

파괴역학적 관점에서의 적정 필렛형상에 관한 연구

A Study on the Proper Fillet Shape in Fracture Mechanical Aspect

김 철*, 양 원 호**, 조 명 래***
Cheol Kim, Wonho Yang, Myoungrae Cho

ABSTRACT

In order to use effectively a machinery part with fillet, it is necessary to determine a proper fillet shape in design step. Study of such problem by fracture mechanical criterion is rare. So, this paper focuses on the design of fillet radius in fracture mechanical aspect. Finite element method was used to obtain crack tip stress intensity factor. Stress intensity factor was calculated by COD(crack opening displacement) method proposed by Ingraffea and Manu. The parameters used in this study are thickness ratio, fillet radius, and crack length. If fillet radius increase, crack propagation may be accelerated. Critical crack length is inversely proportional to fillet radius.

주요기술용어 : Fillet Radius(필렛반경), Stress Intensity Factor(응력확대계수), Through Crack(관통균열), Width Ratio(관폭비), Thickness Ratio(두께비)

1. 서 론

일반적으로 기계나 구조물의 강도상의 안전성을 검증하는 방법으로 부재 내에 발생하는 응력이나 변형율을 기준으로 하는 재료역학적 방법을 이용하여 왔다. 이 방법은 부재의 적합한 형상이나 설계응력을 결정하는 기준으로 작용하중에 대한 최대응력을 계산하여 사용재료의 허용응력과 비교하고 안전계수를 고려하여 설계응력을 결정

하는 방법이다. 그런데, 이와 같은 방법은 '재료 내에 어떠한 결함도 존재하지 않는다'라는 가정이 전제되어 있다. 그러나, 많은 경우에 있어서 안전성에 증대한 영향을 미치는 요인중의 하나는 재료 내에 존재하는 결함으로부터 발생하는 균열로 알려져 있어, 균열을 고려하고 있는 파괴역학적인 관점에서의 설계가 보다 실제적인 설계기준이라 할 수 있다.

각종 기계 및 구조물에는 본래의 형상에 두께가 변화하는 부분이 존재하는 경우뿐 아니라, 두께가 일정한 재료의 단점을 보완하기 위하여 두께가 변화하는 부재(이하 '변후부재'라 한다)를 사용하는 경우도 많이 있다. 이러한 변후부재의 두께가 변화하는 부분은 대부분 응력집중원으로

* 정회원, 성균관대학교 대학원

** 정회원, 성균관대학교 기계공학부

*** 정회원, 인덕대학 기계설계과

작용하기 때문에 일반적으로 두께가 변화하는 경계부분에는 필렛을 만들어 주는데, 여기에서도 재료 내부에 균열의 존재를 고려한 파괴역학적 관점에서의 필렛형상 설계 기준의 도입이 필요하다. 그러나, 지금까지의 연구는 대부분 재료역학적인 관점에서 응력집중을 완화시키기 위한 필렛형상에 관한 연구^{1~3)}가 주로 이루어졌으며, 몇몇 연구자들이 변후부재나 필렛이 있는 부재에 대한 파괴역학적인 연구를 수행하였는데, Yang 등⁴⁾은 변후부재에 대하여 유한요소해석과 피로시험을 통하여 변후경계 근방에서의 응력확대계수 거동을 해석하였으며, Cho 등⁵⁾은 필렛이 있는 변후부재에서 필렛경계 근방에서의 균열성장 거동을 해석하였다. 그러나, 필렛형상을 어떻게 해야 효과적으로 균열 진전을 억제시킬 수 있는가 하는 문제 즉, 파괴역학적인 관점에서의 적정 필렛형상에 관한 연구보고는 거의 없었다.

따라서, 본 연구에서는 필렛이 있는 부재에서 파괴역학적인 관점에서의 적정 필렛형상 설계를 위하여 필렛이 있는 부재를 연구 모델로 설정하고, 필렛형상 변화에 따른 응력확대계수(Stress Intensity Factor ; SIF) 해석을 통하여 균열이 있는 부재에서 균열성장을 억제시킬 수 있는 적정 필렛형상을 제시하고자 한다.

2. 유한요소해석

2.1 해석 모델 및 방법

Fig. 1은 테이퍼가 있는 부재의 중앙에 관통균열이 있는 모델로서, 좌우대칭이므로 전체모델의 1/2인 오른쪽 부분만을 나타낸 것이다. 테이퍼가 있는 부재의 모델은 Cho 등⁵⁾의 연구에서 보고된 결과인 필렛이 있는 부재에서 균열선단이 필렛부분에 들어와 변후경계에 접근해 갈 때, 균열성장이 둔화되다가 다시 가속되는 현상을 확인하기 위한 것으로서, 해석 조건은 필렛이 있는 부재에서와 동일하게 하였다. 즉, 부재의 상하에 $\sigma_{\infty} = 100\text{MPa}$ 인 균일인장응력을 받는 것으로 하였으며, 균열은 길이 $2a$ 인 관통균열로서 두께가 얇은

쪽(두께 t)에서 두께가 두꺼운쪽(두께 t_2)으로 성장해 나가는 thin-to-thick형으로 설정하였다.

유한요소망의 구성은 계(系)가 상하, 좌우 및 전후 대칭이므로, 해석모델의 오른쪽 앞의 윗부분인 1/8만으로 구성하였다. Figs. 3~4는 본 해석에 사용된 유한요소망을 나타낸 것으로, 요소망 구성시 균열선단 주위에는 균열선단의 특이성을 만족시키기 위하여 15-절점 특이요소를 배치하였고, 나머지 부분은 20-절점 등대개요소를 사용하였다. 본 연구에 사용한 유한요소해석 프로그램은 본 연구자들이 PC와 워크스테이션 등에서 수행이 가능하도록 개발한 3차원 유한요소해석 프로그램인 SFM ver. 3.0이다.

Fig. 2는 본 연구에 사용된 모델의 1/2인 오른쪽 부분의 기하학적 형상인데, 이 모델에 대하여 먼저 판폭비(width ratio) ω (W_2/W_1)는 0.3으로 고정하고, 두께비(thickness ratio) β (t_2/t)는 2.0, 3.0, 5.0 및 8.0으로, 무차원 필렛반경(fillet radius) ρ (R/t)는 0, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0 및 3.0으로 변화시켜가면서 각 균열길이에 대한 응력확대계수 K_I 를 해석하였다. 본 연구에 사용한 유한요소망의 타당성을 검증하기 위해 Feddersen⁶⁾의 균일한 두께에 관통균열(through crack)이 있는 경우에 대한 응력확대계수와 결과를 비교하였는데, 오차가 0.1% 이내로 잘 일치하였다.

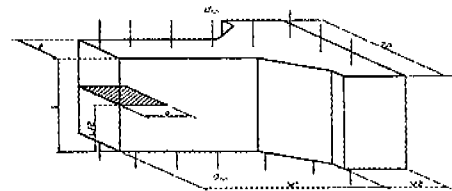


Fig. 1 Model configuration (tapered type)

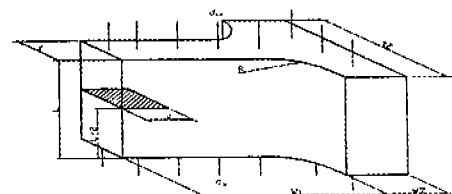


Fig. 2 Model configuration (filleted type)

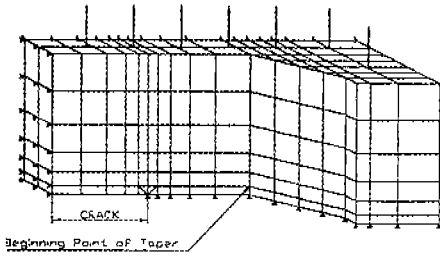


Fig. 3 3D mesh design for tapered model

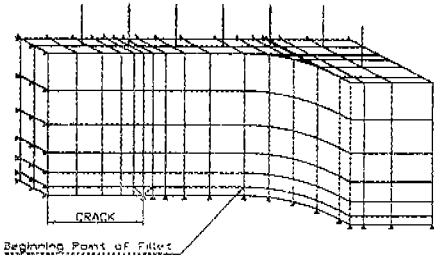


Fig. 4 3D mesh design for filleted model

2.2 응력확대계수의 계산

본 연구에서는 Ingraffea와 Manu가 제안한 COD(crack opening displacement) 방법⁷⁾을 이용하여 응력확대계수 K_I 를 계산하였다. 이 방법은 균열선단에 1/4절점 쉐기형요소(quarter-point wedge element)를 구성하고 이 1/4절점의 변위로부터 응력확대계수를 계산한다. Fig. 5는 균열면을 이루는 1/4절점 특이요소를 나타낸 것으로, 균열면상에 있는 절점 A~F의 y방향 변위들 $v_A \sim v_F$ 로 표시할 때 해석모델이 균열면에 대칭인 경우의 y방향 변위 v 는 $COD/2$ 이며 식(1)과 같이 표시된다.

$$v = \left\{ 2v_B - v_C + 2v_F + v_D + \frac{1}{2} \eta (-4v_B + v_C + 4v_F - v_D) + \frac{1}{2} \eta^2 (v_F + v_C - 2v_D) \right\} \sqrt{\frac{r}{L_1}} + \left\{ (\eta - 1)(2v_B - v_C - (1 + \eta)(2v_E - v_F)) \right\} \frac{r}{L_1} \quad (1)$$

여기서, L_1 : 균열선단 요소의 균열면상의 길이

η : K값을 구하고자 하는 위치의 축소좌표

Sih 등⁸⁾은 균열선단에서의 변위 v 를 식(2)로 표현하였으며, 식(1)과 식(2)를 등치하여 풀면 응력확대계수 K_I 은 식(3)과 같이 표현된다. 이 방법은 응력확대계수 K_I 의 계산시 해석대상을 균열선단만으로 축소함으로써 해석효과의 증대를 가져왔으며, 이전의 다른 방법에 비해 간편하면서 정확한 결과를 얻을 수 있다.

$$v = \frac{2(1-\nu^2)}{E} \sqrt{\frac{2r}{\pi}} K_I \quad (2)$$

$$K_I = \frac{E}{4(1-\nu^2)} \sqrt{\frac{\pi}{2L_1}} \left\{ 2v_B - v_C + 2v_E - v_F + v_D + \frac{1}{2} \eta (-4v_B + v_C + 4v_E - v_F) + \frac{1}{2} \eta^2 (v_F + v_C - 2v_D) \right\} \quad (3)$$

여기서, E : 재료의 종탄성계수

ν : 재료의 프아송 비

그리고 필렛이 있는 부재 내에 길이 $2a$ 인 판통 균열이 존재할 때, 균열면에 수직인 인장응력을 받고 있는 경우의 응력확대계수 K_I 은 부재의 판 폭비 $\omega (W_2/W_1)$, 두께비 $\beta (t_2/t)$, 무차원 필렛 반경 $\rho (R/t)$ 및 무차원 균열길이 $\lambda (a/W_1)$ 에 의한 수정계수 $F(\omega, \beta, \rho, \lambda)$ 를 사용하여 식(4)와 같이 정의하였다.

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \cdot F(\omega, \beta, \rho, \lambda) \quad (4)$$

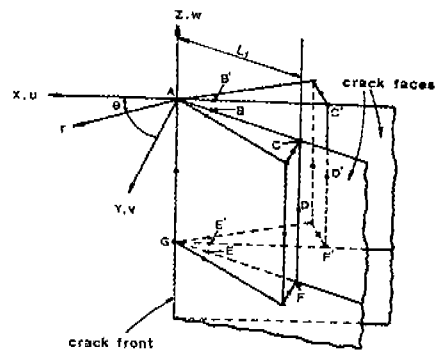


Fig. 5 Arrangement of quarter-point element along segment of crack front

3. 해석결과 및 고찰

Figs. 6~7은 두께가 변화하는 부분에 테이퍼를 붙인 모델에 대하여 두께비 β 와 무차원 균열길이 λ 의 변화에 따른 응력확대계수 K_I 을 해석한 결과이다. Fig. 6은 테이퍼부 길이가 짧아서 두께의 변화가 급격히 나타나는 경우로서, 응력확대계수는 테이퍼가 시작되는 위치 근처에서부터 계속 감소해 가는 경향을 보인다. 이로부터 필렛반경이 상대적으로 작을 경우에는 필렛길이가 짧아져서 유사한 거동이 나타날 것으로 예상할 수 있다. Fig. 7은 상대적으로 완만한 테이퍼가 있는 경우로서, 두께비 β 가 증가함에 따라 응력확대계수 K_I 은 테이퍼부가 시작되는 위치 근처에서부터 감소해가다가 다시 증가해 가는 특성을 보이고 있다. 이것은 테이퍼부 근처에서 변후영향 때문에 K_I 이 일단 감소하지만 이후 계속하여 두께가 완만하게 변해가므로 K_I 이 λ 의 증가에 수반하여 증가해 간다고 생각된다. 테이퍼가 완만한 경우는 필렛반경이 매우 큰 경우에 해당하며, 이러한 경향은 앞선 Cho 등⁵⁾의 연구에서 필렛반경이 큰 경우 균열선단이 변후경계에 접근할수록 균열성장이 가속화(da/dN 이 증가)된다는 연구결과와도 일치하고 있다. 이로부터 필렛반경이 커지면 완만한 테이퍼가 있는 경우와 같이 균열이 변후경계에 가까워짐에 따라 응력확대계수 K_I 도 증가하는 거동이 나타날 것으로 미루어 짐작할 수 있다.

Fig. 8은 두께비 β 가 2인 경우의 무차원 필렛반경 ρ 와 무차원 균열길이 λ 의 증가에 따른 응력확대계수 K_I 의 변화를 나타낸 것으로서, 균열선단이 변후경계에 가까워질수록 응력확대계수 K_I 의 증가도가 감소하며, ρ 가 커짐에 따라 그 감소도가 크게 나타난다. 그러나, 두께비 β 가 상대적으로 작기 때문에 응력확대계수 K_I 이 감소하는 구간은 나타나지 않고 있다. Fig. 9는 두께비 β 가 3인 경우에 대한 응력확대계수 K_I 의 해석결과로서, 무차원 균열길이 λ 가 일정값 이상이 되

면 응력확대계수 K_I 이 감소하기 시작한다. 그러나, 무차원 필렛반경 ρ 가 큰 경우에는 응력확대계수 K_I 이 감소하다가 오히려 다시 증가하는 경향을 나타낸다.

Fig. 10과 Fig. 11은 각각 두께비 β 가 5 및 8인 경우로서, β 가 비교적 큰 경우이다. 이때는 두께비 β 가 2 및 3일 때 나타난 경향이 더 뚜렷하게 나타나고 있다. 여기서, 무차원 필렛반경 ρ 가 3.0인 경우에는, 무차원 균열길이 λ 가 일정값 이상이 되면 ρ 가 2.0일 때보다 응력확대계수 K_I 이 더 크게 나타나며, 그 증가도 또한 크게 나타나고 있는 것이 매우 흥미롭다. 이는 무차원 필렛반경 ρ 를 크게 해주는 것은 균열이 짧을 경우에는 균열성장을 억제하는 작용을 하지만, 균열선단이 필렛내부에 들어와서 변후경계에 가까워지면 오히려 균열성장을 촉진시키는 작용을 한다는 것을 의미한다. 이와 같은 현상은 필렛반경 R 이 두께 t 에 비하여 비교적 큰 경우에는, 균열선단이 필렛내부에 들어와서 변후경계에 가까워질 때의 응력확대계수 K_I 값의 거동이 균열진전 방향으로 두께가 균일한 부재(두께 변화가 없음)에서와 유사한 거동을 보이기 때문인 것으로 생각된다.

Fig. 12는 무차원 필렛반경 ρ 의 변화에 따라 응력확대계수 K_I 이 다시 증가하기 시작하는 균열길이를 나타낸 것이다. 여기서, b 는 필렛이 시작되는 점에서부터 변후경계까지의 길이이고, c 는 응력확대계수 K_I 이 다시 증가하기 시작하는 점에서부터 변후경계까지의 길이이다. 따라서, δ (c/b)가 0이면 균열선단이 필렛 시작점에 도달하면서부터 응력확대계수 K_I 이 다시 증가한다는 것을 의미하며, δ 가 1이면 균열선단이 변후경계에 도달해야 비로소 응력확대계수 K_I 이 다시 증가하기 시작한다는 것을 의미한다.

Fig. 12에서 무차원 필렛반경 ρ 가 작을 때는 균열선단이 변후경계 가까이까지 갔을 때 응력확대계수 K_I 이 다시 증가하기 시작하지만, ρ 가 클 때는 균열선단이 필렛내부에 들어와서 곧 응력확대계수 K_I 이 다시 증가하기 시작한다. 또한, Fig. 12에서 임의의 무차원 필렛반경 ρ 에서 응력확

대계수 K_I 이 다시 증가하기 시작하는 균열길이를 알 수 있는데, 이 값들은 거의 선형적으로 변하고 있다. 결과적으로, 여기서 구한 균열길이는 필렛이 있는 부재에서 필렛이 균열성장을 억제시킬 수 있는 임계균열길이 된다.

Fig. 13은 두께비 β 가 2인 경우의 무차원 필렛반경 ρ 와 무차원 균열길이 λ 의 증가에 따른 수정계수 F 값의 변화를 나타낸 것으로서, 균열선

단이 필렛내부에 들어와서 변후경계에 가까워짐에 따라 F 값은 증가하다가 감소하는 경향을 보이며, ρ 가 커짐에 따라 그 감소도가 크게 나타난다. Fig. 14는 두께비 β 가 3인 경우에 대한 수정계수 F 값의 거동을 나타낸 것으로서, 무차원 필렛반경 ρ 가 큰 경우에는 무차원 균열길이 λ 가 일정값 이상이 되면 F 값은 감소하다가 오히려 다시 증가하는 경향을 나타낸다.

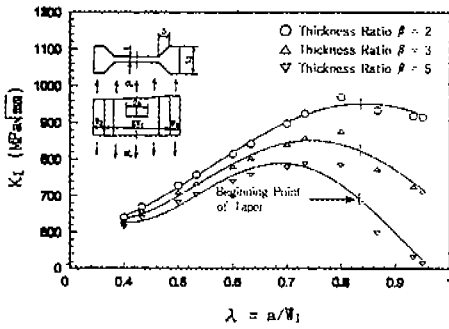


Fig. 6 SIF K_I of tapered model

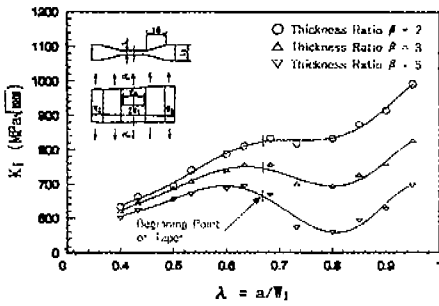


Fig. 7 SIF K_I of tapered model

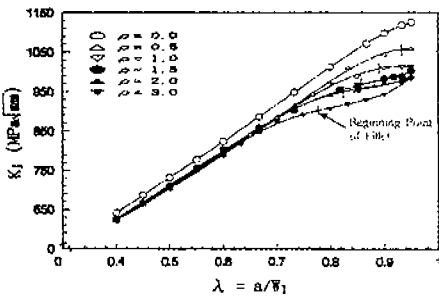


Fig. 8 SIF K_I of filleted model ($\omega = 0.3, \beta = 2$)

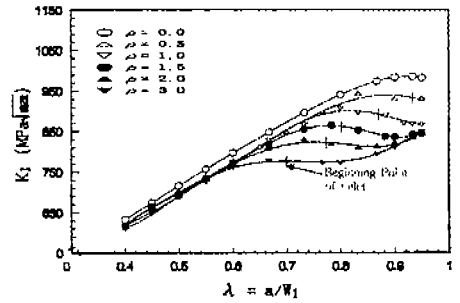


Fig. 9 SIF K_I of filleted model ($\omega = 0.3, \beta = 3$)

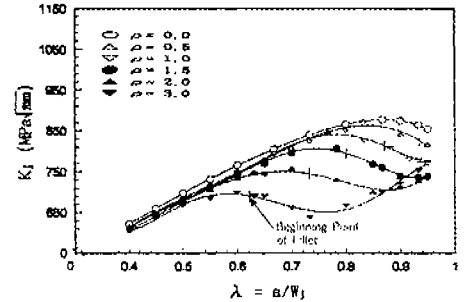


Fig. 10 SIF K_I of filleted model ($\omega = 0.3, \beta = 5$)

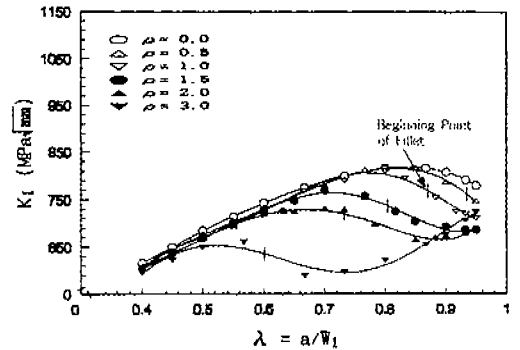


Fig. 11 SIF K_I of filleted model ($\omega = 0.3, \beta = 8$)

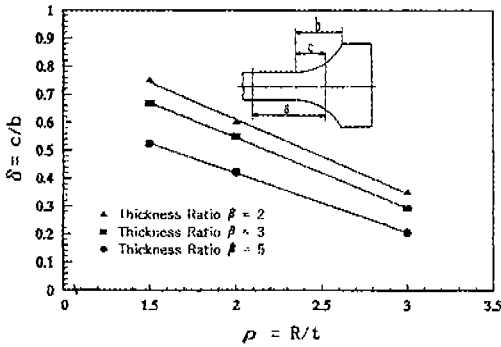


Fig. 12 Non-dimensional crack length of re-increasing K_I ($\omega=0.3$)

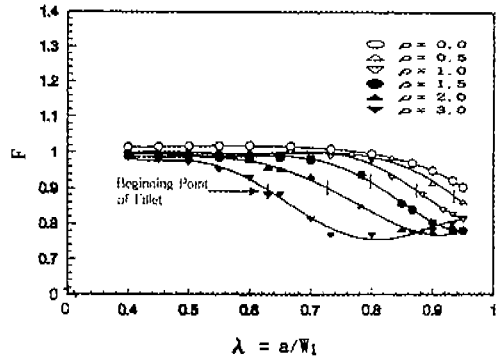


Fig. 15 Correction factor of SIF ($\omega=0.3, \beta=5$)

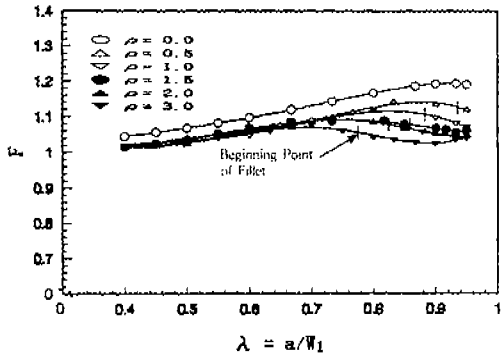


Fig. 13 Correction factor of SIF ($\omega=0.3, \beta=2$)

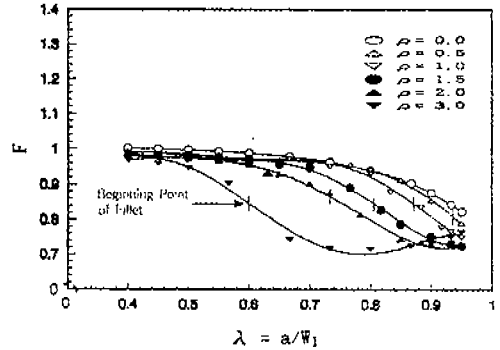


Fig. 16 Correction factor of SIF ($\omega=0.3, \beta=8$)

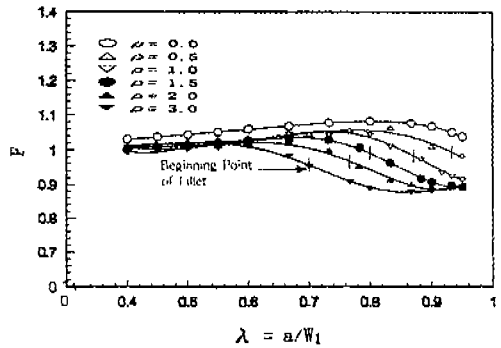


Fig. 14 Correction factor of SIF ($\omega=0.3, \beta=3$)

Figs. 15~16은 각각 두께비 β 가 5, 8인 경우에 대한 F값의 거동을 나타낸 것이다. 여기서 무차원 필렛반경 ρ 가 비교적 큰 경우의 수정계수 F값은 무차원 균열길이 λ 가 일정값 이상이 되

면, 그보다 작은 ρ 에서의 F값 보다 더 크며, 그 증가도 또한 크게 나타난다. 이는 앞서 설명한 응력확대계수 K_I 의 거동과 유사한 거동을 보이고 있는 것을 알 수 있다.

4. 결론

필렛이 있는 부재에서 파괴역학적인 관점에서의 적정 필렛형상설계를 위하여 필렛형상 변화에 따른 응력확대계수 해석을 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1) 두께비 β 가 작은 경우($\beta \leq 2$)에는 필렛반경을 크게 하여도 무차원 균열길이 λ 가 증가함에 따라 응력확대계수가 감소하는 영역이 생기지 않는다.

2) 무차원 균열길이 λ 가 작은 경우에는 무차원 필렛반경 ρ 가 증가함에 따라 응력확대계수도 계속 감소하는 경향을 보인다.

3) 두께비 β 가 큰 경우($\beta \geq 3$)에는 균열선단이 필렛부분에 들어와 변후경계에 가까워짐에 따라 응력확대계수는 감소한 후에 다시 증가하는 경향을 나타낸다. 이러한 경향은 무차원 필렛반경 ρ 가 클수록 더 잘 나타나며, ρ 가 작은 경우에는 다시 증가하는 영역이 나타나지 않거나 미미하게 나타난다.

4) 필렛반경을 크게 해주는 것은 균열길이가 작을 때는 균열성장을 억제하는 역할을 하지만, 균열길이가 커지면 필렛내부에서 오히려 균열성장을 촉진시키는 작용을 한다.

5) 필렛이 있는 부재에서는 필렛의 영향으로 인하여 균열성장이 억제되는 임계균열길이가 존재하며, 이 임계균열길이는 필렛반경의 크기에 대해 선형적으로 반비례하는 경향이 있다.

후 기

본 논문은 한국과학재단 산하 성균관대학교 산업설비 안전성평가 연구센터의 연구비 지원으로 이루어진 것으로서, 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

참 고 문 헌

1. R.E. Peterson, "Stress Concentration Design Factors", John Wiley & Sons, 1983.
2. D. Tranxuan, "Optimum Fillet Radius for a Latch", Computers & Structures, Vol. 61, No. 4, pp. 645~650, 1996.
3. Chen H., "Study on the Stress Concentration at the Round Corners of Flat Heads in Pressure Vessels Subjected to Internal Pressure", Journal of Pressure Vessel, Vol. 118, No. 4, pp. 429~433, 1996.
4. W.H. Yang, H. Houssny-Emam and M.N. Bassim, "An Experimental K-Analysis on the Fatigue Crack Near the Interface where Plate Thickness Varies Discontinuously", Engineering Fracture Mechanics, Vol. 19, No. 2, pp. 295~503, 1984.
5. M.R. Cho, Y.S. Choy and W.H. Yang, "A Fracture Mechanics Analysis of the Mode I Crack in the Variable Thickness Plate Having Fillet(Thin-to-Thick Type)", Engineering Fracture Mechanics, Vol. 42, No. 1, pp. 117~128, 1992.
6. C.E. Feddersen, "Discussion to : Plane Strain Crack Toughness Testing", ASTM STP No. 410, pp. 78, 1966.
7. A.R. Ingraffca and C. Manu, "Stress Intensity Factor Computation in Three Dimensions with Quarter-point Elements", Int. J. for Numerical Methods in Engineering, Vol. 15, pp. 1427~1445, 1980.
8. G.C. Sih, A. Ditommasco, "Fracture Mechanics of Concrete : Structural Application and Numerical Calculation", Martinus Nijhoff Publisher, Dordrech, pp. 183~190, 1985.