분자확산, 난류확산 및 전단류확산

전 경 수 (성균관대학교 공과대학 토목공학과 부교수)

1. 머리말

'Diffusion and Dispersion' 이라는 소주제로 원고 청탁을 받고 어떤 내용의 글을 써야 할지 한참 동안 망설이지 않을 수 없었다. 글의 주제가 새로운 연구분야에 대한 소개 또는 전문성을 갖는 학술적 내용이라기보다는 환경수리학 또는 그 유사 과목을 한 학기 정도 제대로 수강한 학생이라면 이미 잘 알고 있을 내용일 뿐만 아니라, 요즈음 출판되는 수리학 또는 개수로 수리학 교과서들은 대개 한두 개의 장을 할애하여 확산 이론을 다루고 있어 관심이 있는 사람이라면 누구라도 쉽게 접하여 알 수 있는 내용이기 때문이다. 그렇지만 아직까지 확산 이론에 관하여 전혀 공부해 본 적이 없는 회원들도 있을 것이고, 이미 충분한 지식을 갖고 있는 독자들에게는 그 개념을 다시 한 번 정리해 볼 수 있는 기회를 제공할 수 있다는 점에서 어느 정도의 의미는 있을 것이라고 자위하며 집필하게 되었다.

이 글에서는 수중에서의 물질 확산에 관한 일반적이고 기초적인 내용을 다루고자 한다. 여기서 말하는 물질이란 물 또는 다른 물질과의 생물 화학적인 반응에 의한 질량의 증감이 발생하지 않는 보존성 물질에 국한된다. 또한 수중에 포함된 물질은 그 비중이 물과 동일하지는 않더라도, 그 양이 매우 적어 물의 흐름에 영향을 미치지 않으며, 용해된 분자 또는 매우 작은 크기의 입자 형태로 존재하여 주변의 물과 함께 움직이는 수동적인 물질(passive substance)을 말한다. 이러한 물질의 물리적 확산 현상의 이해를 위한 이론적인 접근 방법은 크게 두 가지로 구분할 수 있다. 그 하나는 질량보존이라는 물리적 법칙을 수학적으로 나타내는 지배 방정식의 해를 구하여 그 결과를 해석하는 것이다. 다른 하나는 현상 자체에 대한 미시적 고찰에 의하여 현상을 이해하고, 그로부터 해를 구하는 것이다. 전자에서의 지배 방정식은 일반적으로 편미분 방정식으로 주어지며, 그 초기 및 경계조건의 조합에 따라 다양한 형태의 문제에 관한 해를 얻을 수 있다. 공학적인 제반 문제들의 해결을 위해서는 결국 전자의 방법에 의존하게 되는 반면, 확산 현상의 개념적 이해를 확고히 한다는 면에서는 후자의 접근방법이 매우 유용하다. 이 글에서는 복잡한 수식들은 가급적 피하고 물리적, 개념적 이해를 도모하고자 주로 후자의 접근방법에 초점을 두어 기술하고자 한다.

2. 분자확산, 난류확산 및 전단류 확산

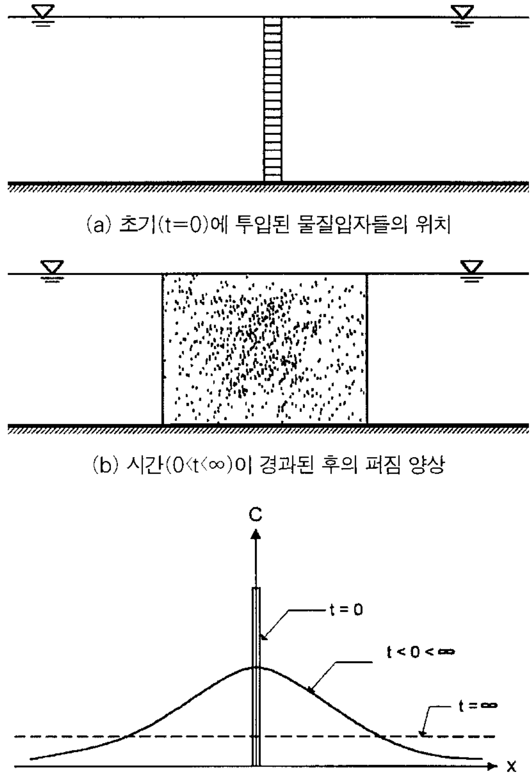
영어 단어 'diffusion' 과 'dispersion' 의 일반적인 사전적 의미는 '유체 내에서 일어나는 물질의 혼합(mixing) 및 퍼짐(spreading)의 과정' 으로서 우리말로는 '확산' 에 해당한다. 그러나 확산 이론과 관련된 전문 용어로서의 엄밀한 의미는 서로 같지 않다.

확산(diffusion)은 분자확산(molecular diffusion)과 난류확산(turbulent diffusion)으로 구분할 수 있다. 분자확산은 물분자들과의 충돌에 의하여 물질이 이동해 가는 현상으로서 브라운 운동(Brownian motion)이라는 용어로 더 잘 알려져 있다. 물분자의 운동은 현미경으로나 관찰이 가능한 극히 작은 규모의 운동이기 때문에 이들과의 충돌에 의하여 이동될 수 있는 물질은 용해 상태의 것이거나, 부유 입자의

형태로 존재할 경우에는 그 크기가 매우 작아야 한다. 이러한, 즉 브라운 운동이 가능한 입자를 브라운 입자(Brownian particle)라고 한다. 여기서 매우 작다는 것은 (표현 자체가 다소 모호한 점도 있지만) 물분자의 크기 정도로 작아야 한다는 것을 의미하는 것은 아니다. 예를 들어 입자의 크기가 길이 차원으로 물분자의 10000 배 정도라면, 물분자 한 개와의 충돌에 의해서 입자가 움직이는 것은 현미경으로도 관측되지 않는다. 개개 물분자의 운동량(momentum)은 매우 미소하기 때문이다. 그러나 같은 방향으로 운동하는 수많은 물분자들이 동시에 입자에 충돌한다면 그 입자를 이동시킬 수 있다. 즉, 브라운 운동이 가능하게 된다.

분자운동에 의한 확산, 즉 분자확산 현상을 거시적이고 가시적으로 살펴보기 위하여 그림 1의 경우를 생각해 보자. 길이가 매우 긴 물탱크에 물을 채우고 탱크의 중앙에 가로(종이 면에 수직) 방향 및 깊이 방향으로 균일한 양의 물질(예를 들어 검정 색 잉크)을 가만히 넣었다(그림1(a)). 탱크 안의 물은 정지상태로서 물 입자의 유체역학적인 유동은 없으나, 물분자는 끊임없이 운동을 계속하며 물 속의 물질과 충돌하여 이동시킨다. 시간이 지날수록 물질이 좌우로 퍼져 관찰되는 범위가 점점 넓어진다(그림 1(b)). 물분자의 운동이 좌측 또는 우측을 특별히 선호하지는 않을 것이므로 농도의 분포의 처음에 물질을 도입한 지점을 기준으로 거의 대칭을 이루게 된다. 이 때의 농도분포는 시간이 지날수록 종 모양의 가우스 분포(Gaussian distribution)에 가까워지는데, 이에 관한 상세한 내용은 다음 절에서 살펴보기로 한다. 아주 오랜 시간이 흐른 후에는 물질이 탱크 전체에 고르게 퍼져 일정한 농도에 도달하게 된다(그림1(c)).

다음으로는 정지상태가 아닌 흐르는 물 속에 앞에서와 마찬가지 방법으로 물질을 투입한 경우를 생각해 보기로 한다. 우선 그림 2에서와 같이 유속(U)이 어디서나 균일한 경우를 먼저 고려해 보자. 이 때 흐름이 층류라면 앞에서와 마찬가지로 분자확산이 발생함과 동시에 투입된 물질 입자(또는 분자; 앞으로는 편의상 입자라고 칭함)는 모두 균일한 속도, U로 이동한다. 물질 입자는 물과 함께 이동한다고 가정하였음을 상기하라. 따라서 시각 t에서의 입자 위치 및 농도분포는 그림 1의 경우를 Ut 만큼 우측으로 평행 이동시킨 것과 같다. 즉, 속도 U로 이동하는 좌표계 상에서 바라보는 관측자에게는 매 시각 그림 1의 경우와 동일한 상태가 관측될 것이다. 물질이 흐르는 물에 휩쓸려 함께 이동하는 현상을 이송(advection)이라 한다. 따라서 그림 2는 이송과 분자확산이 함께 발생하는 경우에 대한 것이며 이를 이송확산(advective diffusion)이라 일컫는다. 이번에는 균일한 유속분포를 갖는 흐름이 난류인 경우를 생각해 보자. 이 때의 유속(U)은 난류평균 유속을 나타낸다. 이 경우에도 물질의 혼합양상을 도시한다면 그림 2와 같은 그림이 될 것이다. 그러나 투입된 물질이 좌우로 퍼져나가는 속도는 매우 빨라서, 이동 좌표계 상의 관측자에게는 일전에 층류의 경우에 대하여 같은 시각에 관측된 것



(a) 초기(t=0)에 투입된 물질입자들의 위치

(b) 시간(0<t<∞)이 경과된 후의 퍼짐 양상

(c) 거리에 따른 농도분포

그림 1. 흐름이 없는 물 속에서의 분자확산

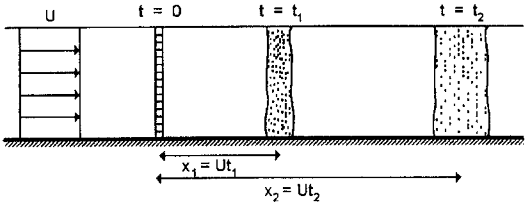
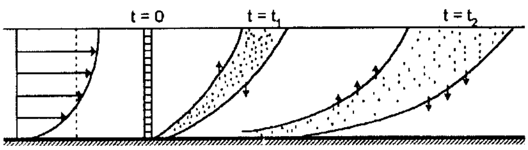
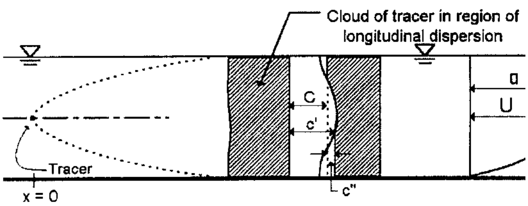


그림 2. 균일한 흐름에서의 분자확산 또는 난류확산



(a) 투입초기의 퍼짐 양상(이송확산)



(b) 시간(0<t<∞)이 경과된 후의 퍼짐 양상

그림 3. 전단류에서의 이송확산 및 종확산

보다 확산 범위가 100-1000배 가량으로 훨씬 더 넓게 퍼져있음이 감지될 것이다. 이와 같이 급속한 물질 확산을 가능하게 하는 것은 난류 와동(eddy motion)이다. 난류의 경우에도 분자확산 현상은 물론 존재한다. 그러나 물분자들과의 충돌에 의하여 물질입자가 이동되는 정도는 와(eddy)에 휩쓸려 이동되는 것에 비하여 극히 미미하기 때문에 무시할 만하다. 이 때 물질입자가 와에 휩쓸려 함께 이동하는 현상은 분자 스케일에서 보면 이송에 해당한다. 그러나 이를 유체 동역학적인 물 입자의 스케일에서 보면 난류평균 유속(U)에 의한 평행 균일이동을 이송으로, 와에 의하여 좌우로 이동하는 것은 확산으로 간주할 수 있다. 이와 같은 와에 의한 확산을 난류확산(turbulent diffusion)이라 하고 난류평균 유속(U)에 의한 이송을 포함한 전체적인 현상은 난류 이송확산이라 한다. 층류에서의 균일 유속(U)은 엄밀히 보면 분자 스케일의 운동에 대해서는 평균적인 것에 해당하므로, 분자 평균 유속 대 난류평균 유속, 분자확산 대 난류확산의 유사성(analogy)을 감안한다면, 난류확산 및 난류 이송확산의 개념을 이해할 수 있을 것이다.

표 1. 흐름의 유형에 따른 확산형태의 분류

흐름		확산형태	문제 스케일	비고
정지 상태		분자확산	분자	
균일흐름	층 류	분자확산+균일이송	분자	
	난 류	(분자확산)+난류확산+균일이송	물입자	mm 이하
전단흐름	층 류	분자확산+차등이송	분자	
	난 류	(분자확산)+난류확산+차등이송	물입자	mm 이하
		전단류 확산(종확산)	수심(단면)평균	수 m

수심이 상당히 커서 경계층(boundary layer)의 두께가 매우 작은 경우에는 그림 2에서와 같이 균일한 유속분포를 가정할 수 있다. 그러나 수공학에서 다루는 자연하천 및 인공수로에서의 개수로 흐름과 천수(shallow water) 2차원 흐름은 대부분 난류로서, 경계층이 수면에까지 이르는 전단류(shear flow)이다. 따라서 난류평균 유속은 그림 3에서와 같은 유속분포를 갖는다.

이러한 흐름에 앞에서와 마찬가지로 물질을 투입하면 역시 이송과 난류확산에 의한 혼합이 발생한다. 그러나 이 경우의 이송은 균일 이송이 아니라 수심 방향 위치에 따라 그 정도가 다른 차등 이송(differential advection)이다. 그 결과, 물질의 퍼짐은 처음에는 그림 3(a)와 같은 형태를 띠게 된다. 이 때의 퍼짐 양상을 좌우하는 것은 흐름방향 이송과 수심방향 난류확산이다.

흐름방향 난류 확산은 이송에 비하여 상당히 작으므로 무시할 수 있다. 예로서 수로 흐름에 대한 마찰계수가 0.02라면 난류 확산에 의한 이동속도는 이송에 의한 이동속도의 1/20 크기 정도가 된다. 앞서 균일 이송의 경우에는 물질의 수심방향 확산에 대해서 전혀 언급하지 않았는데, 이는 물질이 아래위로 이동하지 않아서가 아니라, 수심방향으로 균일하게 퍼져있는 초기조건이 흐름 방향의 모든 지점(x)에서 계속 유지되기 때문이다. 그러나 차등 이송의 경우에는 이러한 조건이 만족되지 않으며, 하류로 감에 따라 난

류확산에 의한 수심방향 혼합이 일어난다. 흐름방향 차등 이송은 물질이 퍼져있는 범위를 옆으로 길쭉하게 만들려는 반면, 수심방향 난류확산은 이를 아래위로 퍼지게 하는 역할을 한다. 이러한 과정이 오래 지속되어, 즉 하류로 한참 내려가 보면 대부분의 지점에서 수심방향으로(더욱 일반화하면 횡방향, 즉 종이에 연직인 방향으로의 난류확산까지 포함하면 단면 전체적으로) 완전히 혼합된 상태에 이르게 된다(그림 3(b)).

따라서 우리의 관심은 자연히 단면평균 또는 수심평균 농도가 얼마인가라는 1차원 또는 2차원적 확산 문제로 옮겨가게 되고, 이를 종확산(longitudinal dispersion) 또는 전단류 확산(shear flow dispersion)이라 한다. '종확산' 이라는 용어는 대개 단면 평균 농도를 다루는 1차원 수로의 경우에 적합하며, 수심평균 농도에 관심이 있는 천수 2차원 흐름에서의 경우까지를 고려한다면 '전단류 확산' 이 더 포괄적인 표현이라 할 수 있다. 층류 전단흐름(laminar shear flow)에 마찬가지 방법으로 물질을 투입하는 경우에도 차등이송과 분자확산에 의하여 이론적으로는 그림 3과 같은 혼합 형태를 나타낼 것이나, 실질적으로 이러한 경우를 찾아보기는 어려우므로 공학적 의미는 거의 없다고 할 수 있다. 표 1은 이상의 내용을 종합적으로 요약한 것이다.

이상과 같이 분자확산, 난류확산 및 전단류 확산이 어떤 것인지 개념적으로 살펴보았다. 다음 절에서는 이러한 물리적 개념에 기초하여 현상을 보다 정량적으로 고찰해 보기로 한다.

3. 무작위 걸음 모형

우선 그림 1의 경우, 즉 분자확산을 다시 생각해 보자. 이 때 정지상태의 물 속으로 투입된 것은 수많은 물질입자들이다. 만일 이들 개개 입자들이 시간이 지남에 따라 이동하게 될 경로를 모두 알 수만 있다면 분자확산에 대한 완벽한 정량적 기술이 가능할 것이다. 그러나 물분자들의 운동은 무작위적인지라, 그들과의 충돌에 의하여 이동되는 물질입자의 경로를 결정론적으로 예측하기는 사실상 불가능하다. 이에 따라 확률론적인 무작위 걸음 모형(random walk model)이 도입된다.

분자확산에 의한 입자의 이동은 물론 3차원적인 것이지만, 우선 편의상 1차원적인 이동만을 생각해 보자. 또는 3차원적인 이동의 x 방향 성분만을 고려한다고 생각하면 무리가 없을 것이다. 그림 1(a)에서 투입된 어떤 입자의 초기 위치 $D_0 = 0$이다. 이후의 시간(t)을 일정한 간격(Δt)으로 세분한다. 매 시간단계마다, 즉 t시간 동안 입자는 좌측 또는 우측으로 $S(>0)$ 만큼 이동하며, 좌측 또는 우측으로 이동할 확률은 똑같이 1/2이다. 여기서 중요한 가정은 간 단계에서의 이동은 이전 또는 이후 단계에서의 이동과 독립적(independent)이라는 것이다. 즉, 이전 단계에서 어느 쪽으로 이동하였던 지에 상관없이, 다음 단계에서 좌측 또는 우측으로 이동할 확률은 똑같이 1/2이다. 이러한 가정은 다음과 같은 이유에서 유효하다고 할 수 있다. 예를 들어 t를 0.001초로 취하기로 하자. 0.001초는 분자 운동의 시간 스케일에서는 극히 긴 시간이다. 이 시간 동안 물질 입자는 개개 물분자와 약 1011, 즉 천억 번의 충돌을 겪는다. 이 결과로 처음 0.001초 후에 우측으로 이동하였다고 치자. 이 결과가 다음 0.001초 동안 또 다시 천문학적인 수만큼의 충돌을 겪은 후 어느 방향으로 이동할 지에 영향을 미칠 것으로 기대하기는 어렵다. 분자 운동의 시간 스케일은 0.001초보다 매우 작기 때문이다. 또한 매 0.001초 동안 이동하는 거리(S)는 동일하지는 않을 것이나, 동일한 확률분포를 따르는 확률변수로 볼 수 있다.

이러한 단계를 N번 거친 후, 즉 $t = N\Delta t$에서 입자의 위치를 D_N이라 하면, D_N의 기대치, $\langle D_N \rangle = 0$임은 자명하다. 또한 $D_N = D_{N-1} + S$일 확률이 1/2이고 $D_N = D_{N-1} - S$일 확률 또한 1/2이다. 따라서 D_N^2의 기대치는 다음과 같이 표현된다.

$$\langle D_N^2 \rangle = \frac{1}{2}\langle (D_{N-1} + S)^2 \rangle + (D_{N-1} - S)^2 \rangle = \langle (D_{N-1}^2 \rangle + \langle S^2 \rangle = \langle (D_{N-2}^2 \rangle + 2\langle S^2 \rangle = \cdots = N\langle S^2 \rangle$$

확률변수D_N은 결국 +S 또는 -S의 값을 똑같이 1/2의 확률로 갖는 동일한 분포의 Bernoulli 확률변수를 N개 더한 것이다. 따라서 N의 값이 매우 커지면 중심 극한 정리(central limit theorem)에 의하여 D_N은 정규분포에 수렴하게 된다. 확률변수 S의 표준편차를 Δx라 하면, D_N은 N의 값이 매우 커지면 평균이 0이고 표준편차가 $\sqrt{N}\Delta x$ 인 정규분포에 가까워진다. 따라서 D_N이, 즉 시각 $t=N\Delta t$에서의 입자 위치가 x와 x+dx 사이에 놓일 확률을 p(x,t)dx 라 하면 확률밀도함수(probability density function), p(x, t)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$p(x,t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi N}\Delta x}\exp\left(-\frac{x^2}{2N(\Delta x)^2}\right) \tag{1}$$

여기서 $N=t/\Delta t$이므로 다음과 같이 ε_m을 정의하여

$$\varepsilon_m=\frac{(\Delta x)^2}{2\Delta t} \tag{2}$$

p(x,t)를 다시 쓰면 다음과 같이 된다.

$$p(x,t)=\frac{1}{\sqrt{4\pi\varepsilon_m t}}\exp\left(-\frac{x^2}{4\varepsilon_m t}\right) \tag{3}$$

이 식이 가장 기본적인 포물선형 편미분 방정식인 확산방정식의 해인 fundamental solution의 형태를 갖고 있음을 금방 알 수 있을 것이다. 즉, 그림 1과 같은 확산 문제에 대한 수학적인 지배방정식을 풀어서 얻게 되는 해, 즉 물질의 농도분포는 개개 입자의 위치에 관한 확률분포를 나타내는 식 (3)에 투입한 물질의 양에 따라 결정되는 상수를 곱한 것에 지나지 않는다. 이는 물질의 농도가 물 단위 체적 당 포함된 물질 입자의 수에 비례하고, 단위 체적 당 입자의 수는 개개의 입자가 그 체적 내에 포함될 확률과 비례할 것임을 감안하면 당연히 성립되어야 할 관계라 할 수 있다.

다음 절에서 간략히 언급하겠지만, 식 (2)에서 정의된 ε_m은 분자확산계수(molecular diffusion coefficient)라 한다. Δx는 Δt 시간 동안 물분자들의 충돌에 의하여 물질 입자가 이동하는 거리의 크기를 나타내는 척도이며, 따라서 물분자들의 운동량이 클수록 Δx가 커지고, 그에 따라 ε_m도 증가한다. 따라서 ε_m은 분자확산의 활발한 정도를 나타내는 척도로서 분자의 운동성에 따라 결정되므로, 물 자체의 성질에 따라 결정되며 흐름과는 무관하다. 식 (1) 또는 식 (3)은 N이 상당히 큰 경우에 유효하다. 그러나 Δt가 0.001초라면 1초만 경과해도 D_N은 1000이 되며, 이는 실질적으로 이 정규분포를 따르는 것으로 보기에 충분히 큰 값이 된다.

다음으로는 그림 2의 경우, 즉 균일이송과 분자확산 또는 난류확산이 함께 일어나는 경우를 생각해 보자. 흐름의 층류인 경우, 균일이송과 분자확산이 동시에 발생하는 경우에 대한 입자 위치의 확률분포는 식 (1) 또는 (3)을 우측으로 Ut만큼 평행 이동시킨 것과 같으므로 다음과 같이 된다.

$$p(x,t)=\frac{1}{\sqrt{4\pi\varepsilon_m t}}\exp\left(-\frac{(x-Ut)^2}{4\varepsilon_m t}\right) \tag{4}$$

흐름이 난류인 경우에도 식 (4)와 같은 형태의 확률분포가 유효할까? 이는 무작위 걸음 이론을 분자확산의 경우와 마찬가지로 난류확산 현상에 적용할 수 있는가의 문제로 귀결된다. 결론적으로 먼저 말하면 무작위 걸음 이론의 전개 과정에서 가정한 내용들이 만족되는 한, 적용이 가능하다. 이를 위해서는 우선 매 Δt 시간 동안의 입자 이동이 상호 독립적이라는 가정을 만족할 수 있도록, 난류확산에 대한 Δt의 값은 분자확산의 경우보다 훨씬 커야 한다. 어떤 입자가 특정한 난류 와동에 휩쓸려 이전 0.001초 동안 우측으로 이동했다면, 다음 0.001초 동안에도 우측으로 이동할 가능성이 다분히 있기 때문이다. 수로의 단면 크기 및 흐름조건에 따라 차이가 있겠지만 시간 스케일이 보통 수 초 내지 수십 초에 이르는 와가 많기 때문이다. 이에 따라 식 (4)와 같은 분포가 성립하기까지 필요한 시간도 분자확산의 경우와는 다르게 된다. 앞에서도 언급하였듯이 분자확산의 경우에는 1초면 충분한 시간인 반면, 난류확산의 경우에는 하천의 경우에는 보통 수 분(minutes) 내지 수십 분, 해양의 경우에는 수십 분 내지 수 시간(hours), 대기의 경우에

는 수 시간 내지 수 일이 소요된다. 난류확산에 대해서도 분자확산의 경우와 마찬가지로 식 (2)와 같이 확산계수를 정의할 수 있으며, 이를 난류확산계수(turbulent diffusion coefficient ; ε_t)라 칭한다. 그러나 이 경우의 Δx는 난류 와동에 의하여 물질 입자가 이동하는 거리의 크기를 나타내는 척도이며, 따라서 와동의 강도(intensity)가 클수록 Δx가 커지고, 그에 따라 ε_t도 증가한다. 따라서 ε_t는 난류강도를 나타내는 척도로서, 흐름에 따라 좌우되며 물 자체의 물리화학적 성질과는 무관하다.

마지막으로 그림 3(b), 즉 종확산, 즉 1차원 전단류 확산의 경우를 생각해 보자. 그림에서 $\overline{u}$ 는 난류 평균된 유속이며, U는 $\overline{u}$ 의 수심(또는 단면) 평균유속이고, u''은 수심방향 각 위치에서의 $\overline{u}$ 와 U의 편차를 나타낸다. 어떤 물질 입자를 초기 위치(x=0)에 놓고, 속도 U로 움직이는 이동 좌표계 상에서 이 입자를 매 30초마다 계속 관찰한다고 상상해 보자. 매 30초마다 이 입자의 상대적 변위를 살펴보면 이전 시간 단계에서의 위치보다 우측 또는 좌측으로 이동되어 있음이 관측될 것이다. 이 입자가 30초의 대부분을 수면(water surface) 근처에 위치해 있었다면 이동 좌표계 상에서 볼 때 전보다 더 우측으로 이동한 것으로 보일 것이고, 바닥 근처에 오래 있었다면 좌측으로 더 이동한 것으로 보일 것이다. 이 입자를 초기에 수심방향의 어느 위치에 놓는 지에 관계없이 수심방향으로의 난류확산에 의하여 위아래로 오르락내리락 할 것이며, 30초 동안에 이 입자가 수심 방향의 어느 곳으로 옮겨 다닐지는 미리 알 수가 없을 것이다. 역으로 말해서 30초라는 시간이 그 동안의 입자의 궤적을 전혀 예상하지 못할 만큼 충분히 긴 시간이라고 간주하자. 수심이 매우 깊고 유속이 작은 경우라면, 즉 난류강도가 작은 경우라면 시간 간격을 30초보다 더 크게 잡으면 될 것이다. 그렇다면 30초 후에 이 입자가 이동 좌표계 상에서 볼 때 우측으로 이동할 지 좌측으로 이동할지는 무작위적으로 결정될 것임은 물론이고, 이전 30초 동안 어느 쪽으로 이동했는지가 다음 30초 후의 결과에 영향을 주지 않을 것이다. 분자확산 또는 난류확산과의 이와 같은 유사성에 따라서 종확산의 경우에도 무작위 걸음 모형의 적용이 가능하며, 30초가 여러 번 경과한 후의 x 방향 입자분포는 식 (4)와 동일한 형태를 갖게 된다. 좀더 부연하면 입자가 겪게 되는 상대적 이송속도 u''은 매 순간마다 변화하며, 따라서 u''은 분자확산에서의 물분자의 충돌속도와 견줄 수 있다. 분자확산의 경우 0.001초로 예를 들었던 Δt의 값은 여기서는 30초가 되며, 식 (1)에서의 Δx는 다음과 같이 된다.

$$\Delta x = \Delta t \sqrt{\frac{1}{A}\int_A (\overline{u}-U)^2 dA} \tag{5}$$

분자확산 및 난류확산의 경우와 마찬가지로 식 (2)와 같이 확산계수를 정의할 수 있으며, 이를 종확산계수((longitudinal) dispersion coefficient; E)라 칭한다. 식 (2) 및 (5)에서도 알 수 있듯이 종확산계수, E를 결정짓는 요소는 난류평균 유속의 단면분포이다. 유속의 단면변화, 즉 u''이 클수록 E가 증가한다. 이는 앞 절에서도 살펴보았듯이(그림 3(a) 참조) 수면 근처의 유속과 바닥 부근에서의 유속 간의 편차가 클수록 물질이 좌우로 퍼져나가는 범위가 커지는 물리적 현상과 잘 일치하는 것이다.

4. 맺음말

이상과 같이 분자확산, 난류확산 및 전단류 확산에 대하여 미시적, 개념적인 관점에서 살펴보았다. 세 가지 현상 모두 그 스케일에서 차이가 있을 뿐, 개념적으로는 유사성이 있으며, 따라서 유사한 이론적 접근이 가능함을 알 수 있었다. 머리말에서도 언급하였듯이 이들 현상을 이론적으로 접근하여 이해하기 위한 또 다른 방법은 질량보존 법칙에 따른 지배 방정식을 유도하여, 그 해를 구하고 그 결과를 해석하는 것이다. 이 경우 단순히 주어진 방정식을 푸는 것만으로는 현상의 물리적 이해에 도움을 주지 못하며, 이를 위해서는 경사 확산(gradient diffusion) 및 지배 방정식의 유도과정에 대한 이해가 반드시 요구된다. 지면의 제약 상 이에 관한 구체적인 내용을 여기서 다룰 수는 없으나, 각각의 현상에 대한 지배방정식의 유도과정

과 유도된 지배 방정식의 형태는 매우 유사하다. 이러한 두 가지 접근방법은 사실상 별개의 것이 아니라 함께 이해하는 것이 바람직하다. 특히 물리적 현상에 대한 개념적인 이해가 선행되면, 수학적 지배방정식의 유도과정 및 그로부터 구한 해에 대한 이해가 한결 수월해 질 것이다.

참고문헌

Chatwin, P.C., and Allen, C.M. (1985). "Mathematical models of dispersion in rivers and estuaries." Ann. Rev. of Fluid Mech., Vol. 17, pp. 119-149.

Csanady, G.T. (1973). Turbulent diffusion in the environment. D. Reidel, Dordrecht, The Netherlands.

Feynman, R.P., Leighton, R.B., and Sands, M. (1963). Lectures on physics. Addison-Wesley, Reading, MA.

Fischer, H.B., List, E.J., Koh, R.C.Y., Imberger, J., and Brooks, N.H. (1979). Mixing in inland and coastal waters. Academic Press, Orlando.

Ranga Raju, K.G. (1993). Flow through open channels. Tata McGraw-Hill, New Delhi, India.

Tennekes, H., and Lumley, J.L. (1972). A first course in turbulence. MIT Press, Cambridge, MA.