

제어기 설계를 위한 비선형 동적 엔진 모델링

A Nonlinear Dynamic Engine Modeling for Controller Design

윤 팔 주* , 선 우 명 호**
Paljoo Yoon , Myoungho Sunwoo

ABSTRACT

A control-oriented nonlinear dynamic engine model is developed to represent a spark ignited engine over a wide range of operating conditions. The model includes intake manifold dynamics, fuel film dynamics, and engine rotational dynamics with transport delays inherent in the four stroke engine cycles. The model is mathematically compact enough to run in real time, and can be used as an embedded model within a control algorithm or an observer. The model is validated with engine-dynamometer experimental data, and can be used in design and development of a powertrain controller.

주요기술용어 : Engine Control System (엔진 제어시스템), Model-based Control(모델기반제어), MBT(최적 점화시기), Intake Manifold Pressure Dynamics(흡기 매니폴드 압력 동력학), Fuel Film Dynamics(연료막 동력학), Engine Rotational Dynamics(엔진 회전 동력학)

Nomenclature

(A/F) , Stoichiometric air-fuel ratio

D Throttle bore diameter [m]

d Throttle shaft diameter [m]

J_{eff} Effective inertia of engine and dynamometer system [$kg \cdot m^2$]

K_{inj} Static flow rate of injector [kg/s]

m_{ai} Air mass in intake manifold [kg]

* 한양대학교 대학원 기계공학부

** 정희원, 한양대학교 자동차공학과

m_{ac}	Cylinder air charge/stroke [kg/str]	t_o	Dead time of injection [s]
$m_{ac,ss}$	Steady state cylinder air charge/ stroke [kg/str]	V_D	Engine displacement volume [m ³]
m_{an}	Normalized air charge [bar]	V_{man}	Volume of Intake Manifold + Surge Tank [m ³]
\dot{m}_{ap}	Air mass flow rate into the intake port [kg/s]	V_s	Stroke volume [m ³]
$(MBT)_\lambda$	MBT at arbitrary λ [° BTDC]	V_c	Cylinder volume [m ³]
$(MBT)_{\lambda 1}$	MBT at stoichiometry [° BTDC]	α	Throttle opening angle [deg]
\dot{m}_{fc}	Fuel flow rate entering cylinder [kg/s]	α_o^*	Actual throttle closing angle [deg]
\dot{m}_{fi}	Injected fuel mass flow rate [kg/s]	α_o	Angle for minimum leakage area [deg]
m_{ff}	Mass of fuel in the fuel film [kg]	$\eta_{\Delta SA}$	Spark timing efficiency [-]
\dot{m}_{fv}	Mass flow rate of fuel vapor [kg/s]	η_λ	Air-fuel ratio efficiency [-]
N	Engine speed [rpm]	η_{vol}	Volumetric efficiency [-]
n	Engine speed [krpm]	Ψ	Crank angle [deg]
N_{cyl}	Number of cylinders [-]	ϕ_c	Equivalence ratio of in-cylinder mixture [-]
P_{amb}	Manifold Inlet Air Pressure [bar]	γ	Specific heat ratio [-] (1.4 for air)
P_{man}	Intake manifold pressure [bar]		
P_o	Stagnation Pressure [bar]		
P_c	Cylinder pressure [bar]		
R	Gas Constant, 287×10^{-5} [bar·m ³ /kgK]		
T_{amb}	Ambient Air Temperature [K]		
T_{EC}	Engine Coolant Temperature [K]		
T_{EC}^{cal}	Engine Coolant Temperature at calibration condition [K]		
T_{man}^{cal}	Intake Manifold Air Temperature at calibration condition [K]		
T_o	Stagnation temperature [K]		
T_{br}	Brake torque [Nm]		
T_{flp}	Friction and pumping torque [Nm]		
T_{ind}	Indicated torque at arbitrary operating conditions [Nm]		
$(T_{ind})_{MBT, \lambda 1}$	Indicated torque at MBT and stoichiometry [Nm]		
T_L	Load torque [Nm]		
t_s	Sampling interval for simulation [s]		
t_{inj}	Injection duration [s]		

1. 서론

날로 강화되고 있는 연비 및 유해 배기가스 규제에 능동적으로 대처하기 위하여 과도 상태에서 엔진의 제어성능을 향상시키는 것이 중요한 문제로 대두되고 있다. 특히 3원 촉매장치를 이용하여 유해 배출물을 저감시키기 위해서는 정상 또는 과도상태에서의 공연비가 매우 정밀하게 제어(평균 공연비의 변동율 : $\pm 0.2\%$)되어야 한다[1]. 이를 위하여 오늘날의 대부분의 연료분사 제어 시스템은 공기유량 또는 흡기관 압력과 같은 엔진의 부하를 나타내는 신호에 의하여 계산된 행정당 공기량에 따른 연료 분사기간의 앞먹임(Feedforward)제어와 동시에 정밀한 공연비 제어를 위하여 배기관에 설치된 산소센서를 이용한 되먹임(Feedback) 제어를 병행하고 있다. 그러나 이러한 제어기는 대부분 정상상태에서의 데이터를 이용하여 설계되며, 과도상태에서의 동력학을 반영하기 위하여

개루프 보상 항을 추가하는 것이 일반적이다. 이와 같은 정상상태 기반의 제어기는 생산오차나 엔진노후에 따른 제어 계인의 보상이 어려우며, 또한 강인성(Robustness)을 가지지 못하게 된다. 이를 극복하기 위하여 1980년대 이후로 제어를 목적으로 하는 엔진의 동적 모델링과 모델 기반 제어(Model-based control)에 많은 연구 [2],[3],[4],[5],[6]가 있어 왔다.

제어기 설계를 목적으로 하는 모델은 최소한의 변수를 포함하는 수학적으로 매우 간단한 형태를 가져야 하며, 광범위한 운전영역에서 그 정확도가 보장되어야 한다. 이러한 모델은 기본적으로 물리적 원리나 제어 대상의 입·출력을 관찰함으로써 얻을 수 있으나, 물리적 원리를 기반으로 하는 모델링에서도 실험을 통한 모델 변수들의 보정 및 튜닝 과정이 필요하기 때문에 그 목적에 따라 모델링 방법을 적절히 선정해야 한다.

이 논문에서는 정상 및 과도상태에서의 엔진 실험 데이터와 비선형 추정법을 이용하여 공연비에 따른 MBT(Minimum spark advance for Best Torque)의 변화를 고려한 광범위한 운전영역에서 사용될 수 있는 비선형 엔진 모델을 개발하였으며, 다양한 운전 조건에서의 엔진 실험을 통하여 모델의 정확성을 검증하였다. 이 모델은 Fig. 1과 같이 엔진의 제어를 위해 엔진의 외부에서 조절되어야 하는 3개의 입력변수(스로틀 개도, 점화시기 및 연료 유량)와 비선형 미분방정식의 형태로 표현되는 3개의 상태변수(흡기 매니폴드 압력, 연료막의 연료질량 및 엔진 회전수) 및 1개의 외란(부하 토크)으로 구성되며, 스톱 밸브 통과 유량과 토크 생성 모델은 3개의 상태 변수에 비해 시정수가 매우 작기 때문에 [5] 대수식의 형태로 나타내었다.

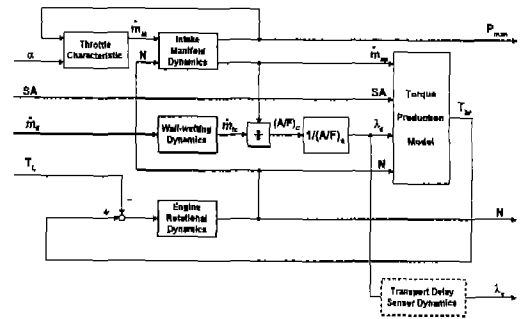


Fig. 1 Block diagram of 3-state dynamic engine model

2. 실험장치의 구성

엔진 모델 개발을 위하여 2.0L 4 실린더, 4 밸브 DOHC 엔진과 와전류식 동력계를 이용하였다. 점화시기와 연료분사량 제어는 자체 개발한 PC 기반의 엔진 제어 장치(Engine Control System, ECS)를 이용하여 수행하였으며, 이 장치는 크랭크 축에 장착된 로터리 인코더와 캠 센서의 신호를 이용하여 각 기통별로 점화(점화코일 충전시간 및 점화시기) 및 연료분사(분사시기 및 기간)를 정밀하게 제어할 수 있다[7].

또한 이 장치는 8 채널의 A/D 변환기를 내장하고 있으며, 이를 통하여 흡기관 압력, 공기량, 공연비, 스톱 밸브 개도 및 제동 토크를 크랭크 각도 기준으로 측정하였다. 공연비는 광역 산소 센서인 BOSCH LSU4를 사용하여 각 실린더의 배기 다기관인 합류점에서 측정하였으며, 스톱 밸브 통과유량은 스톱 밸브 상류에 설치한 Hitachi 공기유량 센서를 이용하였다. ECS와 인코더 신호를 공유하는 별도의 PC로 연소해석 시스템을 구축하였으며, Kistler사의 압력센서의 신호를 입력으로 하여 도시평균유효압력(Indicated Mean Effective Pressure, IMEP)을 구하였다.

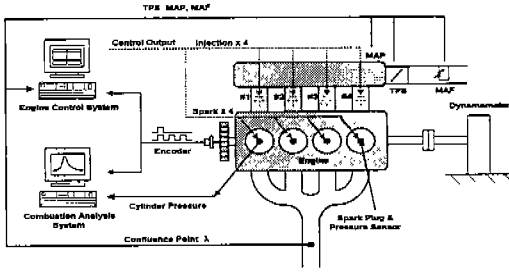


Fig. 2 Experimental setup for dynamic engine model development

3. 엔진 모델링

3.1 스로틀 밸브 통과 유량

스로틀 밸브를 통과하는 공기 유동은 노즐을 통과하는 압축성 유체의 등엔트로피 유동의 특별한 경우로 간주할 수 있다[5]. 그러나 노즐의 실제 유동은 이상 유동에서 가정한 1차원, 정상, 단열 가역과정이 아니기 때문에 이를 보상하기 위하여 유량계수 (Discharge coefficient), C_D 가 포함된 형태로 식 (1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{m}_{real} = \frac{C_D A_T P_o}{\sqrt{RT_o}} \left(\frac{P_T}{P_o} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \times \left\{ \frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{P_T}{P_o} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad \text{if } \frac{P_T}{P_o} \geq P_{CR}$$

$$\dot{m}_{real} = \frac{C_D A_T P_o}{\sqrt{RT_o}} \gamma^{\frac{1}{2}} \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad \text{if } \frac{P_T}{P_o} < P_{CR}$$

(1)

여기서, 임계 압력비, P_{CR} 은 식 (2)와 같다.

$$P_{CR} = \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (2)$$

스로틀 밸브를 통과하는 공기 유량, \dot{m}_{at}

는 식 (1)의 P_o 와 T_o 를 스로틀 밸브 상류의 압력과 온도인 대기압과 흡입 공기온도, P_T 는 스로틀 밸브 하류 압력인 흡기 매니폴드에서의 압력과 같다고 가정하면 식 (3)의 형태로 나타낼 수 있다[8].

$$\dot{m}_{at} = \frac{C_D A(a) P_o}{\sqrt{RT_o}} P_R^{\frac{1}{\gamma}} \times \left\{ \frac{2\gamma}{\gamma-1} \left(1 - P_R^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right) \right\}^{\frac{1}{2}} \quad \text{if } P_R \geq P_{CR}$$

$$\dot{m}_{at} = \frac{C_D A(a) P_o}{\sqrt{RT_o}} \gamma^{\frac{1}{2}} \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad \text{if } P_R < P_{CR}$$

$$\text{where } P_R = \frac{P_T}{P_o} \approx \frac{P_{man}}{P_{amb}} \quad (4)$$

식 (3)에서 알 수 있듯이 흡기 매니폴드의 압력이 임계치 이하인 경우 스로틀 밸브를 통과하는 공기 유량은 흡기 매니폴드 압력 및 엔진 회전수와는 무관하게 스로틀 개도, α 만의 함수로 결정된다.

스로틀의 개방 단면적 $A(a)$ 는 스로틀 보어를 원형, 스로틀 플레이트의 수직면에 대한 투영면적의 형상을 타원이라 가정하면, 식 (5)의 형태로 표현된다[9].

$$A_{th(a)} = \frac{\pi}{4} D^2 \left(1 - \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_o} \right) + \frac{D^2}{2} \sin^{-1} \left(\frac{d}{D} \right) - \frac{d}{2} \sqrt{D^2 - d^2} + \frac{D^2 \cos \alpha}{2 \cos \alpha_o} \sin^{-1} \left(\frac{d \cos \alpha_o}{D \cos \alpha} \right) + \frac{d}{2 \cos \alpha} \sqrt{D^2 \cos^2 \alpha - d^2 \cos^2 \alpha_o}$$

(5)

여기서 α_o 는 스로틀 밸브 전폐시의 누설 공기유량을 고려하기 위한 보정항이다.

$$\alpha_o = 0.91 \alpha^* - 2.59 \quad (6)$$

식 (3)에 나타난 바와 같이 스로틀 밸브의

통과유량은 개도, α 와 압력비, P_R 의 함수로서, 이들의 영향을 분리하여 고려하면 식 (3)은 식 (7)의 형태로 다시 쓸 수 있다. 이와 같은 형태로 표현하면 실제 제어기에 이 모델이 적용될 경우 간단한 형태의 Look-up table로 나타낼 수 있다[4].

$$\dot{m}_{at} = C_D \cdot MA \cdot TC \cdot PRI \quad (7)$$

여기서 MA 는 특정 스로틀 밸브의 형상에 따른 최대 유량을 나타낸 것이다. 또한 TC 는 스로틀 밸브 개도에 따른 유량특성을 나타내는 인자이며, PRI 는 압력비의 영향을 나타낸다.

$$MA = \frac{P_{amb} \cdot A_{th}(\alpha_{max})}{\sqrt{R \cdot T_{amb}}} \quad (8.1)$$

$$TC = \frac{A_{th}(\alpha)}{A_{th}(\alpha_{max})} \quad (8.2)$$

$$PRI = P_R^{\frac{1}{\gamma}} \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(1-\gamma)}} \times \sqrt{\frac{2}{\gamma-1} \left(1 - P_R^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right)} \quad \text{if } P_R \geq P_{CR} \quad (8.3)$$

$$PRI = 1.0 \quad \text{if } P_R < P_{CR}$$

유량계수, C_D 는 스로틀 개도와 압력비의 함수로서, 엔진을 정상상태로 운전하면서 스로틀 밸브 상류에서 측정된 실제 유량과 이상적인 경우의 유량의 비로부터 구하였다.

3.2 흡기 매니폴드 압력 모델

흡기 매니폴드의 압력에 관한 상태방정식은 흡기 매니폴드 내부의 공기량 보존법칙을 나타내는 식 (9)와 이상기체 상태방정식의 미분형인 식 (10)에 따라 유도할 수 있다.

$$\dot{m}_{ai} = \dot{m}_{at} - \dot{m}_{ap} \quad (9)$$

$$\dot{m}_{ai} = \frac{d}{dt} \left[\frac{P_{man} V_{man}}{R T_{man}} \right] \quad (10)$$

식 (10)을 식 (9)에 대입하고 정리하면 식 (11)을 얻을 수 있다.

$$\dot{P}_{man} = \frac{R T_{man}}{V_{man}} (\dot{m}_{at} - \dot{m}_{ap}) + P_{man} \left(\frac{\dot{T}_{man}}{T_{man}} \right) \approx \frac{R T_{man}}{V_{man}} (\dot{m}_{at} - \dot{m}_{ap}) \quad (11)$$

식 (11)의 우변의 근사가 가능한 것은 일반적으로 시간에 따른 흡기 매니폴드 압력의 변화량이 흡기 매니폴드 온도의 변화량에 비해서 매우 크기 때문에 모든 운전영역에서 흡기 매니폴드 내의 열전달을 무시할 수 있기 때문이다.

엔진의 흡기 포트 내부로 유입되는 공기유량은 대표적인 공기량 추정방법 중의 하나인 속도-밀도 알고리즘 (Speed-density algorithm)으로 표현된다. 이 관계식은 4행정, 4기통 엔진의 경우 식 (12)의 형태로 나타낼 수 있다.

$$\dot{m}_{ap} = \frac{V_D}{120 R T_{man}} \eta_{vol} P_{man} N \quad (12)$$

식 (12)에서 상수 부분을 제외하면 속도-밀도 알고리즘은 $(\eta_{vol} P_{man}) \times N$ 의 형태로 표시되며, 괄호안의 $\eta_{vol} P_{man}$ 은 행정당 증전 공기량에 비례한다[10]. 이 값은 표준 공기 증전량(Normalized air charge), m_{an} 이라 불리며, 정상 상태에서의 엔진실험을 통하여 구한 후 식 (13)의 형태로 근사하여 엔진 모델에 사용하였다.

$$m_{an} = \eta_{vol} P_{man} = f_1(n) + f_2(n) P_{man} \quad (13)$$

where $f_1(n) = f_{10} + f_{11}n + f_{12}n^2 + f_{13}n^3 + f_{14}n^4$,

$$f_2(n) = f_{20} + f_{21}n + f_{22}n^2$$

Fig. 3은 여러 운전 조건에서 구한 m_{an} 을 나타낸 것으로, 이 값은 일정한 엔진 회전수에서 매니폴드 압력에 비례하며, 엔진 회전수에 따른 변화는 그리 크지 않음을 알 수 있다.

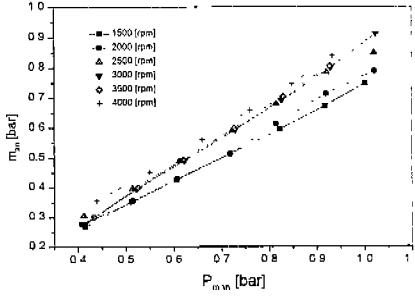


Fig. 3 Normalized air charge with P_{man} and N

식 (13)에 엔진 냉각수온 및 흡기온도를 고려한 보정항을 추가하면 표준 공기 충전량은 식 (14)와 같이 표시된다[11].

$$m_{ac}(n, P_{man}, T_{man}, T_{EC}) = m_{an}(n, P_{man}) C_{T_{man}} C_{T_{EC}}$$

where $C_{T_{man}} = \sqrt{\frac{T_{man}}{T_{man}^{cal}}}$,

$$C_{T_{EC}} = \frac{1.8T_{EC}^{cal} + 2000}{1.8T_{EC} + 2000} \quad (14)$$

일반적으로 엔진은 이벤트 기준으로 작동되므로 엔진 모델에서는 행정당 충전 공기량이 더욱 중요한 의미를 가지게 되며, 이는 식 (15.1)의 형태로 구하여야 하나, 정상상태에서는 식 (15.2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$m_{ac} = \int_{t_{ivo}}^{t_{ivc}} \dot{m}_{ab}(t) dt \quad (15.1)$$

$$m_{ac} = \frac{\dot{m}_{ab} \left[\frac{kg}{s} \right]}{N \left[\frac{rev}{min} \right] \left[\frac{min}{60s} \right] \left[\frac{2stroke}{rev} \right]} \quad (15.2)$$

$$= \frac{30 \dot{m}_{ab}}{N} = \left(\frac{V_D}{4RT_{man}} \right) m_{an}$$

식 (12)를 식 (11)에 대입하면, 식 (16)과

같이 시간영역에서의 흡기 매니폴드 압력 모델을 얻을 수 있다.

$$\frac{dP_{man}}{dt} = -\frac{V_D \eta_{vol} N}{120 V_{man}} P_{man} + \frac{RT_{man}}{V_{man}} \dot{m}_{at}$$

$$= -\frac{1}{\tau_{man}} (P_{man} - P_{man,ss}) \quad (16.1)$$

여기서, τ_{man} 는 식 (16.1)과 같이 1차 시스템으로 표시되는 흡기 매니폴드 압력 동력학의 시정수를, $P_{man,ss}$ 는 흡기행정시 정상상태에서의 스로틀 개도와 엔진 속도등에 의해 결정되는 흡기 매니폴드 압력을 각각 나타내며 다음의 식으로 표시된다.

$$\tau_{man} = \frac{120 V_{man}}{V_D \eta_{vol} N}, \quad P_{man,ss} = \frac{120 RT_{man}}{V_D \eta_{vol} N} \dot{m}_{at} \quad (16.2)$$

식 (16.1)의 양변에 $\frac{V_D \eta_{vol}}{4RT_{man}}$ 을 곱하면, 흡기 매니폴드 압력에 대한 상태방정식을 행정당 충전 공기량의 형태로 변환하는 것이 가능하며[12], 이 식을 사용하면 모델 기반의 공연비 제어시 계산량을 줄일 수가 있기 때문에 매우 유용한 형태라 할 수 있다.

$$\dot{m}_{ac} = -\frac{1}{\tau_{man}} (m_{ac} - m_{ac,ss}) \quad (17)$$

여기서 $m_{ac,ss}$ 는 정상상태에서의 행정당 충전 공기량을 나타내며, 정상상태에서의 엔진실험을 통하여 구할 수 있다.

$$m_{ac,ss} = \frac{30}{N} \dot{m}_{at} \quad (18)$$

3.3 연료막 모델

일반적으로 연료가 실린더 내부에 도달하기까지의 연료분사 과정은 그 양상이 매우 복잡하며, 인젝터의 위치, 분무특성, 분사시기, 포트 형상, 흡기 매니폴드 온도 및 연료

공급관의 압력 등과 같은 다양한 요소에 크게 영향을 받는다. 그러나 이러한 현상을 모두 고려한 모델을 엔진의 실시간 제어에 응용하는 것은 사실상 불가능하며, 이 현상을 대표적으로 표현할 수 있는 Fig. 4와 같이 표현되는 1차 시스템 형태의 모델이 주로 사용된다.

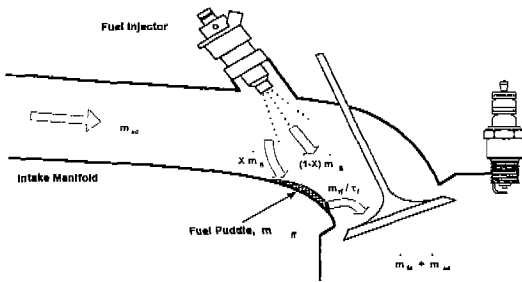


Fig. 4 Schematic diagram of the wall-wetting model

계산된 연료 분사량이 공기량에 비례하며, 그 중 일정 비율(X)의 연료가 벽면에 유막을 형성하고, 이 유막에서 증발하는 연료량은 유막의 연료량에 비례한다고 가정하면 연료 유막에 대한 연속 방정식으로부터 다음의 관계식을 얻을 수 있다[13].

$$\dot{m}_{ff} = -\frac{1}{\tau_f} m_{ff} + X \dot{m}_{fi} \quad (19.1)$$

유막을 형성하지 않고 공기 유동과 함께 실린더로 유입되는 연료량은 식 (19.2)와 같이 나타낼 수 있으며,

$$\dot{m}_{fc} = (1-X) \dot{m}_{fi} \quad (19.2)$$

이에 따라 실제로 실린더 내부로 유입되는 연료유량은 \dot{m}_{fc} 와 유막에서 시정수 τ_f 를 가지고 증발하는 연료와의 합으로 표시할 수 있다.

$$\dot{m}_{fc} = \dot{m}_{fi} + \frac{1}{\tau_f} m_{ff} \quad (19.3)$$

여기서 \dot{m}_{fi} 는 인젝터에서 분사되는 연료

유량으로, 각 인젝터의 특성과 배터리 전압 등에 좌우되며, 분사기간에 비례하는 분사 펄스당 연료 질량으로부터 구할 수 있다.

$$m_{fi} = K_{inj}(t_{inj} - t_0) \quad (20.1)$$

$$\dot{m}_{fi} = \frac{m_{fi}N}{30} \quad (20.2)$$

그러므로, 실린더 내부에서의 혼합기의 실제 공연비는 $\dot{m}_{ac} / \dot{m}_{fc}$ 가 되며, 이를 당량비로 나타내면, 식 (21)과 같다.

$$\phi_c(t) = (A/F)_s \frac{\dot{m}_{fc}(t)}{\dot{m}_{ac}(t)} \quad (21)$$

연료 거동 모델의 중요 변수인 X 와 τ_f 에 따른 공연비의 변화를 해석하기 위하여, 인젝터에서의 공급유량이 계단형으로 변화될 때, 실제 공연비의 변화를 예측하였다. 식 (19.1)을 초기치 문제(Initial value problem)로 가정하여, 그 해를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} m_{ff}(t) = & e^{-\frac{t}{\tau_f}} \tau_f X \dot{m}_{fi}(0) \\ & + \tau_f X \dot{m}_{fi}(t) \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_f}}\right) \end{aligned} \quad (22.1)$$

where $\dot{m}_{fi}(t) = \text{constant}$ at step test

$$m_{ff}(0) = \tau_f X \dot{m}_{fi}(0) \text{ at steady state}$$

따라서, 실린더 내부로 유입되는 연료의 질량유량은

$$\begin{aligned} \dot{m}_{fc}(t) = & (1-X) \dot{m}_{fi}(t) + \frac{1}{\tau_f} m_{ff}(t) \\ = & \dot{m}_{fi}(t) - X \Delta \dot{m}_{fi}(t) e^{-\frac{t}{\tau_f}} \end{aligned} \quad (22.2)$$

와 같으며, $\Delta \dot{m}_{fi}(t)$ 는 입력의 변화량으로, $\Delta \dot{m}_{fi}(t) = \dot{m}_{fi}(t) - \dot{m}_{fi}(0)$ 와 같다. 스로틀 개도는 일정하게 유지하면서 연료량만 계단형으로 변화시키면, 당량비($\phi = 1/\lambda$)는 식 (21)에 따라 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$\phi_c(t) = \frac{(A/F)_s}{\dot{m}_{ac}} \times \left[\dot{m}_{fv}(t) - X \Delta \dot{m}_{fv}(t) e^{-\frac{t}{\tau_f}} \right] \quad (22.3)$$

Fig. 5와 Fig. 6은 위 식을 이용하여, 과도 상태에서 연료막 모델의 변수들이 공연비에 미치는 영향을 분석한 것으로, Fig. 5는 τ_f 가 0.6[sec]으로 일정한 경우, Fig. 6은 X 가 0.6인 경우를 각각 나타낸 것이다. 과도상태 초기 공연비는 연료막을 형성하지 않고 공기 유동과 함께 실린더 내부로 유입되는 증발연료량, \dot{m}_{fv} 의 영향으로 급격하게 상승되며, 그 후 연료막의 증발 거동에 따라 지수함수의 형태로 서서히 변화하게 된다. 이 그림에 나타난 바와 같이 정상상태에서의 연료막의 거동은 τ_f 와 X 에 무관하며, 이들 값은 과도상태에서의 공연비 변화에만 영향을 미친다. 즉 과도상태 초기의 공연비 변화는 X 에 의해 좌우되며, τ_f 는 새로운 정상상태에 도달할 때 까지의 연료막의 거동을 지배하는 인자이다.

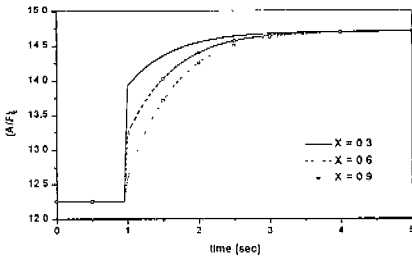


Fig. 5 Sensitivity of A/F response to X

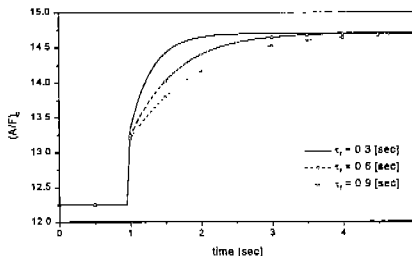


Fig. 6 Sensitivity of A/F response to τ_f

식 (19)로 표현되는 연료막 모델에서 X 와 τ_f 는 엔진의 여러 운전조건(엔진 회전수, 엔진 부하, 공연비 및 냉각수온)에 크게 좌우되며, 그 중 식 (23)과 같이 엔진 회전수와 냉각수온에 가장 크게 영향을 받는다[18].

$$X = a_1 + b_1(N) + [a_2 + b_2(N)] T_{EC} \quad (23.1)$$

$$\tau_f = [c_1 + c_2 T_{EC} + c_3 T_{EC}^2 + c_4 T_{EC}^4] / N \quad (23.2)$$

이 연구에서는 연료량을 계단형으로 변화시키면서, 배기관에 장착된 광역 산소센서를 이용하여, 여러 운전 조건에서 공연비를 측정하였다. 수집된 실험 데이터를 비선형 변수 추정 이론인 Levenberg-Marquardt법을 이용하여 X 와 τ_f 를 추정하였다[19].

3.4 토크 생성 모델

실린더 내에서의 연소과정에 의해 엔진의 토크가 발생하게 되며, 토크 발생량은 실린더 내 혼합기의 공연비, 점화시기 및 연소효율 등의 영향을 받는다. 엔진의 각 이벤트에 따른 시간 지연에 의해 토크 발생과정은 동적 특성을 가지게 된다.

이 연구에서는 엔진의 동적 토크가 엔진 회전수, 흡입 공기량, 점화시기 및 공연비의 함수라 가정하고 이를 예측할 수 있는 토크 발생 모델을 정상 상태에서의 엔진 실험을 통하여 유도하였다.

토크 생성 모델에서 가장 중요한 것은 각 운전 조건별로 최적의 점화시기를 찾는 것이다. 이를 위하여 엔진을 이론공연비로 운전하면서 각 조건 별로 MBT를 구한 후, 이 값과 공연비에 따른 MBT와의 차를 구하여 이를 $\Delta MBT(\lambda)$ 라 하였다. 이와 같이 하여 임의의 공연비에서의 MBT를 식 (24.2)와 같이 구할 수 있다. 지금까지의 대부분의 엔진 모델은 엔진이 이론공연비 근방에서 운전된다고 가정하고, 공연비에 따른 MBT의 변화를

고려하지 않았으나[2],[4],[5], 희박엔진이나 직분식 엔진 등과 같이 엔진의 운전영역이 확장되고 있는 추세이므로, 광범위한 운전영역에서 적용될 수 있는 모델이 필요하다.

$$\begin{aligned} (MBT)_{\lambda 1} &= f(m_{ac}, n) \\ &= m_0 + m_1 n + m_2 n^2 + (m_3 + m_4 n) m_{ac} \end{aligned} \quad (24.1)$$

$$(MBT)_{\lambda} = (MBT)_{\lambda 1} + \Delta MBT(\lambda) \quad (24.2)$$

where $\Delta MBT(\lambda) = d_0 + d_1 \lambda + d_2 \lambda^2$

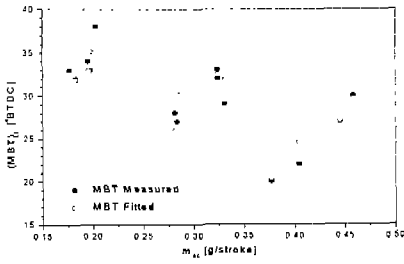


Fig. 7 MBT at stoichiometry

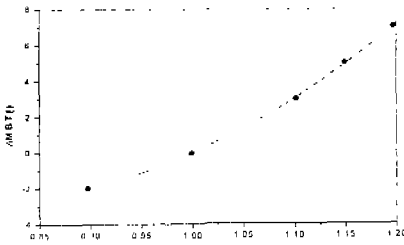


Fig. 8 MBT variation with respect to λ

도시토크는 실린더간 엔진의 변동량이 무시할 수 있을 정도로 작다고 가정하고, 1번 실린더에 압력센서를 설치하여 측정된 IMEP[14]로부터 구하였다.

$$\begin{aligned} IMEP &= \frac{1}{2V_s} \left(\sum_{\psi_1 = \psi_{BDC}}^{\psi_{EBC}} [P_c(\psi_k) + P_c(\psi_{k+1})] \right. \\ &\quad \left. \times [V_c(\psi_{k+1}) - V_c(\psi_k)] \right) \\ T_{ind} &= \frac{100 V_D IMEP}{6.28 N_{cyl}} \end{aligned} \quad (25)$$

공연비와 점화시기가 고정되면 엔진의 도시토크는 엔진회전수와 충전 공기량만의 함

수로 표시할 수 있다. 따라서 엔진을 이론 공연비에서 MBT로 운전했을 때의 도시토크는 다음 식으로 나타내어 진다.

$$(T_{ind})_{MBT, \lambda 1} = t_0 + t_1 n + t_2 n^2 + (t_3 + t_4 n) m_{ac} \quad (25.3)$$

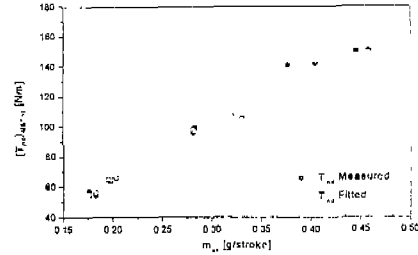


Fig. 9 Indicated torque at MBT and $\lambda = 1$ 임의의 운전조건에서의 도시토크는 식 (25.3)에 변동된 운전조건을 반영하는 점화시기 효율 및 공연비 효율을 곱함으로써 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} T_{ind}(n, m_{ac}, \eta_{\Delta SA}, \eta_{\lambda}) \\ = (T_{ind})_{MBT, \lambda 1} \cdot \eta_{\Delta SA} \cdot \eta_{\lambda} \end{aligned} \quad (26)$$

where $\eta_{\Delta SA} = s_0 + s_1(\Delta SA) + s_2(\Delta SA)^2$

$$\Delta SA = (MBT)_{\lambda} - SA$$

$$\eta_{\lambda} = l_0 + l_1 \lambda + l_2 \lambda^2$$

여기서 $\eta_{\Delta SA}$ 는 임의의 공연비에서의 MBT와 해당 운전 조건에서의 점화시기의 차로 표시되며, 그 값은 MBT에서 1이 된다. η_{λ} 는 도시토크에서 공연비의 영향을 나타내며, 이론 공연비에서 1이 되도록 정규화하였다.

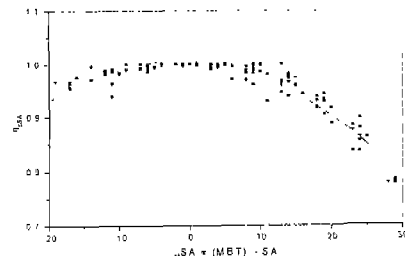


Fig. 10 Spark timing efficiency

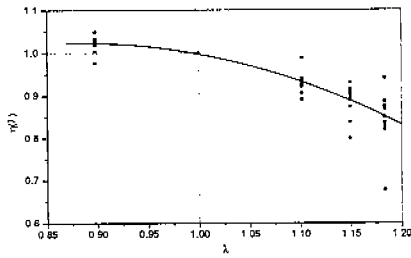


Fig. 11 A/F efficiency

혼합기의 연소에 의해 발생된 도시토크는 펌핑 및 마찰 손실에 의하여 그 값이 감소하게 되며 그 두 값의 차가 제동 토크가 된다. 이 연구에서는 정상상태에서 연소실 압력으로부터 측정된 도시토크와 동력계에서 측정된 제동토크와의 차이로부터 펌핑 및 마찰토크, T_{flp} 를 추정하였다. 일반적으로 펌핑 및 마찰 손실은 엔진 회전수와 흡기 매니폴드 압력의 함수로 표현되며[11], 이 연구에서는 펌핑 및 마찰 토크를 엔진 회전수와 충전 공기량의 다항식으로 근사하여 사용하였다.

$$T_{flp} = p_1 + p_2 n + p_3 n^2 + (p_4 + p_5 n) m_{ac} \quad (27)$$

위에서 설명한 토크 발생 모델을 종합해 보면, 이 연구에서 제안한 토크 발생 모델은 엔진 회전수, 충전 공기량, 연료 유량 및 점화시기를 입력으로 하여 6개의 다항식으로 근사된 세부 모델들에 의해 제동 토크를 출력하는 시스템이다. Fig. 12는 이 과정을 나타낸 것으로 토크 생성 모델에 동적 특성을 부여하기 위해 3개의 시간지연항을 도입하였다. 이와 같은 방법은 엔진의 연소과정이 공기 및 연료의 전달 동력학에 비해 매우 빠르게 일어나기 때문에 실시간 제어용 모델링의 측면에서는 타당하다 할 수 있다. 그러나 이와 같은 시간지연항들은 잠재적으로 폐루프 제어 시스템의 안정성 문제를 일으킬 수 있기 때문에 제어 시스템 설계시 신중하게 고려되어야 한다[4].

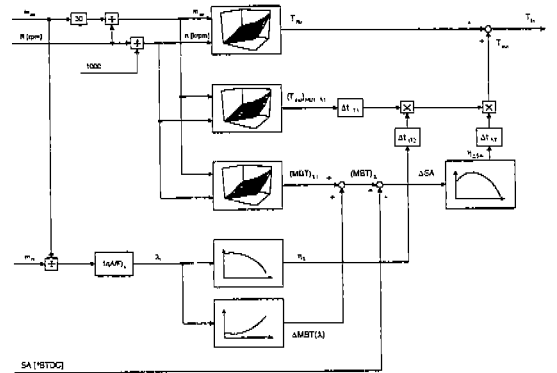


Fig. 12 Schematic diagram of torque production model

3.5 엔진 이벤트 사이의 전달지연

Fig. 13은 1 사이클 동안 엔진에서 발생하는 이벤트를 크랭크 각도 영역에서 도시한 것이다. SI 엔진에서 혼합기는 흡기 행정때 실린더 내부로 유입되게 되며, 흡기 밸브가 닫히는 순간 현재의 사이클에서 토크 생성에 기여할 수 있는 혼합기의 양과 공연비가 완전히 결정되기 때문에 샘플링 주기를 흡기 이벤트와 동기되도록 하는 것이 필요하다. 엔진의 각 이벤트가 특정 순간에 발생한다고 가정하면[2], 다음과 같이 각 전달지연 기간을 정의할 수 있다.

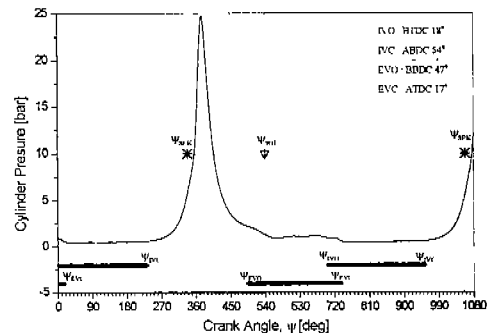


Fig. 13 Timing diagram of engine events

- Intake to exhaust delay

$$\Delta\psi_{IE} = 615 - 126 = 489 \quad (28)$$

- Intake to torque delay

$$\Delta\psi_{IT1} = \psi_{Tc} - \psi_{Ic} = 405 - 126 = 279$$

• Injection to torque delay

$$\Delta\psi_{IT2} = (720 - \psi_{SOI}) + \psi_{Tc} = 585$$

• Spark to torque delay

$$\Delta\psi_{ST} = \psi_{Tc} - \psi_{SA} = 405 - (360 - 30) = 75$$

3.6 엔진의 회전 동력학

엔진 회전속도에 대한 상태방정식은 엔진과 동력계의 유효 관성모멘트가 일정하다고 가정하여 집중 변수 시스템(Lumped parameter system)으로 모델링하였다. 실제의 엔진에서는 슬라이더-크랭크 기구의 운동이 크랭크 각도에 따라 정현파의 형태로 변하기 때문에, 크랭크 축, 커넥팅 로드, 피스톤 및 밸브계등의 유효 극관성 모멘트가 크랭크 각도의 함수로 나타내어지며, 연소과정 중의 압력파에 의하여 비틀림 진동도 발생하게 된다. 그러나 이 연구에서 제안하는 엔진 모델의 목표가 각 상태변수들의 평균적인 거동을 예측하는 것이기 때문에 이와 같은 가정은 타당하다 할 수 있다.

Newton의 제 2법칙에 따라 엔진 회전속도에 대한 상태 방정식은

$$J_{eff} \frac{dN}{dt} = \frac{30}{\pi} (T_{ind} - T_{flp} - T_L) \quad (29)$$

$$\text{where } T_{ind}(t) = (T_{ind})_{MBT, \lambda_1}(t - \Delta t_{IT1}) \\ \times \eta_{ASA}(t - \Delta t_{ST}) \\ \times \eta_{\lambda}(t - \Delta t_{IT2})$$

$$\text{with } \Delta t_{IT1} = \frac{\Delta\psi_{IT1}}{6N(\dot{t})}, \Delta t_{IT2} = \frac{\Delta\psi_{IT2}}{6N(\dot{t})}$$

$$\Delta t_{ST} = \frac{\Delta\psi_{ST}}{6N(\dot{t})}$$

와 같이 표현된다.

4. 엔진 모델의 검증

엔진 모델을 검증하기 위해서는 광범위

한 운전영역에서 정상 상태와 과도 상태에서 의 실험을 수행하여야 한다. 이 연구에서 유도된 대수식들은 정상 상태에서의 실험 데이터를 비선형 최소 제곱법의 일종인 Levenberg-Marquardt법[17]을 이용하여 근사시킨 것으로, 각 대수식 마다 실험 데이터와 근사식을 이용한 데이터를 비교하여 도시하였다.

시뮬레이션 수행시 샘플링 시간은 이벤트 기준으로 작동하는 엔진의 특성을 반영하기 위하여 흡기행정과 동기되도록 선정하였다.

$$t_s = \frac{120}{N_{cyl} N} \quad [\text{sec}] \quad (30)$$

엔진 모델의 검증을 위하여 엔진 동력계를 이용하여 다양한 운전조건에서 실험을 수행한 후 이를 동일한 입력 데이터(스로틀 개도, 연료 분사량 및 점화시기)를 사용하여 모델의 예측 결과와 비교하였다.

4.1 정상상태에서의 엔진모델의 검증

정상 상태에서의 엔진 모델 검증을 위하여 엔진을 점화시기, 공연비, 스로틀 개도 및 부하 토크가 일정한 조건에서 운전하면서 획득된 실험 데이터를 동일한 조건에서의 시뮬레이션 결과와 비교하였다. 비교 데이터는 MBT, 이론공연비 조건에서 엔진 회전수는 1500~4000[rpm]까지 500[rpm] 간격, 흡기 매니폴드 압력은 0.4~1.0[bar]범위에서 0.1[bar] 간격으로, 총 42개의 운전조건으로 구성하였다.

정상 상태에서 실험치와 모델의 비교 결과 저부하 영역($P_{man} = 0.4[\text{bar}]$)에서는 주요 모델변수의 오차가 10[%] 정도 발생하였으나, 그 이외의 영역에서는 약 5[%] 내외로 전 영역에서 비교적 정확하게 예측할 수 있었다. 이 연구에서는 와전류식 동력계를 사용하였기 때문에 이 방식의 동력계의 특성상 저속·저부하영역에서 동력계가 인가해 줄 수

있는 제동토크의 한계가 존재하게 된다. 따라서 저속영역에서의 엔진모델의 신뢰성을 확보하기 위해서는 동력계의 한계성을 고려하는 것이 필요하다. Table 1은 정상상태 운전조건에서 저부하 영역($P_{man} = 0.4[\text{bar}]$)을 제외한 전체 운전조건에서 실험치와 예측치의 비교 결과를 나타낸 것이다.

Table 1 Mean errors in the steady state predictions of the engine model

Variable	% error
N	-5.01
P_{man}	5.68
m_{at}	-3.41

4.2 과도상태에서의 엔진 모델 검증

스로틀 개도가 변할 경우 각 상태변수의 동력학과 토크 발생 모델의 정확성을 검증하기 위하여 동력계를 일정 속도 모드와 일정 토크 모드로 운전하면서 흡기 매니폴드 압력, 엔진 회전속도, 흡기관 공기 유량, 제동 토크 및 배기 매니폴드에서의 공연비를 측정하였다. 3개의 상태변수 중 흡기 매니폴드 압력과 엔진 회전수는 직접 측정이 가능하나, 연료막의 거동은 측정이 곤란하기 때문에 배기 매니폴드에서의 공연비를 이용하여 모델을 검증하였으며, 토크 생성 모델은 동력계로부터 출력되는 제동 토크와 비교하여 그 정확성을 입증하였다.

(1) 엔진 회전속도가 일정한 경우

이 연구에서 제안한 토크 생성 모델이 과도 상태에서의 엔진 토크를 잘 추종하는가를 살펴 보기 위하여 엔진 동력계를 일정한 엔진 속도를 유지하도록 설정하였다.

Fig. 14와 Fig. 15는 엔진을 MBT로 운전하면서 스로틀 개도를 계단형과 정현파형으로 변화시켰을 때 실험 데이터와 모델의 예

측치를 비교한 것으로, 모델을 이용하여 계산된 흡기관 압력과 제동 토크가 실험 데이터와 매우 잘 일치함을 알 수 있다. 이 그림에서 제동토크의 경우 과도상태에서 모델과 실험 데이터 간에 약간의 지연시간이 발생하고 있으며, 이는 동력계의 제어기에서 토크를 D/A 변환하여 출력하는 과정에서 발생한 것이다.

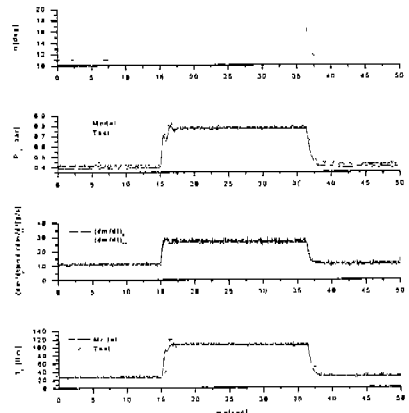


Fig. 14 Validation of engine model at constant engine speed (N=2000rpm)

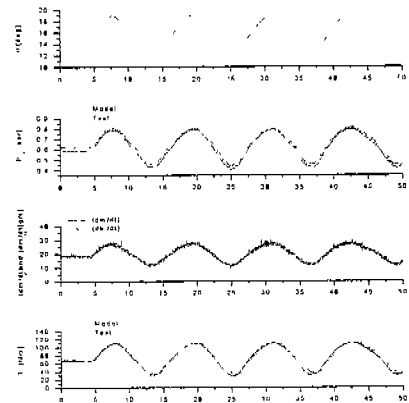


Fig. 15 Validation of engine model at constant engine speed (N=2000rpm)

(2) 부하 토크가 일정한 경우

이 연구에서 개발된 엔진 모델의 정확도를 검증하기 위하여 엔진 동력계가 일정한 부하 토크를 발생시키도록 설정하고, 3가지의 상

태변수의 거동을 관찰하였다.

Fig. 16과 Fig. 17은 엔진을 MBT로 운전하면서 스로틀 개도를 계단형과 랜덤형으로 변화시켰을 때 실험 데이터와 모델의 예측치를 비교한 것으로, 모델을 이용하여 계산된 흡기관 압력, 엔진 회전수 및 공연비가 실험 데이터와 잘 일치함을 알 수 있다.

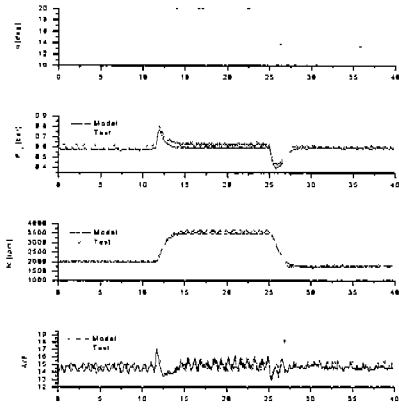


Fig. 16 Validation of engine model at constant load torque

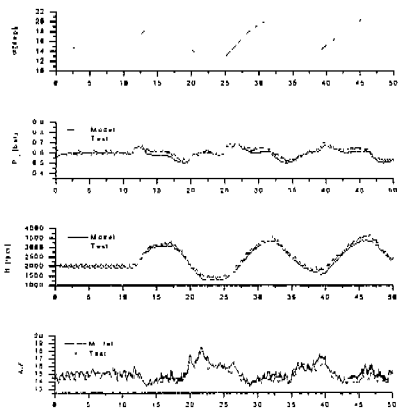


Fig. 17 Validation of engine model at constant load torque

5. 결론

이 논문에서는 정상 및 과도상태에서의 엔진 실험 데이터와 비선형 추정법을 이용하여 광범위한 운전영역에서 적용될 수 있는 비선형 동적 엔진 모델을 제안하였다. 이를

통하여 얻은 결론은 다음과 같다.

(1) 이 모델은 3개의 입력변수(스로틀 개도, 연료유량 및 점화시기)와 1개의 외란(부하 토크) 및 3개의 상태변수(흡기 매니폴드 압력, 연료막 내의 연료 질량 및 엔진 회전수)로 구성되며, 각각 독립적으로 검증된 대수식으로 표현되는 엔진의 중요 부시스템(Subsystem)(스로틀 통과 유량, 토크 생성 모델 등)을 포함하고 있다.

(2) 공연비에 따른 MBT의 변화를 토크 생성 모델에 반영함으로써, 기존 엔진 모델에 비해 그 응용범위가 확장되었으며, 희박 연소 엔진에도 용이하게 적용될 수 있다.

(3) 연료막 모델의 변수에 따른 공연비 변화의 해석을 통하여 각 변수가 과도상태의 공연비 특성에 미치는 영향을 분석하였다.

(4) 광범위한 정상 및 과도 운전영역에서 실험 데이터와 모델 예측치와의 비교를 통하여 모델의 정확성을 검증하였다.

(5) 이 모델은 수학적으로 매우 간단한 형태로, 실시간 계산이 가능하기 때문에 모델 기반 제어기나 관측기(Observer) 설계에 쉽게 적용될 수 있다.

(6) 향후 이 모델의 저부하 영역에서의 신뢰성 향상을 위해서는 저속·저부하 운전시와 전류식 동력계의 특성을 고려할 필요가 있다.

참고 문헌

1. N. F. Benninger and G. Plapp, "Requirements and Performance of Engine Management Systems under Transient Conditions", SAE 910083.
2. D. J. Dobner, "Dynamic Engine Models for Control Development - Part I", Int. J. of Vehicle Design, SP4, 1983.

3. M. Nasu, et. al., "Model-based Fuel Injection System for SI Engines", SAE 961188.

4. J. J. Moskwa and J. K. Hedrick, "Modeling and Validation of Automotive Engines for Control Algorithm Development", Trans. ASME, J. Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 114, June, 1992.

5. E. Hendricks and S. C. Sorenson, "Mean Value Modeling of Spark Ignition Engines", SAE 900616.

6. E. Hendricks and S. C. Sorenson, "SI Engine Controls and Mean Value Engine Modeling", SAE 910258.

7. 윤팔주, 김명준, 선우명호, "크랭크 각 기준의 엔진 제어시스템 설계·제작에 관한 연구", 자동차공학회 논문집, 제6권, 4호, 1998.

8. J. B. Heywood, "Internal Combustion Engine Fundamentals", McGraw-Hill Book Company, 1988.

9. D. L. Harrington and J. A. Bolt, "Analysis and Digital Simulation of Carburetor Metering", SAE 700082.

10. E. Hendricks, et. al, "Modeling of the Intake Manifold Filling Dynamics", SAE 960037.

11. C. F. Taylor, "The Internal Combustion Engine in Theory and Practice, Vol. 1", 2nd ed. MIT Press, 1985.

12. J. D. Powell, et. al.,

"Observer-based Air-Fuel Ratio Control", IEEE Control Systems, Vol. 18, No. 5, 1998.

13. C. F. Aquino, "Transient A/F Control Characteristics of the 5 Liter Central Fuel Injection Engine", SAE 810494.

14. M. F. Brunt, et. al., "Evaluation of IMEP Routines and Analysis Errors", SAE 960609.

15. J. D. Powell, et. al., "Engine Air-Fuel Ratio Control Using an Event-Based Observer", SAE 930766.

16. B. K. Powell and J. A. Cook, "Nonlinear Low Frequency Phenomenological Engine Modeling and Analysis", Proc. American Control Conference, 1987.

17. T. J. Zielinski and R. D. Allendoerfer, "Least Squares Fitting of Nonlinear Data in the Undergraduate Laboratory", J. of Chemical Education, Vol. 74, No. 8, 1997.

18. P. J. Shayler, Y. C. Teo and A. Scarisbrick, "Fuel Transport Characteristics of SI engines for Transient Fuel Compensation", SAE 950067.

19. 선우명호, 윤팔주, 주진호, "가솔린 기관의 연료막 보상기 설계 및 공연비 제어에 관한 연구", 자동차공학회 추계학술대회 논문집, pp. 154~159, 1998.