\ &= \frac{2}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m \frac{e^{-x^{2/2\Omega^2}}}{\sqrt{2\pi\sigma_n^2}} \\ &\quad \cdot \int_0^{\infty} a^{2m-1} e^{-ka^2} e^{\frac{x}{\sigma_n^2} a} da \end{aligned} \quad (5)$$

위의 식에서 상수 $k = \frac{m}{\Omega} + \frac{1}{2\sigma_n^2}$ 이다. 식 (5)를 풀기 위하여 적분테이블에서^[6, pp. 337] 아래의 관계식을 이용하면

$$\begin{aligned} &\int_0^{\infty} x^{v-1} e^{-\beta x^2 - \gamma x} dx \\ &= (2\beta)^{-\frac{v}{2}} \cdot \Gamma(v) \cdot e^{\frac{\gamma^2}{8\beta}} \cdot D_{-v}\left(\frac{\gamma}{\sqrt{2\beta}}\right) \end{aligned} \quad (6)$$

다음 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{2\Gamma(2m)}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{2k\Omega}\right)^m \\ &\quad \cdot \frac{e^{(4k\sigma_n^2 - 1)x^2/8k\sigma_n^4}}{\sqrt{2\pi\sigma_n^2}} \cdot D_{-2m}\left(\frac{-x}{\sqrt{2k}\sigma_n}\right) \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 $D_v(x)$ 는 포물 원통(parabolic cylinder) 함수로서 다음과 같이 정의된다^[6].

$$D_v(x) = \frac{e^{-x^2/4}}{\Gamma(-v)} \int_0^\infty e^{-xy - y^2/2} y^{-v-1} dy, \quad (8)$$

$v < 0$

x 와 y 의 결합 확률 밀도 함수는 x 와 y 가 서로 독립이므로 각각의 밀도 함수를 곱하여 정리하면 아래와 같다.

$$f(x, y) = \frac{\Gamma(2m)}{\pi \sigma_n^2 \Gamma(m)} \left(\frac{m}{2k\Omega} \right)^m \cdot e^{-\frac{4k\sigma_n^2(x^2 + y^2) - x^2}{8k\sigma_n^4}} \cdot D_{-2m} \left(\frac{-x}{\sqrt{2k\sigma_n^2}} \right) \quad (9)$$

이로부터 식 (4)의 관계를 이용하여 R 과 θ 의 결합 확률 밀도 함수를 얻으면 다음과 같이 표현된다.

$$f(r, \theta) = \frac{re^{-lr^2}}{2\pi\sigma^2} \cdot D_{-2m}(-rb) \quad (10)$$

위의 식에서 각 상수들은 아래와 같다.

$$\frac{1}{2\sigma^2} = \frac{\Gamma(2m)}{\sigma_n^2 \Gamma(m)} \left(\frac{m}{2k\Omega} \right)^m \quad (11)$$

$$l = \frac{4k\sigma_n^2 - (\cos\theta)^2}{8k\sigma_n^4} \quad (12)$$

$$b = \frac{\cos\theta}{\sqrt{2k\sigma_n^2}} \quad (13)$$

나카가미 감쇄에 의하여 발생하는 위상오류의 확률 밀도 함수는 식 (10)을 포락선 R 의 전 구간에 대하여 적분함으로써 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} f(\theta) &= \int_0^\infty \frac{re^{-lr^2}}{2\pi\sigma^2} \cdot D_{-2m}(-rb) dr \\ &= \int_0^\infty \frac{r \cdot 2^{-m} e^{-(l+b^2/4)r^2}}{2\sqrt{\pi}\sigma^2 \Gamma(m+1/2)} \\ &\quad \cdot {}_1F_1\left(m; \frac{1}{2}; \frac{r^2 b^2}{2}\right) dr \\ &+ \int_0^\infty \frac{r^2 b \cdot 2^{-m} e^{-(l+b^2/4)r^2}}{\sqrt{2\pi}\sigma^2 \Gamma(m)} \end{aligned}$$

$$\cdot {}_1F_1\left(m + \frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{r^2 b^2}{2}\right) dr \quad (14)$$

여기서 ${}_1F_1(\cdot)$ 은 초기하 함수이고 다음식과 같이 정의된다^[6].

$${}_1F_1(\alpha; \beta; x) = \sum_{i=0}^\infty \frac{\Gamma(\alpha+i)\Gamma(\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta+i)} \frac{x^i}{i!} \quad (15)$$

식 (14)의 적분을 계산하고 상수들을 대입하여 정리하면 최종적으로 나카가미 감쇄에 의한 위상오류의 확률 밀도 함수를 얻을 수 있다^[4].

$$\begin{aligned} f(\theta) &= \frac{1}{2\pi} \left(\frac{m}{m+S} \right)^m \\ &\quad \cdot {}_2F_1\left(1, m; \frac{1}{2}; -\frac{S \cos^2 \theta}{m+S}\right) \\ &+ \frac{2^{-2m} \Gamma(2m) \cdot \cos \theta}{\Gamma^2(m)} \left(\frac{m}{m+S} \right)^m \sqrt{\frac{S}{m+S}} \\ &\quad \cdot {}_2F_1\left(m + \frac{1}{2}, \frac{3}{2}; \frac{3}{2}; \frac{S \cos^2 \theta}{m+S}\right) \\ &\quad \cdot -\pi \leq \theta \leq \pi \end{aligned} \quad (16)$$

여기서 $S = \Omega/2\sigma_n^2$ 으로 신호대 잡음비 ${}_2F_1(\cdot)$ 은 초기하 함수이며 다음식과 같이 정의된다^[6].

$$\begin{aligned} {}_2F_1(\alpha, \beta; \gamma; x) \\ &= \sum_{i=0}^\infty \frac{\Gamma(\alpha+i)\Gamma(\beta+i)\Gamma(\gamma)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)\Gamma(\gamma+i)} \frac{x^i}{i!} \end{aligned} \quad (17)$$

2-2 포락선의 분포

포락선의 분포 함수도 위상오류의 분포 함수를 얻는 방법과 비슷한 과정을 통하여 얻을 수 있다. 식 (5)의 적분을 먼저 계산하면 수식이 복잡하게 전개되므로 이는 나중에 계산하기로 한다.

$$\begin{aligned} f(x, y) &= \frac{2}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega} \right)^m \frac{e^{-(x^2 + y^2)/2\sigma_n^2}}{2\pi\sigma_n^2} \\ &\quad \cdot \int_0^\infty a^{2m-1} e^{-ka^2} e^{-\frac{x}{\sigma_n^2} a} da \end{aligned} \quad (18)$$

식 (18)로부터 식 (4)의 관계를 이용하여 R 과 θ 의 결합 확률 밀도 함수를 얻는다.

$$f(r, \theta) = \frac{2r}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m \frac{e^{-r^2/2\sigma_n^2}}{2\pi\sigma_n^2} \cdot \int_0^\infty a^{2m-1} e^{-ka^2} e^{\frac{r \cos \theta}{\sigma_n^2} a} da \quad (19)$$

주변 확률 밀도 함수의 정의에^[5] 의하여 θ 의 전 구간에 대해 식 (19)를 적분하면 포락선 R 에 대한 확률 밀도 함수를 얻을 수 있다.

$$f(r) = \frac{2r}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m \frac{e^{-r^2/2\sigma_n^2}}{2\pi\sigma_n^2} \cdot \int_0^\infty a^{2m-1} e^{-ka^2} \int_{-\pi}^\pi e^{\frac{r \cos \theta}{\sigma_n^2} a} d\theta da \quad (20)$$

적분테이블에서^[6, pp.482, pp.716] 다음의 두 관계식을 이용하여 위의 식을 계산한다.

$$\int_0^\pi e^{\pm \beta \cos x} dx = \pi J_0(i\beta) \quad (21)$$

$$\begin{aligned} & \int_0^\infty x^\mu e^{-ax^2} J_\nu(\beta x) dx \\ &= \frac{\beta^\nu \Gamma(\frac{\nu}{2} + \frac{\mu}{2} + \frac{1}{2})}{2^{\nu+1} a^{\frac{1}{2}(\mu+\nu+1)} \Gamma(\nu+1)} \\ & \cdot {}_1F_1\left(\frac{\nu+\mu+1}{2}; \nu+1; -\frac{\beta^2}{4a}\right) \end{aligned} \quad (22)$$

최종적으로 수신신호 포락선의 확률 밀도 함수는 식 (23)과 같이 나타난다.

$$f(r) = \frac{r}{\sigma_n^2} \left(\frac{m}{k\Omega}\right)^m e^{-r^2/2\sigma_n^2} \cdot {}_1F_1\left(m; 1; \frac{r^2}{4k\sigma_n^4}\right), \quad r \geq 0 \quad (23)$$

나카가미 감쇄의 특별한 경우인 레일리 감쇄 채널에서 수신신호 포락선의 분포는 식 (23)에서 m

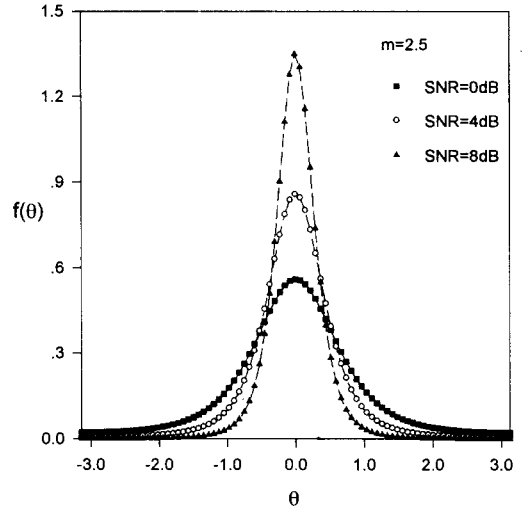


그림 1. 위상오류의 분포 함수

Fig. 1. Pdf of the phase error.

대신 1을 대입하면 쉽게 얻을 수 있다.

$$f(r) = \frac{r}{k\Omega\sigma_n^2} e^{-r^2/2k\Omega\sigma_n^2}, \quad r \geq 0 \quad (24)$$

위의 식은 레일리 분포를 나타내는데, 여기서 $k\Omega\sigma_n^2 = \sigma_n^2 + \frac{\Omega}{2}$ 이다.

그림 1은 나카가미 감쇄 현상이 존재할 때 수신신호의 위상오류의 확률 밀도 함수를 그린 것이다. 그래프를 고찰하면 m 이 일정할 경우 SNR이 클수록 0을 중심으로 더 첨예하게 모여 있음을 알 수 있다. 그림 2와 그림 3은 포락선의 분포 함수를 그린 것으로서, m 이 일정할 경우 SNR이 더 작을수록 포락선은 왼쪽으로 치우쳐 있고, SNR이 일정할 경우에는 m 이 클수록 더 첨예하게 모여 있음을 확인할 수 있다.

Ⅲ. 나카가미 감쇄 환경에서 동기 BPSK와 비동기 통신 시스템의 성능분석

일반적으로 감쇄 현상이 존재하는 시스템에서

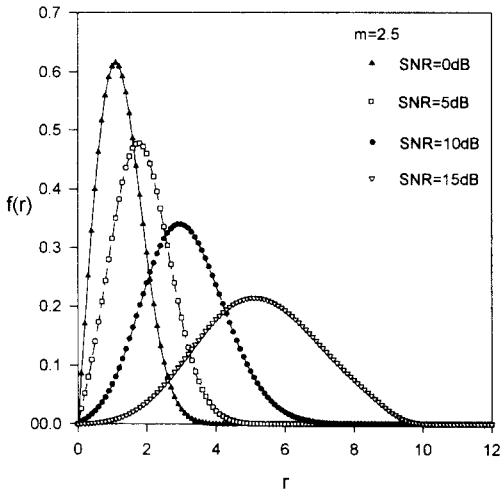


그림 2. 포락선의 분포 함수(m=2.5)
Fig. 2. Pdf of the envelope(m=2.5).

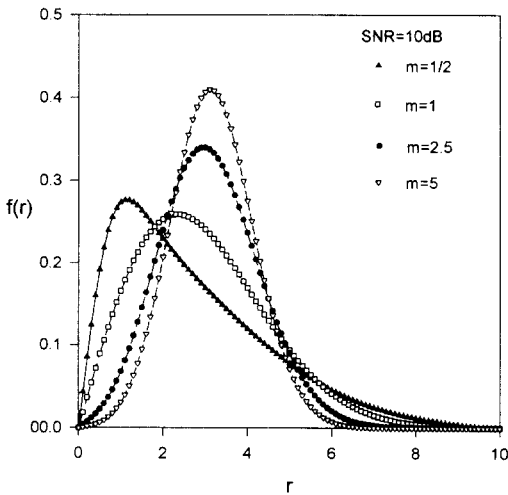


그림 3. 포락선의 분포 함수(SNR=10 dB)
Fig. 3. Pdf of the envelope(SNR=10 dB).

오류 확률을 얻을 때에는 먼저 가산성 백색 정규 잡음만이 존재할 때의 오류 확률을 얻은 뒤, 얻어진 오류 확률식을 해당 감쇄의 확률 밀도 함수로 평균을 취하여 얻는다^[7]. 그러나 이 논문에서는 앞에서 얻은 수신 신호의 위상오류와 포락선의 분포 함수를 이용하여 동기 BPSK, 비동기 FSK,

DPSK 그리고 비동기 ASK의 성능을 새로운 방법으로 해석한다.

3-1 동기 BPSK 시스템의 오류 확률

동기 BPSK시스템의 오류 확률을 계산하려면 먼저 판정 영역에서 문턱값을 정한 뒤 이를 다시 위상 영역으로 옮겨서 계산하여야 한다. 그러나 이 논문에서는 직접 판정 영역에서 수신 신호의 크기로부터 시스템의 성능을 분석한다. 동기 BPSK 수신기에서 최종적으로 결정 신호는 $\cos \theta$ 이므로 $z = \cos \theta$ 로 확률 변수 변환하여 새로운 확률 밀도 함수를 유도하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 f(z) &= \frac{1}{\pi} \left(\frac{m}{m+S} \right)^m \frac{1}{\sqrt{1-z^2}} \\
 &\cdot {}_2F_1 \left(1, m; 1; \frac{1}{2}; \frac{S}{m+S} z^2 \right) \\
 &+ \frac{2^{-2m} \Gamma(2m)}{\Gamma^2(m)} \sqrt{\frac{S}{m+S}} \frac{2z}{\sqrt{1-z^2}} \\
 &\cdot \left(\frac{m}{m+S} \right)^m \\
 &\cdot {}_2F_1 \left(m + \frac{1}{2}, \frac{3}{2}; \frac{3}{2}; \frac{S}{m+S} z^2 \right) \\
 &, \quad -1 \leq z \leq 1 \quad (25)
 \end{aligned}$$

+1과 -1의 데이터가 발생할 확률이 같다고 가정하면 수신 신호 판정을 위한 문턱값은 우도비 판정을 적용하여 얻을 수 있다^[8].

$$\Lambda(z) = \frac{f(z|+1)}{f(z|-1)} = 1 \quad (26)$$

식 (25)를 이용하여 +1일 때와 -1일 때의 확률 밀도 함수를 얻은 뒤 이를 위 식에 대입하여 정리하면 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
 \frac{z}{\sqrt{1-z^2}} \cdot {}_2F_1 \left(m + \frac{1}{2}, \frac{3}{2}; \frac{3}{2}; \frac{S}{m+S} z^2 \right) \\
 = 0 \quad (27)
 \end{aligned}$$

$-1 \leq z \leq 1$ 이고 ${}_2F_1(\cdot)$ 의 정의를 고려하면 문턱값은 간단하게 얻어진다.

$$z_{th} = 0 \tag{28}$$

$f(z | +1)$ 과 $f(z | -1)$ 의 모양은 0을 중심으로 서로 대칭이므로 평균 비트 오류 확률은 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} P(E) &= P(E | -1) = P(E | +1) \\ &= \int_{-1}^0 f(z) dz \\ &= \frac{1}{\pi} \left(\frac{m}{m+S} \right)^m \int_0^{-1} \frac{1}{\sqrt{1-z^2}} \\ &\quad \cdot {}_2F_1\left(1, m; 1\frac{1}{2}; \frac{S}{m+S} z^2\right) dz \\ &+ \frac{2^{-2m} \Gamma(2m)}{\Gamma^2(m)} \sqrt{\frac{S}{m+S}} \\ &\quad \cdot \left(\frac{m}{m+S} \right)^m \int_{-1}^0 \frac{2z}{\sqrt{1-z^2}} \\ &\quad \cdot {}_2F_1\left(m + \frac{1}{2}, \frac{3}{2}; \frac{3}{2}; \frac{S}{m+S} z^2\right) dz \end{aligned} \tag{29}$$

위 식의 적분을 계산하기 위하여 아래의 적분공식^[6, pp.850] 이용한다.

$$\begin{aligned} &\int_0^1 (1-x)^{\mu-1} x^{v-1} \\ &\quad \cdot {}_pF_q(a_1, \dots, a_p; b_1, \dots, b_q; ax) dx \\ &= \frac{\Gamma(\mu)\Gamma(v)}{\Gamma(\mu+v)} {}_{p+1}f_{q+1} \\ &\quad \cdot (v, a_1, \dots, a_p; \mu+v, b_1, \dots, b_q; a) \end{aligned} \tag{30}$$

이를 이용하여 관련 적분을 계산하면 최종적으로 판정 영역에서 직접 얻은 평균 비트 오류 확률은 식 (31)과 같이 얻어진다^[4].

$$\begin{aligned} P(E) &= \frac{1}{2} - \frac{2^{-2m+1} \Gamma(2m)}{\Gamma^2(m)} \sqrt{\frac{S}{m+S}} \\ &\quad \cdot \left(\frac{m}{m+S} \right)^m \end{aligned}$$

$$\cdot {}_2F_1\left(1, m + \frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{S}{m+S}\right) \tag{31}$$

이는 잘 알려진 나카가미 감쇄 환경에서 동기 BPSK 시스템의 오류 확률식 임을 확인할 수 있다^[9].

3-2 비동기 FSK의 오류 확률

송신단에서 $s_1(t)$ 가 전송되었다고 가정하면 비동기 FSK 수신기에서^[10] 결정 변수 R_1 은 앞장에서 얻은 것처럼 다음 식과 같은 분포를 갖는다.

$$\begin{aligned} f(r_1) &= \frac{r_1}{\sigma_n^2} \left(\frac{m}{k\Omega} \right)^m e^{-\frac{r_1^2}{2\sigma_n^2}} \\ &\quad \cdot \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\Gamma(m+i)}{\Gamma(m)\Gamma(1+i)i!} \left(\frac{r_1^2}{4k\sigma_n^4} \right), \quad r_1 \geq 0 \end{aligned} \tag{32}$$

결정 변수 R_2 는 잡음 성분뿐이므로 다음과 같은 레일리 분포를 갖게 된다.

$$f(r_2) = \frac{r_2}{\sigma_n^2} e^{-r_2^2/2\sigma_n^2}, \quad r_2 \geq 0 \tag{33}$$

$R_2 > R_1$ 일 때 오류가 발생한 것이므로 오류 확률은 다음과 같은 과정을 통하여 얻을 수 있다^[10].

$$P(E) = \int_0^{\infty} f(r_1) \left[\int_{r_1}^{\infty} f(r_2) dr_2 \right] dr_1 \tag{34}$$

해당 함수를 위 식에 대입하고 []안의 적분을 먼저 계산한다. 그리고 $r_1^2/\sigma_n^2 = x$ 라 치환을 하고 적분테이블에서^[6, pp.317] 다음의 적분공식을 이용한다.

$$\int_0^{\infty} x^{v-1} e^{-\mu x} dx = \frac{1}{\mu^v} \Gamma(v) \tag{35}$$

관련 적분을 계산하고 상수들을 정리하면 아래

와 같은 결과식이 얻어진다.

$$P(E) = \frac{1}{2} \left(\frac{2m}{2m+S} \right)^m \quad (36)$$

이는 잘 알려진 나카가미 감쇄 환경에서 비동기 FSK의 오류 확률식 임을 확인할 수 있다^[11].

3-3 DPSK의 오류 확률

DPSK 최적 수신기에서 결정변수 R_1, R_2 를 다음과 같이 정의한다^[10].

$$R_1 = \sqrt{(AT/2 + w_1)^2 + w_3^2} \quad (37)$$

$$R_2 = \sqrt{w_2^2 + w_4^2} \quad (38)$$

w_i 는 서로 독립이고 평균이 0이며 분산이 σ_n^2 = $\frac{N_0 T}{8}$ 인 정규 확률 변수이다.

$A' = \frac{T}{2} A$ 라 두면 $\Omega' = E[A'^2] = \frac{T^2}{4} \Omega$ 이므로 두 결정변수는 각각 다음과 같은 분포를 갖게 된다.

$$f(r_1) = \frac{r_1}{\sigma_n^2} \left(\frac{m}{k'\Omega'} \right)^m e^{-\frac{r_1^2}{2\sigma_n^2}} \cdot \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\Gamma(m+i)}{\Gamma(m)\Gamma(1+i)i!} \left(\frac{r_1^2}{4k'\sigma_n^4} \right)^i, \quad r_1 \geq 0 \quad (39)$$

$$f(r_2) = \frac{r_2}{\sigma_n^2} e^{-r_2^2/2\sigma_n^2}, \quad r_2 \geq 0 \quad (40)$$

여기서 상수 $k' = \frac{m}{\Omega} + \frac{1}{2\sigma_n^2}$ 이다.

마찬가지로 $R_2 > R_1$ 일 때 오류가 발생한 것이므로 비동기 FSK와 비슷한 과정을 통하여 오류 확률을 얻으면 아래와 같다.

$$P(E) = \frac{1}{2} \left(\frac{m}{m+S} \right)^m \quad (41)$$

이 또한 잘 알려진 나카가미 감쇄 환경에서 DP-SK 시스템의 오류 확률식 임을 확인할 수 있다^[11].

3-4 비동기 ASK의 오류 확률

OOK에서 송신 신호는 다음과 같다^[10].

$$\begin{cases} s_1(t) = A \cos \omega_c t \\ s_2(t) = 0 \end{cases}, \quad 1 \leq t \leq T \quad (42)$$

비동기 ASK 수신기에서 포락선 검파기와 표본 회기를 지난 뒤의 신호를 결정변수 R 이라 정의한다. 송신단에서 $s_1(t)$ 가 전송되었을 경우 결정 변수는 다음과 같은 분포를 갖는다.

$$f(r | s_1) = \frac{r}{\sigma_n^2} \left(\frac{m}{k\Omega} \right)^m e^{-\frac{r^2}{2\sigma_n^2}} \cdot \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\Gamma(m+i)}{\Gamma(m)\Gamma(1+i)i!} \left(\frac{r^2}{4k\sigma_n^4} \right)^i, \quad r \geq 0 \quad (43)$$

$s_2(t)$ 가 전송되었을 경우에 결정 변수 R 은 레일리 분포를 갖게 된다.

$$f(r | s_2) = \frac{r}{\sigma_n^2} e^{-r^2/2\sigma_n^2}, \quad r \geq 0 \quad (44)$$

$s_1(t)$ 와 $s_2(t)$ 가 발생할 확률이 동일하다고 가정하면 우도비 관정에 의하여 문턱값을 다음식으로부터 얻을 수 있다^[8].

$$\Lambda(r) = \frac{f(r | s_2)}{f(r | s_1)} = 1 \quad (45)$$

이 식을 만족시키는 근은 얻기가 쉽지 않으므로 수치적으로 얻어야 하며, 근은 신호대 잡음비에 따라서 다른 값을 갖게 된다. 위의 식을 만족시키는 근을 r_{th} 라 하면 오류 확률은 다음 식으로부터 얻

을 수 있다.

$$P(E) = \frac{1}{2} \int_0^{r_{th}} f(r | s_1) dr + \frac{1}{2} \int_{r_{th}}^{\infty} f(r | s_2) dr \quad (46)$$

이렇게 식 (46)에 의하여 수치적으로 얻은 값으로부터 오류 확률 그래프를 그릴 수 있다.

레이리 감쇄의 경우에는 문턱값이 정확한 수식으로 표현되므로 오류 확률 또한 수치적 방법이 아닌 정확한 수식으로 표현이 가능하다.

앞 장에서 레이리 감쇄 채널에서 대역 여파기를 거친 수신 신호의 포락선은 분산만 다를 뿐 역시 레이리 분포를 갖게 된다는 것을 확인할 수 있었다.

$$f(r | s_1) = \frac{r}{\sigma^2} e^{-r^2/2\sigma^2}, \quad r \geq 0 \quad (47)$$

여기서 $\sigma^2 = \sigma_n^2 + \Omega/2$ 이다.

우도비 판정에 의하여 문턱값을 얻으면 아래와 같다.

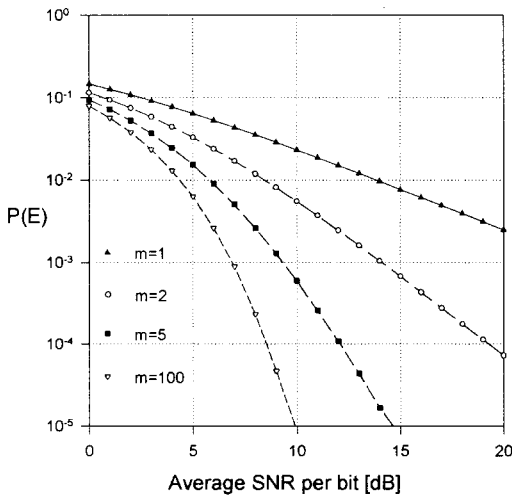


그림 4. 동기 BPSK의 오류 확률
Fig. 4. BER of coherent BPSK.

$$r_{th}^2 = \frac{2\sigma_n^2 \sigma^2}{\sigma^2 - \sigma_n^2} \ln\left(\frac{\sigma^2}{\sigma_n^2}\right) \quad (48)$$

이 결과 값을 이용하여 오류 확률을 얻으면 레이리 감쇄 환경에서 비동기 ASK의 오류 확률은 식 (49)와 같이 나타난다.

$$P(E) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \frac{S}{(1+S)^{1/S+1}} \quad (49)$$

그림 4는 나카가미 감쇄 환경에서 동기 BPSK의 오류 확률을, 그림 5는 비동기 FSK의 오류 확률을, 그림 6은 DPSK의 오류 확률을, 그리고 그림 7은 비동기 ASK의 오류 확률을 그린 것이다. 그래프를 고찰하면 m 이 클수록 곧 감쇄 현상이 덜 심할수록 시스템의 성능이 좋아짐을 확인할 수 있다.

IV. 결 론

이 논문에서는 나카가미 감쇄 환경에서 수신 신호의 위상오류와 포락선의 확률 밀도 함수를 유도하였다. 위상오류의 확률 밀도 함수로부터 확률 변

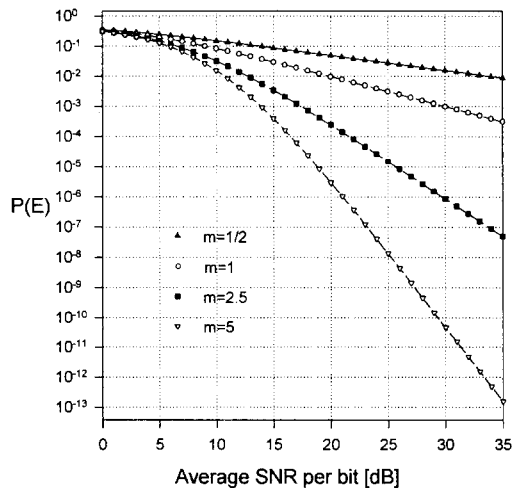


그림 5. 비동기 FSK의 오류 확률
Fig. 5. BER of noncoherent FSK.

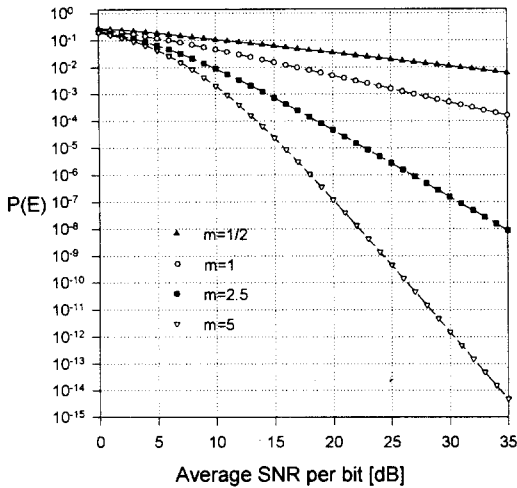


그림 6. DPSK의 오류 확률
Fig. 6. BER of DPSK.

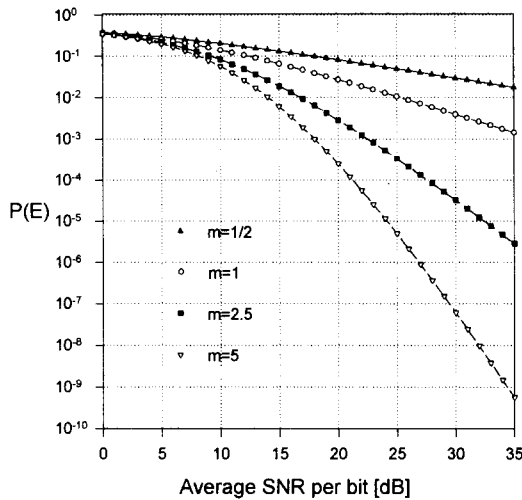


그림 7. 비동기 ASK의 오류 확률
Fig. 7. BER of noncoherent ASK.

수 변환을 통하여 수신 신호의 크기를 직접 해석하는 새로운 방법으로 동기 BPSK 시스템의 성능을 분석하였다.

새로이 유도된 포락선의 확률 밀도 함수를 이용하여 나카가미 감쇄 환경에서 비동기 FSK, DPSK 그리고 비동기 ASK의 오류 확률을 평균을 취하는

과정없이 한번의 이중 적분을 통한 새로운 방법으로 얻었다. 특히 레일리 감쇄 환경에서 비동기 ASK의 오류 확률은 정확한 수식을 유도할 수 없었고 수치적 방법으로부터 얻었으나, 이 논문에서는 얻은 수신 신호 포락선의 확률 밀도 함수를 이용하여 오류 확률을 정확한 수식으로 유도하였다.

디지털 이동 통신이 더욱 발달하고 보편화됨에 따라 더 다양한 통신 환경이 제공되고 여러 번(복조 방식들이 사용되고 있다. 따라서 이동 통신에서 일어나는 다양한 감쇄 현상들을 충분히 반영하는 관련 분야에 대한 더 많은 연구가 필요할 것으로 생각된다.

참 고 문 헌

- [1] M. Nakagami, "The m-distribution - A general formula of intensity distribution of rapid fading," in *Statistical Methods of Radio Wave Propagation*, W. C. Hoffman (ed.), pp. 3-36, Pergamon Press, New York, 1960.
- [2] T. Aulin, "Characteristic of a digital mobile radio channel," *IEEE Trans. Vehi.*, vol. VT-30, pp. 45-53, Feb., 1981.
- [3] H. Suzuki, "A statistical model for urban multipath channels with random delay," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-25, pp. 673-680, July, 1977.
- [4] C. H. Kim, Analysis of BPSK System and Modulation Classification of PSK Signals Over Nakagami Fading Channels, Hanyangs University Master Thesis, 1995.
- [5] P. Z. Peebles, *Probability, Random Variables, and Random Signal Principles*, McGraw-Hill, 1993.
- [6] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik, *Table of Integrals, Series, and Products*, Academic Press, 1965.

[7] J. G. Proakis, *Digital Communications*, McGraw-Hill, 1995.

[8] H. L. Van Trees, *Detection, Estimation, and Modulation Theory*, John Wiley & Sons, 1968.

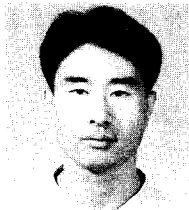
[9] V. Aalo and S. Pattaramalai, "Average error rate for coherent MPSK signals in Nakagami fading channels," *Electronics Letters*,

vol. 32, pp. 1538-1539, Aug., 1996.

[10] R. E. Ziemer and W. H. Tranter, *Principles of Communications*, Houghton Mifflin Company, 1995.

[11] P. J. Crepeau, "Uncoded and coded performance of MFSK and DPSK in Nakagami fading channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-40, pp. 487-493, Mar., 1992.

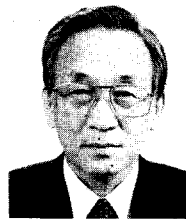
임 채 현



1997년 2월: 한양대학교 통신공학과(공학사)
 1999년 2월: 한양대학교 통신공학과(공학석사)
 현재: 한국전자통신연구원 무선방송기술연구소 위성통신시스템 연구부 연구원

[주 관심분야] 위성통신, 이동통신, 디지털 변복조

한 영 열



1938년 6월 10일 생
 1960년 2월: 서울대학교 전자공학과(공학사)
 1976년 5월: 미국 University of Missouri(공학석사)
 1979년 5월: 미국 University of Missouri(공학박사)

현재: 한양대학교 공과대학 전자전기공학부 교수
 [주 관심분야] 디지털 통신, 통계통신, 이동통신