

# 엔진 CFD 해석 소개

민 경 덕 교 수 · 서울대학교 기계항공공학부

차량개발에서 시뮬레이션이 차지하는 비중이 점점 중요하게 인식되고 있다. 선진국의 경우 차량 개발시 시뮬레이션의 역할이 1996년도에는 약 37%정도였는데 10년 후인 2006년에는 약 56%정도로 예상하고 있으며, 이로 인하여 엔진 개발 기간도 1996년도에 비해서 반으로 줄어들 것이라는 예상을 하고 있다. 한 예로 엔진을 설계할 때 기본개념(concept)과 설계로부터 바로 가상엔진(virtual engine)을 이용한 다양한 simulation을 통해 설계의 최적화를 구현하고 바로 시작엔진을 제작하는 방법으로 변해가고 있다.

최근에는 컴퓨터 성능도 매년 향상되고 있어서 슈퍼컴퓨터에서나 구현할 수 있었던 것들이 일반 workstation에도 가능해지고 있다.

엔진 CFD(Computational

Fluid Dynamics)를 위한 코드와 여러 가지 모델들도 개발이 되고 있다. 본고에서는 엔진 유동 및 연소 등에 관련한 CFD 기법과 실제 적용한 예를 간단히 소개하겠다.

## 1. 유동 해석

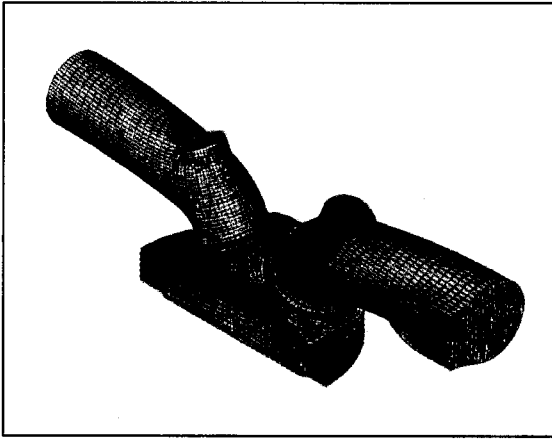
현재 상용 코드를 이용한 엔진의 흡배기계와 연소실의 난류 유동 해석은 실용적으로 많이 이용되고 있으며, 해석 코드를 자체 개발하여 보다 정확한 유동의 예측을 시도하는 경우도 있다.<sup>(1)</sup>

이러한 유동 예측 결과는 PIV와 LDV 등 유동 측정 기술이 발전함에 따라 상호 보완적으로 활용이 가능하다. 연소의 안전성 향상에 점화시기 근처의 연료-공기 혼합기의 분포와 난류 특성이 중요하므로, 희박 연소나 성층화 연소 방식 등의 엔진 설계시 유동과 난류 거동의 상호 관

계를 살펴볼 수 있는 3차원 유동 해석이 더욱 필요해지고 있다.<sup>(2)</sup>

유동 해석은 정상 상태와 비정상 상태 두 가지 모두에 대해서 이루어지고 있는데, 결과에는 차이가 있으나 정상 상태에서의 유동 해석도 흡기포트와 연소실 형상에 대한 스윙 및 텀블, 난류 강도 등을 예측함으로써 엔진 설계의 중요인자를 제공하는데 나름대로의 역할을 하고 있다.

엔진의 유동 해석에 있어서 적절한 계산 격자의 생성은 계산 결과의 정확도를 결정하는 중요한 인자이다. 엔진의 포트와 연소실은 복잡한 3차원 형상을 가지며, 밸브와 피스톤의 움직임을 모사해야 하므로 종래에는 계산 격자를 형성하는데 많은 노력과 시간을 들여야 했고 이에 따라 운전 상태의 비정상 유동 해석은 상당히 제약적으로 사용될 수밖에 없었다. 최근에는 자동 또는 반자동적으로 격자를 생성할 수



〈그림 1〉 ICE로 만들어진 엔진 격자의 예



〈그림 2〉 흡입 행정시 밸브 주위의 비정상 유동 속도 분포 계산의 예

있는 프로그램들이 상용화되어 비교적 수월하게 이동 격자를 만들 수 있게 되었는데, 대부분 CAD 프로그램을 이용하여 엔진의 3차원 형상을 나타내는 IGES 규격 등의 표면 데이터로부터 structured 또는 unstructured 격자를 생성하도록 되어 있다.<sup>(3)</sup> 이때 밸브와 피스톤의 움직임을 처리하는 방법은 프로그램마다 약간씩 다르며, 각각의 상용 CFD 코드와 package를 이루고 있다.

이러한 프로그램들을 이용하면 CAD 및 컴퓨터 그래픽에 익숙하지 않은 엔진 연구자들도 비교적 수월하게 엔진의 비정상 이동 격자를 구성하고 유동을 해석할 수 있다. 그림 1은 STAR-CD와 호환되는 ICE 프로그램을 이용하여 만들어진 가솔린 엔진 격자의 한 예이다.

엔진의 복잡한 3차원 형상을

정확하게 구현하기 위해서는 격자수가 많아질수록 유리하나 현재 컴퓨터의 용량과 계산 시간을 고려할 때 실용적으로는 수십만 개 정도가 적당하다고 하겠다. 다만, 과거에는 움직이는 격자의 경우 병렬 계산에 적용하기가 어려웠으나 이미 기술적으로 가능하게 되었으므로<sup>(4)</sup> 앞으로 병렬 계산이 본격화되면 계산 격자의 수를 더욱 늘릴 수 있을 것으로 기대된다.

엔진 내 3차원 유동 해석에서 초기 조건과 경계 조건은 계산 결과에 중대한 영향을 끼치나 정확한 조건을 줄 수가 없다는 근본적인 단점이 있다.<sup>(5)</sup> 초기 조건은 여러 사이클 동안 반복된 계산을 통해 수렴된 값으로 줄 수 있으나 아직도 컴퓨터 환경이 뒷받침되지 못하므로 실험 데이터를 사용하거나 0차원의 사이클 시뮬레이션 등을 통해 적절하

게 가정해야 한다. 경계 조건 역시 단순한 가정을 사용해야 하며, 이러한 가정이 계산 결과에 미치는 영향을 유의해서 살펴보아야 한다. 이외에도 CFD 계산 결과의 정확도에 영향을 미치는 인자로는 난류 모델과 수치적 기법 등이 있다. 난류 모델로는 공학적인 관점에서  $k-\epsilon$  모델이 주로 쓰이며, KIVA-3를 이용한 계산에서는 RNG  $k-\epsilon$  모델을 사용하는데, 분무가 포함된 유동의 계산에 효과적인 것으로 알려져 있다<sup>(6)</sup>. 그림 2는 이동 격자를 이용한 흡기밸브 주위의 유동 계산의 예이다.

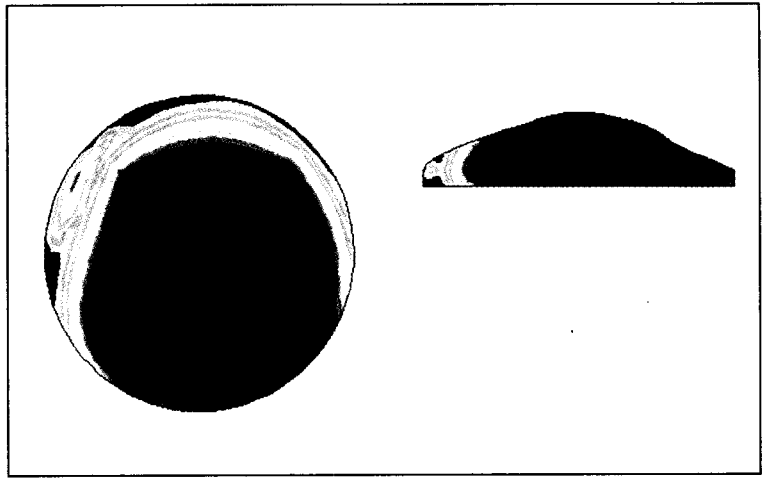
## 2. 연소 및 knock 모델의 적용

엔진내 유동 계산에 비하여 화학 반응과 관계된 연소나 knock, 배기 배출물 등의 예측

은 아직 개발 단계에 있다고 할 수 있다. 엔진내 연소의 3차원 해석의 경우, 연소 현상 자체가 난류 유동, 화학 반응, 층류 확산의 복합적인 현상으로서 화염의 구조 및 전파 과정에 대해 정확한 이해가 불충분하므로 완벽한 모델이 없는 상황이다. 그러나 엔진에 적용할 수 있는 연소 모델이 여러 가지 제안되어 있으며 많은 연구가 이루어지고 있다.

다음은 엔진 CFD 해석에 연소와 노크 모델을 적용한 사례이다. Knock 발생 원인은 미연가스의 온도, 공연비, 연소실 벽면 온도 등과 같은 국부적인 혼합기의 상태에서 기인하는 것으로 알려져 있다. 하지만 기존의 노크 발생 예측 모델들은 이러한 미연가스의 국부적인 불균일성에 대한 고려가 부족한 실정이며, 미연가스의 화염의 도달 시간과 자발화 지연 시간과의 상대적인 시간 차이에 의한 노크 발생 예측 수준에 머무르고 있어 이러한 국부적인 현상에 따른 노크 발생 특성에 관한 연구가 필요한 실정이다.

SI 엔진의 연소와 노크의 예측을 위하여 국산 상용 엔진의 연소실에 대한 격자를 3차원으로 구현하고, 피스톤의 상하 운동에 따라 실린더 라이너 부분의 격자의 크기를 변화시킴과 동시에 격자 수를 감소 또는 증가시켜 격자의 크기를 전체적으로 균일하



〈그림 3〉 노크발생시점의 Progress variable 분포

게 유지하였다.<sup>(13)</sup>

계산은 흡기 밸브가 닫히고 난 후부터 압축, 팽창 행정에 걸쳐 이루어졌으며, 초기 조건으로는 운전 조건과 각종 측정값에서 계산한 잔류 가스와 연료의 조성, water 상사법에 의해 측정된 유동장을 이용하였고, 경계 조건으로는 벽면 온도를 일정하게 가정하고 벽법칙으로부터 벽면으로의 열전달, 전단 응력 등을 계산하였다. 연소 모델로는 화염면의 국소적인 부분에서는 층류 화염 속도로 연소가 일어나고 난류 유동장 및 화염의 형태 등에 의한 화염면의 증가에 의해서 화염 전파 속도가 결정되는 Weller flame wrinkling 모델을 사용하였다.

미연 가스의 자발화는 점화 플러그에 의한 정상적인 화염이 말단 가스에 도달하기 전 급속히 연소하는 것으로서, 화염 전파

과정에 따른 자발화 발생 위치의 정확한 모사를 위해서는 벽면 근처에서의 화염의 거동에 관한 적절한 모델링이 필요하다.

벽면 근처에서의 화염의 거동에 관해서는 Poinsot 등이 제시한 모델을 사용하였다. 노크 발생 여부 및 시점 그리고 자발화 발생 위치 예측을 위하여 본 연구에서는 19개의 화학 반응식과 17개의 화학 조성으로 구성되어 있는 Keck 등의 자발화 축소 화학 반응 메커니즘을 3차원으로 확장하였다.

연소 등의 각종 모델들을 부프로그래밍의 형태로 코딩하여 STAR-CD에 추가하였으며, 난류 모델은 표준 k-ε 모델을 사용하였다. 그림 3은 화염의 전파와 벽면 근처에서 노크가 발생하는 것을 보여주는 계산결과이다. 이런 모델을 엔진 흡기포트 및 연소실 설계시 이용하게 되면 녹킹

을 방지할 수 있는 기본 자료를 제공할 수 있을 것이다.

### 3. 배기 배출물 모델

NO<sub>x</sub>, CO, HCs 등의 배기 배출물은 그 발생 메커니즘이 복잡하여 계산을 통한 정확한 예측이 어려우나, 엔진 내의 직접적인 배출물 측정과, 배출물에 관련된 엔진 설계 인자들의 독립적인 영향을 실험에 의하여 평가하는 것은 상당히 곤란하므로, 엔진 시뮬레이션은 그 이용가치가 충분하다고 할 수 있다. 특히 미연 탄화수소의 경우, 여러 가지 발생원인들의 영향을 각각 분리해서 연구하는 것은 계산을 통하지 않고는 매우 어렵다.

다음은 미연 HC 배출물의 엔진내 이차 산화에 대한 계산의 예이다.

HC의 산화 과정은 실제에 있어서 되기까지 수많은 반응 스텝을 통해 수십 가지 이상의 화학종 및 라디칼의 형태를 거쳐 최종적으로 수증기와 이산화탄소 등으로 변환되는 것으로 알려져 있다.

이러한 연소 과정을 해석하는 방법은 크게 반응 속도론(chemical kinetics)과 등가 반응 모델(equivalent reaction model)의 두 가지로 나누어 생각할 수 있다.

반응 속도론은 연료의 연소 과정을 여러 개의 반응 스텝으로

나누고 각 반응 스텝의 계수를 실험 혹은 다른 계산으로부터 결정하여 chemical kinetic mechanism을 얻는다.

이를 사용하여 각 스텝의 반응 속도와 각 화학종의 농도를 연립하여 계산함으로써 각 화학종 농도의 변화를 예측하는 것이다. 현재까지 발표된 HC 산화 메커니즘은 메탄부터 탄소수 8인 이소옥탄까지 있는데, 탄소수가 많아질수록 메커니즘이 훨씬 복잡해지고 반응 스텝의 수가 많아진다.

이러한 반응 속도론은 모든 화학종의 농도와 반응물을 상당히 실제적으로 예측할 수 있는 장점이 있으나, 각 스텝의 반응 계수 등을 정하는데 상당한 노력이 들고, 계산 시간이 길다는 단점이 있다. 따라서 계산 시간의 제약을 받거나 탄소수가 큰 액체 연료를 사용하는 경우에는 반응 속도론을 이용하여 계산할 수 없고 대신 등가 모델을 많이 사용한다.

등가 모델은 전체 메커니즘을 하나 혹은 몇개의 단순화된 반응 스텝으로 나누고 그 반응 계수를 조정하여 실험값이나 full mechanism의 결과에 맞추는 방법으로 반응 스텝의 수에 따라 1-스텝 모델과 멀티-스텝 모델로 나눌 수 있다. 통상의 1-스텝 모델은 보통 전체 HC를 단일 성분으로 가정하고 그 반응물에 대한 경험적인 관계식이 사용되



〈그림 4〉 팽창행정시 간극체적 주위의 C<sub>2</sub>H<sub>4</sub> 분포

는데, 적용될 수 있는 범위가 매우 좁고 연소 중간 생성물의 영향을 고려할 수 없는 단점을 가지고 있다.

이에 비하여 멀티-스텝 모델은 연료가 열분해되는 과정과 실제 산화 과정 등을 의미하는 여러 개의 반응 스텝으로 나누어 계산하므로 1-스텝 모델에 비해 점화 지연 등의 실제 산화 과정을 좀 더 정확하게 해석할 수 있다고 생각된다.

프로판(C<sub>3</sub>H<sub>8</sub>) 기체 연료를 사용하는 엔진에서, 피스톤 간극체적(crevice)에서 유래한 미연 HC가 팽창 행정시 연소실 안의 기연 gas와 섞이고 산화되는 과

정을 계산하기 위하여 간극체적을 포함한 엔진 연소실의 이동 격자를 구성하고, 미연 HC의 산화 모델은 연료 성분을 프로판으로 하는 4-스텝 모델을 사용하였다.

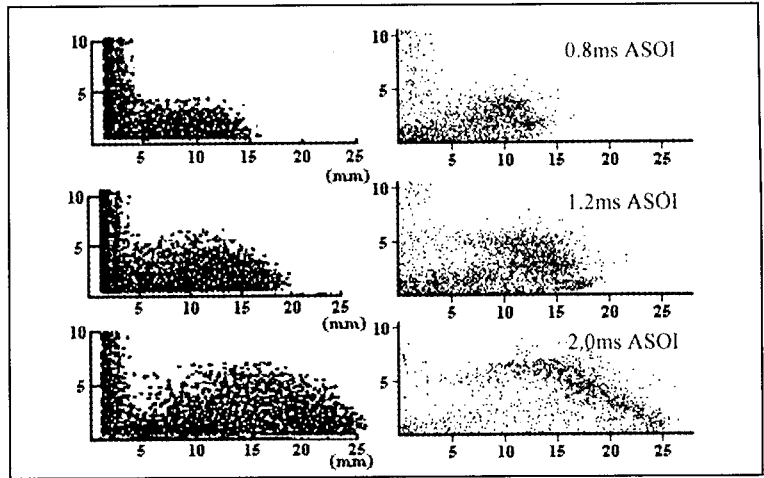
그림 4는 팽창 행정시 간극체적에서 빠져나오는 프로판의 산화로 인해 발생하는, 산화 과정의 중간 생성물인 에텐(ethene,  $C_2H_4$ )의 농도 분포를 나타내는 그림이다.

#### 4. 디젤 분무 및 연소 모델

복잡한 디젤 엔진에서의 연소 과정은 크게 분무 및 연소 과정으로 나눌 수 있는데, 전자는 분사, 미립화, 증발 등의 과정이 있고, 후자에는 점화 및 연소 과정 등으로 구분된다.

이 중 연료의 분무 현상은 디젤 엔진의 연소실과 가솔린 흡기 포트에서 볼 수 있으며 연소와 배출물 특성에 영향을 주기 때문에 지속적으로 연구의 대상이 되어왔다.

최근에 개발된 GDI 엔진의 경우도 분무의 특성이 연소의 특성을 결정하는 중요한 인자가 된다. 인젝터에서 분사된 연료 액적은 주위 공기와의 상호작용으로 인해 작게 나뉘어지거나 주위의 액적들과 충돌 또는 뭉쳐지는 등의 과정을 겪게 된다. 또한 고온, 고압 상태의 디젤 연소실 조건에서는 분무된 연료 액적이 증



〈그림 5〉 액적 분무 분포의 실험과 계산 결과의 비교 (a) 실험, (b) 계산

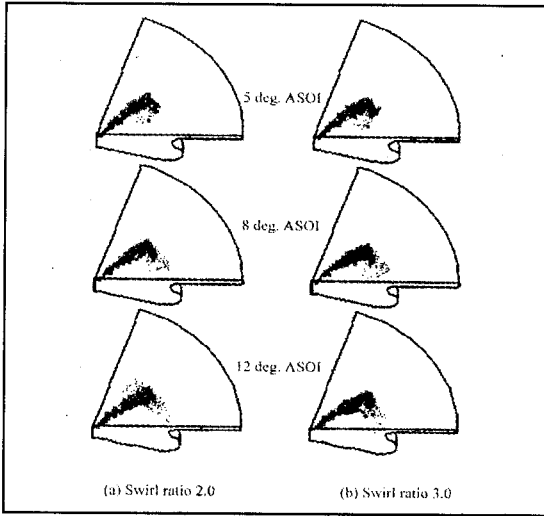
발하거나 자발화가 발생하는 현상도 동시에 일어난다. 최근에 개발된 HSDI(high speed direct injection) 디젤 엔진의 경우는 인젝터로부터 피스톤 벽면까지의 거리가 짧기 때문에 분사된 연료가 벽면에 충돌하는 현상도 발생하며 연료의 벽면에의 충돌과 이로 인해 벽면에 연료 액막이 형성되는 현상도 관찰할 수 있다.

엔진에서 일어나는 분무의 현상은 PDPA, 직접사진촬영법, Malvern particle sizer, LDV 등의 실험 장치를 이용하여 살펴볼 수 있는데, 장비가 매우 고가이며 분무 내에 매우 많은 수의 액적들이 존재하므로 정확한 데이터를 구하는 것이 매우 어렵게 된다. 이에 따라 연료의 분무 현상을 모델링하고 컴퓨터를 이용하여 계산하는 방법을 많은 연구자들이 이용해 오고 있으며 컴퓨

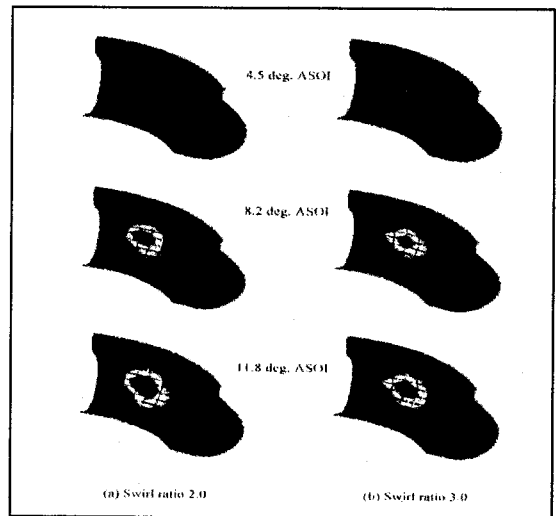
터의 고속화와 3차원 모델을 적용한 각종 코드의 개발이 이루어져 분무 현상을 계산을 이용하여 파악하는 연구가 급속도로 진행되고 있다.

3차원 해석에서 연료 분무의 거동을 예측하는 방법으로 Stochastic Lagrangian Model을 주로 사용하며 전체의 분무 입자를 약 2000~5000 개 정도의 그룹으로 나뉘어 각각에 대해 위치, 속도, 입경 등을 계산으로 구하게 된다.

연료 분무를 정확히 해석하기 위해서는 분무의 breakup, collision/ coalescence, 항력 계수, 증발 및 벽면 충돌 등의 현상에 대한 적절한 모델 또는 실험식이 필요하다. 인젝터에서 분사되는 액적들의 분열 현상은 연료의 물리적 특성, 연료 펌프의 특성과 인젝터의 특성 등에 의해 영향을 받으며 특히 분무



〈그림 6〉 HSDI 스월이 있는 엔진에서의 분무충돌  
(a) swirl ratio = 2.0 (b) swirl ratio = 3.0



〈그림 7〉 스월이 있는 HSDI에서 연료유막의 분포  
(a) swirl ratio = 2.0 (b) swirl ratio = 3.0

액적과 주변 기체의 공기역학적 상호 작용에 의해 많은 영향을 받는다.

이론적인 분무의 breakup 모델로서 Reitz와 Diwakar<sup>(8)</sup>의 breakup 모델, O'Rourke의 TAB(taylor analogy breakup)모델<sup>(9)</sup>, TAB 모델을 보완한 Ibrahim 등의 DDB(drop drag breakup) 모델<sup>(10)</sup> 등이 있으며 현상학적 모델로는 Reitz와 Diwakar 모델<sup>(11)</sup>, Huh의 모델<sup>(12)</sup>, Pilch와 Erdman 모델<sup>(13)</sup>, Hsiang과 Faeth 모델<sup>(14)</sup> 등이 있다.

상용코드인 STAR-CD에 현상학적 모델이 사용되고 있고 KIVA-II에는 TAB모델이 사용되고 있으며 계산의 특성에 맞는 breakup 모델을 많은 연구자들이 KIVA-II 등의 컴퓨터코드에

부프로그램화하여 사용하고 있다. 특히 KIVA 코드는 이러한 분무를 동반한 연소 현상을 해석하기 위한 수단으로 널리 사용되고 있는데, 밸브 개폐 및 복잡한 형상의 연소실에도 적용할 수 있고, 향상된 부프로그램을 내장한 KIVA-3V도 최근에 발표되었다.<sup>(15)</sup>

분무 상호 작용에 의한 collision/coalescence 모델로는 계산 격자 내에서의 입자간의 충돌 및 결합 확률을 모델링한 O'Rourke의 모델<sup>(16)</sup>이 사용되고 있다. 이상에서 소개한 분무 모델의 정확성에 대해서는 인젝터에서 분무 선단까지의 거리, 공간적인 입경 분포, 증발된 연료의 농도 분포 등을 이용하여 검증이 이루어지고 있다.

최근 들어 연료의 분사가 고압

화되고 HSDI 디젤 엔진의 개발이 이루어짐에 따라 기존의 분무와 관련된 모델 이외에 연료의 분무 충돌 모델<sup>(17)~(22)</sup> 및 액막 형성 모델<sup>(23)~(29)</sup>의 개발이 이루어지고 있다.

분무 충돌 모델들은 액적의 Weber수, Laplace수, 입사각, 액적 및 벽면의 온도에 따라 충돌 후 액적의 거동을 결정할 수 있도록 되어 있다. 많은 경우 실험을 통하여 액적이 벽면에 충돌한 후 벽면에 부착되거나 다시 되튀기는 경우와 쪼개져서 되튀기는 경우를 나누어 모델링하고 있으며 벽면의 온도 조건에 따라 액적의 충돌 후 거동을 구별한다.

또한 액막이 형성되었을 경우와 그렇지 않을 경우를 구분하여 액적의 충돌 후 거동을 구별하기

도 한다. 액적의 충돌 후 속도는 에너지 보존을 이용하여 구하며 되튀기는 각도를 실험의 결과를 이용하여 모델링한다.

그림 5는 고압의 공기속으로 분사된 디젤분무를 계산한 것으로서 실험결과<sup>(30)</sup>와 비교한 것이다. 액적의 공간적인 분포와 분무선단에 생성되는 와류를 예측하는 것을 알 수 있으며 실험의 결과만으로는 알 수 없는 연료 증기의 3차원적 분포를 알 수 있는 장점이 있다. 또한 계산의 결과는 연소모델을 이용하여 계산할 경우 데이터로 활용이 가능하다.

그림 6은 HSDI 디젤 엔진 조건에서 분무 모델과 충돌 모델을 동시에 적용하여 계산한 경우의 한 예를 나타낸다.<sup>(31)</sup>

계산에서는 실험적으로 많은 비용과 장치가 필요한 스월의 변화에 따른 분무의 형태를 보여준다.

또한 실린더 격자의 변화가 가능하므로 엔진 연소실 최적화에 사용이 가능한 장점이 있다. 그림 7은 HSDI 디젤 엔진 조건에서 벽면에 생성되는 연료 액막의 형성을 나타낸 것으로서 soot 등의 배출 특성을 계산 결과와 연관지어 설명할 수 있고 연소실 형태를 변화시켜가면서 유해 배출물이 감소되는 최적의 엔진 연소실 형상이나 분사 파라미터 등을 찾을 수 있다.

엔진에서 분무의 특성을 파악

하는데 계산을 적용하는 것이 매우 유리하지만 실험 결과를 잘 설명할 수 있고 엔진 개발의 도구로서 사용하기 위해서는 물리적 현상에 바탕을 둔 적절한 모델링이 반드시 필요하다.

한편 분무와 관련된 모델과 더불어 점화 및 연소 모델은 디젤 연소가 화학 반응과 유체 혼합물의 지배를 동시에 받는다는 전제하에서 연소 과정을 저온 점화, 고온 점화, 화학 반응에 의해 지배받는 예혼합 연소, 유동 혼합물의 영향이 지배적인 확산 연소 및 미소화염 확산 연소 과정으로 분리하여 고려하고 있다.

또한 코헤런트 미소화염 모델(coherent flamelet model)은 난류 혼합과 분리하여 층류 화학 반응을 고려할 때 화염면의 형성 과정에서 난류의 영향을 결합하는 것이며, 이를 단순화시킨 eddy-dissipation model은 연료와 산소의 혼합에 의하여 확산 연소가 지배를 받는다 것을 고려한 반면에, EBU(eddy-breakup) 모델은 순간적인 난류량에만 영향을 받는다.

또한 점화 모델로는 1-스텝 반응에 의한 단순한 모델도 있으나, 통상 Shell 모델이 널리 사용되고 있으며, 점화에 앞서 화학 특성 시간이 난류 혼합시간보다 상대적으로 길다라는 가정을 사용한 IFP(Institut Fransais du P trole)모델도 있다.

## 5. 맺음말

이상과 같이 엔진 시뮬레이션과 응용에 대해 간략하나마 정리해 보았다. 과거 컴퓨터의 출현 이후 눈부신 발전을 거듭해왔으며 이와 더불어 전산유체 분야도 비약적인 발전을 해왔다. 앞으로 지속될 컴퓨터의 성능향상 및 병렬처리 기법, 새로운 프로그램의 개발 등으로 더욱 발전할 것이 틀림없다. 또한 엔진내의 여러 현상들에 대한 모델들이 빠르게 개발되고 있으므로 이러한 CFD 기법을 통한 엔진 설계는 제품개발 비용을 낮추는 동시에 질적 향상을 도모하는데 커다란 기여를 할 수 있을 것이다.

### 참고문헌

1. 이승엽, 최영돈, "디젤기관 실린더 내 선회 난류유동의 수치해석", 한국자동차공학회 논문집 제7권 제1호, pp.38-49, 1999.
2. M. G. Lisbona and C. Vafidis, "Adoption of CFD in thr Engine Design Precess: Present and Future", Centro Ricerche Fiat, 1997.
3. Ice User Manual, Adapco Software, 1998.
4. H .Echtle, Z. Liang, and M. Wierse, "Transient Simulation of Fluid Flows in Internal Combustion Engines on Parallel Computers", 7th STAR-CD European User

- Group Meeting, 1998.
5. 허강열, "전산 유체 해법의 엔진 설계 응용 연구의 최근 동향", 자동차공학회지, Vol.17, No.5, 1995.
  6. S.C. Kong, Z. Han and R. D. Reitz, "The Development and Application of a Diesel Ignition and Combustion Model for Multi-dimensional Engine Simulation", SAE Paper 950278, 1995.
  7. 이용규, 김만식, 한성주, 민경덕, 김응서, "전기점화기관에서의 노크 발생 예측", 한국자동차공학회 1998년도 추계학술대회, Vol. 1, pp.268-273.
  8. R. D. Reitz and R. Diwakar, "Structure of High-Pressure Fuel Sprays", SAE Paper No. 870598, 1987.
  9. P. J. O'Rourke and A. A. Amsden, "The Tab Method for Numerical Calculation of Spray Droplet Breakup", SAE Paper No. 872089, 1987.
  10. E. A. Ibrahim et al., "Modeling of Spray Droplets Deformation and Breakup", AIAA J. of Propulsion and Power, Vol. 9, No. 4, pp. 652-654, 1993.
  11. R. D. Reitz and R. Diwakar, "Effects of Drop Breakup on Fuel Sprays", SAE Paper No. 860469, 1986.
  12. K. Y. Huh and A. D. Gosman, "A Phenomenological model of Diesel Spray Atomization", Int. Conference on Multiphase Flows, Tsukuba, September.
  13. M. Pilch and C. Erdman, "Use of Breakup Time Data and Velocity History Data to Predict the Maximum Size of Stable Fragments for Acceleration-Induced Breakup of a Liquid Drop", Int. J. Multiphase Flow, Vol. 13(6), pp. 741-757, 1987.
  14. L. P. Hsiang and G. M. Faeth, "Near-Limit Drop Deformation and Secondary Breakup", Int. J. Multiphase Flow, Vol. 18(5), pp. 635-652, 1992.
  15. A. A. amsden, "KIVA-3V : A Block-Structured KIVA Program for Engines with Vertical or Canted Valves", Los Almos Report LA-13313-MS, 1997.
  16. P. J. O'Rourke, "Collective Drop Effects in Vaporizing Liquid Sprays", Ph. D. Thesis, Princeton Univ., 1981.
  17. 조미옥, 허강열, "벽면에 충돌하는 분무의 미립화에 관한 수치적 모델", 한국액체미립화학회지 제 2권 제 1호, 1997.
  18. J. D. Naber, R. D. Reitz., "Modeling Engine Spray/Wall Impingement", SAE paper, No. 880107, 1988.
  19. J. D. Naber, B. Enright, P. V. Farrell, "Fuel Impingement in a Direct Injection Diesel Engine", SAE paper No. 881316, 1988.