

# 섬유가 보강된 점탄성 복합 재료에 발생하는 잔류 응력의 3차원 경계요소 해석

## Three-Dimensional Boundary Element Analysis of Residual Stresses in Fiber Reinforced Viscoelastic Composite Materials

이 상 순\*  
Lee, Sang-Soon

### 요 지

이 논문에서는, 섬유가 보강된 직교 이방성 복합재료의 제작 과정에서 발생하는 잔류 응력을 조사하였다. 직교 이방성 복합 재료의 제작 과정은 경화 과정과 냉각 과정으로 나누어지며 이 과정에서 발생하는 잔류 응력을 3차원 경계요소법을 이용하여 해석하였다. 모재는 선형 점탄성 거동을 한다고 가정하고, 종속 영역법을 도입하여 해석 모델을 섬유 영역과 모재 영역으로 나누었다. PATRAN을 사용하여 모재에서의 잔류 응력 분포를 도시하였으며 해석 결과를 검토하여 잔류 응력이 국부적으로 모재의 항복을 야기시킬 수 있음을 제시하였다.

**핵심용어** : 잔류 응력, 직교 적층 재료, 모재 영역, 경계요소법

### Abstract

This paper deals with the residual stresses induced in a three-dimensional cross-ply composite material during the manufacturing process. The manufacturing process has been divided into curing phase and cool-down phase. A three-dimensional boundary element method has been employed to estimate the residual stresses. The matrix of laminate model has been assumed to be linear viscoelastic. The subdomain technique has been employed and the analysis model has been divided into an elastic fiber zone and a viscoelastic matrix zone. Final results have been shown in contour maps to illustrate the residual stress distribution in the matrix using PATRAN. The resulting residual stresses have been large enough to cause the local yielding of the matrix.

**keywords:** residual stresses, cross-ply laminate, viscoelastic matrix, boundary element method

### 1. 서 론

섬유가 보강된 복합 재료 구조물(fiber reinforced composites)을 오토 클레이브 공정에서 제작할 때

구조물 내부에서 잔류 응력(residual stresses)이 발생하게 된다. 그러한 응력은 구성 재료들의 물리적, 열적 성질들이 서로 다르기 때문에 발생한다. 잔류 응력은 복합 재료 구조물의 형상을 변형시키

\* 정회원 · 한국기술교육대학교, 기계공학제일교수

· 이 논문에 대한 토론을 1999년 12월 31일까지 본 학회에 보내주시면 2000년 3월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

거나 외부 하중이 충분히 커지기 전에 구조물의 파단을 야기시키기도 한다.

Graphite/Epoxy 복합 재료를 제작하는 전형적인 오토 클레이브 공정이 Fig.1에 나타나 있다. 복합 재료 구조물을 제작하는 공정에 대한 자세한 설명은 참고 문헌<sup>1),2)</sup>에 나타나 있다. 여기에서는 논문의 전개 를 위해서 간단히 요약을 해 본다; 먼저 적층재료 (laminates)를 진공 백에 넣어서 적층 재료내 각 층들 사이에 존재하는 공기를 빼 낸 후, 오토 클레이브에 넣고 천천히 가열한다. 휘발성 물질들을 제거하기 위해서 약 135°C의 온도에서 80~100 psi의 압력을 가한다. 온도를 160~180°C로 올린 후 모재 (matrix)의 중합과정(polymerization process)이 끝날 때까지 같은 온도를 1~2시간 유지시킨다. 모재의 중합 과정동안에 모재는 경화되어 가므로, 중합 과정을 경화 과정(curing process)이라고 부른다. 경화 과정이 끝난 후 상온으로 냉각 시키고 나서 오토 클레이브로부터 복합 재료 구조물을 꺼낸다.

경화 과정(curing process or polymerization process)(Fig.1에서 A-B 부분)중에, 모재에는 화학 반응, 즉 분자들의 크로스 링킹(cross-linking)이 발생하는데, 이러한 화학 반응으로 인해 모재는 부피가 수축하게 된다. 그러나 보강 섬유(fiber)의 부피는 아무런 변화가 없이 일정하므로 수축되는 모재와 섬유사이에서 잔류 응력이 발생하게 된다. 또 냉각과정(cool-down process)(Fig.1에서 B-C 부분)중에, 섬유와 모재의 열 팽창 계수들의 차이로 인해 잔류 응력이 발생한다. 이러한 응력은 모재의

열팽창 계수가 섬유의 열팽창 계수보다 크기 때문에 발생한다.

복합 재료의 제작 과정에서 발생하는 잔류 응력에 관한 연구는 오래 전부터 활발하게 진행되어 왔다. Hahn과 Pagano<sup>3)</sup>, 그리고 Hahn<sup>4)</sup> 등은 선형 탄성 응력 해석을 통하여, 복합 재료에 발생하는 잔류 열 응력은 제작된 구조물에 작용하는 외부 하중이 항복 조건보다 훨씬 낮은 경우에도 파단을 일으킬 수 있을만큼 크며, 심한 경우에는 제작 과정에서 파괴가 일어날 수 있음을 보여주었다. Weitsman<sup>5)</sup>, Weitsman과 Harper<sup>6)</sup> 등은 선형 탄성 모델 대신 선형 점탄성 모델을 이용하여 잔류 열응력 문제를 해석하였다. 일반적으로 모재의 재료로는 에폭시나 불포화 폴리에스터가 많이 사용되는데, 이러한 재료들은 온도가 매우 높거나 수분을 많이 포함하는 경우에 점탄성 거동을 하게 되므로 점탄성 모델이 보다 정확하다고 볼 수 있다. Lee와 Sohn<sup>7)</sup>은 Volterra 적분 방정식을 이용하여 탄성 섬유와 점탄성 모재로 구성된 단일 방향 복합 재료의 잔류 응력을 해석하였다. 이와 같은 연구들은 재료 역학적 모델 또는 2차원 해석 모델을 사용하고 있다. Griffin, Jr.<sup>8)</sup>는 2차원 해석 모델 대신 3차원 탄성 모델을 선택하고, 유한요소해석을 통하여, 복합 재료의 냉각 과정에서 발생하는 열응력들을 보여 주었다. 그러나, Weitsman<sup>5)</sup>이 지적한 것 처럼, 냉각 과정중에 모재는 탄성 거동보다는 점탄성 거동을 하므로, 실제 해석을 위해서는 점탄성 모델을 사용할 필요가 있고, 직교 이방성 복합 재료 구조물의 미시응력들을 조사하기 위해서는 3차원 해석이 수행되어야 한다.

이 논문의 목적은, 제작 과정에서 모재에 발생하는 잔류 응력을, 3차원 경계요소법을 이용하여 미시응력 차원(microstress level)에서 해석하는 방법과 해석 결과를 제시하는데 있다. 일반적으로 잔류 응력으로 인한 영향은 대부분 모재에서 발생하므로, 해석의 주요 관심은 모재 내에서의 응력 분포를 조사 하는데 있다. 제작 과정중의 모재는 탄성 거동이 아닌 점탄성 거동을 하게 되므로, 모재는 선형 점탄성 거동을 한다고 가정하였다. 따라서 잔류 응력 해석에는 Lee와 Westmann<sup>9)</sup>이 개발한 3차원 점탄성 경계요소 코드가 사용되었다. 해석 결과는 상용 전후처리 프로그램인 PATRAN을 사용하

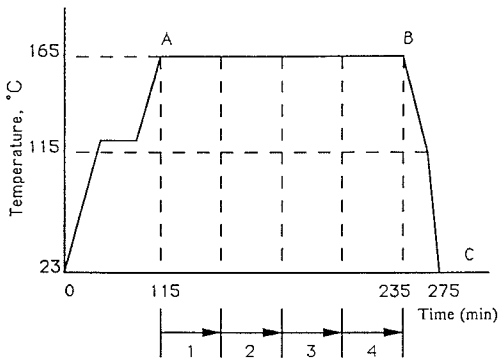


Fig. 1 The typical manufacturing procedure of graphite/epoxy composite.

여 모재에 발생하는 잔류 응력분포를 도시하였다.

## 2. 경화 과정에서 발생하는 잔류 응력

### 2.1 경계요소 공식

일반적으로, 복합재료는 단일방향 적층 재료(unidirectional laminate)보다는 다방향 적층 재료(multidirectional laminate)가 주로 사용되고 있다. 그러한 재료내에 발생하는 잔류 응력은 매우 복잡하여 해석을 수행하기 위해서는 3차원 모델을 사용하여야 한다. 이 논문에서는 잔류 응력을 해석하는 목적으로 직교 적층 재료(cross-ply laminates)를 택하였다.

Fig.2는  $[0/90]_s$  Graphite/Epoxy 복합 적층 재료를 나타내고 있다. 이러한 재료가 Fig.1에 나타난 공정에 의해 제작된다고 가정한다. 서론에서 설명한 것 처럼, Fig.1의 A-B 구간은 제작 공정중 경화 과정(curing process)을 나타낸다. Fig.1의 점 A의 조건에서는, 모재의 유동성이 매우 큰 편이어서 재료내에 어떤 잔류 응력이 존재한다해도 쉽게 이완되므로 잔류 응력이 영(0) 이라고 가정한다. 점 A에서 점 B로 공정이 진행되는 동안 모재에는 화학 반응이 발생하여 유동적인 상태에서 단단한 고체로 경화되어 가는데, 이러한 경화 과정동안 모재의 수축은 섬유에 의해 제한되므로 재료내에 잔류 응력이 발생하게 된다. 이 연구에서는 섬유와 모재 사이에 발생하는 미시응력(microstress)을 해석하고자 하는게 주요 목적이므로, 해석의 간편함을

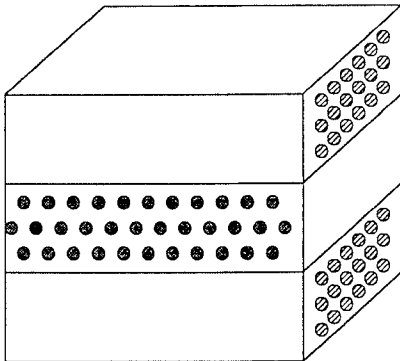


Fig. 2 Typical cross-ply laminates

위해서 Fig.3(a)에 보인바와 같은 단순 구조물을 가정한다. 실제 복합 재료의 각 층에는 많은 수의 작은 지름의 섬유들이 배열되어 있지만, 이러한 섬유들을 모두 고려하여 미시응력을 계산하는 것은 현실적으로 불가능하고 효율도 적다. 이 논문에서는, 각각의 섬유 대신 섬유들을 대표하는 큰 지름의 섬유들로 대체하였다. 보다 현실적이고 정확한 해석을 위해서는 섬유의 크기와 수를 변화시키면 될 것이나 여기서는 단순 모델을 가정하여 해석한다. 또 이러한 모델은 보다 복잡한 해석을 위한 첫 단계라고 볼 수 있다.

Fig.3(b)는 해석을 위하여 Fig.3(a)에서 만들어진 단위 셀 (unit cell) 이다. 이러한 단위 셀을 해석 모델로 선택하여 경계요소 해석을 수행하면 복합 재료내에서 발생하는 응력 분포의 특성을 이해할 수 있다. Fig.3(b)를 해석 하기 위해서는 3차원 해석방법이 요구된다. 3차원 경계요소법을 적용하기 위해서 다음과 같은 가정들이 사용되었다.

- 1) 섬유와 모재사이에는 아무런 결합이나 균열이 없이 완전하게 결합되어 있다.
- 2) 섬유는 선형 탄성재료이고, 모재는 선형 점탄성 재료이다. 그러나 모재의 체적 계수(bulk modulus)는 탄성 거동을 나타낸다.
- 3) 일반적으로 사용되는 복합 적층 재료의 두께가 얇다는 점을 고려하여, 경화 과정 동안 모재에서의 화학 반응은 모재 전 부피에 걸쳐 균일하게 발생한다고 가정한다.

Fig.3(b)의 해석 모델에 대한 외부 경계조건은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned}
 F 1 : \int_{A_1} \sigma_x dA_1 &= 0, \quad \tau_{xy} = \tau_{xz} = 0, \quad u_x = c_1 \\
 F 2 : \int_{A_2} \sigma_y dA_2 &= 0, \quad \tau_{xy} = \tau_{yz} = 0, \quad u_y = c_2 \\
 F 3 : \int_{A_3} \sigma_z dA_3 &= 0, \quad \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0, \quad u_z = c_3 \\
 F 4 : \tau_{xy} = \tau_{xz} &= 0, \quad u_x = 0 \\
 F 5 : \tau_{xy} = \tau_{yz} &= 0, \quad u_y = 0 \\
 F 6 : \tau_{xz} = \tau_{yz} &= 0, \quad u_z = 0
 \end{aligned} \tag{1}$$

식 (1)에서, 면 1, 2, 3 에서의 적분 식은 각각의 면에서의 표면력의 합이 0 인 것을 나타내고, 면

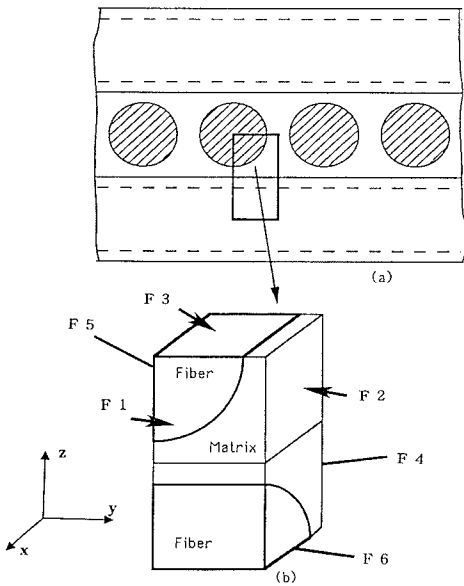


Fig. 3 Idealized model for residual stress analysis.

1, 2, 3에서  $c_1, c_2, c_3$ 는 각각의 면에서의 균일한 미지의 변위를 나타낸다.  $A_1, A_2, A_3$ 은 각각의 면적을 나타낸다. 면 4, 5, 6에서의 변위는 해석 모델의 강체 운동 (rigid body motion)을 방지하기 위해 영(0)으로 하였다. 또 해석 모델의 대칭성을 고려하면, 각 면 위에서 전단 응력들은 모두 영(0)이다.

경화 과정동안 에폭시(epoxy)에 발생하는 크로스링킹(cross linking)이 균일하다는 가정 하에서, 균일한 화학 반응은 모재의 균일한 수축을 야기시킨다. 그런데 참고문헌<sup>9)</sup>에서 균일한 온도 변화를 받고 있는 점탄성체의 해석 과정에서 언급한 것처럼, 재료의 균일한 수축(또는 팽창)은 상응하는 재료의 표면력(traction)벡터의 변화로 나타낼 수 있다. 따라서 균일한 화학반응으로 인한 모재의 균일한 수축은 다음과 같은 표면력 벡터로 전환될 수 있다. 즉,

$$3 K_o \epsilon_c(t) n_j$$

이다. 여기에서  $K_o$ 는 점탄성 모재의 체적 탄성 계수를 나타내고,  $\epsilon_c(t)$ 는 화학 반응으로 인한 모재의 수축 변형률(strain)을 가리키며,  $n_j$ 는 재료의

경계면에서 외향수직방향 단위벡터의 성분들을 나타낸다.

이러한 문제를 해석하기 위해 모재에 대한 경계적분 방정식을 쓰면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & c_{ij}^m(\mathbf{y}) u_j^m(\mathbf{y}, t) + \int_{S^m} [ u_j^m(\mathbf{y}', t) T_{ij}^m(\mathbf{y}, \mathbf{y}'; 0+) \\ & + \int_{0+}^t u_j^m(\mathbf{y}', t-t') \frac{\partial T_{ij}^m(\mathbf{y}, \mathbf{y}'; t')}{\partial t'} dt' ] dS^m(\mathbf{y}') \\ & = \int_{S^m} [ t_j^m(\mathbf{y}', t) U_{ij}^m(\mathbf{y}, \mathbf{y}'; 0+) \\ & + \int_{0+}^t t_j^m(\mathbf{y}', t-t') \frac{\partial U_{ij}^m(\mathbf{y}, \mathbf{y}'; t')}{\partial t'} dt' ] dS^m(\mathbf{y}') \\ & + \int_{S^m} [ 3K_o \epsilon_c(t) n_j U_{ij}^m(\mathbf{y}, \mathbf{y}'; 0+) \\ & + \int_{0+}^t 3K_o \epsilon_c(t-t') n_j \frac{\partial U_{ij}^m(\mathbf{y}, \mathbf{y}'; t')}{\partial t'} dt' ] dS^m(\mathbf{y}') \end{aligned} \quad (2)$$

식 (2)에서, 윗 첨자 'm'은 해석 모델(Fig.3(b))의 모재를 나타내고,  $u_j$ 와  $t_j$ 는 경계면에서의 변위와 표면력을 가리키며,  $S$ 는 모재를 둘러싸고 있는 경계면을 나타낸다.  $c_{ij}$ 는 경계면의 기하학적 형상에만 의존하는 함수이다. 점탄성 기본 해  $U_{ij}$ 와  $T_{ij}$ 들은 탄성-점탄성 대응 원리를 이용하여, 선형 탄성학의 켈빈(Kelvin)해들로부터 유도될 수 있다. 자세한 계산 과정은 참고 문헌<sup>10)</sup>에 나타나 있다.

해석 모델 Fig.3(b)를 경계요소법에 의해 해석하기 위해서는 섬유 영역에 대해서도 경계적분 방정식을 사용해야 하는데, 섬유 영역은 선형 탄성 거동을 한다고 가정했으므로, 방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다. 즉,

$$\begin{aligned} & c_{ij}^f(\mathbf{y}) u_j^f(\mathbf{y}, t) + \int_{S^f} u_j^f(\mathbf{y}', t) T_{ij}^f(\mathbf{y}, \mathbf{y}') dS^f(\mathbf{y}') \\ & = \int_{S^f} t_j^f(\mathbf{y}', t) U_{ij}^f(\mathbf{y}, \mathbf{y}') dS^f(\mathbf{y}') \end{aligned} \quad (3)$$

이다. 식 (3)에서 윗 첨자 'f'는 섬유 영역을 나타내고, 다른 기호들에 대한 설명은 식 (2)에서 설명한 내용과 유사하다.

일반적으로, 식(2)와 (3)에 대한 정밀 해를 구하는 것은 불가능하기 때문에 수치 적분이 사용되어야 한다. 이 논문에서는 변위와 표면력, 그리고 기하학적 형상을 나타내기 위해서 이차 형상함수(qua-

dratic shape functions)를 사용하였다. 자세한 계산 과정은 참고 문헌<sup>9)</sup>에 설명되어 있다. 참고 문헌<sup>9)</sup>에서 설명한 절차에 따라 식(2)와 (3)을 정리하고, 섬유와 모재의 공유면에서 변위의 연속 조건과 표면력의 평형 조건을 적용하면, 다음과 같은 행렬 방정식이 얻어진다.

$$\begin{bmatrix} H^1 & H^{12} & 0 & 0 & 0 & G^{12} & 0 \\ 0 & H^{21} & H^2 & H^{23} & 0 & -G^{21} & G^{23} \\ 0 & 0 & 0 & H^{32} & H^3 & 0 & -G^{32} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u^1 \\ u^{12} \\ u^2 \\ u^3 \\ u^{21} \\ u^{32} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} G^1 & 0 & 0 \\ 0 & G^2 & 0 \\ 0 & 0 & G^3 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} t^1 \\ t^2 \\ t^3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ B_c + R \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

이다. 식(4)에서, 윗 첨자 '1'과 '3'은 각각 윗 부분 섬유영역과 아랫 부분 섬유 영역을 가리키고, '2'는 모재 영역을 나타내며, '12', '21', '32', '23'은 섬유와 모재 사이의 공유면을 가리킨다.  $H$ 와  $G$ 는 각각의 영역에서의 영향행렬을 나타내고  $B_c$ 는 화학 반응으로 인한 영향을 나타내는 항이고,  $R$ 는 점탄성 이력 때문에 발생하는 항이다. 식(1)로 주어진 경계조건들을 식(4)에 대입하면 구하려는 해를 얻을 수 있다.

식(4)를 풀면, 경계면에서의 표면력(또는 응력)과 변위들이 얻어진다. 경계면 안의 내부 영역에서의 변위와 응력은 식(4)가 아닌 다른 표현 식을 이용하여야 한다. 모재 내부 영역에서의 변위와 응력을 구하는 식은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} u_j^m(\mathbf{x}, t) &= \int_{S^m} [t_j^m(\mathbf{y}', t) U_{ij}^m(\mathbf{x}, \mathbf{y}'; 0+) \\ &+ \int_{0+}^t t_j^m(\mathbf{y}', t-t') \frac{\partial U_{ij}^m(\mathbf{x}, \mathbf{y}'; t')}{\partial t'} dt'] dS^m(\mathbf{y}') \\ &- \int_{S^m} [u_j^m(\mathbf{y}', t) T_{ij}^m(\mathbf{x}, \mathbf{y}'; 0+) \\ &+ \int_{0+}^t u_j^m(\mathbf{y}', t-t') \frac{\partial T_{ij}^m(\mathbf{x}, \mathbf{y}'; t')}{\partial t'} dt'] dS^m(\mathbf{y}') \\ &+ \int_{S^m} [3K_o \epsilon_c(t) n_j U_{ij}^m(\mathbf{x}, \mathbf{y}'; 0+) + \\ &\int_{0+}^t 3K_o \epsilon_c(t-t') n_j \frac{\partial U_{ij}^m(\mathbf{x}, \mathbf{y}'; t')}{\partial t'} dt'] dS^m(\mathbf{y}') \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}^m(\mathbf{x}, t) &= \int_{S^m} [t_k^m(\mathbf{y}', t) D_{kij}^m(\mathbf{x}, \mathbf{y}'; 0+) \\ &+ \int_{0+}^t t_k^m(\mathbf{y}', t-t') \frac{\partial D_{kij}^m(\mathbf{x}, \mathbf{y}'; t')}{\partial t'} dt'] dS^m(\mathbf{y}') \\ &- \int_{S^m} [u_k^m(\mathbf{y}', t) S_{kij}^m(\mathbf{x}, \mathbf{y}'; 0+) \\ &+ \int_{0+}^t u_k^m(\mathbf{y}', t-t') \frac{\partial S_{kij}^m(\mathbf{x}, \mathbf{y}'; t')}{\partial t'} dt'] dS^m(\mathbf{y}') \\ &+ \int_{S^m} [3K_o \epsilon_c(t) n_k D_{kij}^m(\mathbf{x}, \mathbf{y}'; 0+) + \\ &\int_{0+}^t 3K_o \epsilon_c(t-t') n_k \frac{\partial D_{kij}^m(\mathbf{x}, \mathbf{y}'; t')}{\partial t'} dt'] dS^m(\mathbf{y}') \end{aligned} \quad (6)$$

응력 커널  $D_{kij}^m$ 와  $S_{kij}^m$ 들은 탄성-점탄성 대응 원리를 탄성 응력 커널에 적용하면 구할 수 있다<sup>9-10)</sup>.

### 2.2 수치 해석 결과

경화 과정동안, 모재는 유동성이 많은 상태에서 점차 굳은 고체로 변하고 이 과정에서 모재의 기계적 성질이 점차 변하며 이 현상을 에이징 과정(ageing process)으로 간주한다. 즉, 경화 과정을 에이징 과정처럼 취급을 한다. 경화 과정동안 모재의 기계적 성질에 대해서, Lee와 Sohn<sup>7)</sup>이 접근했던 방법을 채택한다. 이 과정에서, 모재의 인장계수는 표준 선형고체(standard linear solid)거동을, 체적 계수는 탄성거동을 한다고 가정한다. 즉,

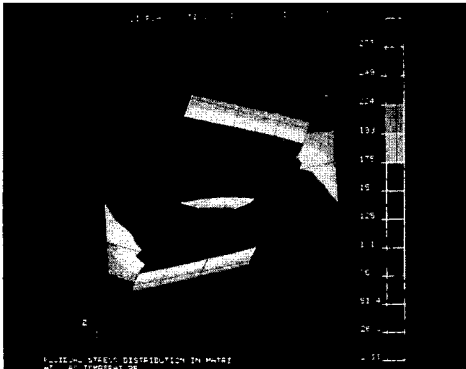
$$\begin{aligned} E^m(t-t', t) &= E_o(t) + E_1(t) \exp\left[-\frac{t-t'}{\alpha^*(t)}\right] \\ K^m(t-t', t) &= K_o \end{aligned} \quad (7)$$

식(7)에서,  $E_o(t)$ 와  $E_1(t)$ 는 인장이완계수 성분들을 나타내고,  $\alpha^*(t)$ 는 이완시간을 나타내는데, 이들은 모두 시간  $t$ 의 함수이다. 모재의 거동이 에이징과 관련이 없다면, 이러한 값들은 모두 상수가 된다. 경화 과정중에 나타나는 기계적 성질 변화를 수치 해석과정에 포함시키기 위해서, Fig. 1과 같이 경화 과정을 4단계로 나누었다. 따라서 식(7)은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$E^m(t-t', t) \approx E^{m(i)}(t) = E_o^{(i)} + E_1^{(i)} \exp\left(-\frac{t-t'}{\alpha^{(i)}}\right)$$

$$K^m(t-t, t) \approx K^{m(i)}(t) = K_o^{(i)} \quad (i=1,2,3,4) \quad (8)$$

식(8)에서  $i=1,2,3,4$ 는 경화 과정의 각 단계를 나타낸다. 각각의 단계에서는 모재의 기계적 성질과 화학 반응으로 인한 기지의 수축 변형률  $\epsilon_c(t)$ 들이 일정하다고 가정하였다. 이러한 가정과 참고 문헌<sup>7)</sup>



(a)



(b)

Fig. 4 Residual stress distribution at cure temperature

에서 설명한 수치 값들을 경계요소 해석에 사용하였다. Table 1은 해석에 사용된 수치 값들을 나타낸다. 섬유의 기계적 성질에 대해서는, 체적 계수  $K^f = 3.25 \times 10^7 \text{ psi}$ , 푸아송 비  $\nu^f = 0.29$ 의 값들이 사용되었다.

Fig.4는 Graphite/Epoxy 복합재료의 경화 과정에서 모재에 발생한 잔류 응력 분포를 보여 주고 있다. 이러한 그림은 상용 전후처리 프로그램인 PATRAN을 이용하여 얻어졌다. 경화 과정중 기지의 파손(failure)가능성을 조사하기 위해서 트레스카 항복 조건(Tresca yield condition)을 적용하였다. 트레스카 항복 조건을 적용하기 위해서 모재에서 발생한 잔류 응력에서 최대 전단응력을 얻을 수 있는데, 계산된 최대 전단 응력은 약  $125 \text{ psi}$ 이다. 그런데 복합 재료에 사용되는 에폭시의 경우에 약  $165^\circ\text{C}$ 에서의 최대 전단강도는 약  $2000 \text{ psi}$ 이다. 경화 과정중에 발생한 잔류 응력은 복합재료의 강도에 비해 현저히 낮으므로, 경화 공정은 복합재료의 구조적인 안정성에 별 영향을 주지 않는다고 판단된다.

### 3. 냉각 과정에서 발생하는 잔류 열응력

#### 3.1 경계요소 공식

제작과정에서 발생하는 잔류 열응력을 해석하기 위해서, 2.1절에서 사용했던 모델과 가정들이 사용될 수 있다. 잔류 열응력을 해석하기 위해서 다음과 같은 가정들이 추가로 사용되었다.

- 1) 섬유의 물성들은 복합 재료의 냉각 과정동안 일정한 값들을 가지며, 모재는 열유동 단순(thermorheologically simple)거동을 한다.
- 2) 일반적으로 사용되는 복합 적층 재료의 두께

Table 1 Numerical values used in calculation of cure stresses

	$E_o(\text{psi})$	$E_l(\text{psi})$	$a^*(\text{min.})$	$K_o(\text{psi})$	$\epsilon_c$
step 1	330	3320	120	4050	$2.5 \times 10^{-3}$
step 2	660	6640	240	8100	$2.5 \times 10^{-3}$
step 3	990	9960	360	12150	$2.5 \times 10^{-3}$
step 4	1320	13280	480	16200	$2.5 \times 10^{-3}$

가 얇다는 점과 제작 과정동안 온도 변화가 천천히 일어난다는 점을 고려하여, 냉각 과정 동안 온도는 적층 재료내에 균일하게 분포되어 변화한다고 가정한다.

점탄성 재료의 물성들은 시간에 따라 변화하므로 시간영역 경계요소법을 적용하여 해석을 수행할 수 있는데, 점탄성 모재가 열유동 단순거동을 하는 상황에서는 실제시간 공간(real time space; t)보다는 환산시간 공간(reduced time space;  $\xi$ )에서 해석을 진행하는 것이 효과적이다. 어떠한 체력(body force)도 존재하지 않는다는 가정아래서, 해석 모델에 대한 경계 적분 방정식은 환산시간 공간에서 다음과 같이 쓸 수 있다<sup>9)</sup>.

섬유 영역에 대해서,

$$\begin{aligned} & c_{ij}^f(\mathbf{y}) u_j^f(\mathbf{y}, \xi) + \int_{S'} u_j^f(\mathbf{y}', \xi) T_{ij}^f(\mathbf{y}', \mathbf{x}) dS^f(\mathbf{y}') \\ &= \int_{S'} t_j^f(\mathbf{y}', \xi) U_{ij}^f(\mathbf{y}, \mathbf{y}') dS^f(\mathbf{y}') \\ &+ \int_{S'} \gamma_j^f(\xi) n_j U_{ij}^f(\mathbf{y}, \mathbf{y}') dS^f(\mathbf{y}') \end{aligned} \quad (9)$$

이고,

모재 영역에 대해서,

$$\begin{aligned} & c_{ij}^m(\mathbf{y}) u_j^m(\mathbf{y}, \xi) + \int_S [ u_j^m(\mathbf{y}', \xi) T_{ij}^m(\mathbf{y}, \mathbf{y}'; 0+) \\ &+ \int_{0+}^{\xi} u_j^m(\mathbf{y}', \xi - \xi') \frac{\partial T_{ij}^m(\mathbf{y}, \mathbf{y}'; \xi')}{\partial \xi'} d\xi' ] dS^m(\mathbf{y}') \\ &= \int_S [ t_j^m(\mathbf{y}', \xi) U_{ij}^m(\mathbf{y}, \mathbf{y}'; 0+) \\ &+ \int_{0+}^{\xi} t_j^m(\mathbf{y}', \xi - \xi') \frac{\partial U_{ij}^m(\mathbf{y}, \mathbf{y}'; \xi')}{\partial \xi'} d\xi' ] dS^m(\mathbf{y}') \\ &+ \int_S [ \gamma_j^m(\xi) n_j U_{ij}^m(\mathbf{y}, \mathbf{y}'; 0+) \\ &+ \int_{0+}^{\xi} \gamma_j^m(\xi - \xi') n_j \frac{\partial U_{ij}^m(\mathbf{y}, \mathbf{y}'; \xi')}{\partial \xi'} d\xi' ] dS^m(\mathbf{y}') \end{aligned} \quad (10)$$

이다.

식(9)와 (10)에서  $\gamma(\xi) n_j$  는 균일한 온도 변화  $\Delta T(\xi)$ 로 인한 영향을 나타낸다. 여기에서  $n_j$ 는 해

석 모델의 경계면에서 외향수직방향 단위벡터의 성분을 가리킨다. 점탄성 모재의 체적 계수  $K^m$ 은 탄성 거동을 한다고 위에서 가정 했으므로,  $\gamma^f(\xi)$  와  $\gamma^m(\xi)$  들은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \gamma^f(\xi) &= 3K^f \alpha^f \Delta T(\xi) \\ \gamma^m(\xi) &= 3K^m \alpha_o \Theta(\xi) \end{aligned} \quad (11)$$

식(11)에서  $K$ 는 체적 계수를 가리키고,  $\alpha_o$ 는 기준 온도에서 점탄성 기지의 열 팽창 계수를 나타내며, 위온도(pseudo-temperature)  $\Theta(\xi)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\Theta(\xi) = \frac{1}{\alpha_o} \int_{T_o}^{T(\xi)} \alpha^m(T) dT \quad (12)$$

식 (12)에서  $\alpha^m(T)$ 는 온도에 의존하는 점탄성 모재의 열 팽창 계수를 표시한다. 또 환산시간(reduced time)  $\xi$ 와 실제시간(real time)  $t$ 와는 다음과 같은 관계가 있다.

$$\xi = f(t) = \int_0^t \frac{d\lambda}{a_T(\lambda)}, \quad \xi' = f(t') \quad (13)$$

식 (13)에서  $a_T$ 는 이동 함수(shift function)라 하는데, 실험에 의해 결정되는 재료의 물성이다. 예를 들어, 이 논문에서 사용되고 있는 에폭시 모재에 대한 이동함수는 다음과 같이 주어진다<sup>5)</sup>.

$$a_T = \exp \left[ \frac{6480}{T(t)} - 21.82 \right] \quad (14)$$

### 3.2 수치 해석 결과

수치 해석은 참고 문헌<sup>5)</sup>에 기술된 에폭시에 대한 물성 값을 참고하여 사용하고 있는데, 점탄성 인장 계수  $E^m(t)$ 와 체적 계수  $K^m$ 은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} E^m(t) &= \frac{0.437 \times 10^6}{1 + 0.0336 t^{0.19}} \text{ psi } (t, \text{ min}) \\ K^m(t) &= K_o = 4.865 \times 10^5 \text{ psi} \end{aligned} \quad (15)$$

열 팽창 계수들은 다음과 같이 주어진다.

$$\alpha^m = 0.5 \times 10^{-4} \text{ in/in } ^\circ\text{C}, \quad \alpha^f = 0.0 \quad (16)$$

복합 재료의 제조 공정에서 냉각 과정동안의 온도 변화는 다음과 같이 선택되었다.

$$\Delta T(t) = \frac{T_r - T_o}{t_r} t \quad (t \text{ min}) \quad (17)$$

식 (17)에서,  $t^r=45$  분,  $T_o = 165^\circ\text{C}$ ,  $T^r = 24^\circ\text{C}$  이다.

경계요소법을 사용하여 해석하기 위해서는 점탄성 기본해를 먼저 계산하여야 하는데, 식(15)로 주

어진 이완 계수는 형태가 복잡하여 직접 사용하는 것은 어렵다. 따라서 참고 문헌<sup>10)</sup>에서 설명된 것처럼, 병치법(mehtod of collocation)을 이용하여  $E^m(t)$ 를 유한한 크기의 프로니(Prony)시리즈로 다음과 같이 전개하였다.

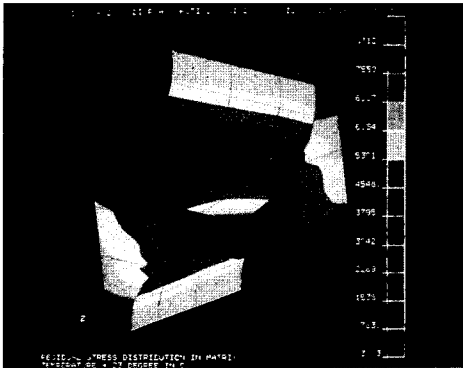
$$E^m(t) = E_o + \sum_{i=1}^{14} E_i \exp\left(-\frac{t}{\lambda_i}\right) \quad (18)$$

여기에서는 계산된  $E_i$ 와  $\lambda_i$ 의 값들을 열거하지 않았다.

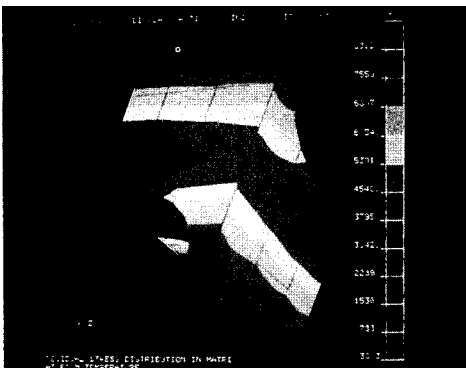
Fig.5는 Graphite/Epoxy 복합 적층 재료가 냉각 공정을 거쳐 상온에 도달했을 때 모재에 발생한 잔류 응력 분포를 보여 주고 있다. 냉각 과정후 모재의 파손(failure)가능성을 조사하기 위해서 트레스카 항복 조건(Tresca yield condition)을 적용하였다. 모재에서 발생한 잔류 응력에서 얻어진 최대 전단 응력은 약  $3.7 \times 10^3$  psi 이다. 그런데 복합재료에 사용되는 에폭시의 경우에 상온에서의 최대 전단강도는 약  $3.7 \sim 5.5 \times 10^3$  psi 이다. 냉각 공정후에 발생한 잔류 열응력은 모재의 강도에 비해 낮은 값이긴 하지만, 국부적으로는 모재의 항복을 일으킬 수 있는 가능성도 있다고 판단된다.

#### 4. 결 론

이 논문에서는 시간 영역 3차원 경계요소법을 이용하여 복합 적층 재료의 제조 공정에서 발생하는 잔류 응력을 조사하였다. 제작 과정에서 발생하는 잔류 응력을 해석하기 위해서, 제작 과정을 경화 과정과 냉각 과정으로 나누었다. 경화 과정을 크게 4단계로 나누어, 각 단계에서 모재의 기계적 성질과 화학 반응으로 인한 변형률을 일정한 값으로 가정하였다. 이러한 가정은 수치해석을 용이하게 하려는 목적과 함께, 현재의 문헌 조사과정중에 표준으로 삼을 만한 실험 데이터가 부족한 상황에서 이루어진 선택이었다. 향후 표준으로 삼을 수 있는 데이터들이 모이지게 되면 이 부분은 좀 더 개선될 수 있다고 보여진다. 수치해석의 결과에 의하면, 복합재료의 제조공정에서 문제가 되고 있는 잔류 응력은 경화 과정에서는 별 문제가 되지 않는다고 판단된다. 지금까지의 많은



(a)



(b)

Fig. 5 Residual stress distribution at room temperature



연구들이 잔류 응력을 해석할 때 뚜렷한 증명이나 계산 결과를 제시함이 없이 경화 과정에서 발생하는 잔류 응력을 영(0)으로 가정하고 진행되어 왔다. 이 논문의 수치 계산으로부터 얻어진 잔류 응력의 크기는 모재의 강도에 비해 무시할 수 있을만큼 작으므로, 그와 같은 가정은 타당하다고 판단된다.

냉각 과정에서 발생하는 모재의 잔류 열응력을 해석하기 위해서, 모재의 거동을 열유동 단순가동으로 가정하였다. 현재의 연구는 잔류 응력의 크기나 성질이 어떤 것인지를 조사하는데 의미를 가지고 있으며, 향후 보다 정교한 해석을 위한 첫 단계로 볼 수 있다. 수치 해석의 결과에 의하면, 복합재료의 냉각 공정에서 발생한 잔류 열응력은 냉각 과정에서 모재의 파손이나 전반적인 항복을 일으키지는 않으나, 국부적으로 항복을 일으킬 수도 있다고 판단된다. 이 연구에서의 해석과정에서는, 비교적 단순한 모델을 선택하였고, 해석 과정을 용이하게 하기 위해서 여러 가지 가정을 설정하였다. 복합 재료의 제조 공정에서 발생하는 잔류 열응력의 문제를 보다 심도있게 접근하기 위해서, 해석 모델을 정교하게 할 필요성이 있으며, 다양한 실험 데이터의 획득이 선행되어야 한다고 판단된다.

### 참 고 문 헌

1. A. Slobodnizinski, "Bag Molding Processes," in G. Lubin (ed.), Handbook of Composite, Van Nostrand Reinhold Company Inc. 1984
2. S.W. Tsai and H.T. Hahn, Introduction to Composite Materials, Technomic, 1980
3. H.T. Hahn and N.J. Pagano, "Curing Stresses in Composite Materials," *J. Composite Materials*, Vol. 9, 1975, pp.91~106
4. H.T. Hahn, "Residual Stresses in Polymer Matrix Composite Laminates," *J. Composite Materials*, Vol. 10, 1976, pp.266~277
5. Y. Weitsman, "Residual Thermal Stresses due to Cool-down of Epoxy Resin Composite," *J. Applied Mechanics*, Vol. 46, 1979, pp.563~567
6. Y. Weitsman and B.D. Harper, "Optimal Cooling of Cross-Ply Composite Laminates and Adhesive Joints," *J. Applied Mechanics*, Vol. 49, 1982, pp.735~739
7. S.S. Lee and Y.S. Sohn, "Viscoelastic Analysis of Residual Stresses in a Unidirectional Laminate," *Structural Engineering and Mechanics*, Vol. 2, 1994, pp.383~393
8. Griffin, Jr., O.H., "Three-Dimensional Curing Stresses in Symmetric CrossPly Laminates with Temperature-Dependent Properties," *J. of Composite Materials*, Vol. 17, 1983, pp.449~463
9. S.S. Lee and R.A. Westmann, "Application of High-Order Quadrature Rules to Time-Domain Boundary Element Analysis of Viscoelasticity," *Int. J. Numerical Methods in Engineering*, Vol. 38, 1995, pp.607~629
10. S.S. Lee, "Time Domain Boundary Element Analysis of Viscoelastic Solids Using Realistic Relaxation Functions," *Computers & Structures*, Vol. 55, 1995, pp.1027~1036

(접수일자 : 1999. 1. 29)