

# 모드정합법에서 효율적인 산란행렬 계산을 위한 모드 조합에 관한 연구

## A Study on the Mode Combination for Efficient Calculation of Scattering Matrix in Mode-Matching Techniques

이용희\* · 이정해\* · 이창화\*\*

Yong-Hee Lee\* · Jeong-Hae Lee\* · Chang-Hwa Lee\*\*

### 요 약

본 논문에서는 모드 정합법으로 산란 행렬을 해석하기 위해 효율적인 모드 조합에 관하여 연구하였다. Combine 필터에서 가장 많이 사용되어지는 도파관내의 금속봉이 위치한 구조를 연구 모델로 사용하였고 이 구조의 산란행렬을 유도하였다. 효율적인 모드 조합은 각 불연속 영역에서 산란행렬의 결과 값에 영향이 적은 모드를 찾아내어 제거함으로써 각 불연속 영역에서 TE, TM 모드 수를 각각 다르게 조절하여 선택할 수가 있다.

### Abstract

For an efficient calculation of scattering matrix in mode matching techniques, mode combination has been studied in this paper. A conducting post in rectangular waveguide, which is most commonly utilized in the combine filter structure, is adopted and its scattering matrix is derived. We eliminates the TE and TM modes having little influence on result, which results in the different number of TE and TM modes in each discontinuous region.

### I. 서 론

도파관 내의 불연속 구조물이 있을 경우 이를 해석하기 위해 모드 정합법이 많이 사용되어지고 있다 [1]~[3]. 모드 정합법에서는 구하고자 하는 영역의 필드를 기본 모드의 무한 항으로 전개하고 실제계산을 위해 이를 유한한 모드개수로 잘라야 하므로 어느 모드까지 고려해야 하는가의 문제가 생긴다. 이는

계산 결과의 정확성과 효율성에 직결된다.

산란 행렬을 구하기 위해 모드 정합법이 사용되어지는 서로 다른 구조의 도파관과 도파관이 연결된 불연속 면의 구조에서는 처음에는 각 도파관 영역에서 필드를 TEZ+TMZ로 전개하여 [4]~[5] 산란 행렬을 구하였으나 Bornemann [6]은 TE<sub>10</sub> 모드 대역에서 산란 된 필드의 E<sub>x</sub> 성분이 다른 성분보다 무척 작아 무시할 수 있음을 알고 각 도파관 영역에서 필드를 TE<sub>x</sub> 모드로만 전개하여 모드의 수를 반으로 줄

홍익대학교 전파공학과(Dept. of Radio Science & Engineering, Hongik University)

한국전자통신연구원(Electronics & Telecommunications Research Institute)

· 논문 번호 : 990826-15S

· 수정완료일자 : 1999년 9월 9일

임으로써 계산의 효율성을 높일 수가 있었다.

이와 같은 Bornemann의 산란행렬 계산과 같이 임의의 불연속 구조에 대해 모드 정합법으로 산란행렬 계산을 수행할 때 각 영역에서 영향이 적은 필드의 성분이나 모드를 알아내어 영향이 적은 필드의 성분이나 모드를 없애거나 최대한 줄이는 방법으로 효율적인 산란행렬 계산을 수행할 수가 있다.

본 논문에서는 도파관내의 금속봉에 의한 산란행렬을 해석하는 과정에서 도파관 영역에서는  $TM_z$ , 원통형 영역에서는  $TE_y$  모드가 각각  $TE_z$ ,  $TM_y$  모드보다 영향이 적음을 알아내어 해의 수렴 정도를 통해 해의 정확성을 유지하면서 보다 더 효율성을 높이기 위해 각 영역의 TE, TM 모드에 대한 기본 모드의 개수를 다르게 조절하여 계산하였다. 이 결과값을 실제 제작치와 비교하여 효율적이며 정확한 계산을 할 수 있는 모드 조합임을 검증하였다.

본 논문에서 채택된 도파관 내의 금속봉이 존재하는 구조는 필터<sup>[7]</sup>뿐만 아니라 금속봉의 높이 조절을 통해 도파관의 임피던스를 조절할 수 있고, 금속봉에서의 전류와 도파관내에서 진행되는 에너지 사이에서 강한 Coupling이 유도되므로 Waveguide oscillator, Amplifier, Frequency multiplier and converter 등 여러 통신 부품의 기능을 향상시키는데 이용되어 질 수 있다<sup>[8]</sup>. 또한, 도파관 내에 금속봉을 주기적으로 위치시켜 Gyro-TWT와 같은 고출력 증폭기<sup>[9]</sup>의 interaction circuit으로 사용될 수 있다.

## II. 산란행렬식의 계산

그림 1의 위 그림은 금속봉이 중앙에 위치한 도파관 구조의 입체도이고 아래 그림은 위에서 본 그림이다.

모드 정합법을 이용하여 산란행렬을 구하는 방법으로는 각 영역의 경계면에서 각 영역에서의 Tangential 방향의 필드는 연속하다는 것을 이용하여 각 방향성분의 필드를 경계면에서 각각 같다고 하고 이 각 방향성분의 필드에 해당하는 eigen modes의

직교성을 이용한 Inner product로부터 행렬식을 구하는 방법과<sup>[1]</sup>, Tangential 방향의 필드를 전체적으로 표시하여 각 영역에서 전체적으로 표시한 tangential 필드는 각 경계면에서 같다고 하여 각 모드에 해당하는 eigen vector를 Cross inner product를 이용하여 행렬식을 구하는 방법이 있다<sup>[10]</sup>. 그림 1의 구조를 Inner product와 Cross inner product의 두 방법으로 계산한 결과가 일치함을 알 수 있었다. 그림 1 구조에서는 각 영역에서 TE, TM tangential 필드가 2개씩 모두 존재하므로 Inner product를 이용하여 구하게 되면 수식이 많아지고 복잡해 지나 각 모드의 eigen vector에 해당하는 eigen mode의 직교성과 함께 방향성의 직교성도 이용한 Cross inner product를 이용하게 되면 Inner product를 이용한 것보다 식이 간단해짐을 알 수가 있어 Cross inner product 이용하여 산란행렬식을 구하는 과정을 보였다.

모드 정합법을 이용하기 위해 영역을 다음과 같이 나눌 수 있다.  $\rho = a$ 에서 가상의 경계를 두어 도파관 영역( $\rho > a$ )  $W_1$ 과  $W_2$ , 원통형 영역( $\rho \leq a$ )으로 나누었고 이 원통형 영역은 영역 I ( $\rho \leq r_0, b_1 \leq y \leq b_2$ ), 영역 II ( $r_0 \leq \rho \leq a, 0 \leq y \leq b$ )로 나눌 수 있다. 이렇게 나눈 각 영역에서 tangential E, H 필드를 기본모드의 합으로 전개한 후 경계면에서의 연속조건을 이용하여 계수의 선형 방정식으로 나타낸

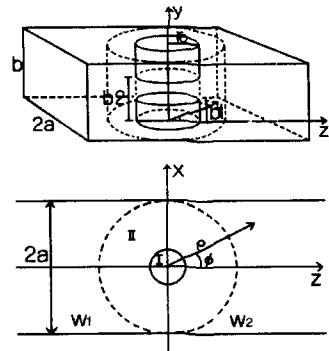


그림 1. 도파관 내에 금속봉이 위치한 구조  
Fig. 1. Geometry of a conducting post in waveguide.

다. 이것을 행렬형태로 나타낼 수 있어 산란행렬을 구할 수 있다.

원통형 좌표계(I, II)에서 가상 경계면에 대한 tangential 필드는 식 (1)과 같이 표현할 수 있다<sup>[11]</sup>.

$$\begin{aligned} \bar{E}_{ct}^p &= \sum_n \sum_m (C_{nm}^{ep} J'_n(\beta_\rho^{ep} \rho) + D_{nm}^{ep} Y'_n \\ &\cdot (\beta_\rho^{ep} \rho)) \bar{e}_{ct}^{ep}(\rho, \psi, y) + \sum_n \sum_m (C_{nm}^{hp} J'_n \\ &\cdot (\beta_\rho^{hp} \rho) + D_{nm}^{hp} Y'_n(\beta_\rho^{hp} \rho)) \bar{e}_{ct}^{hp}(\rho, \psi, y) \end{aligned} \quad (1a)$$

$$\begin{aligned} \bar{H}_{ct}^p &= \sum_n \sum_m (C_{nm}^{ep} J'_n(\beta_\rho^{ep} \rho) + D_{nm}^{ep} Y'_n \\ &\cdot (\beta_\rho^{ep} \rho)) \bar{h}_{ct}^{ep}(\rho, \psi, y) + \sum_n \sum_m (C_{nm}^{hp} J'_n \\ &\cdot (\beta_\rho^{hp} \rho) + D_{nm}^{hp} Y'_n(\beta_\rho^{hp} \rho)) \bar{h}_{ct}^{hp}(\rho, \psi, y) \end{aligned} \quad (1b)$$

여기서  $p = I, II$  이고  $e$ 는  $TE_y$  모드를 표시하며  $h$ 는  $TM_y$  모드를 표시한다. 영역 I에서는  $\rho = 0$ 에서 유한한 값을 가지므로  $D_{nm}^{e1}, D_{nm}^{h1} = 0$ 이다.

$TE_y$  모드에서 eigen 필드를 식 (2)로 표현할 수 있고

$$\bar{e}_{ct}^{e\pi}(\rho, \varphi, y) = \varphi \frac{1}{\beta_\rho^{e\pi}} \Phi_n(\varphi) \sin(\beta_\rho^{e\pi} y) \quad (2a)$$

$$\begin{aligned} \bar{h}_{ct}^{e\pi}(\rho, \varphi, y) &= y \frac{1}{j\omega\mu} \Phi_n(\varphi) \sin(\beta_\rho^{e\pi} y) \\ &+ \varphi \frac{1}{j\omega\mu} \frac{n}{\beta_\rho^{e\pi z}} \frac{\beta_y^{e\pi}}{\rho} \Phi_n^0(\varphi) \cos(\beta_\rho^{e\pi} y) \end{aligned} \quad (2b)$$

$$\begin{aligned} \bar{e}_{ct}^{e1}(\rho, \varphi, y) &= \varphi \frac{1}{\beta_\rho^{e1}} \Phi_n(\varphi) \\ &\cdot \sin(\beta_\rho^{e1} (y - b_1)) \end{aligned} \quad (2c)$$

$$\begin{aligned} \bar{h}_{ct}^{e1}(\rho, \varphi, y) &= y \frac{1}{j\omega\mu} \Phi_n(\varphi) \\ &\cdot \sin(\beta_\rho^{e1} (y - b_1)) + \varphi \frac{1}{j\omega\mu} \frac{n}{\beta_\rho^{e1 z}} \frac{\beta_y^{e1}}{\rho} \\ &\cdot \Phi_n^0(\varphi) \cos(\beta_\rho^{e1} (y - b_1)) \end{aligned} \quad (2d)$$

$TM_y$  모드에서 eigen 필드는 식 (3)으로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \bar{e}_{ct}^{h\pi}(\rho, \varphi, y) &= y \Phi_n(\varphi) \cos(\beta_\rho^{h\pi} y) \\ &+ \varphi \frac{n}{\beta_\rho^{h\pi z}} \frac{\beta_y^{h\pi}}{\rho} \Phi_n^0(\varphi) \sin(\beta_\rho^{h\pi} y) \end{aligned} \quad (3a)$$

$$\bar{h}_{ct}^{h\pi}(\rho, \varphi, y) = \varphi \frac{-j\omega\mu}{\beta_\rho^{h\pi}} \Phi_n(\varphi) \cos(\beta_\rho^{h\pi} y) \quad (3b)$$

$$\begin{aligned} \bar{e}_{ct}^{h1}(\rho, \varphi, y) &= y \Phi_n(\varphi) \cdot \cos(\beta_\rho^{h1} (y - b_1)) \\ &+ \varphi \frac{n}{\beta_\rho^{h1 z}} \frac{\beta_y^{h1}}{\rho} \Phi_n^0(\varphi) \cos(\beta_\rho^{h1} (y - b_1)) \end{aligned} \quad (3c)$$

$$\begin{aligned} \bar{h}_{ct}^{h1}(\rho, \varphi, y) &= \varphi \frac{-j\omega\mu}{\beta_\rho^{h1}} \Phi_n(\varphi) \\ &\cdot \cos(\beta_\rho^{h1} (y - b_1)) \end{aligned} \quad (3d)$$

$$\begin{aligned} \Phi_n(\varphi) &= \begin{cases} \cos(n\varphi) \\ \sin(n\varphi) \end{cases}, \quad \Phi_n^0(\varphi) = \begin{cases} \cos(n\varphi) \\ -\sin(n\varphi) \end{cases} \\ \beta_y^{h\pi} &= \frac{m\pi}{b} \\ \beta_y^{h1} &= \frac{m\pi}{(b_2 - b_1)} \quad k^2 = \beta_\rho^2 + \beta_y^2 \end{aligned} \quad (3e)$$

도파관 영역에서 tangential 필드는 식 (4)로 표현할 수 있다<sup>[11]</sup>.

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} \bar{E}_{wt}^{(1)}(x, y, z) \\ \bar{E}_{wt}^{(2)}(x, y, z) \end{array} \right\} &= \sum_{q=e, h} \sum_n \sum_m \left[ \begin{array}{l} A_{nm}^{(1)q} \\ B_{nm}^{(2)q} \end{array} \right] \\ &\cdot \bar{e}_{wtm}^{qF}(x, y, z) + \left[ \begin{array}{l} A_{nm}^{(1)q} \\ B_{nm}^{(2)q} \end{array} \right] \bar{e}_{wtm}^{qF}(x, y, z) \end{aligned} \quad (4a)$$

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} \bar{H}_{wt}^{(1)}(x, y, z) \\ \bar{H}_{wt}^{(2)}(x, y, z) \end{array} \right\} &= \sum_{q=e, h} \sum_n \sum_m \left[ \begin{array}{l} A_{nm}^{(1)q} \\ B_{nm}^{(2)q} \end{array} \right] \\ &\cdot \bar{h}_{wtm}^{qF}(x, y, z) + \left[ \begin{array}{l} A_{nm}^{(1)q} \\ B_{nm}^{(2)q} \end{array} \right] \bar{h}_{wtm}^{qF}(x, y, z) \end{aligned} \quad (4b)$$

여기서  $e$ 는  $TE_z$  모드를 표시하며  $h$ 는  $TM_z$  모드를 표시하며  $q$ 는  $e$ 와  $h$ 이다.  $F$ 는 진행 파를 표

시하며  $B$ 는 반사파를 표시하고 첨자 (1)은 영역 W1, 첨자 (2)는 영역 W2를 나타낸다.

여기서 E, H 필드의 eigen 필드는 식 (5)와 같다.

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{e}_{wtm}^{qF}(x, y, z) \\ \bar{e}_{wtm}^{qB}(x, y, z) \end{array} \right\} = [ye_{wynm}^q + \varphi(e_{uxnm}^q \cos \varphi \mp e_{uznm}^q \sin \varphi)] e^{\mp j\beta_z z} \quad (5a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{h}_{wtm}^{qF}(x, y, z) \\ \bar{h}_{wtm}^{qB}(x, y, z) \end{array} \right\} = \pm [yh_{wynm}^q + \varphi(h_{uxnm}^q \cos \varphi \mp h_{uznm}^q \sin \varphi)] e^{\mp j\beta_z z} \quad (5b)$$

식 (5)에서 각각의 수식은 식 (6)과 같이 표현 된다.

$$e_{wynm}^q = \begin{cases} -\frac{\beta_x}{\epsilon} \sin \beta_x(x+a) \cos \beta_y y, & q = e \\ -\frac{\beta_x \beta_z}{\omega \mu \epsilon} \sin \beta_x(x+a) \cos \beta_y y, & q = h \end{cases} \quad (6a)$$

$$e_{uxnm}^q = \begin{cases} \frac{\beta_x}{\epsilon} \cos \beta_x(x+a) \sin \beta_y y, & q = e \\ -\frac{\beta_x \beta_z}{\omega \mu \epsilon} \cos \beta_x(x+a) \sin \beta_y y, & q = h \end{cases} \quad (6b)$$

$$e_{uznm}^q = \begin{cases} 0, & q = e \\ j \frac{\beta_x^2 + \beta_y^2}{\omega \mu \epsilon} \sin \beta_x(x+a) \sin \beta_y y, & q = h \end{cases} \quad (6c)$$

$$h_{wynm}^q = \begin{cases} \frac{\beta_y \beta_z}{\omega \mu \epsilon} \cos \beta_x(x+a) \sin \beta_y y, & q = e \\ -\frac{\beta_x}{\mu} \cos \beta_x(x+a) \sin \beta_y y, & q = h \end{cases} \quad (6d)$$

$$h_{uxnm}^q = \begin{cases} \frac{\beta_x \beta_z}{\omega \mu \epsilon} \sin \beta_x(x+a) \cos \beta_y y, & q = e \\ \frac{\beta_x}{\mu} \sin \beta_x(x+a) \cos \beta_y y, & q = h \end{cases} \quad (6e)$$

$$h_{uznm}^q = \begin{cases} j \frac{\beta_x^2 + \beta_y^2}{\omega \mu \epsilon} \cos \beta_x(x+a) \cos \beta_y y, & q = e \\ 0, & q = h \end{cases} \quad (6f)$$

$$k^2 = \beta_x^2 + \beta_y^2 + \beta_z^2, \quad \beta_x = \frac{n\pi}{2a},$$

$$\beta_y = \frac{m\pi}{b} \quad (6g)$$

산란행렬식을 구하기 위해서는  $\rho = r_0$ ,  $\rho = a$ 에서 영역 I과 영역 II, 영역 II와 영역 W1, W2에서 필드의 연속성을 적용하여야 한다.

먼저  $\rho = r_0$ 인 영역에서 식 (1)에서의 tangential E, H 필드의 연속성을 이용하여 적절히 Cross inner product를 취하여 모드의 직교성을 이용하면 영역 II에서의 필드 계수에 대한 행렬식을 식 (7)과 같이 구할 수 있다.

$$[M_{CD}^{\Pi}] [C^{\Pi}] = 0 \quad (7)$$

여기서  $C^{\Pi}$ ,  $D^{\Pi}$ 는 TE<sub>y</sub>, TM<sub>y</sub> 모드에 대한 영역 II에서의 필드 계수 벡터이다.

$\rho = a$ 에서 연속 조건은 식 (8)과 같다.

$$\bar{E}_{ct}^{\Pi}(a, \varphi, y) = \delta_{\omega}^{(1)}(\varphi) \bar{E}_{wt}^{(1)}(x, y, z) + \delta_{\omega}^{(2)}(\varphi) \bar{E}_{wt}^{(2)}(x, y, z) \quad (8a)$$

$$\bar{H}_{ct}^{\Pi}(a, \varphi, y) = \delta_{\omega}^{(1)}(\varphi) \bar{H}_{wt}^{(2)}(x, y, z) + \delta_{\omega}^{(2)}(\varphi) \bar{H}_{wt}^{(2)}(x, y, z) \quad (8b)$$

$$\delta_{\omega}^{(1)} = \begin{cases} 1, & \frac{\pi}{2} < \varphi \leq \frac{3\pi}{2} \\ 0, & -\frac{\pi}{2} < \varphi \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$\delta_{\omega}^{(2)} = \begin{cases} 1, & \frac{\pi}{2} < \varphi \leq \frac{3\pi}{2} \\ 0, & -\frac{\pi}{2} < \varphi \leq \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (8c)$$

좌표계를 변환하고( $z = \rho \cos \varphi - \varphi \sin \varphi$ ,  $z = a \cos \varphi$ ,  $x = \rho \sin \varphi + \varphi \cos \varphi$ ,  $x = a \sin \varphi$ ) 식 8(a)에  $\bar{h}_{ct}$ , 식 8(b)에  $\bar{e}_{ct}$ 을 Cross inner product 를 취하여 모드의 직교성을 이용하면 식 (9)를 얻을 수 있다.

$$[\lambda_{CD}] \begin{bmatrix} C^{\Pi} \\ D^{\Pi} \end{bmatrix} = [M_A] \begin{bmatrix} A^{(1)} \\ A^{(2)} \end{bmatrix} + [T_B] \begin{bmatrix} B^{(1)} \\ B^{(2)} \end{bmatrix} \quad (9)$$

여기서  $A^{(l)}$ ,  $B^{(l)}$ 은 도파관 영역 (l)에서의 TE<sub>z</sub>, TM<sub>z</sub> 모드에 대한 계수 벡터이다. 식 (7)과 식 (9)를 이용하면 식 (10)과 같은 산란행렬을 구할 수 있다.

$$[S^P] = - \{ [M_{CD}^{\Pi}] [\lambda_{CD}]^{-1} [T_B] \}^{-1} \cdot \{ [M_{CD}^{\Pi}] [\lambda_{CD}]^{-1} [M_A] \} \quad (10)$$

### III. 모드 조합 및 프로그램 작성

식 (10)의 계산을 수행하게 되면 식 (11)과 같은 적분 값을 구해야 된다. 그러나 도파관 영역과 원통형 영역 II과는 서로 다른 좌표계이므로 이러한 적분을 직접 analytical 한 적분으로 구할 수가 없어 이 계산을 정확하고 효율적으로 구하기 위해서 수치해석을 이용한 적분방법을 사용하지 않고 식 (12)에서 표현된 Bessel-Fouier series를 이용하여 구하였다<sup>[12]-[15]</sup>.

$$\int \exp^{\pm j\beta_z z} = \begin{cases} \cos \left( \frac{-n\pi}{2a} (x+a) \right) \\ \sin \left( \frac{-n\pi}{2a} (x+a) \right) \end{cases} \cdot \begin{cases} \cos (m\varphi) \\ \sin (m\varphi) \end{cases} \cdot d\varphi \quad (11)$$

Singular 행렬을 피하기 위해 모드를 선택하는데 있어서 일반적인 방법은 영역 II와 도파관 영역에서 동일한 y방향 변화의 모드 수는 같아야 하며 영역 II에서 사용된 기본모드의 개수와 W<sub>1</sub>, W<sub>2</sub>에서 사용된 기본모드 개수의 합과 같아야 한다.

한 예로, 가능한 모드 수 선택은

도파관 영역 :

$$(TE_z)_{nm} : n = 1, 3, 5, \dots, N_x, m = 0, 1, 2, \dots, N_y$$

$$(TM_z)_{nm} : n = 1, 3, 5, \dots, N_x^O, m = 1, 2, \dots, N_y^O$$

원통형 영역 :

$$(TE_y)_{nm} : n = 1, 2, 3, \dots, (N_x^O + 1), m = 1, 2, \dots, N_y^O$$

$$(TM_y)_{nm} : n = 0, 1, 2, 3, \dots, N_x, m = 0, 1, 2, \dots, N_y$$

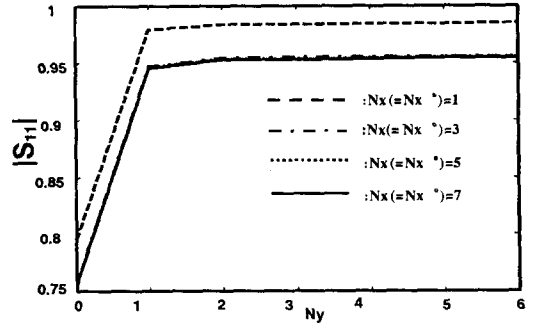


그림 2. 모드수 변화에 따른 산란행렬의 수렴 정도 ( $a=0.45''$ ,  $b=0.4''$ ,  $b_2=0.1''$ ,  $b_1=0$ ,  $r_0=0.125''$ ,  $f=10$  GHz,  $N_x, N_y$ : 도파관 영역에서는 TE<sub>z</sub>, 원통형 영역에서는 TM<sub>y</sub> 최대 모드수,  $N_x^O, N_y^O$ : 도파관 영역에서는 TM<sub>z</sub> 모드, 원통형 영역에서는 TE<sub>y</sub> 최대 모드 수)

Fig. 2. Convergence of S-parameter with different number of modes ( $a=0.45''$ ,  $b=0.4''$ ,  $b_2=0.1''$ ,  $b_1=0$ ,  $r_0=0.125''$ ,  $f=10$  GHz,  $N_x, N_y$ : Maximum mode number of TE<sub>z</sub>(Rectangular region) and TM<sub>y</sub>(Cylindrical region),  $N_x^O, N_y^O$ : Maximum mode number of TM<sub>z</sub>(Rectangular region) and TE<sub>y</sub>(Cylindrical region)).

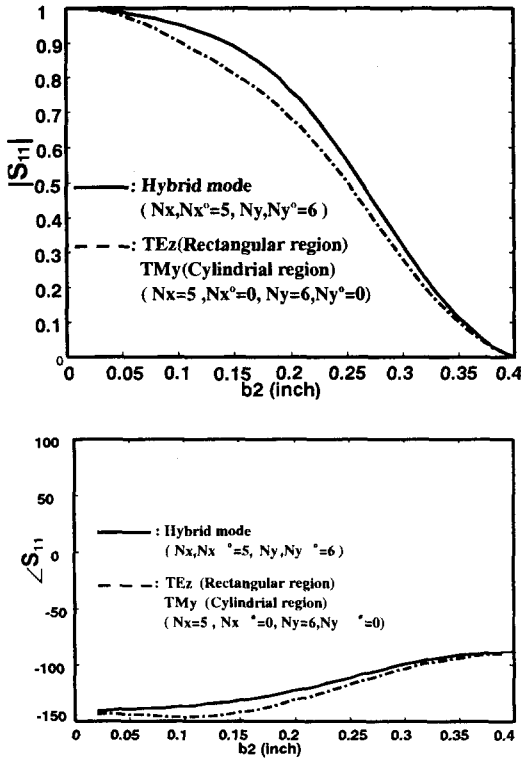


그림 3. 각 영역에서 TE, TM 두 모드를 고려한 산란 행렬값과 TMz(도파관 영역), TEy(원통형 영역) 모드만 고려한 산란행렬값의 비교( $a=0.45"$ ,  $b=0.4"$ ,  $b_1=0$ ,  $r_0=0.125"$ ,  $f=10$  GHz)  
 Fig. 3. Comparison of S-parameters for two different cases, one is that both TM and TE mode are used at each region and the other is that TMz mode(rectangular region) and TEy mode(cylindrical region) are used( $a=0.45"$ ,  $b=0.4"$ ,  $b_1=0$ ,  $r_0=0.125"$ ,  $f=10$  GHz).

$$\begin{aligned} & \sin \left[ \frac{m\pi}{2a} (\rho \sin(\phi) + a) \right] e^{\mp \gamma_{mi} \rho \cos(\phi)} \\ &= \sum_{-\infty}^{\infty} \sin \left( \frac{m\pi}{2} + n\phi \right) \\ & \times \begin{cases} J_n [T(\rho)] \exp[\mp jn \arctan(2a |\gamma_{mi}| \pi / m)], & \gamma_{mi}^2 < 0 \\ J_n [T(\rho)] [(m\pi + 2a\gamma_{mi}) / (m\pi - 2a\gamma_{mi})]^{\mp n/2}, & \gamma_{mi}^2 > 0, m\pi > 2a |\gamma_{mi}| \\ (-1)^{n/2} I_n [T(\rho)] [(m\pi + 2a\gamma_{mi}) / (m\pi - 2a\gamma_{mi})]^{\mp n/2}, & \gamma_{mi}^2 > 0, m\pi < 2a |\gamma_{mi}| \end{cases} \end{aligned}$$

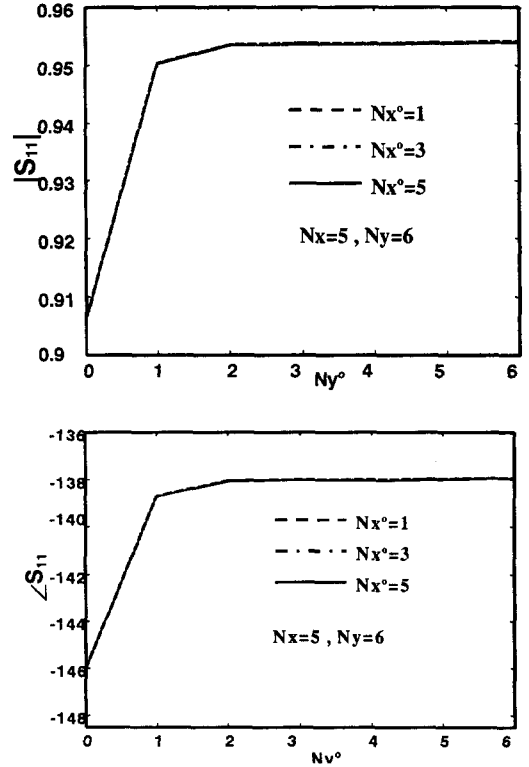


그림 4. TMz(도파관 영역), TEy(원통형 영역) 모드수 변화에 따른 산란행렬의 수렴정도( $a=0.45"$ ,  $b=0.4"$ ,  $b_2=0.1"$ ,  $b_1=0$ ,  $r_0=0.125"$ ,  $f=10$  GHz)  
 Fig. 4. Convergence of S-parameter with different number of modes of TMz in rectangular and TEy in cylindrical region( $a=0.45"$ ,  $b=0.4"$ ,  $b_2=0.1"$ ,  $b_1=0$ ,  $r_0=0.125"$ ,  $f=10$  GHz)

$$\begin{aligned} & \cos \left[ \frac{m\pi}{2a} (\rho \sin(\phi) + a) \right] e^{\mp \gamma_{mi} \rho \cos(\phi)} \\ &= \sum_{-\infty}^{\infty} \cos \left( \frac{m\pi}{2} + n\phi \right) \\ & \times \begin{cases} J_n [T(\rho)] \exp[\mp jn \arctan(2a |\gamma_{mi}| \pi / m)], & \gamma_{mi}^2 < 0 \\ J_n [T(\rho)] [(m\pi + 2a\gamma_{mi}) / (m\pi - 2a\gamma_{mi})]^{\mp n/2}, & \gamma_{mi}^2 > 0, m\pi > 2a |\gamma_{mi}| \\ (-1)^{n/2} I_n [T(\rho)] [(m\pi + 2a\gamma_{mi}) / (m\pi - 2a\gamma_{mi})]^{\mp n/2}, & \gamma_{mi}^2 > 0, m\pi < 2a |\gamma_{mi}| \end{cases} \\ & T(\rho) = \frac{\rho}{2a} \sqrt{(n\pi)^2 - 4a\gamma_{mi}^2} \\ & \gamma_{mi}^2 = \left( \frac{m\pi}{2a} \right)^2 + \left( \frac{i\pi}{b} \right)^2 - k_0^2 \quad (12) \end{aligned}$$

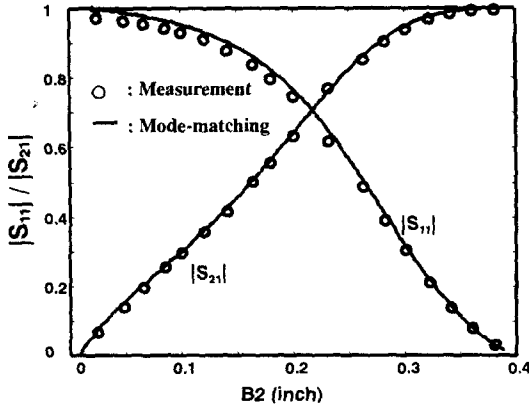


그림 5. 모드 정합법과 실제 제작치와 비교( $a=0.45''$ ,  $b=0.4''$ ,  $b_1=0$ ,  $r_0=0.125''$ ,  $f=10$  GHz,  $N_x=5$ ,  $N_y=6$ ,  $N_x^0=1$ ,  $N_y^0=2$ )

Fig. 5. Comparison of results of mode-matching method with measurement( $a=0.45''$ ,  $b=0.4''$ ,  $b_1=0$ ,  $r_0=0.125''$ ,  $f=10$  GHz,  $N_x=5$ ,  $N_y=6$ ,  $N_x^0=1$ ,  $N_y^0=2$ )

여기서  $N_x$ (홀수),  $N_y$ 는 모드의 최대수이다.

도파관 영역에서  $n$ 의 수치가 홀수만을 취할 수 있는 이유는 금속봉을 도파관 영역 내에  $n$ 이 홀수 모드만을 발생시키는 소스와 같이 볼 수 있기 때문이고 TE<sub>10</sub> 모드 대역에서  $n$ 이 짝수 수치를 갖는 모드는 산란행렬에 영향을 줄 수 없음을 수식 유도 과정에서 알 수 있었기 때문이다.

앞에서 각 영역에서 전개한 필드의 식은 이와 같은 모드 수를 기준으로 필드를 전개하여 원통형 영역과 도파관 영역 사이에 모드의 직교성을 이용할 때 영향을 주지 못하는 원통형 영역에서의 필드는 생략한 것인데, 이것은 Bessel Fourier series를 이용하여 적분을 하게 되는 과정을 보면 원통형 영역에서 삼각 함수중 한 함수가  $n$ 이 홀수 값을 가질 때는 적분 값이 0이 되어 영향을 줄 수 없었기 때문이다. 이와 같이 필드를 전개하면 도파관 영역에서  $n$ 의 모드 값이 홀수가 아닌 모든 값을 갖는 경우와 비교하여 필드의 수식을 반으로 줄일 수 있고 이로 인해 도파관 영역에서의 모드 조합의 수를 반으로 줄일 수 있다.

앞의 모드 수를 이용하여 산란 행렬 식을 구할 때 식 (7)에 해당하는 행렬의 역행렬을 구해야 되는데 이 행렬식의 determinant가 거의 0이 나와 정확한 값을 계산해 낼 수가 없었는데 그 이유로는 모드 수가 높아질수록 한 행과 다른 한 행이 수치를 다르지만 거의 같게 되어 프로그램 code인 Fortran에서는 거의 같다고 보고 역행렬의 계산을 정확히 구해 낼 수가 없었다. Fortran에서 역행렬을 구하는 내부 내장함수가 Gaussian elimination을 이용하여 역행렬을 구하지만 이 내장함수를 이용하기 전에 식 (7)과 식 (9)를 이용하여 식 (10)을 구하는 과정 중 식 (7)에 해당하는 행렬의 역행렬을 이용해야 되는 단계의 식에서, 이 전체 행렬식을 Gaussian elimination을 이용한 형태로 직접 변형시켜 준 다음 이 행렬을 가지고 내장함수를 이용하게 되면 정확한 역행렬을 구할 수 있다.

그림 2는  $N_x$ 와  $N_x^0$ ,  $N_y$ 와  $N_y^0$ 를 같은 값으로 변화시켜 산란행렬의 수렴 정도를 나타낸 것이다.  $N_x$ ,  $N_y$ 는 도파관 영역의 TE<sub>z</sub> 모드와 원통형 영역의 TM<sub>y</sub> 모드의  $x$ 방향과  $y$ 방향의 모드 최대수이고  $N_x^0$ ,  $N_y^0$ 는 도파관 영역의 TM<sub>z</sub> 모드와 원통형 영역의 TE<sub>y</sub> 모드의  $x$ 방향과  $y$ 방향의 모드 최대수이다. 그림 3은 도파관 영역은 TE<sub>z</sub> 모드로 원통형 영역은 TM<sub>y</sub> 모드로만 필드를 수식 정리하여  $b_2$  높이를 변화시켜 산란행렬의 값을 나타낸 것이다. 이 그림으로 보아 도파관 영역에서는 TE<sub>z</sub> 모드가, 원통형 영역에서는 TM<sub>y</sub> 모드가 주된 모드라고 생각해 볼 수가 있다. 그 이유로는 금속봉을 TE<sub>nm</sub>( $n$ =홀수) 모드를 발생시키는 Source로 볼 수 있고, 입력 모드가 TE<sub>10</sub> 모드이므로 원통형 영역에서는  $E_y \neq 0$ 인 TM<sub>y</sub> 모드가 주된 모드라고 볼 수 있기 때문이다. 그림 2, 3을 바탕으로  $N_x^0$ ,  $N_y^0$ 를 변화시켜 산란행렬의 수렴 정도를 나타낸 것이 그림 4이다.

그림 2, 3, 4로 보아  $N_x=5$ ,  $N_y=6$ ,  $N_x^0=1$ ,  $N_y^0=2$  값이 산란행렬의 기본 모드로 적합하다고 볼 수 있다.

그림 5는 모드 정합법과 실제 제작치와 비교한

것이다. 그림 5에서 볼 수 있듯이 봉의 길이가 길어 질수록 봉이 E필드를 방해하여 S21의 수치가 작아지고 S11의 수치가 커짐을 알 수가 있다. 여기서 실제 측정은 HP8510C Network analyzer를 사용하였다.

#### IV. 결 론

본 논문에서는 도파관 내의 금속봉에 의한 산란 행렬을 모드 정합법으로 해석하는 과정을 보였으며 또한 TE, TM모드에 대한 기본모드의 개수를 각각 제시함으로써 TE, TM 모드에 대한 기본모드의 개수를 동일하게 하여 수행했을 때보다 해의 정확성은 유지하면서 컴퓨터의 수행시간을 크게 줄일 수 있었다. 이와 같이 계산한 산란행렬의 수치는 실제 제작하여 얻은 수치와 크게 일치함을 보였다.

#### 참 고 문 헌

[1] T. Itoh, "Numerical techniques for microwave & millimeter-wave passive structure", Wiley & Sons, 1989.  
[2] J.Uher, "Waveguide components for antenna feed systems: theory and CAD", Artech house, 1993.  
[3] Roberto, Sorrentino, "Numerical method for passive microwave & millimeter-wave structure", IEEE press, 1989.  
[4] H. Patzdt, F Arndt, "Double-plane steps in rectangular waveguides and their application for transformer, iris and filters", *IEEE Trans. MTT.*, vol. 30, pp. 771-776, 1982.  
[5] R. Safavi-Naini, R. H. MacPhie, "Scattering at rectangular waveguide junctions", *IEEE Trans. MTT.*, vol. 30, pp. 2060-2063, 1982.  
[6] J. Bornemann, R. Vahldieck, "Characterization of a class of waveguide discontinuities using

a modified  $TM_{mm}^x$  mode approach", *IEEE Trans. MTT.*, vol. 38, pp. 1816-1821, 1990.  
[7] H. W. Yao, K. A. Zaki, A. E. Atia, and R. Hershtig, "Full wave Modeling of Conducting Post in Rectangular Waveguide and its Application to Slot Coupled Combline Filter.", *IEEE Trans. MTT.*, vol. 43, pp. 2824-2830, Dec., 1995.  
[8] Bob Eisenhart, Peter Khan, "A Post in a Waveguide-Analysis and Application", *IEEE MTT-S Newsletter*, pp. 24-32, Number, 151, Spring, 1999.  
[9] Samuel Y. Liao, "Microwave Electron-Tube Devices", Prentice Hall. Inc. 1988.  
[10] A. S. Omar and K. Schunemann, "Transmission matrix representation of finline discontinuities." *IEEE Trans. MTT.*, vol. MTT-33, pp. 765-770, Sept., 1985.  
[11] C. A. Balanis, "Advanced Engineering Electromagnetics" John Wiley & Sons. Inc. 1989.  
[12] Haiyin Wang, Ke-Li Wu, and John Litva. "The higher order modal characteristics of circular-rectangular coaxial Waveguides." *IEEE Trans. MTT.*, vol. 45, pp. 414-419, Mar., 1997.  
[13] X.-P. Liang and K. A. Zaki, "Modeling of cylindrical dielectric resonators in rectangular waveguides and cavities." *IEEE Trans. MTT.*, vol. 41, pp. 2174-2181, Dec., 1993.  
[14] R. Gesche and K. Lochel, "Scattering by a lossy dielectric cylinder in a rectangular waveguide." *IEEE Trans. MTT.*, vol. 36, pp. 137-144, Jan., 1988.  
[15] H. W. Yao, K. A. Zaki, "Modeling of generalized coaxial probes in rectangular waveguides." *IEEE Trans. MTT.*, vol. 43, pp. 2805-2811, Dec., 1995.



이 정 해



1985년 2월: 서울대학교 전기공학과 (공학사)  
1988년 2월: 서울대학교 전기공학과 (공학석사)  
1996년 3월: 미국 U.C.L.A. E.E. Dept. 대학원(공학박사)  
1993년 4월~1996년 3월: 미국회사

General Atomics(교환연구원)  
1996년 3월~1996년 8월: 미국 U.C.L.A. E.E. Dept.(Post Doctor)  
1996년 9월~현재: 홍익대학교 전파공학과 조교수  
[주 관심분야] 마이크로파/밀리미터파 회로설계 및 플라즈마 진단

이 용 희



1988년 2월: 홍익대학교 전파공학과 (공학사)  
1988년 3월~현재: 홍익대학교 전파공학과 석사과정  
[주 관심분야] 마이크로파 회로설계, 수치해석

이 창 화



1987년: 경북대학교 전자공학과(공학사)  
1989년 2월: 경북대학교 전자공학과 (공학석사)  
1992년~현재: 경북대학교 전자공학과 박사과정  
1987년 7월~현재: 한국전자통신연구원

부품기술 개발부 선임연구원  
[주 관심분야] 마이크로파 수동소자, 이동통신용 안테나