

노심지지배럴의 축소모형을 이용한 원통형 셸의 모드 해석

Modal Analysis of Cylindrical Shell using a Scale Model of the Core Support Barrel

정 명 조* 송 선 호** 정 경 훈*** 김 태 형****
Jung, Myung-Jo Song, Seon-Ho Jeong, Kyeong-Hoon Kim, Tae-Hyung

요 지

본 연구에서는 노심지지배럴을 축소모형의 원통형 셸로 이상화하여, 그의 모드 특성을 고찰하였다. 셸의 모드 해석은 상용코드인 ANSYS를 이용하였으며, 일반적으로 사용되고 있는 요소인 SHELL61과 SHELL63을 이용하여 해석을 수행하였고 이들의 특성을 비교하였다. 또한 두께에 따른 모드 특성을 검토하여 셸 요소의 사용 한계를 규정하였다. 한편 구멍이 있는 셸과 없는 셸의 모드 특성을 조사하여 구멍 및 그의 위치가 모드 특성에 미치는 영향을 파악하였다. 이들 모든 결과를 실험 및 이론에 의한 결과와 비교하였다.

핵심용어 : 원통형 셸, 모드 특성, ANSYS

Abstract

Investigated in this paper are the modal characteristics of the cylindrical shell using a scale model of the core support barrel. Elements SHELL61 and SHELL63 of ANSYS are used in the analysis and the different response characteristics between them are reported. Also, the effect of the thickness on the frequencies is investigated to define the use of the shell element. Shells with and without holes are analysed to see the effect of the hole and its location on the modal frequencies. All of these results are compared with those of experiments and theory.

Keywords : cylindrical shell, modal characteristic, modal frequencies, ANSYS

1. 서 론

원자력발전소의 원자로 내부에 많이 사용하고

있는 원통형 셸 구조물은 설계할 때에 안전성을 확보하기 위하여 정상운전시의 하중뿐만 아니라 지진으로 인한 하중 또는 가상 배관파단 사고의

* 정회원·한국원자력안전기술원 기계재료실, 선임연구원
** 한국원자력안전기술원 영광원전규제실, 책임연구원
*** 한국원자력연구소 동력로계통기술개발팀, 선임연구원
**** 한국전력기술주식회사 원자로기계설계분야, 책임연구원

• 이 논문에 대한 토론을 1999년 6월 30일까지 본 학회에 보내주시면 1999년 9월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

하중을 고려하도록 요구하고 있으며¹⁾ 이들 동적 하중을 고려하기 위하여 고유진동 해석이 필수적이다. 원통형 셸을 이용한 구조물의 설계에 널리 사용하고 있는 전산 프로그램의 경우 셸 구조물을 모델링하기 위하여 다양한 요소가 소개되고 있으며 각각의 요소의 종류 및 모델링 기법에 따라 진동 특성에 차이가 있을 수 있다. 원자로 내부구조물 중 원통형 셸을 이용한 노심지지배럴(Core Support Barrel)은 전형적인 셸 구조물로서 발전소 가동 중 유동 유발 진동에 의한 구조적 건전성의 평가가 큰 문제로 대두되고 있으며²⁾ 이를 위하여 설계자는 원통형 셸을 셸 요소로 모델링하여 모드 특성을 조사한 후 가진 함수와 비교하여 건전성을 평가하기도 한다³⁾. 따라서 정확한 모드 특성을 구하는 것이 필수적이며 이때 사용하는 해석 기법의 정당성을 확인하는 것이 필요하다. 또한 노심지지배럴의 경우 중간 부근에 큰 구멍이 대칭으로 두 개 있으며 이들이 진동 특성에 미치는 영향도 정확히 평가할 필요가 있다.

본 논문에서는 축소모형의 노심지지배럴에 대상으로 원통형 셸의 모드 특성을 고찰하였다. 상용코드인 ANSYS⁴⁾를 이용하여 셸의 모드 해석에 일반적으로 사용되고 있는 요소인 axisymmetric harmonic structural shell (SHELL61)과 elastic shell (SHELL63)을 이용하여 해석을 수행하였고 이들의 특성을 비교하였다. 또한 셸의 두께에 따른 모드 특성을 검토하여 셸 요소의 사용 한계를 조사하였다. 한편 구멍이 있는 셸과 없는 셸의 모드 특성을 조사하여 구멍의 존재 여부 및 그의 위치가 모드 특성에 미치는 영향을 파악하였다. 이들 모든 결과의 타당성을 확인하기 위하여 실험 및 이론에 의한 결과와 비교하였다. 즉, Stokes 변환을 응용한 Fourier 급수전개법으로 원통형 셸의 고유진동수를 구하는 방법을 전개하여 이론적인 해를 구하였고, 실험에서는 원통형 셸을 SS304로 제작하여 로드셀이 부착된 충격해머와 가속도계로부터 입력 및 출력 신호를 얻어 전하증폭기로 증폭시킨 다음 Fourier 변환하여 전달함수를 계산하였다.

2. 이 론

2.1 원통형 셸의 운동방정식

임의의 경계조건을 갖는 원통형 셸의 반경을 R , 높이를 H , 그리고 두께를 h 로 표시하면 Sanders의 구멍이 없는 온전한 원통형 셸의 운동방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다⁵⁾.

$$R^2 u_{,zz} + \frac{1-\mu}{2} \left(1 + \frac{k}{4}\right) u_{,00} + R \left\{ \frac{1+\mu}{2} - \frac{3(1-\mu)}{8} k \right\} v_{,z0} + \mu R w_{,z} + \frac{1-\mu}{2} R k w_{,z00} = \nu^2 u_{,tt} \quad (1a)$$

$$R \left\{ \frac{1+\mu}{2} - \frac{3(1-\mu)}{8} k \right\} u_{,z0} + (1+k) v_{,00} + \frac{1-\mu}{2} R^2 \left(1 + \frac{9k}{4}\right) v_{,zz} - \frac{3-\mu}{2} R^2 k w_{,z00} + w_{,0} - k w_{,000} = \nu^2 v_{,tt} \quad (1b)$$

$$\frac{1-\mu}{2} R k u_{,z00} + \mu R u_{,z} - \frac{3-\mu}{2} R^2 k v_{,z0} + v_{,0} + w + k(R^4 w_{,zzzz} + 2R^2 w_{,zz00} + w_{,0000} - v_{,000}) = -\nu^2 w_{,tt} \quad (1c)$$

이 식에 나오는 콤마(.)는 편미분을 나타낸다. 또한 μ 는 포아송비를 나타내고 $\nu = \rho R^2(1-\mu^2)/E$, $k = h^2/12R^2$ 이다. 양단이 모두 고정된 원통형 셸에 대한 경계조건은 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$z=0 \text{ 그리고 } z=H \text{ 에서 } u=v=w=w_{,z}=0 \quad (2)$$

한편 양단이 단순지지된 원통형 셸에 대한 기하학적 경계조건 및 힘에 대한 경계조건은 식

(16)으로 나타낸다. 그리고 원통형 쉘의 단면에 작용하는 하중과 변위 사이의 관계는 다음과 같다.

$$N_z = D \left[u_{,z} + \frac{\mu}{R} v_{,0} + \frac{\mu}{R} w \right] \quad (3a)$$

$$N_{z\theta} = \frac{D(1-\mu)}{2} \left[\frac{1}{R} \left(1 - \frac{3}{4}k \right) u_{,0} + \left(1 + \frac{9}{4}k \right) v_{,z} - 3kw_{,z\theta} \right] \quad (3b)$$

$$Q_z = K \left[-\frac{1-\mu}{2R^2} u_{,00} + \frac{3-\mu}{2R^2} v_{,z0} - \frac{2-\mu}{R^2} w_{,z0\theta} - w_{,zzz} \right] \quad (3c)$$

$$M_z = K \left[\frac{\mu}{R^2} (v_{,0} - w_{,0\theta}) - w_{,zz} \right] \quad (3d)$$

여기서 $D = Eh/(1-\mu^2)$, $K = Eh^3/12(1-\mu^2)$ 이고, N_z , $N_{z\theta}$, Q_z , M_z 는 각각 단위 길이당 막인장력, 유효 막전단력, 횡전단력, 굽힘 모멘트를 나타낸다.

2.2 모드함수

원통형 쉘의 고유진동에 대한 동적 변위들은 임의의 원주방향 n 에 대하여 축방향 모드함수와 원주방향 모드함수 및 시간에 대한 조화함수의 곱으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$u(z, \theta, t) = u(z) \cos n\theta \exp(i\omega t) \quad (4a)$$

$$v(z, \theta, t) = v(z) \sin n\theta \exp(i\omega t) \quad (4b)$$

$$w(z, \theta, t) = w(z) \cos n\theta \exp(i\omega t) \quad (4c)$$

여기서 $u(z)$, $v(z)$ 그리고 $w(z)$ 는 각각 축방향, 접선방향 그리고 반경방향의 동적변위를 나타내는 모드함수이고 ω 는 원통형 쉘의 고유진동수를 나타낸다. 축방향의 이 모드함수는 서로가 직교를 이루는 Fourier 급수의 선형 조합으로써 표현할 수 있다^{6), 7)}.

$$u(z) = \sum_{m=1}^{\infty} A_{mn} \sin\left(\frac{m\pi z}{H}\right) \quad (5a)$$

$$v(z) = B_{0n} + \sum_{m=1}^{\infty} B_{mn} \cos\left(\frac{m\pi z}{H}\right) \quad (5b)$$

$$w(z) = C_{0n} + \sum_{m=1}^{\infty} C_{mn} \cos\left(\frac{m\pi z}{H}\right) \quad (5c)$$

여기서 A_{mn} , B_{0n} , B_{mn} , C_{0n} 및 C_{mn} 은 모드형상을 정의하는 미정된 Fourier 계수를 나타낸다.

2.3 일반공식화

원통형 쉘의 양단 경계값과 개방영역 $0 < z < H$ 에서 Fourier sine 및 cosine 급수로 나타나는 동적 변위 및 그 미분을 식 (1)에 대입하면 Fourier 계수 B_{0n} , C_{0n} , A_{mn} , B_{mn} 및 C_{mn} 에 대한 선형 방정식을 얻게 된다. 연성된 방정식에서 나타나는 쉘 양단에서의 값 u_0 , u_H , \tilde{v}_0 , \tilde{v}_H , \tilde{w}_0 , \tilde{w}_H , $\tilde{\tilde{w}}_0$, $\tilde{\tilde{w}}_H$ 에 대한 정의는 참고문헌 [7]에 기술되어 있다.

$$B_{0n} = \zeta_1(u_0 + u_H) + \zeta_2(\tilde{v}_0 + \tilde{v}_H) + \zeta_3(\tilde{w}_0 + \tilde{w}_H) + \zeta_4(\tilde{\tilde{w}}_0 + \tilde{\tilde{w}}_H) \quad (6a)$$

$$C_{0n} = \zeta_5(u_0 + u_H) + \zeta_6(\tilde{v}_0 + \tilde{v}_H) + \zeta_7(\tilde{w}_0 + \tilde{w}_H) + \zeta_8(\tilde{\tilde{w}}_0 + \tilde{\tilde{w}}_H) \quad (6b)$$

$$\begin{bmatrix} a_1 m^2 + a_2 & -a_3 m & -a_4 m \\ -a_3 m & a_5 m^2 + a_6 & a_7 m^2 + a_8 \\ -a_4 m & a_5 m^2 + a_6 & -a_9 m^4 + a_{10} m^2 + a_{11} - Z_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{mn} \\ B_{mn} \\ C_{mn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_1 m[u_0 + (-1)^n u_H] \\ a_3[u_0 + (-1)^n] + a_3[\tilde{v}_0 + (-1)^n \tilde{v}_H] \\ a_4[u_0 + (-1)^n u_H] + a_7[\tilde{v}_0 + (-1)^n \tilde{v}_H] + a_{10}[\tilde{w}_0 + (-1)^n \tilde{w}_H] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ a_7[\tilde{w}_0 + (-1)^n \tilde{w}_H] \\ a_9[\tilde{\tilde{w}}_0 + (-1)^n \tilde{\tilde{w}}_H - m^2 \tilde{w}_0 - m^2 (-1)^n \tilde{\tilde{w}}_H] \end{bmatrix} \quad (7)$$

여기서 $\zeta_j (j=1, 2, \dots, 8)$ 와 $a_j (j=1, 2, \dots, 11)$ 은 유도과정에서 파생되는 계수들이다. 식 (3)을

적용하면 쉘 양단에서의 하중 $N_{z\theta}$ 과 Q_z 를 변위 및 변위 미분의 양단값으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$N_{z\theta}(0, \theta) = [q_1 u_o + q_2 \tilde{v}_o + q_3 \tilde{w}_o] \sin n\theta \quad (8a)$$

$$N_{z\theta}(H, \theta) = -[q_1 u_H + q_2 \tilde{v}_H + q_3 \tilde{w}_H] \sin n\theta \quad (8b)$$

$$Q_z(0, \theta) = [q_4 u_o + q_5 \tilde{v}_o + q_6 \tilde{w}_o + q_7 \tilde{w}_o'] \cos n\theta \quad (8c)$$

$$Q_z(H, \theta) = -[q_4 u_H + q_5 \tilde{v}_H + q_6 \tilde{w}_H + q_7 \tilde{w}_H'] \cos n\theta \quad (8d)$$

여기서 계수 q_i ($i=1, 2, \dots, 7$)는 식 (3)으로부터 유도될 수 있으며 참고문헌 [7]에 유도된 값이 기술되어 있다. 역으로 식 (8)로부터 변위 및 변위의 미분치에 대한 양단 경계값은 결국 다음과 같이 나타난다.

$$\tilde{v}_o = [g_1 u_o + g_2 \tilde{w}_o + g_3 N_{z\theta}^o] \quad (9a)$$

$$\tilde{v}_H = [g_1 u_H + g_2 \tilde{w}_H + g_3 N_{z\theta}^H] \quad (9b)$$

$$\tilde{v}_o' = [g_4 u_o + g_5 \tilde{w}_o + g_6 N_{z\theta}^o + g_7 Q_z^o] \quad (9c)$$

$$\tilde{v}_H' = [g_4 u_H + g_5 \tilde{w}_H + g_6 N_{z\theta}^H + g_7 Q_z^H] \quad (9d)$$

여기서 유도된 계수 g_i ($i=1, 2, \dots, 7$)와 $N_{z\theta}$ 과 Q_z 의 양단경계값은 참고문헌 [7]에 기술되어 있다. 식 (9)를 식 (6)과 (7)에 대입하면 식 (10)과 (11)을 구할 수 있다.

$$B_{on} = \beta_1(u_o + u_H) + \beta_2(\tilde{w}_o + \tilde{w}_H) + \beta_3(N_{z\theta}^o + N_{z\theta}^H) + \beta_4(Q_z^o + Q_z^H) \quad (10a)$$

$$C_{on} = \xi_1(u_o + u_H) + \xi_2(\tilde{w}_o + \tilde{w}_H) + \xi_3(N_{z\theta}^o + N_{z\theta}^H) + \xi_4(Q_z^o + Q_z^H) \quad (10b)$$

$$\begin{bmatrix} A_{mn} \\ B_{mn} \\ C_{mn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{o1} & \lambda_{o2} & \lambda_{o3} & \lambda_{o4} \\ \lambda_{H1} & \lambda_{H2} & \lambda_{H3} & \lambda_{H4} \\ \lambda_{c1} & \lambda_{c2} & \lambda_{c3} & \lambda_{c4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_o + (-1)^m u_H \\ \tilde{w}_o + (-1)^m \tilde{w}_H \\ N_{z\theta}^o + (-1)^m N_{z\theta}^H \\ Q_z^o + (-1)^m Q_z^H \end{bmatrix} \quad (11)$$

여기서 β_j , ξ_j ($j=1, 2, 3, 4$), λ_j 는 식을 정리할 때 유도되는 계수들이다. 임의의 원주방향 모드 n 에 대하여 동적변위 v 및 w 와 관련하여 만족시켜야 하는 기하학적 경계조건은 다음 식과 같다.

$$v(0) = B_{on} + \sum_{m=1}^{\infty} B_{mn} = 0 \quad (12a)$$

$$v(H) = B_{on} + \sum_{m=1}^{\infty} B_{mn} (-1)^m = 0 \quad (12b)$$

$$w(0) = C_{on} + \sum_{m=1}^{\infty} C_{mn} = 0 \quad (12c)$$

$$w(H) = C_{on} + \sum_{m=1}^{\infty} C_{mn} (-1)^m = 0 \quad (12d)$$

원통형 쉘에 대한 힘의 경계조건은 쉘의 양단에서 $N_z=0$ 및 $M_z=0$ 을 만족시켜야 한다. 따라서 이 방정식에 변위 및 변위의 미분을 대입하면 식 (13)을 얻게 된다.

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\pi}{H}\right) \left(\frac{u_o + u_H}{2}\right) + \left(\frac{\mu}{R}\right) (nB_{on} + C_{on}) \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} \left[\left(\frac{\pi}{H}\right) \{u_o + (-1)^m u_H + mA_{mn}\} \right. \\ & \left. + \left(\frac{\mu}{R}\right) (nB_{mn} + C_{mn}) \right] = 0 \end{aligned} \quad (13a)$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\pi}{H}\right) \left(\frac{u_o + u_H}{2}\right) + \left(\frac{\mu}{R}\right) (nB_{on} + C_{on}) \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} \left[\left(\frac{\pi}{H}\right) \{u_o + (-1)^m u_H + mA_{mn}\} \right. \\ & \left. + \left(\frac{\mu}{R}\right) (nB_{mn} + C_{mn}) \right] (-1)^m = 0 \end{aligned} \quad (13b)$$

$$\begin{aligned} & -\left(\frac{\pi}{H}\right)^2 \left(\frac{\tilde{w}_o + \tilde{w}_H}{2}\right) + \left(\frac{\mu}{R^2}\right) n(B_{on} + nC_{on}) \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} \left[-\left(\frac{\pi}{H}\right)^2 \{\tilde{w}_o + (-1)^m \tilde{w}_H - m^2 C_{mn}\} \right. \\ & \left. + \left(\frac{\mu}{R^2}\right) n(B_{mn} + nC_{mn}) \right] = 0 \end{aligned} \quad (13c)$$

$$\begin{aligned} & -\left(\frac{\pi}{H}\right)^2 \left(\frac{\tilde{w}_o + \tilde{w}_H}{2}\right) + \left(\frac{\mu}{R^2}\right) n(B_{on} + nC_{on}) \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} \left[-\left(\frac{\pi}{H}\right)^2 \{\tilde{w}_o + (-1)^m \tilde{w}_H - m^2 C_{mn}\} \right. \\ & \left. + \left(\frac{\mu}{R^2}\right) n(B_{mn} + nC_{mn}) \right] (-1)^m = 0 \end{aligned} \quad (13d)$$

식 (12)와 (13)에 나타나는 미정계수 B_{on} , C_{on} , A_{mn} , B_{mn} 및 C_{mn} 대신에 식 (10)과 (11)을 대입하면, 원통형 쉘 양단의 8개 구속조건으로부터 식 (14)의 제차 행렬을 얻을 수 있다. 따라서 모든 기하학적 경계조건과 힘의 경계조건이 이 식에 포함되어 있다.

$$\begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} & e_{14} & e_{15} & e_{16} & e_{17} & e_{18} \\ e_{12} & e_{11} & e_{14} & e_{13} & e_{16} & e_{15} & e_{18} & e_{17} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} & e_{24} & e_{25} & e_{26} & e_{27} & e_{28} \\ e_{22} & e_{21} & e_{24} & e_{23} & e_{26} & e_{25} & e_{28} & e_{27} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} & e_{34} & e_{35} & e_{36} & e_{37} & e_{38} \\ e_{32} & e_{31} & e_{34} & e_{33} & e_{36} & e_{35} & e_{38} & e_{37} \\ e_{41} & e_{42} & e_{43} & e_{44} & e_{45} & e_{46} & e_{47} & e_{48} \\ e_{42} & e_{41} & e_{44} & e_{43} & e_{46} & e_{45} & e_{48} & e_{47} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_0 \\ u_H \\ \tilde{w}_0 \\ \tilde{w}_H \\ N_{z0}^0 \\ N_{z0}^H \\ Q_z^0 \\ Q_z^H \end{Bmatrix} = 0 \quad (14)$$

여기서 계수 $e_{ij}(i=1, 2, \dots, 4, j=1, 2, \dots, 8)$ 는 식 (13)을 식 (14)로 정리할 때 구할 수 있으며 무한급수 전개항이 포함되어 있지만 급수항이 증가함에 따라서 일정한 값에 수렴하기 때문에 적절한 항까지 잘라서 계산을 하게 된다.

2. 4 고유진동수 행렬식

원통형 쉘 양단의 경계조건을 만족시키기 위한 요건은 식 (14)의 8×8 고유진동수 행렬식으로부터 유도한다. 식 (14)로부터 일반적인 경계조건에 대하여 해당되는 경계조건이나 힘의 경계조건을 취하여 조합함으로써 차수가 6이하인 고유진동수의 행렬식을 구할 수 있다.

2. 4. 1 고정-고정단의 경우

원통형 쉘의 양단이 고정된 경우, 경계조건은 식 (2)로 귀착된다. 그런데 이들 경계조건 중에서 $z=0$ 또는 $z=H$ 에서 $v=0$ 또는 $w=0$ 인 기하학적 경계조건은 식 (5)를 만족시킬 수 없다. 따라서 식 (14)로 나타나는 행렬의 첫 번째부터 네 번째 행까지는 고려하고 u_0 , u_H , 및 \tilde{w}_0 와 \tilde{w}_H 관련된 열은 스스로 영이 되어 해제된다. 결국 식 (14)의 8×8 고유진동수 행렬은 N_{z0}^0 , N_{z0}^H , Q_z^0 및 Q_z^H 와 관련된 행렬만 남아서 식 (15)의 4×4 행렬식으로 귀착된다. 따라서 이 식으로부터 양단이

고정된 원통형 쉘의 고유진동수를 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} e_{15} & e_{16} & e_{17} & e_{18} \\ e_{16} & e_{15} & e_{18} & e_{17} \\ e_{25} & e_{26} & e_{27} & e_{28} \\ e_{26} & e_{25} & e_{28} & e_{27} \end{bmatrix} = 0 \quad (15)$$

2. 4. 2 고정-단순지지단의 경우

원통형 쉘의 양단이 축방향으로 구속되고 단순 지지된 경우에 기하학적 경계조건과 힘의 경계조건은 식 (16)으로 나타난다.

$$\begin{aligned} z=0 \text{ 그리고 } z=H \text{ 에서} \\ u=v=w=M_z=0 \end{aligned} \quad (16)$$

그런데 식 (5)의 모드함수는 $z=0$ 과 $z=H$ 에서 $u=0$ 의 경계조건은 자동적으로 만족하지만 $z=0$ 과 $z=H$ 에서 $v=0$, $w=0$ 인 네 개의 기하학적 경계조건은 식 (5)의 모든 함수를 만족시키지 못한다. 그리고 식 (13c)와 (13d)에서 $z=0$ 과 $z=H$ 일 때 $M_z=0$ 인 힘의 경계조건을 만족시켜야 한다. 따라서 식 (14)로 나타나는 행렬 중에서 열의 첫 번째부터 네 번째까지, 그리고 일곱; 여덟 번째 행은 동시에 구속되어야 하고 u_0 및 u_H 와 관련된 요소는 경계조건을 자동적으로 만족시키므로 해제되어야 한다. 그러므로 식 (14)에서 \tilde{w}_0 , N_{z0}^0 , Q_z^0 , \tilde{w}_H , N_{z0}^H 및 Q_z^H 와 관련된 요소만 남아서 (17)식의 6×6 행렬식을 얻게되고, 이 행렬식으로 양단이 단순지지된 쉘의 고유진동수를 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} e_{13} & e_{14} & e_{15} & e_{16} & e_{17} & e_{18} \\ e_{14} & e_{13} & e_{16} & e_{15} & e_{18} & e_{17} \\ e_{23} & e_{24} & e_{25} & e_{26} & e_{27} & e_{28} \\ e_{24} & e_{23} & e_{26} & e_{25} & e_{28} & e_{27} \\ e_{43} & e_{44} & e_{45} & e_{46} & e_{47} & e_{48} \\ e_{44} & e_{43} & e_{46} & e_{45} & e_{48} & e_{47} \end{bmatrix} = 0 \quad (17)$$

2. 4. 3 고정-자유단의 경우

원통형 쉘의 하단은 고정되고 상단은 자유단을 갖는 경우, 경계조건은 식 (18)로 나타난다.

$$z=0 \text{ 에서 } v=w=0, \text{ 그리고 } z=H \text{ 에서 } N_z=M_z=0 \quad (18)$$

따라서 식(14)로 나타나는 행렬의 첫 번째, 세 번째, 여섯 번째, 여덟 번째 행은 고려되어야 하고, $u_0, \tilde{w}_0, N_z^#, Q_z^#$ 와 관련된 열은 스스로 영이 되어 해제된다. 결국 식(19)의 4×4 행렬식으로 귀착된다. 따라서 이 식으로부터 고정-자유단을 갖는 원통형 셸의 고유진동수를 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} e_{12} & e_{14} & e_{15} & e_{17} \\ e_{22} & e_{24} & e_{25} & e_{27} \\ e_{31} & e_{33} & e_{36} & e_{38} \\ e_{41} & e_{43} & e_{46} & e_{48} \end{bmatrix} = 0 \quad (19)$$

3. 해석 및 실험

3.1 유한요소 해석

원통형 셸의 고유진동수와 모드 형상을 구하기 위하여 상용 전산코드인 ANSYS Version 5.3⁴⁾을 이용하였다. 사용된 요소는 탄성 셸 요소인 SHELL63이고 자유도는 $u_x, u_y, u_z, \text{rot}_x, \text{rot}_y, \text{rot}_z$ 로서 셸의 모서리에 key point를 지정한 뒤 AROTAT을 사용하고 AMESH에 의한 요소분할을 이용하여 360도 유한요소 모델을 통해 축대칭 모델을 완성하였다(그림 1, 2). 한편 셸의 해석시 계산시간을 줄이기 위하여 많이 사용하고 있는 2차원 축대칭 셸 요소인 SHELL61을 사용하여 이들 결과를 비교하였다. 모드 해석은 Householder reduced method 를 사용하였고 주 자유도는 충분히 주어 계산결과를 120 모드까지 추출하도록 하였다. 사용된 제원 및 물성치는 표 1과 같다.

일반적으로 원통형 셸 구조물의 해석시 ANSYS의 경우 elastic shell인 SHELL63과 axisymmetric harmonic structural shell인 SHELL61이 널리 사용되고 있다. SHELL63인 경우 고유진동수는 올림차순으로 출력하므로 모드 형상을 파악하기 위하여는 후처리 과정에서 그림 3 및 그림 4와

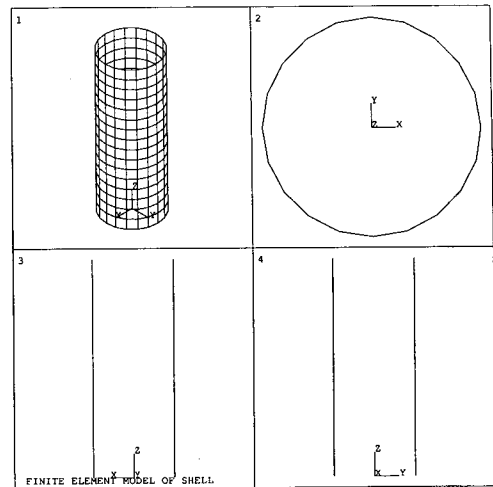


Fig. 1 Finite element model of shell

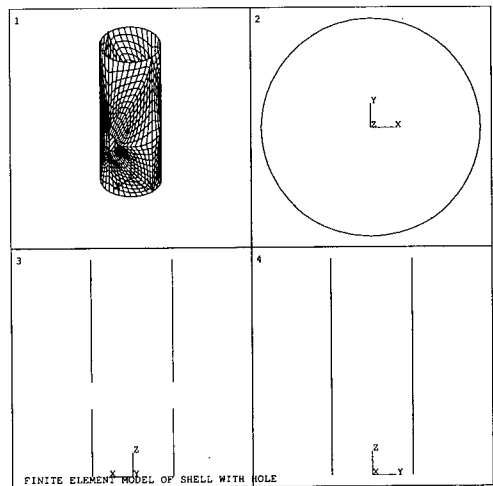


Fig. 2 Finite element model of shell with holes

Table 1 Dimensions and material properties of the shell

	unit	value
shell length, H	m	0.700
shell mean radius, R	m	0.13045
shell thickness, h	m	0.0065
hole radius, r	m	0.086
Young's modulus	Pa	195E9
Poisson's ratio		0.3
density	kg/m ³	8027

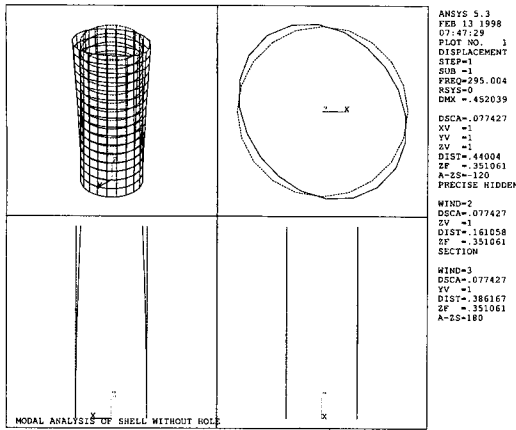


Fig. 3 Typical mode shape of shell for $m'=1$ and $n=2$

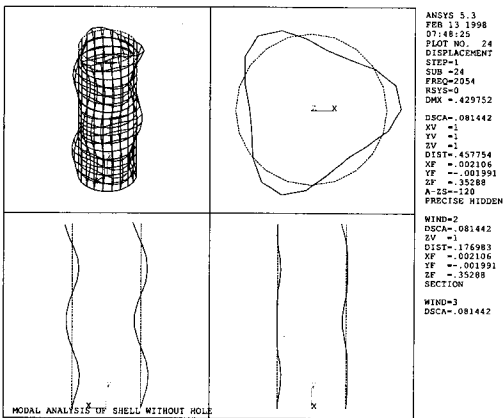


Fig. 4 Typical mode shape of shell for $m'=4$ and $n=3$

같이 각각의 모드를 확인하여 그 형상에 해당하는 진동수를 결정하는 불편함이 있다. 이에 반하여 SHELL61인 경우에는 계산이 빠를 뿐만 아니라 MODE, MODE, ISYM 명령어를 사용하여 상당히 쉽게 각각의 모드 형상을 파악할 수 있다. 그러나 축방향 모드의 수가 증가함에 따라 2 차원 요소로 모델링된 경우에는 원주방향 모드의 영향이 무시될 수 있으므로 그 무시되는 양을 고려하여 SHELL61의 사용을 제한하여야 한다. 이

를 위하여 동일 구조물을 두 요소로 모델링하여 모드 해석을 수행하였다.

3.2 실험

실험대상은 한국 표준형 원자력발전소 원자로 내부구조물의 노심지지배럴을 1/13.7로 축소한 모형으로 재질은 SS304이며 이에 대한 제원은 표 1과 같다. 실험장치는 그림 5와 같이 시편의 상부 플랜지를 바닥에 볼트로 고정함으로써 고정-자유 경계조건을 구현하였고, 축방향 모드 형상을 확인하기 위하여 셸 외부의 길이 방향으로 5 곳을 선정하고, 자유단의 셸 모드를 확인하기 위하여 원주둘레를 45도 간격으로 8등분하여 신호를 취득하였다. 가속도계는 셸의 길이 방향 외부 측면 및 원주방향 외부 측면에 왁스로 부착하였다. 가진 장치로는 충격해머(B&K 8202)를 사용하였고, 응답특성은 가속도계(B&K 4393)를 사용하여 취득하였다. 데이터 측정 방법은 가진점을 응답점으로 하는 방법을 사용하였다. 총 가진 및 측정점 40 세트의 데이터는 각각 가진 및 응답신호용 전하증폭기(B&K 2635)를 통하여 2 채널 FFT 분석기(DI PL202)로 입력하여 저장하였다. 저장된 주파수 응답함수 신호는 개인용 컴퓨터에 내장된 상용 ICATS[®] 프로그램을 이용하기 위하여 개인용 컴퓨터로 전송, 저장되었다. 모든 주파수 응답함수는 Type 58 universal files 을 만들 수 있도록 인터페이스 모듈을 사용하여

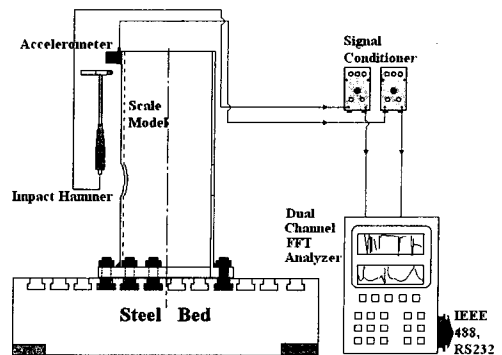


Fig. 5 Schematic views of the test model

XXX.FRF 형태로 개인용 컴퓨터에 전송되었다. ICATS 프로그램을 사용하기 위하여 모드 해석을 수행하기 전에 주파수 응답함수를 하나의 통합 주파수 응답함수로 만들었으며 모드 형상 벡터의 질량 표준화를 위하여 통합 주파수 응답함수에 가진 점과 측정점의 위치를 모두 명시하였다.

신호취득 평균화 횟수는 3회로 하였고 라인당 샘플링 수는 1024/400으로 선정하였다. 측정진동수 범위는 유한요소 해석으로부터 도출된 고유진동수 범위를 고려하여 3000 Hz 미만의 진동수가 주요 분석 대상임이 확인되었으므로 3000 Hz까지로 선택하였다.

4. 결과 및 고찰

ANSYS를 이용한 원주방향(n) 및 축방향(m') 모드에 대한 고유진동수는 표 2 및 그림 6과 같다. SHELL63의 경우 원주방향의 모드가 충분히 계산되었다고 가정하고 SHELL61의 경우와 진동수의 값이 5% 이상의 차이를 보이는 경우에는 SHELL61의 결과가 유효하지 않다는 가정하에 SHELL61 요소가 유효한 경우의 축방향 모드 수를 결정하였다.

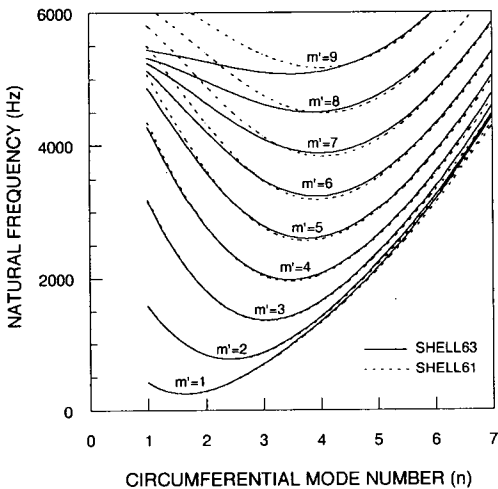


Fig. 6 Natural frequencies of shell for SHELL63 and SHELL61 elements

Table 2 Natural frequencies of SHELL63 and SHELL61 elements

SHELL63 : elastic shell element

Axial mode	Circumferential mode						
	1	2	3	4	5	6	7
1	424	295	704	1336	2158	3180	4433
2	1578	839	869	1420	2224	3240	4488
3	3168	1812	1361	1654	2380	3370	4604
4	4273	2789	2054	2068	2651	3585	4791
5	4872	3613	2793	2618	3044	3896	5057
6	5130	4220	3486	3239	3544	4306	5410
7	5238	4650	4095	3876	4121	4809	5851
8	5319	4972	4623	4501	4746	5388	
9	5438	5261	5101	5107	5398	6025	
10	5637	5578	5571	5703			
11	5931	5968					

SHELL61 : axisymmetric harmonic structural shell

Axial mode	Circumferential mode						
	1	2	3	4	5	6	7
1	426	292	695	1320	2129	3121	4293
2	1583	838	862	1406	2199	3187	4358
3	3188	1809	1352	1640	2359	3325	4491
4	4347	2791	2034	2049	2632	3550	4700
5	5071	3650	2767	2586	3020	3867	4989
6	5507	4344	3475	3193	3507	4277	5364
7	5814	4910	4137	3831	4071	4775	5827
8	6090	5400	4761	4487	4695	5355	6377
9	6376	5867	5369	5161	5375	6013	7016
10	6710	6347	5988	5866	6111	6749	7745
11	7110	6872	6642	6614	6908	7562	8559

셸 구조물의 반경 및 길이가 각각 R 과 H 일 때 축방향 모드의 수가 m' 이면 그림 7에서와 같이 wave length의 1/4인 l_w 는

$$l_w = \frac{H}{m' \times 2 - 1} \tag{20}$$

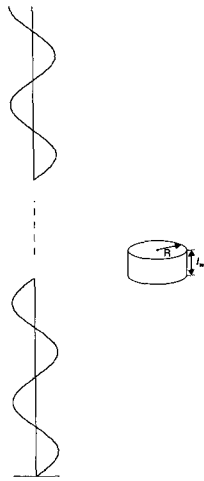


Fig. 7 Determination of wave length for valid axisymmetric element

이고 표 2에서 5% 이상의 차이를 보이는 경우 $m' = 6$ 이고 $R = 130.45\text{mm}$, $H = 700\text{mm}$ 이므로

$$\frac{l_w}{R} = \frac{700}{6 \times 2 - 1} \div 130.45 = 0.49 \quad (21)$$

이다. 따라서 SHELL61 요소를 사용할 경우 유효한 축방향 모드 수는 다음과 같이 계산된다.

$$\frac{H}{m' \times 2 - 1} \div R > 0.49 \quad (22)$$

이를 정리하면

$$m' < \frac{1}{2} \times \frac{H}{0.49R} + \frac{1}{2} = 1.02 \frac{H}{R} + 0.5 \quad (23)$$

이 된다. 즉 SHELL61을 사용할 경우 유효한 축방향 모드 수는 $1.02(H/R) + 0.5$ 의 값보다 작은 정수값이 되고 이를 그림으로 보이면 그림 8과 같다. 이를 검증하기 위하여 $H/R = 3.45$ 인 경우에 대한 해석을 수행하였고, 이 때 $1.02(H/R) + 0.5 = 4.02$ 이므로 그림 9와 같이 $m' = 4$ 까지만 SHELL63 과 SHELL61의 결과가 5% 이내로 일치하였다.

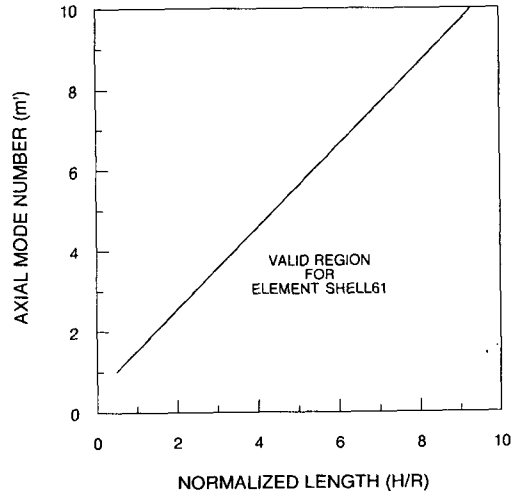


Fig. 8 Determination of valid axial mode numbers for SHELL61 element

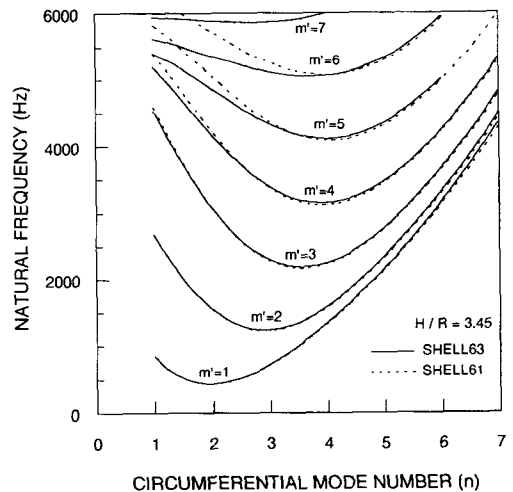


Fig. 9 Natural frequencies of shell with $H/R = 3.45$

일반적으로 쉘의 해석시 두께에 대한 반경의 비 (h/R)에 따라 쉘 요소 또는 고체 요소로 모델링을 하여야 하며 충분히 얇다고 볼 수 있는 경우 쉘 요소를 사용할 수 있다⁹⁾. 일반 상용 프로그램의 쉘 요소는 얇은 쉘 이론을 사용하고 있으며 만약 이들이 두꺼운 쉘 이론을 사용할 정도로 h/R 이 클 경우 자체에서 경고 또는 에러 메시지

를 내도록 되어있다. 따라서 본 연구에서는 ANSYS의 셸 요소가 수용할 수 있는 h/R 의 한계를 알기 위하여 이들의 크기를 증가시키면서 모드 해석을 수행하였다. h/R 의 값을 변경하면서 해석을 수행한 결과 h/R 이 14% 이상인 경우 고체요소를 사용하도록 경고 메시지가 나왔으며 따라서 ANSYS의 셸 요소는 h/R 이 13% 까지만 유효함을 알 수 있었다. 한편 h/R 의 변화에 따른 진동수의 변화를 보면 그림 10에서와 같이 $n=1$ 인 순수 굽힘 모드의 경우 h/R 에 상관없이 일정함을 알 수 있다.

해석 대상 구조물의 경우, 고정단에서 260mm 떨어진 곳에 반경 43mm의 구멍이 두 개 대칭으로 뚫어져 있다. 일반적으로 구멍의 크기가 셸의 반경과 비교하여 크지 않고 내부와 외부 상호간에 유체유동이 없을 때에는 이를 무시하고 해석을 수행하고 있다. 그러나 구멍이 일정 이상의 크기를 가질 때는 이를 반드시 고려하여야 한다. 해석 대상의 경우 구멍과 셸의 반경비 즉 r/R 이 33%이고 이들 해석 결과를 구멍이 없는 경우와 비교한 결과, 그림 11에서와 같이 진동수의 크기가 5% 이내로 일치하고 있다. 또한 ICATS[®] 로 구한 이들에 대한 주파수 응답함수를 비교하면

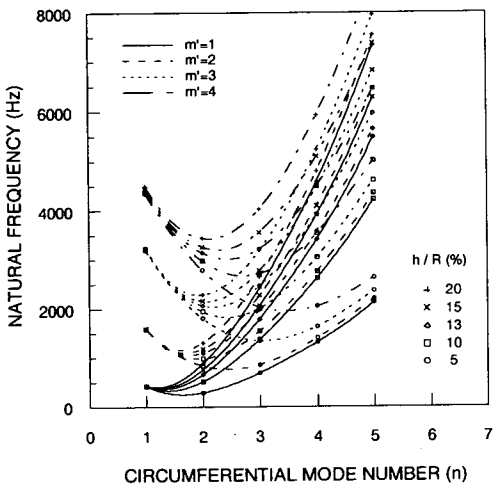


Fig. 10 Natural frequencies with respect to h/R

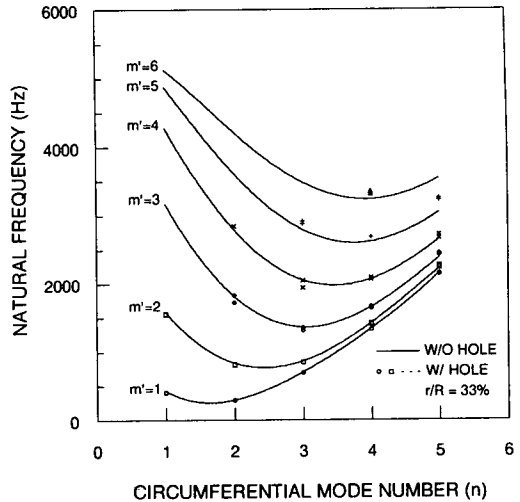


Fig. 11 Natural frequencies of shell with and without holes

그림 12와 같으며 따라서 구멍의 크기를 무시할 수 있음을 알 수 있다. 주파수 응답함수는 ANSYS의 모드 해석 결과 생성된 모달 데이터를 저장하고 있는 파일인 .MODE를 이용하여 /AUX2 option 내에서 .ASC 파일로 변환하였고 이를 입력으로 ICATS utility RD-AN50.EXE 로 .DSP 파일을 생성하여 구하였다. 한편 r/R 의 크기에 따른 진동수의 값을 비교한 결과 그림 13 및 그림 14에서와 같이 r/R 이 35% 이상인 경우에는 반드시 구멍을 고려하여 해석을 수행해야 함을 알 수 있다. 또한 고정단으로부터 구멍의 높이에 따른 진동수의 값은 그림 15에서와 같이 r/R 이 33%인 경우 진동수의 차이가 5% 이내이므로 구멍의 위치는 무시할 수 있음을 알 수 있다.

한편 Stokes 변환을 응용한 Fourier 급수전개법의 이론식에 따라 구해진 고유진동수는 표 3과 같고 이를 SHELL61 요소를 사용한 유한요소 해석 결과(표 2)와 비교하면 그림 16과 같으며 서로 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 또한 실험에 의한 결과와 비교하기 위하여 구멍이 없는 셸의 실험 결과로 얻은 주파수 응답함수를 그림 17에 나타내었고¹⁰⁾ 이를 그림 12의 (a)와 비교하면 $n=1$, 즉 순수 굽힘 모드의 경우를 제외하고는 서

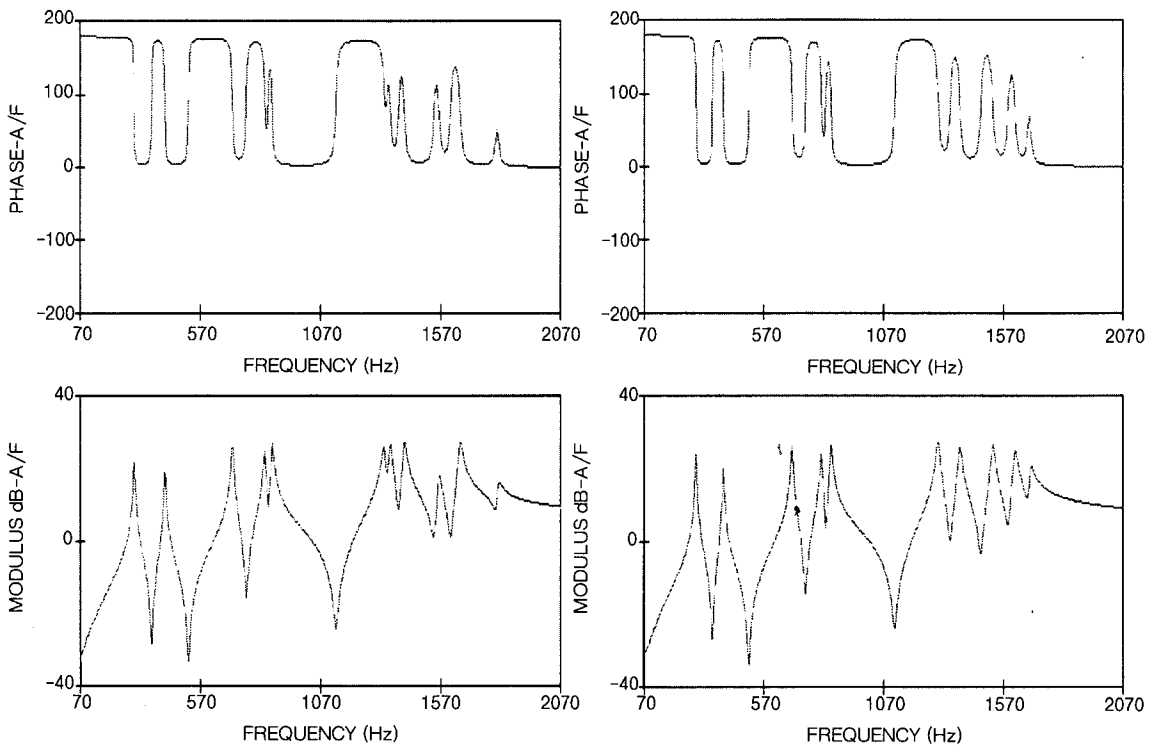


Fig. 12 Frequency response functions of shell with and without holes

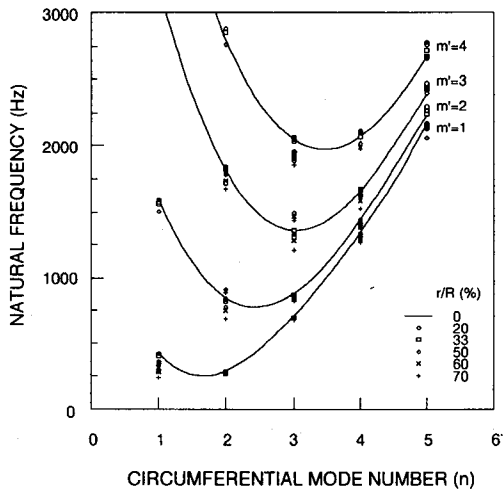


Fig. 13 Natural frequencies of shell with holes with respect to r/R

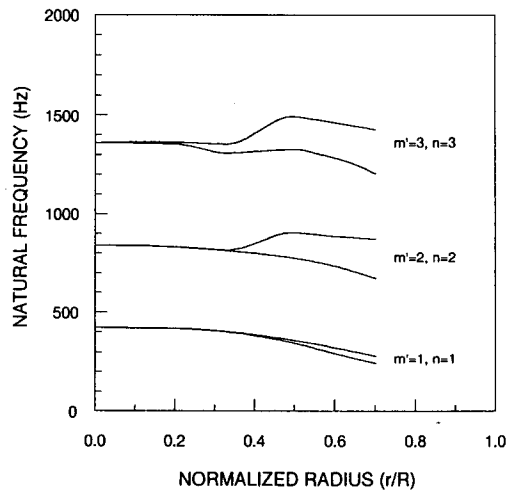


Fig. 14 Natural frequencies of shell with holes with respect to radius ratio

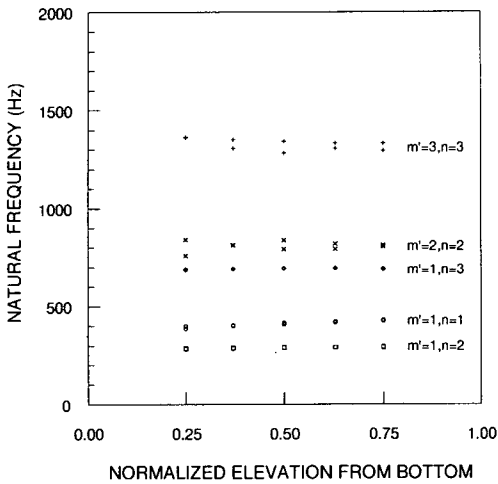


Fig. 15 Natural frequencies of shell with holes with respect to hole elevation

Table 3 Natural frequencies by theoretical analysis

Axial mode	Circumferential mode						
	1	2	3	4	5	6	7
1	428	293	696	1322	2133	3127	4302
2	1567	839	862	1407	2203	3193	4368
3	3116	1805	1352	1641	2361	3329	4497
4	4284	2775	2030	2047	2631	3549	4698
5	5082	3317	2754	2579	3015	3859	4976
6	5443	4291	3449	3177	3492	4257	5332
7	5723	4831	4090	3798	4039	4734	5764
8	5901	5287	4683	4426	4635	5279	6268
9	6102	5708	5245	5056	5267	5882	6839
10	6480	6128	5800	5694	5931	6536	7471
11	6814	6575	6369	6349	6627	7237	8161

로 잘 일치하고 있다. 순수 굽힘 모드의 경우 실험에서는 구할 수가 없었는데, 이는 셸의 높이에 비하여 반경이 넓은 경우에 가진 방법으로 충격 해머를 사용하여 실제 실험에서 순수 굽힘 모드를 구현할 수 있도록 충분히 가진할 수 없었기 때문인 것으로 사료된다¹¹⁾.

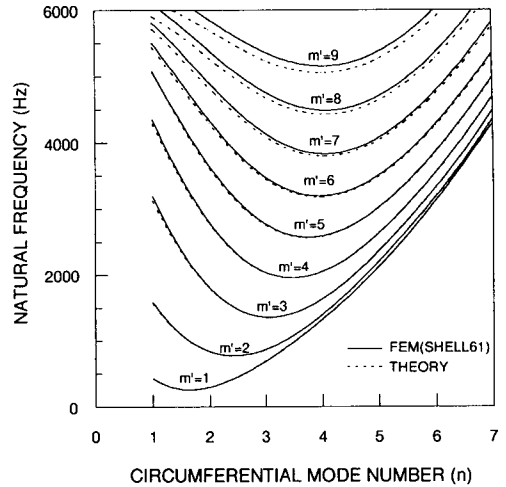


Fig. 16 Comparison of frequencies between FEM and theoretical analyses

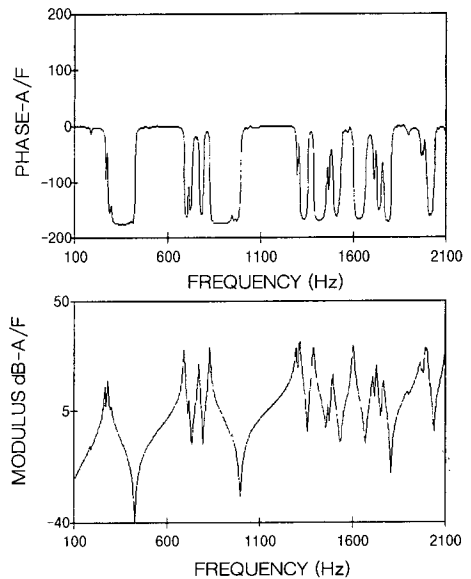


Fig. 17 Frequency response functions of shell without holes by experiment

5. 결 론

Stokes 변환을 응용한 Fourier 급수전개법으로 원통형 셸의 고유진동수를 구하는 방법을 전개하

여 노심지지배럴의 축소모형에 대한 이론적인 해를 구하였고, 이를 ANSYS 프로그램을 이용한 유한요소법 및 실험에 의한 값과 비교한 결과 매우 잘 일치하였다. 한편 원통형 쉘의 모드 특성을 구하기 위하여 전산코드를 이용하여 여러 경우에 대한 모드 해석 결과 다음의 결론을 얻었다.

- 1) ANSYS에서 쉘 관련요소는 두께 대 반경의 비 즉 h/R 이 13% 이내인 경우에 사용해야 한다.
- 2) 쉘의 모드 해석시 계산시간을 줄이기 위하여 일반적으로 사용하고 있는 2 차원 축대칭 요소인 SHELL61은 축방향 모드 수 m' 이 $1.02(H/R) + 0.5$ 보다 작은 정수값까지만 유효하다.
- 3) 쉘의 모드에서 $n=1$ 인 경우 즉 순수 굽힘 모드만을 고려하면 두께에 상관없이 즉 h/R 에 관계없이 일정한 값을 갖는다.
- 4) 쉘에 구멍이 있는 경우와 없는 경우에 대한 모드 해석 결과 구멍과 쉘의 반경비 즉 r/R 이 35 % 미만인 경우에는 구멍의 영향을 무시할 수 있다. 또한 이 경우 고정단으로부터 구멍 위치의 영향도 무시할 수 있다.

참 고 문 헌

1. US NRC, "Comprehensive Vibration Assessment Program for Reactor Internals during Preoperational and Initial Startup Testing," US Nuclear Regulatory Commission, Regulatory Guide 1.20, Rev.2, 1976
2. Kim, Y.B., "Assessment of Integrity of Reactor Internals Subjected to Fluid Induced Vibration," *Proceedings of the '95 KSME Dynamics and Control Conference*, Taejon, 1995, pp.122~127
3. Jung, M.J., "Shell Response of Core Barrel for Tributary Pipe Break," *The International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol.69, No.2, 1996, pp.175~183
4. ANSYS, Inc., *ANSYS Structural Analysis Guide*, ANSYS, Inc., Houston, 1996
5. Markus, S., *The Mechanics of Vibrations of Cylindrical Shells*, Elsevier Science Publication, New York, 1988
6. Chung, H., "Free Vibration Analysis of Circular Cylindrical Shells," *Journal of Sound and Vibration*, Vol.74, 1981, pp.331~350
7. Jeong, K.H., Kim, K.J., "Free Vibration of a Circular Cylindrical Shell Filled with Bounded Compressible Fluid," *Journal of Sound and Vibration*, Vol.217, 1998, pp.197~221
8. Imperial College, MODENT, MODESH, MODACQ, MESHGEN Reference Manual, ICATS (Imperial College Analysis, Testing and Software), London, 1997
9. Blevins, R.D., *Formulas for Natural Frequency and Mode Shape*, Van Nostrand Reinhold Company, New York, 1979
10. Song, S.H., Jung, M.J., "Experimental Modal Analysis on the Core Support Barrel of Reactor Internals using a Scale Model," *Proceedings of the 5th Workshop on Integrity of Reactor Components*, Taejon, 1998, pp.623~628
11. Maguire, J.R., "A Study of Cylindrical Shell Vibrations in Fluid," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Flow Induced Vibrations, International Conference, IMechE 1991~6*, 1991, pp.321~331
(접수일자 : 1998. 7. 29)