

## Pulsed Laser에 의하여 가열되는 불투명 고체의 열전달 해석

전민호 · 이은호 · 유재석\*

아주대학교 대학원 기계공학과, \* 아주대학교 기계 및 산업공학부

## Heat Transfer Analysis of the Opaque Solid Heated by Pulsed Laser

Min Ho Jeon, Eun Ho Lee and Jaisuk Yoo\*

Department of Mechanical Engineering, Graduate school, Ajou University

\*Division of Mechanical and Industrial Engineering, Ajou University

### 요 약

재료의 표면을 pulsed laser로 가열할 때, 유한한 두께를 가지는 반무한 평판의 온도분포를 해석하여 열확산계수, 재료의 두께, 열원의 주기, 그리고 열원의 반경이 온도분포에 미치는 영향을 알아보았다. Pulsed laser에 의하여 가열되는 불투명 고체의 시간에 따른 온도는 전체적으로 증가하지만 열원의 주기와 동일한 주기를 가지고 일정한 온도차를 가지는 전체온도와 평균온도의 차,  $T_{sc}$ 가 존재한다. 열확산계수가 증가하면 재료 내부로 에너지의 확산이 활발하기 때문에  $T_{sc}$ 는 커진다. 재료의 두께가 열확산길이보다 얇은 경우에는 두께변화에 따라서 온도가 민감하게 변하지만, 열확산길이보다 재료의 두께가 두꺼울 때는 두께의 변화에 관계없이 거의 일정한 온도가 나타난다. 열원의 단속주파수가 증가하면 한 주기당 에너지가 작아지므로  $T_{sc}$ 의 크기는 작아진다. 열원의 반경이 커지면 단위면적당 에너지가 감소하므로  $T_{sc}$ 의 크기는 작아진다. 그리고 열원의 형태를 사각파, 싸인파 그리고 삼각파로 주었을 때,  $T_{sc}$ 의 크기는 삼각파, 싸인파, 사각파 순으로 크게 나타난다. 따라서 열원의 파형을 측정하여 이를 적용하는 것이 바람직하다.

**Abstract** — The effects of the thermal diffusivity, the thickness of the material, the period and the radius of the heat source on the temperature distribution of a semi-infinite flat plate heated by a pulsed laser were studied. The temperature of the solid was increased with time, but there exists the steady fluctuating temperature,  $T_{sc}$  of which period is identical with that of the heat source (pulsed laser).  $T_{sc}$  was increased with the thermal diffusivity. If the thickness of the material was thinner than the thermal diffusion length, temperature distribution depended on the thickness of the material. However, if the thickness of a material was thicker than the thermal diffusion length, temperature distribution was insensitive to change of thickness. The magnitude of  $T_{sc}$  was decreased as the pulsed frequency or the radius of heat source increased, because of reduction of energy per unit pulse or unit area. The magnitude of  $T_{sc}$  also depended on the wave shape of heat source. To calculate the temperature distribution of the solid heated by pulsed laser, it is important to model the wave-shape of heat source properly.

### 1. 서 론

레이저빔을 사용한 고체의 가열은 기계가공, 의학, 재료의 열물성 측정 등 많은 분야에서 사용되고 있다. 기계가공에서는 강한 국부 열원으로 재료를 원하는 형상

으로 가공하고 용접, 금속 드릴링 그리고 페인트 제거와 같은 분야에 응용되고 있다. 의학에서는 혈관수술, 심장수술 그리고 눈수술 등에 사용되고 있다.

주기적인 열원에 의하여 가열되는 재료의 열전달 특성은 비접촉으로 열물성을 측정하는데 있어서 중요한

기초 연구이다. 광에너지를 이용하여 열물성을 측정할 수 있는 원리는 단속레이저 빔에 의해 재료의 밴드갭 에너지 이상의 광에너지가 시편의 표면에 입사되면 전자-홀 캐리어(carriers)가 더 높은 에너지 준위로 여기되며, 이것이 다시 평형 상태로 되돌아올 때 전 단계에서 생성된 캐리어는 확산과 재결합 과정을 통하여 포논모드(phonon mode)로 격자에 에너지를 발현시키게 된다. 이 결과로 평형 상태의 시편에 온도구배가 생기게 되며 또한 열변형이 나타난다. 이러한 온도구배 및 변형은 입사 에너지의 진폭과 주기에 대하여 재료의 광학적 성질 및 열적 성질에 따라 다르게 나타난다.

주기적인 열원으로 가열된 고체의 열전달을 해석한 기존의 연구는 다음과 같다. Class와 Özişik<sup>1)</sup>은 반무한 고체에 대하여 주기적인 열유속으로부터 발생하는 전이 온도를 주어진 주기에 대하여 공급된 에너지를 같게 하고 해석하였다. 해석 결과 시간에 따라서 전체온도는 계속 증가하지만 정상상태의 주기적인 해는 존재함을 확인하였다. Loze와 Wright<sup>2)</sup>는 "Time-domain method"를 사용하여 움직이는 레이저에 의해 가열되는 고체 내의 온도분포를 계산한 결과를 일반적으로 사용되는 방법들에 의한 결과와 비교하였다. Bechtel<sup>3)</sup>은 단순한 "Surface generation model"과 "Volume generation model"을 사용하여 주기적으로 조사되는 레이저에 의하여 야기되는 온도변화를 예측하였다. 그리고 몇 가지 레이저 펄스 형태에 대하여 재료의 온도분포를 계산하여 임의의 펄스 형태에 대한 온도분포를 계산할 수 있는 방법을 제시하였다. Yilbas와 Shuja<sup>4)</sup>는 Fourier의 열전도 모델을 이용하여 레이저를 통해 가열되는 재료의 온도분포를 계산하여 Fourier 이론의 타당성을 검증하였다. 그러나 이상의 연구에서는 주기적인 열원에 의하여 가열된 고체의 온도분포를 계산하는데 있어서 영향을 주는 모든 인자들을 고려하지는 않았다.

본 연구에서는 표면이 pulsed laser에 의하여 가열되고 유한한 두께를 가지는 반무한 평판의 온도분포를 해석하여 열확산계수, 재료의 두께, 열원의 주기, 그리고 열원의 반경이 온도분포에 미치는 영향을 파악하여 비접촉으로 재료의 열물성을 측정하는데 적용할 수 있는 기초 자료를 제공하고자 한다.

## 2. 모델링

### 2-1. 지배방정식

본 연구에서는 Fig. 1과 같이 r 방향으로 무한하고 z 방향으로 유한한 길이를 가지는 고체를 모델로 선정하였다. 열은 조사된 레이저빔으로부터 광에너지의 흡수에 의해 발생되고 열전도에 의하여 매질 내로 확산

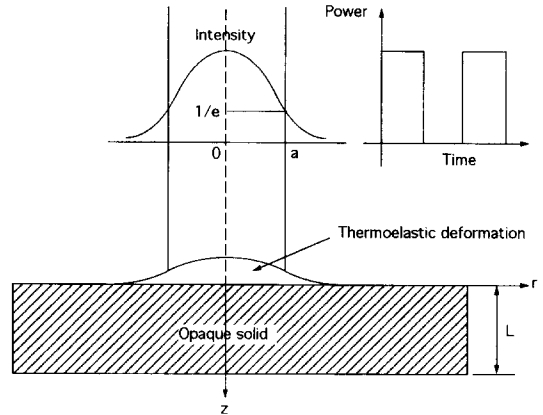


Fig. 1. Schematic diagram of heat transfer model with laser heating.

되며, 이에 따른 고체의 열물성은 온도에 무관하고 고체의 전체에 걸쳐 일정하다고 가정하였다. 그리고 Fig. 2에 나타낸 것과 같이 레이저빔이 시간에 대하여 삼각파, 삼각파 그리고 싸인파의 형태로 변하는 경우에 대하여 해석하였다.

열원이  $\theta$  방향에 대하여 일정한 분포를 이루고 있으므로 지배방정식은 식 (1)과 같은 열원이 있는 2차원 원통형 열전도방정식을 사용하였다.

$$\nabla^2 T(r, z, t) + \frac{1}{k} Q(r, z, t) = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T(r, z, t)}{\partial t} \quad (1)$$

초기조건 및 경계조건은 식 (2)~(4)에 나타내었는데,

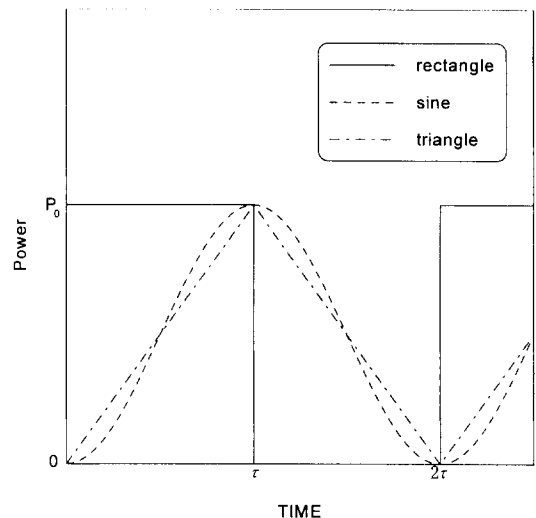


Fig. 2. Three wave-shape of heat source.

불투명한 금속 재료에 대하여 연구를 수행하였으므로 주위 공기보다 금속의 열전도계수가 매우 높기 때문에 경계면에서의 열손실은 무시하였다.

$$k \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0,L} = 0 \quad (2)$$

$$k \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=b} = 0 \quad (3)$$

$$T(r, z, 0) = F(r, z) = 0 \quad (4)$$

열원은 Gaussian 분포를 가지는 레이저의 열유속을 고려하여 결정하였으며, 이를 식(5)에 나타내었다. 열원은 공간에 대하여 Gaussian 분포를 가지는 레이저빔으로 최대 강도의 1/e이 되는 지점까지를 빔의 반지름으로 고려하였으며, 광에너지가 시편에 흡수되는 깊이를 나타내는 광흡수계수  $\lambda$ 는 광흡수의 지수법칙<sup>3)</sup>을 이용하여 정의하였다.

주기를 갖는 사각파는 식 (6)에 나타낸 바와 같이 가열기간과 냉각기간을 모두  $\tau$ 로 동일하게 정의하였다.

$$Q(r, z, t) = \frac{\lambda P_n(t)(1 - T_r)}{\pi a^2} e^{-\frac{r^2}{a^2} - \lambda z} \quad (5)$$

$$P_n(t) = \begin{cases} P_0 & [2(n-1)\tau < t \leq (2n-1)\tau] \\ 0 & [(2n-1)\tau < t \leq 2n\tau] \end{cases} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (6)$$

**2-2. 적분변환법을 이용한 문제 해석**

일반적으로 열전도 방정식의 해석적 풀이는 변수분리법을 이용하여 쉽게 해결되지만, 편미분 방정식 또는 경계조건이 nonhomogeneous하면 반드시 편리한 것만은 아니다. 따라서 이러한 경우에는 보통 Green 함수 접근 방법을 이용하는데, 본 논문에서는 이를 응용한 적분변환법(Integral Transform or Hankel Transform Method)<sup>6)</sup>을 사용하였다. 이 방법을 이용하고자 할 때에는 다음의 세가지 단계를 따른다.

첫째, 공간에 대한 경계조건과 고유함수의 직교성을 이용하여 적절한 적분변환 및 역변환을 구한다.

둘째, 열전도 방정식에 적분변환을 적용하여, 공간의 독립변수들에 대한 편미분들을 제거하여 시간만의 상미분 방정식으로 축소시킨다.

셋째, 상미분 방정식은 적분변환된 초기조건을 이용하여 온도 분포를 구한다.

경계조건과 고유함수의 직교성을 이용하여 r에 대하여 구한 적분변환 및 역변환은 각각 식(7), (8)과 같으며, 이 때 고유함수  $R(\beta_m, r)$ 와 normalization 값인  $N(\beta_m)$ 은 변수분리법의 방법에서와 같이 고유함수의 성질, 직교성 그리고 r에 대한 경계조건을 적용하였다.

$$T(r, z, t) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{R(\beta_m, r)}{N(\beta_m)} \bar{T}(\beta_m, z, t) \quad (7)$$

$$\bar{T}(\beta_m, z, t) = \int_{r=0}^b r R(\beta_m, r) T(r, z, t) dr \quad (8)$$

$$R(\beta_m, r) = J_0(\beta_m r), \quad \frac{1}{N(\beta_m)} = \frac{2}{b^2 J_0^2(\beta_m b)}$$

식(8)에서 주어진 적분변환을 식(1)에 적용하여 식(9)를 얻는다.

$$-\beta_m^2 \bar{T}(\beta_m, z, t) + \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial z^2} + \frac{\bar{Q}(\beta_m, z, t)}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \bar{T}(\beta_m, z, t)}{\partial t} \quad (9)$$

$$k \frac{\partial \bar{T}(\beta_m, z, t)}{\partial z} \Big|_{z=0,L} = 0, \quad \bar{T}(\beta_m, z, 0) = \bar{F}(\beta_m, z)$$

마찬가지 방법으로 z에 대하여 적분변환과 역변환을 구해보면 식(10), (11)과 같이 표현된다.

$$\bar{T}(\beta_m, z, t) = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{Z(\eta_p, z)}{N(\eta_p)} \tilde{T}(\beta_m, \eta_p, t) \quad (10)$$

$$\tilde{T}(\beta_m, \eta_p, t) = \int_{z'=0}^L Z(\eta_p, z') \bar{T}(\beta_m, z', t) dz' \quad (11)$$

$$Z(\eta_p, z) = \cos(\eta_p z), \quad \frac{1}{N(\eta_p)} = \begin{cases} \frac{2}{L} & (\eta_p \neq 0) \\ \frac{1}{L} & (\eta_p = 0) \end{cases}$$

r에 대하여 적분변환된 식(9)에 식(11)의 적분변환을 적용하여 식(12)를 얻는다.

$$\frac{d\tilde{T}}{dt} + \alpha(\beta_m^2 + \eta_p^2) \tilde{T}(\beta_m, \eta_p, t) = \frac{\alpha}{k} \tilde{Q}(\beta_m, \eta_p, t) \quad t > 0 \quad (12)$$

$$\tilde{T}(\beta_m, \eta_p, t) = \tilde{F}(\beta_m, \eta_p) \quad t = 0$$

시간에 대한 초기조건을 이용하여 t에 관한 상미분 방정식으로 변환되어진 식(12)로부터  $\tilde{T}(\beta_m, \eta_p, t)$ 를 구하고, 다시 r과 z에 관한 역변환을 이용하여 T(r, z, t)에 관한 식(13)을 유도한다.

$$T(r, z, t) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} \frac{R(\beta_m, r) Z(\eta_p, z)}{N(\beta_m) N(\eta_p)} e^{-\alpha(\beta_m^2 + \eta_p^2)t} \times \left[ \tilde{F}(\beta_m, \eta_p) + \frac{\alpha}{k} \int_{t'=0}^t e^{\alpha(\beta_m^2 + \eta_p^2)t'} \tilde{Q}(\beta_m, \eta_p, t') dt' \right] \quad (13)$$

$$\tilde{Q}(\beta_m, \eta_p) = \int_{z=0}^L \int_{r=0}^b r R(\beta_m, r) Z(\eta_p, z) Q(r, z) dr dz$$

$$= \frac{\lambda^2 (1 - T_r) P_0}{2\pi} \frac{\{1 - (-1)^p e^{-\lambda L}\}}{\eta_p^2 + \lambda^2} e^{-\frac{\alpha^2 \beta^2}{4}}$$

$$\tilde{F}(\beta_m, \eta_p) = 0$$

이 때,  $\eta_p$ 와  $\beta_m$ 은 식(14)로부터 구한다.

$$\sin(\eta_p L) = 0, J_1(\beta_m b) = 0 \tag{14}$$

한편  $m$ 이 매우 클 때는  $\beta_m - \beta_{m-1}$ 이 거의 일정한 간격을 갖기 때문에  $\Delta\beta = \beta_{m+1} - \beta_m \approx \pi/b$ 라고 쓸 수 있으며,  $b$ 가 무한히 증가할 때 두 이웃하는 근들 사이의 간격은 무한히 작아지므로  $N(\beta_m) \approx b/(\pi\beta)$ 라고 할 수 있다. 그러므로,  $\tau \rightarrow \infty$ 일 때, 다음과 같이 표시할 수 있다<sup>7)</sup>.

$$\sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{N(\beta_m)} J_0(\beta_m r) \approx \int_0^{\infty} J_0(\beta r) \beta d\beta \tag{15}$$

식(15)를 식(13)에 적용하여 온도분포를 구하면 다음과 같다.

$$T_1(r, z, t) = \frac{\lambda^2 P_0 (1 - T_i)}{\pi k L} \int_0^{\infty} \left[ \beta J_0(\beta r) e^{-\frac{\alpha^2 \beta^2}{4} t} \times \sum_{p=0}^{\infty} \left\{ \frac{1 - (-1)^p e^{-\lambda t}}{(\eta_p^2 + \lambda^2)(\beta^2 + \eta_p^2)} \cos \eta_p z \{1 - e^{-\alpha(\beta^2 + \eta_p^2)t}\} \right\} d\beta \right] \tag{16}$$

$(0 < t \leq \tau)$

같은 방법으로  $T_2(r, z, t)$ 를 구하면 다음과 같다. 이 때,  $t = \tau$ 에서의 연속성을 이용하였다. [ $T_1(r, z, \tau) = T_2(r, z, \tau)$ ]

$$T_2(r, z, t) = \frac{\lambda^2 P_0 (1 - T_i)}{\pi k L} \int_0^{\infty} \left[ \beta J_0(\beta r) e^{-\frac{\alpha^2 \beta^2}{4} t} \sum_{p=0}^{\infty} \left\{ \frac{1 - (-1)^p e^{-\lambda t}}{(\eta_p^2 + \lambda_2)(\beta^2 + \eta_p^2)} \right\} \times \cos \eta_p z \{e^{-\alpha(\beta^2 + \eta_p^2)(t-\tau)} - e^{-\alpha(\beta^2 + \eta_p^2)t}\} \right] d\beta \tag{17}$$

$(\tau < t \leq 2\tau)$

$T_3, T_4, T_5, \dots$ 을  $T_1, T_2$ 의 풀이방법과 같이 해석하였으며, 이에 따른  $T_j(r, z, t)$ 는 식(18)과 같다.

$$T_j(r, z, t) = \frac{\lambda^2 P_0 (1 - T_i)}{\pi k L} \int_0^{\infty} \left[ \beta J_0(\beta r) e^{-\frac{\alpha^2 \beta^2}{4} t} \sum_{p=0}^{\infty} \left\{ \frac{1 - (-1)^p e^{-\lambda t}}{(\eta_p^2 + \lambda^2)(\beta^2 + \eta_p^2)} \cos \eta_p z \Theta_j \right\} d\beta \right] \tag{18}$$

$$\Theta_j = \sum_{i=1}^j (-1)^{i-1} [1 - e^{-\alpha(\eta_p^2 + \beta^2)(t - (i-1)\tau)}], (j-1)\tau < t < j\tau$$

이상의 해로부터  $n \rightarrow \infty$ 에서의 가열시 온도분포,  $T_n$ 와 냉각시 온도분포,  $T_c$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$T_n(r, z, t_1) = \frac{\lambda^2 (1 - T_i) P_0}{\pi k L} \int_0^{\infty} \left[ \beta J_0(\beta r) e^{-\frac{\alpha^2 \beta^2}{4} t_1} \sum_{p=0}^{\infty} \cos(\eta_p z) \right]$$

$$\times \left\{ \frac{1 - (-1)^p e^{-\lambda t_1}}{(\beta^2 + \eta_p^2)(\eta_p^2 + \lambda^2)} \right\} \left\{ 1 - \frac{e^{-\alpha(\beta^2 + \eta_p^2)t_1}}{1 + e^{-\alpha(\beta^2 + \eta_p^2)t_1}} \right\} d\beta$$

$$T_c(r, z, t_1) = \frac{\lambda^2 (1 - T_i) P_0}{\pi k L} \int_0^{\infty} \left[ \beta J_0(\beta r) e^{-\frac{\alpha^2 \beta^2}{4} t_1} \sum_{p=0}^{\infty} \cos(\eta_p z) \right] \times \left\{ \frac{1 - (-1)^p e^{-\lambda t_1}}{(\beta^2 + \eta_p^2)(\eta_p^2 + \lambda^2)} \right\} \left\{ \frac{e^{-\alpha(\beta^2 + \eta_p^2)(t_1 - \tau)}}{1 + e^{-\alpha(\beta^2 + \eta_p^2)t_1}} \right\} d\beta \tag{19}$$

실제로 불투명한 금속의 경우에는 광흡수계수가 대단히 크므로  $\lambda = \infty$ 라고 가정하면 온도분포는 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$T_h(r, z, t_1) = \frac{(1 - T_i) P_0}{\pi k L} \int_0^{\infty} \left[ \beta J_0(\beta r) e^{-\frac{\alpha^2 \beta^2}{4} t_1} \sum_{p=0}^{\infty} \cos(\eta_p z) \left( \frac{1}{\beta^2 + \eta_p^2} \right) \times \left\{ 1 - \frac{e^{-\alpha(\beta^2 + \eta_p^2)t_1}}{1 + e^{-\alpha(\beta^2 + \eta_p^2)t_1}} \right\} \right] d\beta$$

$$T_c(r, z, t_1) = \frac{(1 - T_i) P_0}{\pi k L} \int_0^{\infty} \left[ \beta J_0(\beta r) e^{-\frac{\alpha^2 \beta^2}{4} t_1} \sum_{p=0}^{\infty} \cos(\eta_p z) \left( \frac{1}{\beta^2 + \eta_p^2} \right) \times \left\{ \frac{e^{-\alpha(\beta^2 + \eta_p^2)(t_1 - \tau)}}{1 + e^{-\alpha(\beta^2 + \eta_p^2)t_1}} \right\} \right] d\beta \tag{20}$$

식(20)에 대하여 수치적분을 수행하면, 평균 온도는 계속 증가한다. 그러나 온도분포를 살펴보면 평균온도는 증가하지만, 전체온도에서 평균온도를 뺀 부분은 온도변화폭과 주기가 일정하게 나타나게된다. 이러한 fluctuating 온도,  $T_{ac}$ 는 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$T_{ac}(r, z, t_1) = \frac{(1 - T_i) P_0}{\pi k L} \int_0^{\infty} \left[ \beta J_0(\beta r) e^{-\frac{\alpha^2 \beta^2}{4} t_1} \sum_{p=0}^{\infty} \cos(\eta_p z) \left( \frac{1}{\beta^2 + \eta_p^2} \right) \times \left\{ \frac{1}{2} - \frac{e^{-\alpha(\beta^2 + \eta_p^2)t_1}}{1 + e^{-\alpha(\beta^2 + \eta_p^2)t_1}} \right\} \right] d\beta \tag{20}$$

$(0 < t_1 \leq \tau)$

$$T_{ac}(r, z, t_1) = \frac{(1 - T_r)P_0}{\pi k L} \left[ - \frac{1}{2\alpha(\beta^2 + \eta^2)} \right] d\beta \quad (\tau \leq t_1 < 2\tau)$$

$$\int_0^\infty \left[ \beta I_0(\beta r) e^{-\frac{\alpha^2 \beta^2}{4} \tau} \sum_{p=0}^\infty \cos(\eta_p z) \left( \frac{1}{\beta^2 + \eta_p^2} \right) \right. \\ \left. \times \left[ \frac{e^{-\alpha\beta^2 + \eta_p^2 t_1 - \eta} - 1}{1 + e^{-\alpha\beta^2 + \eta_p^2 \tau}} - \frac{1}{2} \right] \right] d\beta \quad (\tau < t_1 \leq 2\tau) \quad (21)$$

식(22), (23)은 빔의 파형이 싸인파인 경우에 열원의 정의 및 온도분포를 구한 해이다. 풀이 과정은 사각파의 경우와 같다.

$$Q(r, z, t) = \frac{\lambda P_0(1 - T_r)}{2\pi a^2} e^{-\frac{r^2}{a^2} - \lambda z} \left\{ 1 - \cos\left(\frac{\pi t}{\tau}\right) \right\} \quad (22)$$

$$T_{ac}(r, z, t_1) = \frac{(1 - T_r)P_0}{2\pi k L} \int_0^\infty \left[ \beta I_0(\beta r) e^{-\frac{\alpha^2 \beta^2}{4} \tau} \sum_{p=0}^\infty \cos(\eta_p z) \right. \\ \left. \times \frac{\sin \left\{ \tan^{-1} \left( \frac{\pi}{\alpha(\beta^2 + \eta_p^2)\tau} \right) - \frac{\pi t_1}{\tau} \right\}}{\sqrt{\pi^2 + \{\alpha(\beta^2 + \eta_p^2)\tau\}^2}} \right] d\beta \quad (23)$$

식(24)~(26)은 빔의 파형이 삼각파인 경우에 열원의 정의 및 온도분포를 구한 해이다. 풀이 과정은 사각파의 경우와 같다.

$$Q(r, z, t) = \frac{\lambda P_n(t)(1 - T_r)}{\pi a^2} \exp\left(-\frac{r^2}{a^2}\right) \exp(-\lambda z) \quad (24)$$

$$P_n(t) = \begin{cases} \frac{P_0}{\tau} \{t - 2(n-1)\tau\} & 2(n-1)\tau < t \leq (2n-1)\tau \\ \frac{P_0}{\tau} (2n\tau - t) & (2n-1)\tau < t \leq 2n\tau \end{cases} \quad (25)$$

$$T_{ac}(r, z, t_1) = \frac{(1 - T_r)P_0}{2\pi k L} \int_0^\infty \left[ \beta I_0(\beta r) e^{-\frac{\alpha^2 \beta^2}{4} \tau} \times \sum_{p=0}^\infty \cos(\eta_p z) \right. \\ \left. \times \left[ \frac{\alpha(\beta^2 + \eta^2)t_1 - 1 + \frac{2e^{-\alpha\beta^2 + \eta^2 t_1}}{1 + e^{-\alpha\beta^2 + \eta^2 \tau}}}{\{\alpha(\beta^2 + \eta^2)\}^2 \tau} - \frac{1}{2\alpha(\beta^2 + \eta^2)} \right] \right] d\beta \\ (0 \leq t_1 < \tau) \quad (26)$$

$$T_{ac}(r, z, t_1) = \frac{(1 - T_r)P_0}{2\pi k L} \int_0^\infty \left[ \beta I_0(\beta r) e^{-\frac{\alpha^2 \beta^2}{4} \tau} \sum_{p=0}^\infty \cos(\eta_p z) \right. \\ \left. \times \left[ \frac{1 + \alpha(\beta^2 + \eta^2)(\tau - t_1) - \frac{2e^{-\alpha\beta^2 + \eta^2 t_1 - \eta}}{1 + e^{-\alpha\beta^2 + \eta^2 \tau}}}{\{\alpha(\beta^2 + \eta^2)\}^2 \tau} \right] \right] d\beta$$

### 3. 결과 및 검토

각각의 재료에 대한 광흡수계수, 반사율, 열전도계수 그리고 열확산계수는 Table 1에 나타내었고, 이 때 열원의 파워 P<sub>0</sub>는 모든 경우에 대하여 0.5 w로 하였으며, 사각파에 대하여 해석하였다.

Pulsed laser에 의하여 가열되는 고체의 시간에 따른 온도변화는 Fig. 3에 나타냈다. 그림에서 온도차는 t=0, z=0에서의 온도에서 재료 주위의 온도를 뺀 것이다. 그림에서 볼 수 있는 바와 같이 전체적인 온도는 증가하지만 열원의 주기와 동일한 주기를 가지는 주기적인 온도는 일정하다. 전체적인 온도가 증가하는 것은 경계조건을 단열로 설정하였기 때문에 재료에 흡수된 에너지가 계속 축적되어 온도가 상승하게 된다. 하지만 열원이 주기적으로 재료에 조사되기 때문에 각 주기의 전체온

Table 1. Properties of material at 293 K<sup>8,9)</sup>.

Property	Optical absorption coefficient, (10 <sup>7</sup> /m)	Reflectivity	Thermal conductivity (W/mK)	Thermal diffusivity, (10 <sup>-6</sup> m <sup>2</sup> /s)
Gold	4.55	0.4312	317.1	127
Silver	7.95	0.9836	426.7	165.63
Silicon	0.275	0.3856	160.5	95
Iron	9.94	0.6102	81.30	20.34

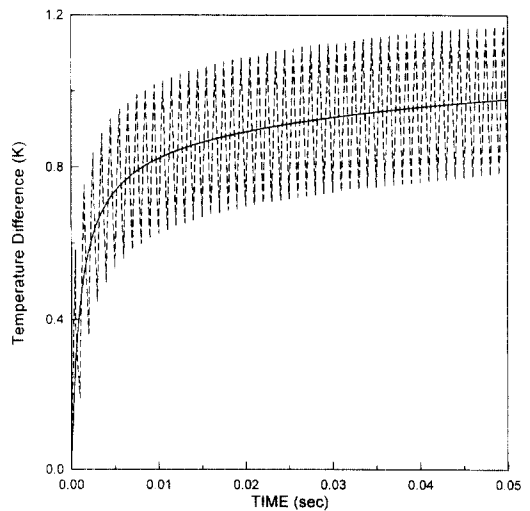


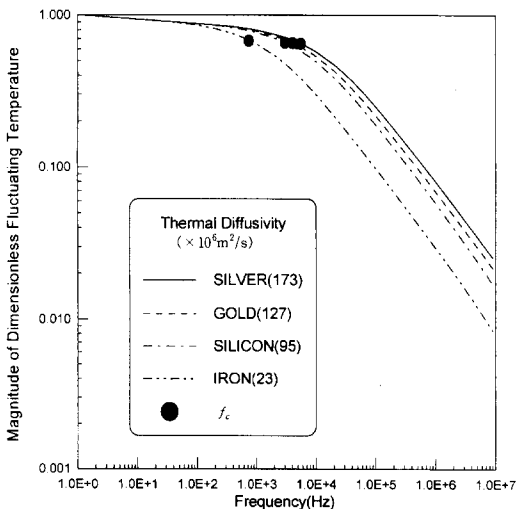
Fig. 3. Increasing temperature of iron according to time.

도에서 평균온도를 뺀 fluctuating 온도,  $T_w$ 는 일정하다.  $T_w$ 의 크기는 열확산계수, 재료의 두께, 열원의 반경 그리고 열원의 형태에 따라 달라지게 된다.

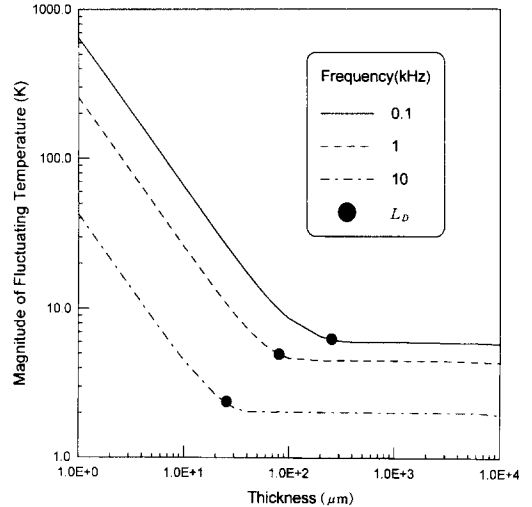
**3-1. 열확산계수**

열확산계수의 변화에 따른 온도의 영향을 알아보기 위하여 철, 실리콘, 금 그리고 은에 대하여 계산을 수행하였다. Fig. 4는  $r=0, z=0$ 에서 열원의 단속 주파수와 무차원 온도의 관계를 나타낸 것이다. 무차원 온도는  $T_w$ 를 1 Hz일 때의 값으로 나눈 것이다. 그림에서 열확산 계수가 큰 은의 무차원 온도의 크기가 가장 크게 나타나고 상대적으로 열확산계수가 작은 철의 무차원 온도의 크기는 작게 나타난다. 이것은 가열기간 동안에 상승한 온도가 냉각기간 동안에 재료의 내부로 확산되어 냉각되는데, 열확산계수가 큰 재료의 경우에는 열확산이 잘되기 때문에 상대적으로 낮은 온도까지 냉각된다. 다음 가열기간에는 낮은 온도로부터 상승이 시작되기 때문에 상대적으로 높은 온도까지 상승하게 된다. 이러한 과정이 반복되기 때문에 열확산계수와 무차원 온도의 크기는 비례한다.

열원의 단속주파수에 따라서는 무차원 온도의 크기가 점점 감소하는 것을 볼 수 있는데, 이것은 단속주파수가 증가하면 펄스당 에너지가 감소하고 가열기간과 냉각기간이 작기 때문이다. 그리고 재료의 특성 주파수 ( $f_c = \frac{\alpha}{\pi} [\frac{1}{L^2} + \frac{1}{a^2}]$ )까지는 무차원 온도의 변화가 거의 없지만 특성 주파수 이상에서는 급격한 변화가 일어나는



**Fig. 4. Magnitude of dimensionless fluctuating temperature versus frequency for several thermal diffusivities at  $r=0, z=0, a=10^{-3}$  m and  $L=10^{-3}$  m.**



**Fig. 5. Magnitude of fluctuating temperature versus thickness of iron for several frequencies at  $r=z=0$  and  $a=10^{-4}$  m.**

것을 볼 수 있다.

**3-2. 재료의 두께**

Fig. 5는 철의 두께변화에 따른  $r=0, z=0$ 에서의  $T_w$ 의 크기를 나타낸 것이다. 열원의 단속주파수와 반경이 일정할 때,  $L_D = \sqrt{\frac{\alpha}{\pi}}$ 로 정의하는 열확산길이보다 재료의 두께가 작은 경우에는 두께 변화에 따라 온도가 급격하게 변하지만, 재료의 두께가 열확산길이보다 큰 경우에는 두께변화가 온도에 거의 영향을 주지 않는다. 따라서 재료의 열확산 길이보다 큰 두께를 가지는 재료를 해석할 때, 단일조건을 주어도 타당하다는 것을 알 수 있다.

**3-3. 열원의 반경**

열원의 반경이 증가하면 단위면적당 조사된 에너지가 작으므로  $T_w$ 의 크기도 마찬가지로 작아지고 반대로 열원의 반경이 증가하면  $T_w$ 의 크기는 커진다. Fig. 6에서 단속주파수가 1 kHz이고 열원의 반경이  $0.5 \times 10^{-4}$  m,  $1 \times 10^{-4}$  m 그리고  $2 \times 10^{-4}$  m인 세 가지 경우를 보면 그래프가 좌우로는 이동하지 않지만 반경이 증가하면 온도차가 적어지는 것을 알 수 있다.

Fig. 7은 철에 대하여 열원의 반경과 단속주파수와의 관계를 나타낸 것이다. 여기에서  $T_w/T_{1Hz}$ 는 계산된 값을 1 Hz의 값으로 나누어 무차원화한 값이다. 그림에서 보는 바와 같이 열원의 단속주파수가 증가하면,  $T_w/T_{1Hz}$ 가 특성주파수까지는 서서히 감소하다가 특성주파수 이상

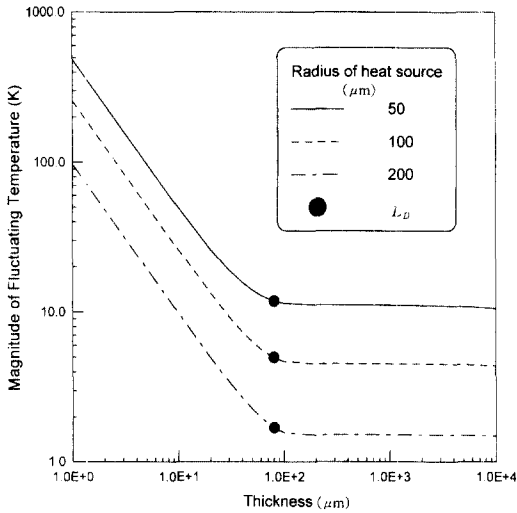


Fig. 6. Magnitude of fluctuating temperature versus thickness for several radius of heat source of iron at  $r=z=0$  and  $L=10^{-3}$  m.

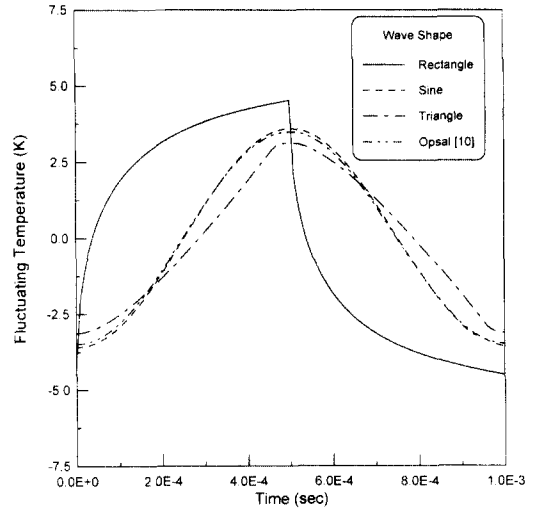


Fig. 8. Fluctuating temperature versus steady periodic time for several wave shapes of heat source of iron at  $a=10^{-4}$  m and  $L=10^{-3}$  m.

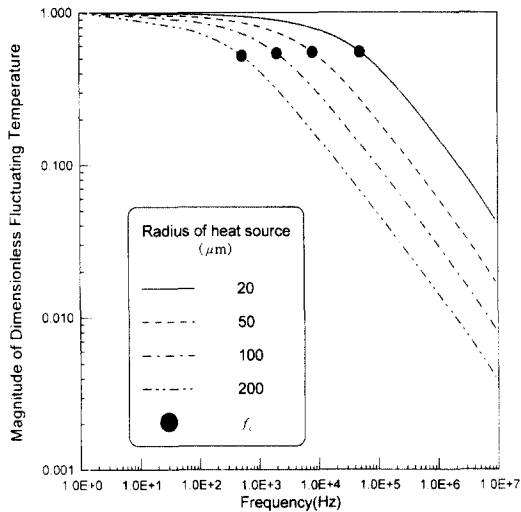


Fig. 7. Magnitude of normalized fluctuating temperature versus frequency for several radii of heat source of iron at  $r=z=0$  and  $L=10^{-3}$  m.

에서는 급격하게 감소하는 것을 알 수 있다. 그리고 열원의 반경이 작아지면 특성주파수는 증가하고 반대로 열원의 반경이 커지면 특성주파수는 감소한다.

### 3-4. 열원의 형태(사각파, 싸인파, 삼각파)

열원의 형태를 Fig. 2에 나타낸 것과 같이 사각파, 싸인파 그리고 삼각파로 변경하였을 때, 철에 대하여 한 주기 동안  $r=0, z=0$ 에서의 온도변화는 Fig. 8에 나타냈

다. 그림에서 알 수 있듯이 사각파의 경우 온도차가 가장 크게 나타났으며, 삼각파의 경우가 가장 작은 온도차가 나타났다. 대부분의 주기적인 열원을 가지는 열전달 현상을 해석하는데 있어서 열원의 형태를 사각파나 싸인파로 가정하는 것이 보통이다. 이러한 가정은 실제 열원의 파형이 삼각파 형태라면 평균온도는 변하지 않지만  $T_w$ 의 크기는 사각파의 경우에 1.44배 크고 싸인파의 경우에 1.14배 큰 값이 나타났다. 따라서 정확한 계산을 수행하기 위해서는 실제 파형을 측정하여 그 파형을 적용하여야 한다. 하지만 사각파나 싸인파의 경우에는 해석적인 풀이가 비교적 간단한 반면에 삼각파나 실제파형은 매우 복잡한 형태의 식을 풀어야 하는 어려움이 있다. 본 연구에서 수행한 싸인파의 해석 결과와 Opsal 등<sup>10)</sup>이 해석한 결과가 일치하므로 이를 통하여 본 연구의 결과에 대한 타당성을 검증하였다.

## 4. 결 론

재료의 표면을 pulsed laser로 가열할 때, 유한한 두께를 가지는 반무한 평판의 온도분포를 해석하여 열확산 계수, 재료의 두께, 열원의 주기, 열원의 반경 그리고 열원의 형태가 온도분포에 미치는 영향을 연구한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1) Pulsed laser에 의하여 가열되는 고체의 시간에 따른 온도는 전체적으로 점점 증가하지만 열원의 주기와 동일한 주기를 가지고 일정한 온도차를 가지는  $T_w$ 가 존재한다.

2) 열확산계수가 증가하면 재료 내부로 에너지의 확산이 활발하기 때문에  $T_w$ 의 크기는 커진다.

3) 재료의 두께가 열확산길이 보다 얇은 경우에는 두께변화에 따라서 온도가 민감하게 변하지만, 열확산길이 보다 재료의 두께가 두꺼울 때는 두께의 변화에 관계없이 거의 일정한 온도가 나타난다.

4) 열원의 단속주파수가 증가하면 한 주기당 에너지가 작아지므로  $T_w$ 의 크기는 작아진다.

5) 열원의 반경이 커지면 단위면적당 에너지가 감소하므로  $T_w$ 의 크기는 작아진다.

6) 열원의 형태를 사각파, 싸인파 그리고 삼각파로 주었을 때,  $T_w$ 의 크기는 삼각파에 비하여 사각파의 경우에는 1.44배 크고 싸인파의 경우에는 1.14배 크게 나타났다. 따라서 주기적인 열원을 갖는 문제를 해석할 때는 실제 열원의 파형을 측정하여 계산하는 것이 바람직하다.

## 후 기

본 연구는 서울대학교 터보동력기계 연구센터를 통한 한국과학재단 우수연구센터 지원금에 의한 것입니다.

## 사용기호

$a$	: radius of pump beam [m]
$f$	: frequency [Hz]
$f_c$	: characteristic frequency [Hz]
$j$	: number of half period
$k$	: thermal conductivity [W/m · K]
$L_D$	: thermal diffusion length [m]
$n$	: number of period
$P_0, P_n$	: output power of laser beam [W]
$Q$	: heat source [W/m <sup>3</sup> ]
$R, Z$	: eigenfunction of $r$ and $z$
$T$	: temperature of sample relative to ambient temperature [K]
$T_{ac}$	: fluctuating temperature [K]
$T_{dc}$	: average temperature [K]
$T_c$	: cooling temperature of infinite period [K]
$T_h$	: heating temperature of infinite period [K]
$T_r$	: surface reflectivity

$t$	: transient time [s]
$t_i$	: steady periodic time [s]

## Greek letters

$\alpha$	: thermal diffusivity [m <sup>2</sup> /s]
$\beta_m, \eta_p$	: eigenvalue of $r$ and $z$
$\lambda$	: optical absorption coefficient [1/m]
$\tau$	: half period time [s]

## 참고문헌

1. Glass, D.E. and Özisik, M.N.: "Transient Temperature Resulting from Periodic On-Off Heat Flux for a Semi-infinite Medium", J. Heat Transfer, Vol. 110, pp. 250-252 (1988).
2. Loze, M.K. and Wright, C.D.: "Temperature Distributions in Semi-Infinite and Finite-Thickness Media as a Result of Absorption of Laser Light", Appl. Opt., Vol. 36, No. 2, pp. 494-507 (1997).
3. Bechtel, J.H.: "Heating of Solid Targets with Laser Pulses", J. Appl. Phys., Vol. 46, No. 4, pp. 1585-1593 (1975).
4. Yilbas, B.S. and Shuja, S.Z.: "Heat Transfer Analysis of Laser Heated Surfaces -Conduction Limited Case", Appl. Surf. Sci., 108, pp. 167-175 (1997).
5. Özisik, M.N.: "Heat Conduction", 2nd ed., Wiley Interscience (1993).
6. Francis, A. Jenkins and Harvey E. White,,: "Fundamentals of Optics", 4th ed., McGraw Hill, (1976).
7. Cheng, J.C., Wu, L. and Zhang, S.Y.: "Thermoelastic Response of Pulsed Photothermal Deformation of Thin Plates", J. Appl. Phys., Vol. 76(2), pp. 716-722 (1994).
8. Frank, M. White,,: "Heat and Mass Transfer", Addison Wesley (1988).
9. Gray, D.E.: "American Institute of Physics Handbook", McGraw Hill (1972).
10. Opsal, J., Rosencwaig, A. and Willenborg, D.L.: "Thermal-Wave Detection and Thin-Film Thickness Measurements with Laser Beam Deflection", Appl. Opt., Vol. 22, No. 20, pp. 3169-3176 (1983).