

## 선형과 비선형 Muskingum-Cunge법에 의한 유출곡선의 특성 비교

### Comparison of Characteristics of Outflow Hydrograph Using the Linear and Nonlinear Muskingum-Cunge Methods

김진수\* / 김진홍\*\*  
Kim, Jin Soo / Kim, Jin Hong

#### Abstract

A series of numerical experiments is performed to compare the characteristics of outflow hydrograph using linear and nonlinear Muskingum-Cunge methods for two cases: (a) sinusoidal inflow hydrographs and (b) rainfall inputs. The nonlinear method shows the steepening of the rising limb, coupled with a corresponding flattening of the receding limb. The linear method conserves mass exactly. In contrast, the nonlinear method is subject to a gain and a loss of mass. The loss of mass and the subsidence of peak outflow increases with a mild slope, a small baseflow  $q_b$  and a large peak inflow to baseflow ratio  $q_p/q_b$ . A shock wave and associated numerical instability results in the increase of mass for a steep slope and a large  $q_p/q_b$  ratio. While the linear method depends on the reference flow per unit-width, the nonlinear method depends on a baseflow and the  $q_p/q_b$  ratio. It is found that, unlike for the sinusoidal inflow, the outflow for the rainfall inputs conserves mass fairly exactly in the nonlinear method.

*Keywords:* linear Muskingum-Cunge method, nonlinear Muskingum-Cunge method, mass conservation, kinematic shock

#### 요 지

홍유입이 없는 경우(sine곡선의 홍수와 유입)와 홍유입이 있는 경우(강우 유입)를 대상으로 선형과 비선형 Muskingum-Cunge법에 의한 단위폭 사면에서의 유출수문곡선의 특성을 비교·고찰하였다. 유출곡선은 선형법에서는 확산효과에 의해서 거의 대칭적으로 확산되나, 비선형법에서는 비선형효과와 확산효과에 의해 상호작용에 의하여 상승부는 급하게 되고, 하강부는 완만하게 된다. 선형법은 유입된 질량을 정확히 보존하나, 비선형법은 질량의 증가나 손실을 초래한다. 비선형법에서 기저유량이 작고 유량변화의 비가 큰 경우, 완경사에서는 파형의 감쇠와 질량의 감소를 가져오나, 급경사에서는 kinematic shock의 생성과 함께 질량의 증가를 가져온다. 같은 특성을 갖는 사면의 경우, 유출곡선의 전파속도와 파형의 변화는 선형법에서는 단위폭당 기준유량에 좌우되나, 비선형법에서는 기저유량 및 유량변화의 비(= 침투유량/기저유량)에 좌우된다. 홍유입(강우)이 있는 비선형법의 경우는 홍유입이 없는 경우와 마찬가지로, 사면경사가 완만하고 유량변화의 비가 클수록 침투유량은 작아지고 파형은 확산되나, 질량의 손실은 거의 없다.

**핵심용어 :** 선형Muskingum-Cunge법, 비선형Muskingum-Cunge법, 질량보존률, kinematic shock

\* 충북대학교 농과대학 농공학과 부교수

Associate Prof. Dept. of Agr. Engrg., Chungbuk National University, Chongju, 361-763, Korea

\*\* 중앙대학교 건설대학 토목공학과 조교수

Assistant Prof. Dept. of Civil Engrg., Chung Ang University, Ansong, 456-756, Korea

## 1. 서 론

Muskingum-Cunge법(Cunge, 1969; Ponce, 1986)은 kinematic wave 법과 같이 그 매개변수를 흐름이나 하천 및 유역의 지형특성으로부터 구할 수 있는 수리학적 모형으로서 수문 자료가 부족한 하천이나 유역에도 사용할 수 있다. 이 방법은 kinematic wave식의 차분근사에서 발생하는 수치확산능(numerical diffusivity)을 diffusion wave 방정식에서 유도되는 수리확산능(hydraulic diffusivity)과 조화시킴으로써 형성된다. 따라서 kinematic wave 법을 적용하기 어려운 비교적 완경사의 사면이나 수로에서의 확산파(diffusion wave)를 해석할 수가 있다.

Muskingum-Cunge법에는 선형법(線形法)과 비선형법(非線形法)이 있는데, 각각 장점과 단점을 가지고 있다. 선형법은 유출체적(질량)을 정확히 보존하나 추적매개변수의 기초가 되는 단위폭당 기준유량(reference flow per unit-width)을 미리 설정해야 한다. 비선형법은 단위폭당 기준유량을 설정할 필요가 없고 유하에 따른 유출곡선 상승부의 급준화(急俊化, steepening)를 재현할 수 있으나 질량의 손실을 초래한다(Ponce와 Yevjevich, 1978). 이에 Ponce와 Chaganti(1994)는 기존의 비선형법인 3점법과 4점법을 개선하여 질량보존률을 향상시키는 보정3점법(modified three point method) 및 보정4점법(modified four point method)을 제시하였다.

선형법은 완경사 혹은 등가조도계수가 큰 사면에서 Courant수에 거의 관계없이 확산파를 잘 재현하는 것으로 보고되었다(김진수, 1996a; 金鎮洙 1996b). 그러나 비선형법은 비선형효과(nonlinear effect)에 의해 유출곡선 상승부가 급하게 된다는 현상 외에는 아직 그 특성이 잘 파악되어 있지 않다. 이에 본 연구에서는 여러 조건의 사면 및 유량 조건하에서의 모의발생을 통하여 비선형법에 의한 유출특성을 선형법에 의한 결과와 비교·검토하고자 한다.

## 2. Muskingum-Cunge법의 이론적 배경

### 2.1 추적방정식

Ponce와 Yevjevich(1978)는 추적방정식의 추적계수를 무차원의 매개변수인 Courant상수 C와 cell Reynolds수 D로 다음과 같이 표현하였다.

$$q_{j+1}^{n+1} = C_0 q_j^{n+1} + C_1 q_j^n + C_2 q_{j+1}^n + C_3 q_L \quad (1)$$

$$C_0 = \frac{-1+C+D}{1+C+D}$$

$$C_1 = \frac{1+C-D}{1+C+D}$$

$$C_2 = \frac{1-C+D}{1+C+D}$$

$$C_3 = \frac{2C}{1+C+D}$$

여기서  $C_0$ ,  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ 은 추적계수이며,  $n$ 은 시간격자,  $j$ 는 거리격자,  $q_L$ 은 횡유입량을 나타낸다.

Courant상수 C는 격자망의 이동속도  $\Delta x/\Delta t$ 에 대한 kinematic wave의 전파속도  $c$ 의 비로소 식(3)과 같이 표현된다.

$$C = c \frac{\Delta t}{\Delta x} \quad (3)$$

또한 cell Reynolds수 D는 격자확산능에 대한 수리확산능의 비로소 다음과 같이 표현된다.

$$D = \frac{q_0}{s_0 c \Delta x} \quad (4)$$

여기서  $q_0$ 는 단위폭당 기준유량,  $s_0$ 는 사면경사.

한편 폭이 넓은 수로나 사면에서의 kinematic wave의 전파속도는 다음과 같이 정의된다.

$$c = \frac{dq}{dh} = \frac{5}{3} \frac{s_0^{3/10} q^{2/5}}{N^{3/5}} \quad (5)$$

여기서  $q$ 는 단위폭당 유량,  $h$ 는 수심,  $N$ 는 등가조도계수.

### 2.2 Muskingum-Cunge법의 종류

추적매개변수 C와 D의 값의 산정에 있어 선형법에서는 단위폭당 기준유량이 필요한데 반하여, 비선형법에서는 격자의 단위폭당 평균유량이 이를 대신한다.

#### 2.2.1 선형법

단위폭당 기준유량  $q_0$ 는 다음과 같이 된다.

$$q_o = q_b + \theta(q_p - q_b) \quad (6)$$

여기서  $q_b$ 는 기저유량(baseflow),  $q_p$ 는 첨두유량(peak flow),  $\theta$ 는 가중치이다. 특히  $\theta = 0.5$ 인 경우 단위폭당 기준유량은 기저유량과 첨두유량의 평균값이 된다.

$$q_o = (q_b + q_p)/2 \quad (7)$$

단 횡유입(강우유입)의 경우에  $q_p$ 는 식 (8)과 같은 가능첨두유량(possible peak flow)을 취한다.

$$q_p = L_x \times L_y \times R \quad (8)$$

여기서  $R$ 은 강우강도,  $L_x$ 는 x방향의 사면길이,  $L_y$ 는 y방향의 사면길이이다. kinematic wave의 전파속도는 식 (7)로부터 구해진 유량을 식 (5)에 대입하여 구한다.

### 2.2.2 보정3점법

격자의 단위폭당 평균유량은 식 (9)와 같이 3개의 지지점에서의 단위폭당 유량의 평균값으로 하는데, 선형법과는 달리 그 값이 격자마다 변한다.

$$q_a = (q_j^n + q_{j+1}^n + q_j^{n+1})/3 \quad (9)$$

kinematic wave의 전파속도는 식 (9)의 유량을 식 (5)에 대입하여 구한다.

### 2.2.3 보정4점법

격자의 단위폭당 평균유량은 식 (10)과 같이 4개 지지점에서의 단위폭당 유량의 평균값으로부터 정하는데, 이 때 반복의 수렴(convergence)을 향상시키기 위해 식 (9)의 보정3점법에서 얻은  $q_{j+1}^{n+1}$  값을 1차 근사값으로 한다.

$$q_a = (q_j^n + q_{j-1}^n + q_j^{n+1} + q_{j+1}^{n+1})/4 \quad (10)$$

kinematic wave의 전파속도는 식 (10)의 유량을 사용하여 식 (5)로부터 계산한다.

### 2.3 kinematic wave의 전파속도와 특성구간길이

선형법의 경우, 식 (5)에서  $q$ 에 단위폭당 기준유량  $q_o$ 를 대입하면 kinematic wave의 전파속도는

$$c = \frac{5}{3} \frac{s_o^{3/10} q_o^{2/5}}{N^{3/5}} = f(N, s_o, q_o) \quad (11)$$

가 되어 Courant수  $C$ 는 식(12)와 같은 함수로 표현된다.

$$C = c \frac{\Delta t}{\Delta x} = f(N, s_o, q_o, \Delta x, \Delta t) \quad (12)$$

한편, 특성구간길이(characteristic reach length)  $L$ 을

$$L = \frac{q_o}{s_o c} \quad (13)$$

라고 정의하면, 이것은

$$L = \frac{3}{5} \frac{(q_o N)^{3/5}}{s_o^{13/10}} = g(N, s_o, q_o) \quad (14)$$

가 되며 길이의 차원을 갖는다. 따라서 cell Reynolds 수  $D$ 는 식 (15)와 같은 함수로 표현된다.

$$D = \frac{L}{\Delta x} = g(N, s_o, q_o, \Delta x) \quad (15)$$

비선형법에서는 식 (11)~(15)에서의 단위폭당 기준유량  $q_o$  대신에 식 (9)나 (10)에서 얻은 단위폭당 평균유량  $q_a$ 를 사용하게 되므로, 격자마다  $c$ 와  $L$ 의 값도 변하고, 추적개변수  $C$ 와  $D$ 의 값도 변한다.

## 3. 수치실험의 결과 및 고찰

### 3.1 대상사면과 유량조건

대상사면은 단위폭사면(1×10,000 m)으로서 등가조도계수를 0.4(밭의 등가조도계수에 해당)로 하고 사면경사를 0.02, 0.003으로 한다. 유량조건으로서는 Table 1과 같이 횡유입( $q_L$ )이 없는 경우와 있는 경우를 대상으로, 기저유량에 대한 첨두유량의 비  $q_p/q_b$ (이하 유량변화의 비라고 함)가 큰 경우(RUN xH)와 작은 경우(RUN xL)에 있어서 모의발생을 실시하였다. 이때, 횡유입 조건은 다음과 같다: ① 횡유입( $q_L$ )이 없는 경우로서는 기저유량  $q_b$ 의 흐름 위에 첨두유량  $q_p$

Table 1. Test Series

RUN		roughness coefficient N	bed slope $s_0$	baseflow $q_b$ (m <sup>2</sup> /s)	rainfall intensity R (mm/h)	peak flow $q_p$ (m <sup>2</sup> /s)	$q_p/q_b$	reference flow per unit width (m <sup>2</sup> /s)
sinusoidal inflow ( $q_L=0$ )	RUN 1H	0.4	0.02	1.0		20	20	10.5
	RUN 1L	0.4	0.02	1.0		2	2	1.5
	RUN 2H	0.4	0.02	0.01		0.20	20	0.105
	RUN 2L	0.4	0.02	0.01		0.02	2	0.015
	RUN 3H	0.4	0.003	1.0		20	20	10.5
	RUN 3L	0.4	0.003	1.0		2	2	1.5
	RUN 4H	0.4	0.003	0.01		0.20	20	0.105
	RUN 4L	0.4	0.003	0.01		0.02	2	0.015
	RUN 5L	0.4	0.02	0.07		0.14	2	0.105
rainfall input ( $q_L \neq 0$ )	RUN 6H	0.4	0.02	0.01	100	1000*	100,000	
	RUN 6L	0.4	0.02	1.0	100	1000*	1,000	
	RUN 7H	0.4	0.003	0.01	100	1000*	100,000	
	RUN 7L	0.4	0.003	1.0	100	1000*	1,000	

\* possible peak flow

인 sine곡선의 홍수파( $q_p - q_b$ )  $\sin(\pi t/60)$ (m<sup>2</sup>/s, t는 분)를 상류단에서 60분간 유입시킴, ②형유입이 있는 경우로서는 기저유량  $q_b$ 의 흐름 위에 강우강도 R인 강우를 60분간 유입시킴.

이하에서는 위와 같은 조건하에서 사면의 하류단, 즉 상류단으로부터 10,000m지점에서 얻은 결과를 중심으로 논하기로 한다.

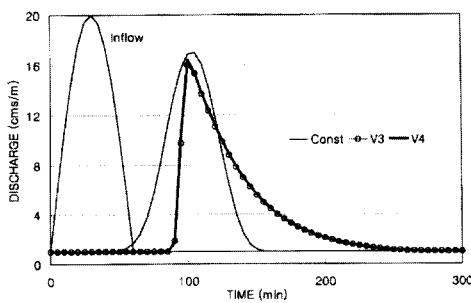
### 3.2 형유입이 없는 경우(sine곡선 홍수파의 유입)

#### 3.2.1 선형법, 보정3점법 및 보정4점법의 비교

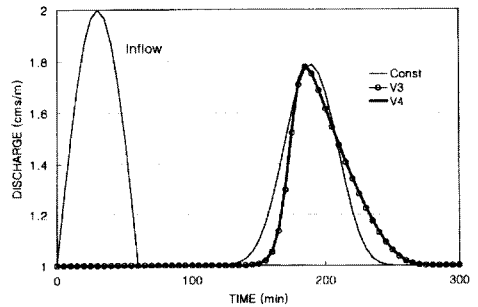
비선형법은 선형법과 달리 기저유량이 없거나 매우

작은 경우에는 수치계산이 파괴되어 어느 정도 이상의 기저유량을 반드시 필요로 한다. Fig. 1은 Table 2와 같은 조건하에서의 가중치  $\theta=0.5$ 의 선형법과 비선형법(보정3점법, 보정4점법)에 의한 결과를 비교한 것인데, 모든 유출곡선의 첨두유량은 감소하며 확실하는데, 선형법(Const)에서 유출곡선의 상승부와 하강부가 거의 대칭을 이룬다. 보정4점법(V4)과 보정3점법(V3)과 같은 비선형법은 서로 거의 일치하는데, 선형법에 비하여 유출곡선의 상승부는 급하게 되고 하강부는 완만하게 되며, 특히 Fig. 1(b)와 같이 유량변화의 비가 작은 경우에는 첨두유량이 약간 빨리 나타난다.

선형법이 선형 이송 확산방정식(linear convective-



(a) a large  $q_p/q_b$  ratio(RUN 1H)



(b) a small  $q_p/q_b$  ratio(RUN 1L)

Fig. 1. Comparison of Outflow Hydrographs

Table 2. Comparison of Mass Conservation for the Muskingum-Cunge Methods

RUN	$q_b$	$q_p/q_b$	$\Delta t/\Delta x$	$C^*$	Const M (%)	V3 M (%)	V4 M (%)
RUN 1H	1	20	300/400	1.72	100	97.2	98.7
RUN 1L	1	2	300/200	1.26	100	96.9	98.5

\* the Courant number of the linear method(Const)

diffusion equation)으로 표현되는데 반하여, 비선형 방법은 비선형 이송-확산방정식(nonlinear convective-diffusion equation)으로 표현된다(Ponce, 1989). 따라서 선형법에서는 확산효과(diffusion effect)에 의하여 유출곡선은 유하하면서 계속 확산한다. 한편, 비선형법의 경우, 비선형 이송항에서는 유량이 큰 흐름이 유량이 작은 흐름보다 전파속도가 빨라 수문곡선의 상승부를 급하게 만드는 비선형효과가 발생하고, 비선형 확산항에서는 수문곡선을 완만하게 하려는 확산효과가 발생하는데, 이러한 두 효과의 상호작용에 의하여 유출곡선의 상승부는 급하게 되고, 하강부는 완만하게 된다.

Table 2의 질량보존률 M(= 유출된 질량/유입된 질량×100)을 보면 선형법은 거의 100%이나, 비선형법에서는 100%보다 작다. 질량보존률에 있어서, 유량변화의 비가 큰 경우(RUN 1H), 보정3점법은 97.2%, 보정4점법은 98.7%가 되며, 유량변화의 비가 작은 경우(RUN 1L), 보정3점법은 96.9%, 보정4점법은 98.5%가 된다. 각각의 경우에 있어서 보정4점법이 보정3점법보다 질량보존률이 크게 나타난다. 따라서 이하에서는 비선형법으로서 보정4점법을 택하고 이것을 가중치  $\theta=0.5$ 의 선형법과 비교하여 검토하기로 한다.

### 3.2.2 비선형법에서의 격자간격에 의한 영향

#### (1) $\Delta x$ 의 차에 의한 영향

비선형법은 선형법과는 달리 어느 지점에서의 Courant수 C와 cell Reynolds수 D의 값이 시간에 따라 변하게 된다.  $\Delta t$ 를 일정(300 sec)하게 고정하고  $\Delta x$ 를 작게 하는 경우, C와 D값은 커지게 되는데, Fig. 2는 RUN 2L에서  $\Delta x$ 를 100, 50, 25m로 변화시켜 평균적인 C값을 0.43, 0.86, 1.71로 한 경우의 유출곡선을 나타낸다. 선형법의 경우와 마찬가지로  $C < 1$ 인 경우에는 유출곡선의 앞부분에 수치적 진동이 나타나나, C가 1에 접근하면서 사라진다. 한편, C가 1보다 큰 경우에는 첨두유량의 근처에서 수치적 진동이 발생한다.

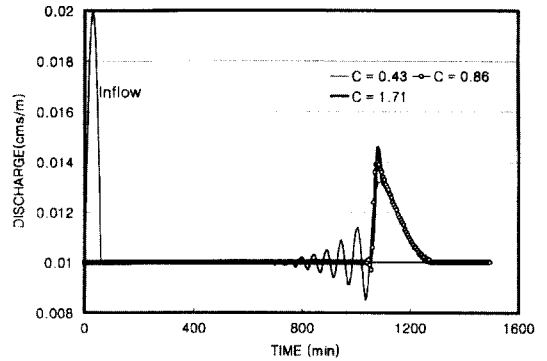


Fig. 2. Effect of  $\Delta x$  on Outflow Hydrographs(RUN 2L)

(2) 격자비를 고정시킨 후  $\Delta x$ 의 차에 의한 영향  
 격자비(=  $\Delta t/\Delta x$ )를 고정시킨 후  $\Delta x$ 를 작게 하면, C는 일정하고 D는 증가한다. Fig. 3은 RUN 2H에서 C를 1에 가까운 값으로 고정시킨 후 D를 증가시킨 경우의 유출곡선을 나타낸다. D가 커짐에 따라 유출곡선의 첨두유량 부근에서 발생한 수치적 진동은 사라지고 첨두유량은 작아진다. RUN 1H, RUN 2H와 같이 급경사에서 유량변화의 비가 큰 경우에는 큰

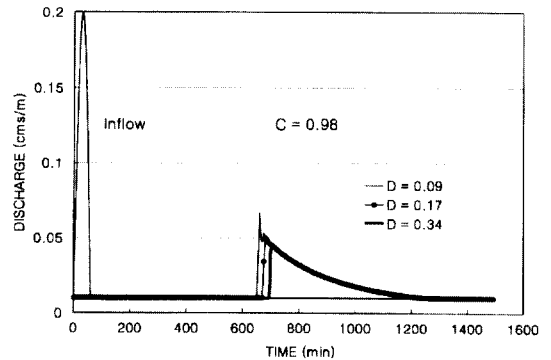


Fig. 3. Effect of  $\Delta x$  on Outflow Hydrographs with a Constant Grid Ratio( $\Delta t/\Delta x$ ) (RUN 2H)

$\Delta x$ 에서 유출곡선 상승부의 경사가 급하게 되는 kinematic shock(Lighthill and Whitham, 1955)와 이에 따른 수치적 진동이 발생한다. 그러나 이러한 수치적 진동은  $\Delta x$ 가 작아질수록, 즉 D의 값이 커질수록 사라진다.

### 3.2.3 선형법과 비선형법에 의한 결과 비교

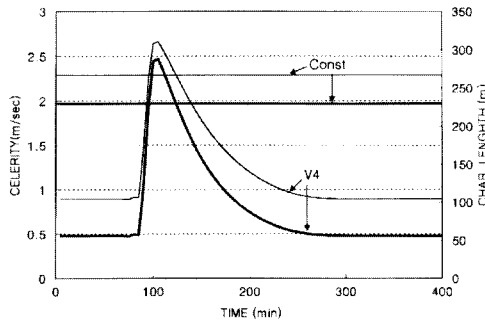
(1) kinematic wave의 전파속도(c)와 특성구간길이(L)

Fig. 4는 각각 유량변화의 비가 큰 경우(RUN 1H)와 작은 경우(RUN 1L)에서의 시간의 경과에 따른 kinematic wave의 전파속도 c와 특성구간길이 L의 변화를 나타낸다. Fig. 4에서 실선은 c를 나타내고 굵은 실선은 L을 나타내는데, c와 L은 선형법(Const)에

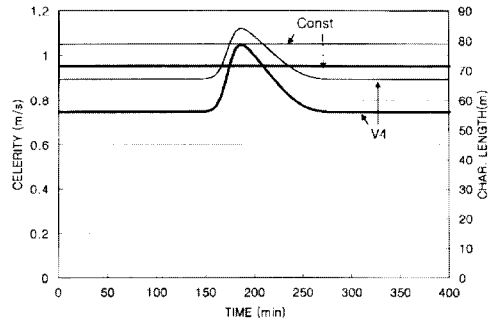
서는 시간에 관계없이 일정하나, 비선형법(V4)에서는 시간에 따라 변하게 된다. 비선형법에서 시간의 경과에 따른 c와 L의 형상 변화는 유량의 형상 변화와 거의 같다(Fig. 1 참조). 두 방법간의 c와 L의 값을 비교하면, 전반적으로 비선형법이 선형법보다 작게 되나, 유량변화의 비가 작은 경우에는 첨두유량의 부근에서는 크게 된다.

(2) 단위폭당 기준유량이 같은 경우

Fig. 5는 단위폭당 기준유량  $0.105 \text{ m}^2/\text{s}$ 이 같은 두 경우(RUN 2H와 RUN 5L)에서의 선형법과 비선형법에 의한 유출곡선의 형상이다. Fig. 5(a)와 같은 선형법에서는 단위폭당 기준유량이 같은 경우, c와 L이 같아 전파속도와 파형은 같으나, Fig. 5(b)와 같은 비선형법에서는 기저유량이 클수록, 즉 RUN 5L(기저는 실

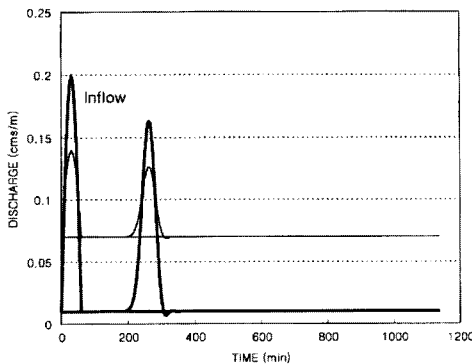


(a) a large  $q_p/q_b$  ratio (RUN 1H)

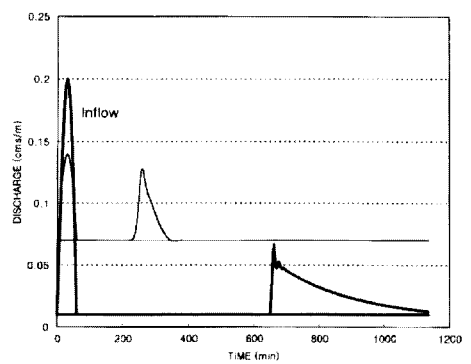


(b) a small  $q_p/q_b$  ratio (RUN 1L)

Fig. 4. Comparison of the Linear Method with the Nonlinear Method for Kinematic Wave Celerity(c) and Characteristic Reach Length(L)



(a) the linear method



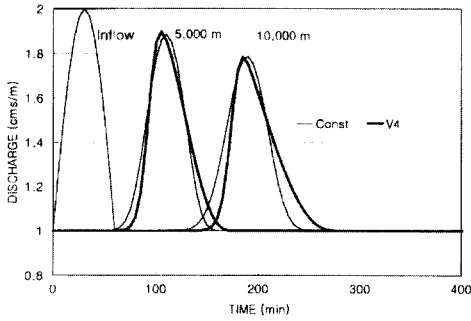
(b) the nonlinear method

Fig. 5. Outflow Hydrographs for the Same Reference Flow per Unit-Width (RUN 2H and RUN 5L)

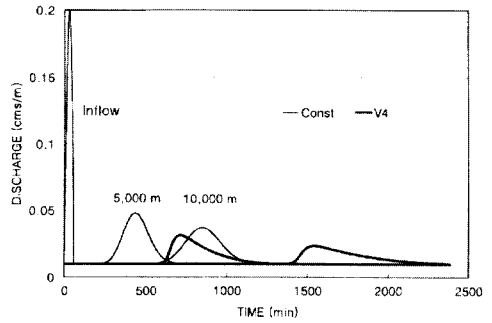
선)의 경우가, 침투유량이 빨리 나타나고 유출곡선의 상승부는 완만하게 된다. 이와 같이 사면의 재 조건이 같은 경우, 전파속도와 파형의 변화는 선형법에서는 단위폭당 기준유량에 좌우되나, 비선형법에서는 기저유량 및 유량변화의 비에 좌우된다.

(3) 유하에 따른 유출곡선의 특성

Fig. 6은 유량변화의 비가 작은 경우(RUN 1L)와 큰 경우(RUN 4H)에 있어서 각각 상류단으로부터 5,000m와 10,000m 지점에서 얻은 선형법(Const)과 비선형법(V4)에 의한 결과이다. 두 경우 모두 수치확산의 영향으로 유하하면서 침투유량은 감소하고 파형은 확산하나, 비선형법은 선형법에 비하여 유출곡선의



(a) a small  $q_p/q_b$  ratio(RUN 1L)



(b) a large  $q_p/q_b$  ratio(RUN 4H)

Fig. 6. Change of Outflow Hydrographs

Table 3. Summary of Mass Conservation(M) of the Nonlinear Method for a Varying  $\Delta x$

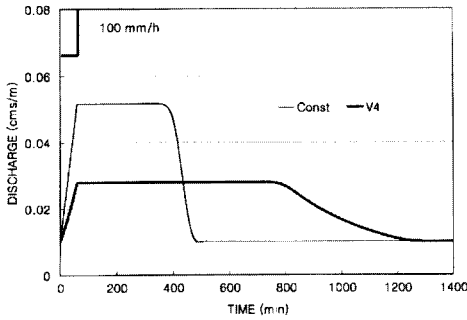
RUN	bed slope $S_0$	baseflow $q_b$	$q_p/q_b$	$\Delta t/\Delta x$ (s/m)	$\Delta x$ (m)	5,000m M(%)	10,000m M(%)
RUN 1H	0.02	1	20	3/4	400	98.8	98.7
					200	97.4	95.2
					100	96.1	92.4
RUN 1L	0.02	1	2	3/2	200	99.1	98.5
					100	99.4	98.7
					50	99.5	98.9
RUN 2H	0.02	0.01	20	6/1	50	<b>110.7</b>	<b>114.1</b>
					25	<b>102.1</b>	<b>102.0</b>
					12.5	92.4	89.8
RUN 2L	0.02	0.01	2	6/1	50	98.9	98.4
					25	98.2	97.4
					12.5	97.9	97.2
RUN 3H	0.003	1	20	6/5	250	82.1	78.9
					125	81.7	78.4
					72.5	81.5	78.3
RUN 3L	0.003	1	2	3/2	200	95.6	95.1
					100	95.9	95.5
					50	96.1	95.6
RUN 4H	0.003	0.01	20	6/1	50	77.1	75.1
					25	76.5	74.5
					12.5	76.3	74.3
RUN 4L	0.003	0.01	2	6/1	50	95.4	95.2
					25	95.7	95.5
					12.5	95.7	95.4

상승부는 급하게 되고 하강부는 완만하게 된다. 비선형법과 선형법에 의한 결과의 차는 사면경사가 작을수록, 유량변화의 비가 클수록 크게 나타나는데, 비선형법이 선형법에 비하여 전파속도는 더 늦고 첨두유량은 크게 감소한다. (Fig. 6(b)). 이것은 비선형법에서 유량변화의 비가 큰 경우, 작은 기저유량은 전파속도를 결정하는 식(10)과 같은 단위폭당 평균유량에 큰 영향을 미쳐 선형법에 비하여 훨씬 작은 전파속도를 초래하기 때문이라고 판단된다.

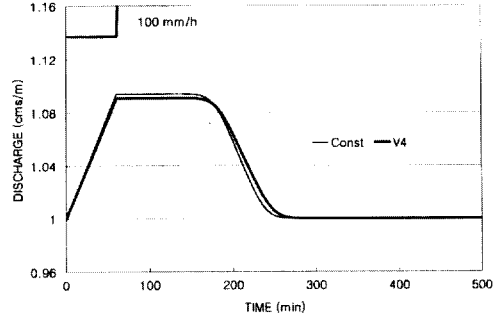
(4) 질량보존률

선형법은 조건에 관계없이 질량보존률(M)이 거의 100%이다. 그러나, 비선형법에서의 질량보존률은 사면조건(조도계수, 사면경사), 유량조건 및 격자간격 등에 좌우되어, 일반적으로 질량감소를 나타내나, 경우에 따라 질량의 증가를 가져오기도 한다. 각 경우에서의 격자간격의 변화에 따른 질량보존률은 Table 3과 같다.

같은 사면조건하에서 유량변화의 비( $q_p/q_b$ )가 큰 경우가 작은 경우에 비하여 질량이 잘 보존되지 않는다. 즉 질량보존률(M)이 100%에서 멀어진다. 경사가 작은 사면( $s_o$ 가 0.003인 사면)에서는 RUN 3H와 RUN 4H와 같이 유량변화의 비가 큰 경우에 유출곡선의 첨두유량이 크게 감소되는데(Fig. 6(b) 참조), 이때 질량보존률은 작게 되고 이것은  $\Delta x$ 의 영향을 거의 받지 않는다. 경사가 큰 사면( $s_o$ 가 0.02인 사면)에서는 RUN 2H와 같이 기저유량이 작고 유량변화의 비가 큰 경우에 kinematic shock 현상과 수치적 진동이 나타나는데(Fig. 3참조), 이 때는 질량의 증가를 가져온다. 그러나  $\Delta x$ 가 작아짐에 따라 이러한 수치적 진동은 사라지고 질량보존률은 감소하여 100%이하로 저하한다. 또한, 질량보존률은 시간의 경과(즉 유하)와 함께 변하여, 5,000m 지점이 100%보다 작은 경우, 10,000 m지점은 더 감소하게 된다.

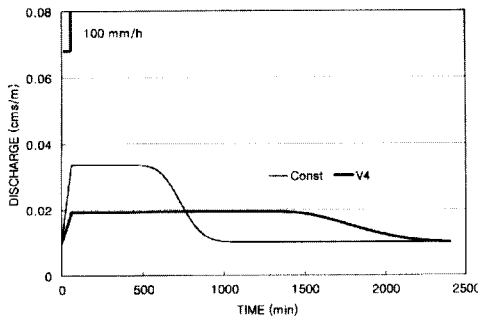


(a) a large  $q_p/q_b$  ratio (RUN 6H)

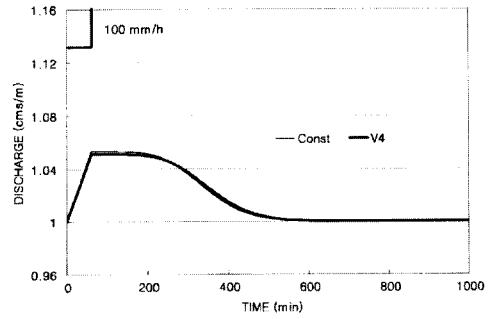


(b) a small  $q_p/q_b$  ratio (RUN 6L)

Fig. 7. Outflow Hydrographs for a Rainfall Input and a Steep Slope ( $s_o=0.02$ )



(a) a large  $q_p/q_b$  ratio (RUN 7H)



(b) a small  $q_p/q_b$  ratio (RUN 7L)

Fig. 8. Outflow Hydrographs for a Rainfall Input and a Mild Slope ( $s_o=0.003$ )



### 3.3 횡유입(강우유입)이 있는 경우

#### 3.3.1 유출곡선의 형상

강우유입이 있는 경우의 침투유량은 식 (8)과 같은 가능침투유량으로 대체한다. 따라서 기저유량이 같은 경우, 강우강도가 크게 되거나, 강우강도가 같은 경우, 기저유량이 작아지면 가능침투유량이 크게 되어 유량 변화의 비(=가능침투유량/기저유량)도 크게 된다.

Fig. 7과 8은 각각 기저유량이 0.01m<sup>2</sup>/s와 1m<sup>2</sup>/s 인 경우에 있어서 강우강도 R = 100 mm/h의 유입에 대한 유출곡선을 나타낸다. Fig. 7(a)와 8(a)와 같이 유량변화의 비가 큰 경우에는 횡유입이 없는 경우와 마찬가지로, 비선형법(V4)은 선형법(Const)에 비하여 침투유량은 작게 되고 파형이 확산하는 경향이 있는데, 이것은 선형법에서 단위폭당 기준유량이 작은 경우의 현상에 해당한다. Fig. 7(b)와 8(b)와 같이 유량변화의 비가 작은 경우에는 두 방법에 의한 결과의 차는 작아지나 비선형법은 선형법에 비하여 침투유량이 약간 작게 되며 파형은 좀 더 확산된다.

#### 3.3.2 질량보존률

Table 4는 횡유입이 있는 경우의 비선형법에 의한 유출곡선의 질량보존률(M)을 나타내는데, 모든 경우에서, 즉 경사의 크기나 유량변화의 비에 관계없이 질량보존률이 99%을 넘고 있다. 횡유입이 없는 경우에는 완경사 사면에서 유량변화의 비가 큰 경우에 상당량의 질량손실을 가져왔으나, 횡유입이 있는 경우에는 선형법과 마찬가지로 질량손실이 거의 없다.

이상의 결과로부터 유출곡선에 있어서 비선형법은 기저유량이 작거나 침투유량(혹은 강우강도)이 커서 유량변화의 비가 큰 경우에는 선형법과 큰 차이를 보이므로 그 특성을 충분히 파악한 후에 사용할 것으로 사료된다.

## 4. 결 론

본 연구에서는 횡유입이 없는 경우(sine곡선의 홍수 파 유입)와 횡유입이 있는 경우(강우 유입)를 대상으로 선형과 비선형 Muskingum-Cunge법에 의한 단위폭 사면에서의 유출곡선의 특성을 비교·검토하였다. 여기서 얻은 주요한 결론을 요약하면 다음과 같다.

(1) 같은 특성을 갖는 사면의 경우, 유출곡선의 전파속도와 파형의 변화는 선형법에서는 단위폭당기준유량에 좌우되나, 비선형법에서는 기저유량 및 유량변화의 비(=유입곡선의 침투유량/기저유량)에 좌우된다.

(2) 유출곡선은 선형법에서는 확산효과에 의해서 거의 대칭적으로 확산되나, 비선형법에서는 비선형효과와 확산효과와 상호작용에 의하여 상승부는 급하게 되고, 하강부는 완만하게 된다.

(3) 유량변화의 비가 작은 경우에는 유출곡선의 침투유량은 비선형법이 선형법보다 약간 빨리 나타나나, 유량변화의 비가 큰 경우에는 기저유량이 작을수록, 사면경사가 완만할수록, 비선형법이 선형법에 비하여 유출곡선의 전파속도는 훨씬 작게 되고 파형은 더 확산되어 두 방법사이에는 큰 형상의 차를 나타낸다.

(4) 선형법은 유입된 질량을 정확히 보존하나, 비선형법은 질량의 증가나 손실을 초래한다. 비선형법에서 기저유량이 작고 유량변화의 비가 큰 경우, 완경사에서는 파형의 확산과 함께 질량의 감소를 가져오나, 급경사에서는 kinematic shock와 수치적 진동이 발생하고, 이 때 질량의 증가를 가져온다.

(5) 횡유입(강우 유입)이 있는 경우에도 비선형법은 선형법에 비하여 침투유량은 작아지고 파형은 확산되나, 유량변화의 비가 큰 경우에도 횡유입이 없는 경우와는 달리 질량의 손실은 거의 나타나지 않는다.

### 감사의 글

본 연구는 '96-'97년도 한국과학재단의 핵심전문 연구비(과제번호 961-0610-088-2)에 의하여 수행되었으

Table 4. Mass Conservation of the Nonlinear Method for a Rainfall Input

RUN	bed slope s <sub>o</sub>	baseflow q <sub>b</sub> (m <sup>2</sup> /s)	rainfall intensity R (mm/h)	mass conservation M (%)
RUN 6H	0.02	0.01	100	100.0
RUN 6L	0.02	1.0	100	100.0
RUN 7H	0.003	0.01	100	99.9
RUN 7L	0.003	1.0	100	99.9

며 연구비 지원에 재단에 깊이 감사드립니다.

### 참 고 문 헌

- 김진수 (1996a). “선형 Muskingum-Cunge법에서의 수치적 인자의 변화가 유출특성에 미치는 영향.” 한국수문학회지, 한국수문학회, Vol. 29, No. 5, pp. 139-150.
- 金鎮洙 (1996b). “線形Muskingum-Cunge法における数値的挙動.” 農業土木學會大會講演要旨集, 日本農業土木学会, pp. 400-401.
- Cunge, J.A. (1969). “On the subject of a flood propagation computation method (Muskingum method).” *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 7, No. 2, pp. 205-230.
- Lighthill, M.J., and Whitham, G.B. (1955). “On kinematic waves: I. Flood movement in long rivers.” *Proceedings, Royal Society of London*, London, England, Series A22g, pp. 281-316.
- Ponce, V.M. (1986). “Diffusion wave modeling of catchment dynamics.” *Journal of Hydraulic Division*, ASCE, Vol. 112, No. 8, pp. 716-727.
- Ponce, V.M. (1989). *Engineering hydrology, Principles and practice*. Englewood Cliffs, New Jersey, pp. 586-588.
- Ponce, V.M., and Yevjevich, V. (1978). “Muskingum-Cunge method with variable parameters.” *Journal of Hydraulic Division*, ASCE, Vol. 104, No. HY3, pp. 1663-1667.
- Ponce, V.M., and Chaganti, P.V. (1994). “Variable-parameter Muskingum-Cunge method revisited.” *Journal of Hydrology*, Vol. 162, pp. 433-439.

(주:문번호:99-027/접수:1999.04.09/심사완료:1999.05.25)