

점용접이음재의 피로수명 예측에 관한 확률적 검토 (I) : Weibull 확률 분포함수 적용

Statistical Investigation on Fatigue Life Prediction of the Spot Welded Lap Joint (I) : Application of Weibull Probability Distribution Function

손 일 선*, 배 동 호**
Ilseon Sohn, Dongho Bae

ABSTRACT

Spot welding is very important and useful technology in fabrication of the thin sheet structure such as the automobile, train and air craft. Because fatigue strength of the spot welding point is however considerably lower than base metal due to stress concentration at the nugget edge, reasonable fatigue strength evaluation of spot welded lap joint is very important to estimate the reliability and durability of the spot welded structure and to establish a criterion of long life fatigue design. For reasonable fatigue strength evaluation, it is necessary to estimate the fatigue strength of spot welded lap joints, systematically. So far, many investigators have numerically and experimentally studied on the systematic fatigue strength estimation for various spot welded lap joints, and the methods suggested has been considerably accumulated. By the way, for applying them in practical fatigue design of the thin sheet structure fabricated by spot welding, it is also necessary to verify their efficiency and reliability on the predicted results. Therefore, in this study, a statistical fatigue strength estimation method for spot welded lap joints was developed by using the Weibull probability distribution function. From the result, it was found that fatigue strength and fatigue life of the spot welded lap joints having various dimension were able to be statistically predicted. And also, a reliable criterion for long life fatigue design of the spot welded lap joint could be established.

주요기술용어 : Spot welding(점용접), Spot welded lap joint (점용접이음재), Fatigue strength (피로강도), Fatigue life(피로수명), Reliability (신뢰성), the Weibull probability distribution function(와이블 확률분포 함수)

* 정회원, 대우자동차 기술연구소

** 정회원, 성균관대학교 기계공학부

1. 서 론

전기저항용접(electric resistance welding) 기술의 일종인 점용접(spot welding)은 자동차 차체 제작에서 필수불가결의 수단이 되고 있기 때문에, 점용접이음재의 응력분포 상황을 해석하고, 피로강도를 평가하는 것은 차체의 내구성 평가는 물론 장수명 설계기준을 확보하기 위한 기초자료로서 매우 중요하다. 따라서, 점용접이음재에 관한 응력해석과 피로강도 평가에 관해 많은 연구들이 지금까지 수행되어 왔고, 그 실적도 상당히 축적 되어 있기도 하다.[1-3]

특히, 피로강도 평가에 있어서는 하중진폭 - 피로수명 관계($\Delta P - N_f$ relation)가 재질, 용접조건, 이음재 형상 및 역학적 조건 등에 의해서 다양한 분포형태를 나타내기 때문에, 점용접된 단순 이음재 또는 부재의 체계적이고, 통일된 피로강도 평가와 수명예측 및 설계기준의 설정에 많은 어려움과 문제점이 제기되어 왔다. 이와 관련하여, 점용접부 최대응력과 최대변형에너지 또는 파괴역학의 응력확대계수를 매개변수로 한 피로강도 평가법들이 연구되어 여러 가지 인자들을 통일적으로 고려한 피로설계기준들이 제시되고 있다.[4-8]

하지만, 점용접이음재의 피로강도 및 피로수명을 단순하고 합리적으로 예측 할 수 있는 방법에 관해서는 아직까지 이렇다 할 연구 결과가 보고되고 있지 않은 듯 하다. 지금까지 축적된 점용접이음재들에 대한 피로실험 데이터와 통일적이고 체계화된 피로강도 평가법들을 이용해서 임의의 특정형상을 갖는 점용접이음재의 피로강도 평가와 피로수명을 예측할 수 있다면, 용접조건과 이음형상에 따라 많은 실험을 수행하지 않고 피로설계 기준을 결정할 수 있을 것이다. 본 연구와

관련해서, 점용접이음재들에 대한 통계적 피로수명 및 피로강도 평가에 관한 연구 예는 다음과 같다.

Zhao [9]등은 맞대기 용접부의 피로수명에 대한 신뢰성 평가를 위하여 6가지의 통계적 분포법 - 3 parameter Weibull, 2 parameter Weibull, extreme minimum value, extreme maximum value, normal and log-normal - 을 이용하여 용접부 피로실험 결과에 대한 연구를 수행하여, 맞대기용접의 피로수명 평가에는 최대극치법(extreme maximum value) 분포함수와 3 모수 와이블 분포 함수(3-parameter Weibull distribution function)를 적용하는 것이 용접부 피로수명을 예측하는데 보다 더 적합함을 제시하였다. 그리고, Schijve [10]는 피로수명의 통계적 연구방법으로서 와이블 분포 함수(Weibull distribution function)와 정규분포 함수(normal distribution function)를 비교 연구하여, 와이블 분포 함수가 피로수명 평가에 더 적합함을 보였으며, Sakai [11]등은 피로수명 평가를 위한 와이블 분포함수의 모수를 평가하기 위하여 여러 가지 모수추정법을 비교 평가한 결과 상관계수법이 3 모수 와이블 분포함수를 평가하는데 가장 적절하다고 하였다.

이상과 같이 데이터 베이스화된 피로강도 및 피로수명 평가결과를 가지고 통계적으로 접근함에 있어서는 와이블 확률 분포 함수를 이용하는 것이 유리함을 이해할 수 있으나, 아직까지 선 용접이 아닌 직경 수 mm의 점용접이음재에 관한 통계적 피로강도 평가와 수명예측 방법은 제시된 바가 없는 듯하다. 본 연구에서는 점용접부에 대한 통계적인 피로 강도 및 수명 평가를 위하여, 상관관계법을 이용한 3 모수 와이블 분포함수를 IB형(inner-bending) 시편의 피로실험 결과에 적용하여, 통계적인 접근을 시도하고, 그 결과에 대한 신뢰성을 검증하고자 하였다.

2. 피로강도 평가

2.1 시편 및 실험장치

와이블 확률분포 함수에 의한 수명에측과 신뢰성 평가를 위한 점용접이음재의 모델은 자동차 차체의 대표적 이음형태로 분류되고 있는 IB형 (in-plane bending type) 이음재를 대상으로 하였다. Fig. 1은 인장-전단하중을 받는 IB형 일점 점용접이음재의 형상을 나타낸 것이다.

시편재료는 자동차 차체구조용으로 많이 사용되고 있는 냉간압연강판 (SPCC)으로 하였다. 측정된 화학적 성분과 기계적 성질은 Tables 1, 2와 같고, 점 용접기의 전극직경은 6mm로 하되, 용접 조건은 Table 3(RWMA Class-C)으로 설정하였다.[12] 피로실험 장치는 서보 유압식(servo hydraulic) 피로시험기(MTS사, ±10 ton)이고, 시편의 외 표면에 나타나는 피로균열의 발생여부와 성장길이 측정은 이동식 현미경(×50)을 사용하였다. 그리고, 시편의 두께를 1.0mm와 2.0mm로 하여 피로강도에 대한 판 두께의 영향은 물론, 실 구조물에 있어서, 면내변형의 정도를 나타내는 두 판재간의 이음각에 대한 영향을 파악하기 위해 이음각을 1.25°, 2.5°, 5.0° 및 7.5° 로 하였다. 그밖에, 시편 폭을 30, 40 및 60mm로 변화시켜, 피로강도에 대한 판 폭의 영향도 파악코자 하였다.

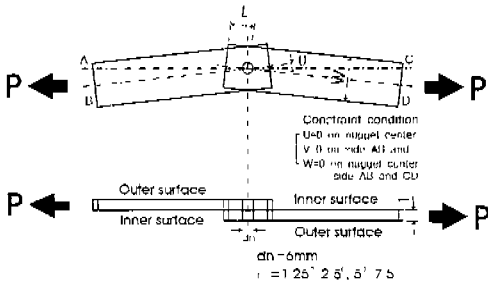


Fig. 1 The simulated model of IB type spot welded lap joint under tension-shear load

공기 중 피로실험에 있어서 피로균열의 성장특성에 대한 하중반복속도의 영향은 미소하기 때문에, 본 실험에서는 Table 4에 나타낸 바와 같이 하중 반복속도를 25Hz로 하여 피로실험을 수행하였다.[13] 피로하중의 부하형태는 하중비 ($R = P_{min}/P_{max}$) 가 0인 완전편진 정현파로 하였다. 또한, 피로수명은 시편 부하 측 내 표면 너깃단에서 발생 및 성장한 피로균열이 외표면에 나타나서 균열이 너깃 직경과 동일한 크기로 진전되었을 때까지의 cycle 수로 결정하였으며, 피로한도는 10^7 cycles까지의 피로균열이 발생하지 않는 하중으로 하였다.

Table 1 Chemical composition of specimen (wt. %)

	C	Si	Mn	P	S	Ni	Al	Fe
SPCC	0.12	0.01	0.0127	0.015	0.007	0.025	0.045	Rem.

Table 2 Mechanical properties of specimen

Material	Tensile Strength (MPa)	Yield Strength (MPa)	Elongation (%)
SPCC	307.0	168.4	47

Table 3 Welding conditions of specimen (RWMA class-C)

Welding Condition	Value
Electrode Force (F)	1962 N
Current (I)	8.3 kA
Welding Time	15 cycles

Table 4 Fatigue test condition (IB type specimen)

Test condition	Value
Load Ratio ($R=P_{min}/P_{max}$)	0
Frequency	25 Hz
Wave	Sine

2.2 피로실험 결과

Fig. 2는 여러 가지 기하학적 형상을 갖는 IB형 일점 점용접 시험편의 피로강도 평가 결과를 나타낸 것이다. IB형 일점 점용접이음재의 피로강도에 대한 이음각의 영향을 살펴보면, 반복하중의 범위가 큰 영역에서는 박판의 대변형 현상 때문에 피로강도에 대한 이음각의 영향을 구분하기가 모호하나, 반복하중의 범위가 낮은 영역에서는 이음각의 영향을 잘 나타내고 있다. 즉, 이음각이 작을수록 동일한 하중범위에서의 피로수명은 길어지며, 피로한도(fatigue limits)도 큰 값을 나타냈었다. $\theta=1.25^\circ$, $\theta=2.5^\circ$ 에서 피로한도는 $\Delta P = 980$ N, $\theta=5.0^\circ$ 에서 피로한도는 $\Delta P = 784$ N 그리고 $\theta=7.5^\circ$ 에서 $\Delta P = 588$ N 부근으로서, 이음각의 크기가 커질수록 피로한도는 감소함을 알 수 있다. 이것은 저 하중 범위에서는 면내 굽힘모멘트(in-plane bending moment)가 이음각(θ)에 비례하는 특성의 영향이 고 하중 범위에서보다 크게 반영되었기 때문인 것으로 사료된다.

판 두께(t)의 영향을 살펴보면, $t = 1$ mm에서 $t = 2$ mm로 증가함에 따라서 동일 하중범위에서 훨씬 더 긴 피로수명을 나타내고, 피로한도도 큰 값을 나타냈다. 이것은 시편두께가 증가할수록 굽힘 강성이 커지기 때문인 것으로 판단된다.

시편 폭(W)에 대한 피로수명의 관계는 $W = 30, 40$ 및 60 mm 세 가지 경우를 대상으로 실험을 수행하였으며, 비교적 큰 하중범위에서는 피로수명의 차이가 어느 정도 나타났으나, 하중범위가 적어질수록 그 차이가 줄어들어 동일한 피로한도를

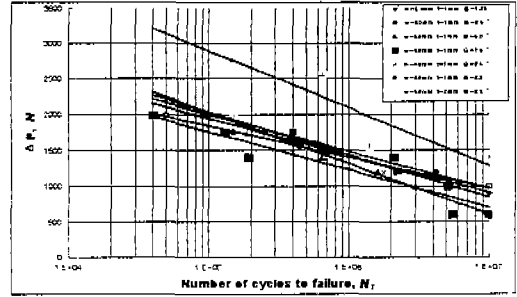


Fig. 2 $\Delta P-N_f$ relation of IB type spot welded lap joint

나타내었다. 이것은 하중이 크면, 박판의 대변형 특성 때문에 면외굽힘변형이 커지고, 이의 영향이 점용접부 너깃단의 응력집중에 작용한 때문인 것으로 간주될 수 있다. 그러나, 실 구조물에 가해지는 피로하중의 범위는 이보다 낮은 경우가 대부분이기 때문에, 하중범위가 큰 영역은 실용적인 측면에서 시편 폭의 영향을 고려하지 않아도 되리라 사료된다.

3. 피로수명 예측에 관한 확률적 검토

3.1 상관관계법에 의한 모수추정법의 이론적 배경

와이블 분포(Weibull distribution)는 식 (1)의 분포함수에 의해 정의되는 분포로서, 재료과피 연구에 있어서 와이블(Weibull)에 의하여 제안되었다.[14] 3 모수 와이블 분포함수(3-parameter Weibull distribution function)의 경우, 누적 분포함수(cumulative distribution function) $F(x)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$F(x) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x-c}{b}\right)^a\right] \quad (1)$$

여기서, a 는 형상모수(shape parameter), b 는 척도모수(scale parameter) 그리고 c 는 위치모수(location parameter)이다.

식(1)을 대수그래프로 변환하면, 아래의 선형 방정식(linear equation)을 구할 수 있다.

$$\ln \ln \frac{1}{1-F(x)} = -a \ln b + a \ln(x-c) \quad (2)$$

여기서, X, Y, a', b'를 식(3)과 (4)로 각각 치환하고 정리하면, 식(5)의 표준선형방정식을 얻을 수 있다.

$$X = \ln(x - c), Y = \ln \ln \frac{1}{1 - F(x)} \quad (3)$$

$$a' = \frac{1}{a}, b' = \ln b \quad (4)$$

$$X = a'Y + b' \quad (5)$$

그 다음에 n 개의 표본 $x_1 < x_2 < \dots < x_n$ 에 대한 i번째의 표본 x_i 에 대한 누적빈도 $F(x_i)$ 를 $i/(n+1)$ 로 하면, 위치모수(location parameter) c가 이미 알려져 있을 때,

$$X_i = \ln(x_i - c), Y_i = \ln \ln \frac{1}{1 - F(x_i)} \quad (6)$$

이고, 와이블(Weibull) 확률지 상에서 n개의 점 (X_i, Y_i) 을 결정 할 수 있게 된다. 여기서,

$$\begin{aligned} \bar{X} &= \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n X_i, \bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n Y_i \\ S_x^2 &= \frac{1}{n-1} \sum_{i=0}^n (X_i - \bar{X})^2 \\ S_y^2 &= \frac{1}{n-1} \sum_{i=0}^n (Y_i - \bar{Y})^2 \end{aligned} \quad (7)$$

$$S_{xy} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=0}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})$$

으로 놓으면, 식 (5)의 직선의 모수(parameter) a', b' 추정치인 a'^{-1} , b'^{-1} 는 최소자승법을 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$a'^{-1} = \frac{S_{xy}}{S_y^2}, b'^{-1} = \bar{X} - a'^{-1} \bar{Y} \quad (8)$$

여기에서, 와이블 분포(Weibull distribution)의 원래 모수 추정치는 식(4)에 의해

$$a^{-1} = \frac{1}{a'^{-1}}, b^{-1} = \exp(b'^{-1}) \quad (9)$$

식(9)가 된다. 그리고 위치모수(location parameter) c를 구하기 위하여 와이블 확률지 상의 n 개의 점의 좌표 $(X_i, Y_i) (i = 1, 2, \dots, n)$ 에 대한 상관계수

$$\rho = \frac{S_{xy}}{S_x S_y} \quad (10)$$

를 취하고, c를 변화시키면서 식(10)의 ρ 를 반복 계산하여, ρ 가 최대가 되는 c값을 구한다.

이것을 위치모수(location parameter)의 추정치 c로 하는 것이 상관계수법에 의한 모수추정법이다. 이 c값으로 회귀분석을 수행하고 식(8)과 식(9)을 사용하여 형상모수 추정치 a^{-1} 와 척도모수 추정치 b^{-1} 를 각각 구한다.

3.2 확률누적분포함수 계산과정

와이블(Weibull) 확률분포 함수에 의한 IB형 점용접이음재의 피로수명을 통계적으로 평가하기 위하여, 먼저 특정형상을 갖는 시편에 대한 피로 시험 데이터(data) 또는 하중-피로수명 관계 곡선(S-N curves)을 확보한 후, 시편 파손 수(failure number), 파손 시간(time to failure), 메디안 랭크(median rank), 전달함수(transformation)등을 계산하여 표로 작성한다. 이때, 메디안 랭크 및 전달함수의 값은 다음의 식을 이용하여 계산한다.

메디안 랭크:

$$(F) = \frac{j-0.3}{N+0.4} \times 100 \quad (11)$$

전달함수:

$$(T) = -\ln(1 - F) \quad (12)$$

그리고, 와이블 확률지(Weibull probability paper)를 이용하여 전달함수 값과 파손시간에 대한 표의 값들을 그래프 상에 도시하고, 그 점들을 연결하여 직선으로 표시한다. 데이터는 거의 일직선상에 나타나는 것이 바람직하며, 그렇지 않고 산포가 큰 경우는 일직선으로 만드는 기법을 이용하여 일직선을 구하거나, 추가 실험이 필요하다.

이러한 과정을 통하여 작성된 와이블 확률분포도로부터 특징의 목표 수명에 대한 신뢰성(Reliability) 또는 와이블 특성수명(Weibull

Characteristic life)을 도출 할 수 있으며, 와이블 특성수명을 구하는 과정은 Fig. 3과 같다.[15,16]

와이블 신뢰성:

$$R(x) = \exp\left[-\left(\frac{x-c}{b}\right)^a\right] \quad (13)$$

와이블 특성수명 c:

$$F(c) = 1 - e^{(-1)} = 63.2 \quad (14)$$

4. 와이블 확률분포에 의한 수명예측과 신뢰성 평가 결과

Table 5는 IB형 점용접이음재(ex: $W=30\text{mm}, t=1\text{mm}, \theta=2.5^\circ$)의 와이블 분포 함수 계산에 필요한 메디안 랭크 및 전달함수를 식(11)과 식(12)을 이용하여 계산한 값을 나타내고 있다. 이러한 계산결과를 이용하여 와이블 누적분포 함수와 전달함수에 대한 파손수명의 그래프를 구할 수 있다.

Table 5 The calculation data of Weibull distribution function

(ex, $W=30\text{mm}, t=1\text{mm}, \theta=2.5^\circ$)

Failure Time	Failure Count	Median Rank	Transformation
98,000	1	0.12963	0.138836
420,000	2	0.314815	0.378066
2,130,000	3	0.5	0.693147
2,200,000	4	0.685185	1.155771
10,000,000	5	0.87037	2.043074

Fig. 4는 IB형 점용접이음재의 누적분포 함수를 나타내고 있다. 점용접이음재의 경우는 모재가 박판이고, 직경 수 mm의 점상이라는 특성을 가지고 있을 뿐만 아니라, 외력에 의하여 이음재의 변형이 복잡하기 때문에, 일반적인 선 용접재와는 피로성질이 상이 할 것으로 예상되므로, 본 연구에서는 2 모수 와이블 확률분포 와 3 모수 와이블 확률분포를 동시에 평가하여 점용접이음재에 대한 적용가능성을 비교 검토하였다. Fig 4 (a)는 3 모수 와이블 분포함수를 나타내고 있으며, Fig. 4 (b)는 2 모수 와이블 분포함수를 나타내고 있다. 2 모수 와이블 분포함수인 경우는 Fig. 4 (b)와 같이 곡선적으로 표시되고, 3 모수 와이블 분포함수인 경우는 Fig. 4 (a)와 같이 선형적으로 표시됨을 알 수 있다. Sakai [11]등은 피로수명 평가를 위한 와이블 분포함수의 모수를 평가하기 위하여 여러 가지 모수추정법을 비교 평가한 결과, 상관계수법이 3 모수 와이블 분포함수를 평가하는데 가장 적절하다고 하였다. 따라서, 본 연구에서 시도한 점용접이음재의 피로 해석에 대한 와이블 확률분포의 적용은, Fig. 4 (b)의 결과에서 나타난 바와 같이, 상관관계법에 의한 3 모수 와이블 분포함수를 적용하는 것이 2 모수 와이블 분포함수를 적용하는 것 보다 점용접부의 피로수명 예측에 더 적합한 것으로 평가되었다. 따라서, 본 연구에서는 IB형 점용접이음재의 피로수명을 3 모수 와이블 함수를 이용하여

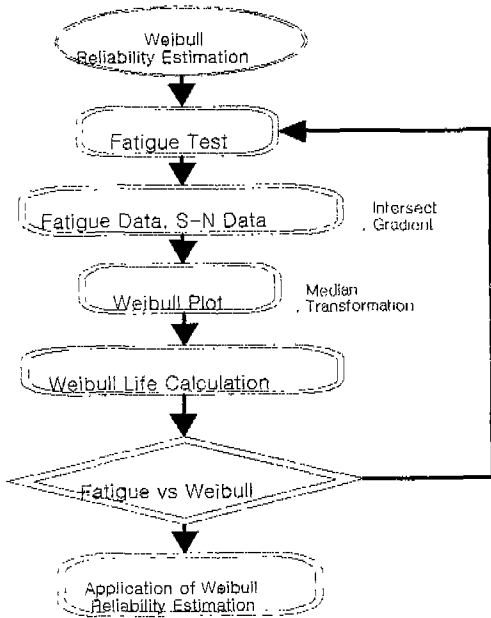
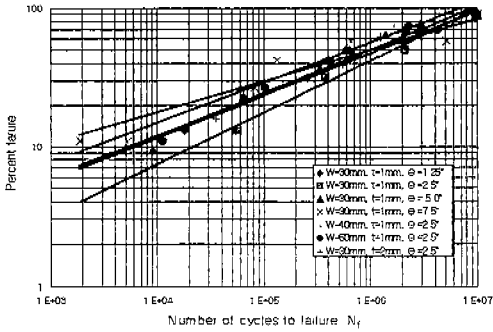
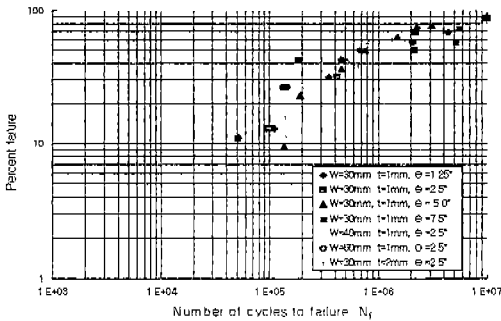


Fig. 3 Flow charts for Weibull reliability estimation



(a) 3-parameter Weibull distribution function



(b) 2-parameter Weibull distribution function

Fig. 4 The comparison of 3-parameter Weibull distribution function with 2-parameter Weibull distribution function

평가하기로 하였다.

3 모수 와이블 분포함수를 적용한 경우, 각각의 시편에 대한 형상모수(scale parameter), 척도모수(scale parameter) 및 위치모수(location parameter)의 값을 Table 6에 정리하였고, Fig. 5는 IB형 점용접이음재에 대하여 3 모수 와이블 분포함수를 이용하여 구한 전달함수와 파손시간의 관계를 나타낸 것으로서, 데이터가 선형적으로 잘 나타나고 있음을 알 수 있다. 따라서, Fig. 5의 와이블 확률지 그래프에서 각각의 데이터에 대한 직선함수를 도출하여 절편과 기울기를 구한 다음, 피로수명을 계산하였다.

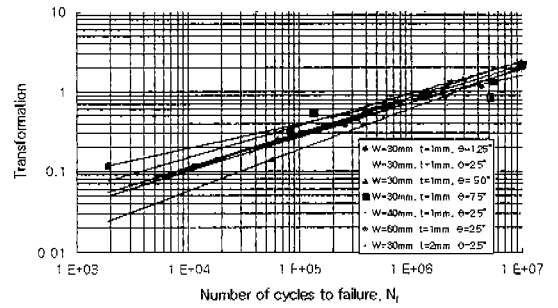


Fig. 5 The relation of transformation with failure life

Table 6 The 3-parameter Weibull distribution function data of IB type spot welded lap joint

Test Specimen	Shape Parameter	Scale Parameter	Location parameter
$W=30\text{mm}, t=1\text{mm}, \theta=1.25^\circ$	0.4140	2,130,069	92,031
$W=30\text{mm}, t=1\text{mm}, \theta=2.5^\circ$	0.5185	2,562,634	40,930
$W=30\text{mm}, t=1\text{mm}, \theta=5.00^\circ$	0.4547	1,328,535	125,935
$W=30\text{mm}, t=1\text{mm}, \theta=7.5^\circ$	0.3055	2,171,907	48,158
$W=40\text{mm}, t=1\text{mm}, \theta=2.5^\circ$	0.4008	896,037	138,679
$W=60\text{mm}, t=1\text{mm}, \theta=2.5^\circ$	0.4292	1,708,789	40,661
$W=30\text{mm}, t=2\text{mm}, \theta=2.5^\circ$	0.4286	2,141,028	104,457

5. 결 론

자동차 차체 등의 점용접 구조물에 관한 피로수명을 통계적으로 예측하고, 예측결과에 대한 신뢰성을 평가하기 위하여, 여러 가지 기하학적 특성이 다른 IB형 점용접이음재에 대한 피로강도를 실험적으로 평가한 후, 실험결과에 대한 통계적인 접근을 시도하였다. 와이블 확률분포 함수를 점용접이음재의 피로수명 평가에 도입한 결과, 다음과 같은 결론은 얻었다.

1) 와이블 확률 분포함수에 의한 피로수명 평가기법을 이용하여, 기하학적 특성이 다른 IB형 점용접이음재의 피로수명 평가가 가능하다.

2) 3 모수 와이블 분포함수를 적용하는 것이 2 모수 와이블 분포함수를 적용하는 것 보다 접용 접부의 피로수명 평가에 더 적합함을 알 수 있다.

3) 와이블 확률 분포함수를 이용한 통계적인 피로수명 평가기법을 적용함으로써, IB형 접용접 이음재의 장수명 설계기준을 확보할 수 있었다.

후 기

본 논문은 한국과학재단 산하 산업설비 안전성 평가 연구센터의 연구비 지원으로 이루어진 것으로서, 이에 관계자 여러분들께 감사드립니다.

참 고 문 헌

1. 배 동호, "인장-전단하중을 받는 일점 접 용접이음재의 파괴역학적 피로강도 평가", 한국자동차공학회지 제 13권 5호, pp. 42 - 50, 1991.
2. C. Boller and T. Seeger, "Materials Data for Cyclic Loading". Elsevier Science Publishers, Part B, 1987.
3. "Fatigue strength data book of spot welded lap joint". JSAE, 1987.
4. 손 일선, 정 원석, 구 재민, 배 동호, "인장-전단하중을 받는 IB형 일점 접용접 이음재의 응력분포와 피로강도 평가", 한국자동차공학회 추계학술대회 논문집, pp. 25 - 31, 1996.
5. 이 용복, 김 영훈, 외 3인, "SPCC 접용접 각의 피로수명 예측에 관한 연구". 대한기계학회 춘계학술대회 논문집, pp. 29 - 34, 1997.
6. 손 일선, 이 철, 구 재민, 배 동호, "인장-전단하중을 받는 IB형 일점 접용접이음재의 변형에너지밀도에 의한 피로강도 평가", 한국자동차공학회 구조강도 및 재료부문 학술강연회 초록집, pp. 103 - 110, 1997.
7. 박 인덕, 남 기우, 강 석봉, "스폿 용접된

자동차 차체용 알루미늄 박판의 피로균열진전의 파괴역학적 평가", 한국해양공학회지, Vol. 11, No. 3, pp. 20 - 28, 1997.

8. 손 일선, 정 원석, 배 동호, "면내굽힘형 일점 Spot 용접이음재의 파괴역학적 피로강도 평가", 한국자동차공학회 논문집, 제 6권, 제5호, pp. 20 - 27, 1998.
9. Y. X. Zhao et al, "A Statistical Investigation of the Fatigue Lives of Q235 Steel Welded Joints", Fatigue & Fracture Engineering Materials & Structures, No. 21, pp. 781 - 790, 1998.
10. J. Schijve, "A Normal Distribution or a Weibull Distribution for Fatigue Lives", Fatigue & Fracture Engineering Materials & Structures, Vol. 16, No. 8, pp. 851 - 859, 1993.
11. T. Sakai and T. Tanaka. "Estimation of Three Parameter of Weibull Distribution in Relation to Parameter Estimation of Fatigue Life Distribution", Japanese Material, Vol. 29, No.316, pp. 17 - 23, 1979.
12. "Resistance Welding Manual", RWMA, Vol.1, pp. 119 - 143, 1956.
13. J. E. Shigley and C. R. Mischke. "Mechanical Engineering Design", 5th Edition, MacGraw Hill, pp. 269 - 324, 1989.
14. P. A. Tobias and D. C. Trindade. "Applied Reliability", 2nd Edition, Van Nostrand Reinhold, pp. 81 - 104, 1994.
15. N. Balakrishnan. "Recent Advanced in Life-Testing and Reliability". pp. 59 - 73. CRC press. 1995.
16. D. Kececioglu, "Reliability & Life testing Handbook", Vol. 1, Prentice-hall, 1984.