

## 遺傳子 알고리즘을 이용한 管網시스템의 最適費用 設計

### Optimal Cost Design of Pipe Network Systems Using Genetic Algorithms

박 영 수\* / 김 종 우\*\* / 김 태 균\*\*\* / 김 중 훈\*\*\*\*

Park, Young Su / Geem, Zong Woo / Kim, Tae Gyun / Kim, Joong Hoon

#### Abstract

The objective of this study is to develop a model which can design an optimal pipe network system of least cost while satisfying all the design constraints including hydraulic constraints using a genetic algorithm technique. Hydraulic constraints interfaced with the simulation program(KYPIPE) checked feasible solution region. Genetic algorithm(GA) technique is a relatively new optimization technique. The GA is known as a very powerful search and optimization technique especially when solving nonlinear programming problems. The model developed in this study selects optimal pipe diameters in the form of commercial discrete sizes using the pipe diameters and the pumping powers as decision variables. The model not only determines the optimal diameters and pumping powers of pipe network system but also satisfies the discharge and pressure requirements at demanding nodes. The model has been applied to an imaginary and an existing pipe network systems. One system is adopted from journal papers which has been used as an example network by many other researchers. Comparison of the results shows compatibility of the model developed in this study. The model is also applied to a system in Goyang city in order to check the model applicability to finding of optimal pumping powers. It has been found that the developed model can be successfully applied to optimal design of pipe network systems in a relatively simple manner.

**Keyword:** Genetic Algorithm, Pipe Network Systems, Optimal Cost, Hydraulic Constraint

#### 요 지

본 연구의 목적은 유전자 알고리즘 최적화기법을 이용하여 설계기준에 합당한 제약조건을 고려한 최소경비의 관망시스템의 설계를 목적으로 한다. 수리학적 제약조건들은 수리모의프로그램(KYPIPE)과 연계하여 가능해 영역을 수시로 검증하였다. 유전자 알고리즘은 비교적 새로운 최적화기법이다. 유전자 알고리즘은 매우 강력한 탐색능력을 가지고 있으며 특히 비선형 문제를 해결하는데 탁월한 성능을 가진다고 알려져 있다. 유전자 알고리즘의 계산결과로 제시되는 결정변수인 관경은 연속적인 수치가 아닌! 이산적인 규격의 표준관경인 상업용 관경으로 제시되며 펌프용량까지 최적화시키는 효율적인 최적설계를 도모하고자 한다. 본 모형은 가상 및 실제 관망시스템에 적용되었다. 그 중 하나는 많은 다른 연구자들에 의한 간단한 관방에 사용된 논문들로부터 채택하였다. 그 결과의 비교는 이 연구에서 개발된 모형의 적합성을 보여준다. 또한, 본 모형은 최적펌프용량도 결정할 수 있으며 그 적용성을 검증하기 위하여 고양시에 적용시켜 보았다. 개발된 모형은 비교적 간단한 방법으로 관망시스템의 최적설계에 성공적으로 적용시킬 수 있음이 판명되어져 왔다.

**핵심용어 :** 유전자 알고리즘, 관망시스템, 최적비용, 수리학적 제약조건

\* 고려대학교 방재과학기술연구센터 연구원, 前 고려대학교 대학원 도복환경공학과 석사과정  
Researcher, Research Center for Disaster Prevention Science and Technology, Korea Univ., Seoul 136-701,  
Korea (Former Graduate Student, Dept. of Civil and Envir. Engrg., Korea Univ.)

\*\* 고려대학교 대학원 도복환경공학과 박사수료

Doctoral Candidate, Dept. of Civil and Envir. Engrg., Korea Univ., Seoul 136-701, Korea

\*\*\* 경남기업주식회사 환경사업부 팀장

Team Manager, Dept. of Envir. Project, Keangnam Enterprises, Ltd. Seoul 150-010, Korea

\*\*\*\* 고려대학교 토목환경공학과 부교수

Associate Prof., Dept. of Civil and Envir. Engrg., Korea Univ., Seoul 136-701, Korea

## 1. 서 론

관로시스템의 최적설계란 각 수요절점의 요구수량과 압력을 만족시켜 줄 관로시스템을 설계함에 있어서, 최소의 비용으로 최적설계를 하는 것이다. 관로의 통수량을 증가시키기 위해서는 관경을 늘려주거나 양정을 높여야하는데 최적화모형은 이 두가지 요소를 적절히 안배하여 가장 경제적인 결과를 산출하게 된다. 지난 20년동안의 성능좋은 컴퓨터의 발전은 과거에는 생각할 수 없었던 큰 관망시스템의 수리거동도 해석이 가능하도록 만들었다. 이러한 모형의 발달은 관망모형의 설계와 운영에서 중요한 역할을 하게 되었다. Alperovits와 Shamir(1977)는 선형경사법(LPG)을 처음으로 제시하였다. 주요 변수는 유량으로 하고 각각의 유량에 대하여 선형계획법(linear programming; LP)을 이용하여 나머지 변수들의 최적해를 구하는 방법을 쓰고 있다. Kessler와 Shamir(1989)는 목적함수를 제약조건식의 표면에 투영시켜서 최적화 과정을 향상시킬 수 있는 방법을 도입하였다. Goldberg(1987)에 의해 관망시스템의 최적설계에 유전자 알고리즘이 처음 적용된 이래 Murph와 Simpson(1992), Walters와 Lohbeck(1993) 등에 의해 연구가 진전되었다. Frey(1997)는 유전자 알고리즘을 이용하여 실제로 미국의 코비지역의 관개용 수로에 적용하여 좋은 결과를 제시하였으며 Savic과 Walters(1997)는 관망의 최소비용설계에 유전자 알고리즘을 적용하여 GANET 모형을 개발하였다. 유전자 알고리즘은 비선형 최적화 문제에서 효과적인 탐색 방법으로 알려져 있다. 편미분과 수치해의 안정조건에 필요한 선형가정을 요구하지 않는 Monte Carlo기법에 의한 최적화 방법의 장점을 가지고 있을 뿐만 아니라, 거의 지역해가 아닌 전역해를 구해주는 것으로 알려져 있다. 이같은 이유는 유전자 알고리즘이 전 구간에 걸쳐 초기치를 가정하고 다음 단계로 넘어가기 전 사용될 초기치를 향상시킬 방법을 발전시켜 나가므로 일반적인 최적화 방법이 빠져들기 쉬운 지역해 문제를 쉽게 극복할 수 있기 때문이다.

우리나라에서 최적화기법으로 관망해석을 한 사례를 살펴보면 전환돈 등(1994)은 선형계획법을 이용한 분기형 관망시스템에서 최적의 상업용 규격관경과 최적의 양정고를 동시에 구한 바 있으며 김정환 등(1994)은 비선형 계획법을 상수도 관망설계에 적용하여 모든 수리학적 제약조건들을 만족하는 범위내에서 최적관경

을 계산하였다. 안태진(1995) 등은 관수로시스템의 전체비용은 폐합회로유량에 따라 영향을 받으며 관망상 배관의 최적설계를 위한 수학적모형을 추계학적 최적화방법에 적용함으로써 기존관수로시스템의 병열관로 확장에 적용한 바 있다.

본 연구에서는 위에서 언급된 유전자 알고리즘(Genetic Algorithm; GA)을 이용하여 설계기준에 합당한 제약조건을 고려한 최저경비의 관망시스템의 설계를 목적으로 한다. 수리학적 제약조건들은 수리모의프로그램(KYPIPE)과 연계하여 가능해 영역을 수시로 검증하였다. 그리고, 이 알고리즘의 계산결과로 제시되는 결정변수인 관경은 연속적인 수치가 아닌 이산적인 규격의 표준관경인 상업용 관경으로 제시되며 Savic과 Walters(1997)에서는 고려되지 않았던 펌프 용량까지 최적화시키는 최적설계를 도모하고자 한다. 이와같이 개발된 최적화모형이 실무에서도 효율적으로 적용될 수 있도록 하는데 기여하고자 한다.

## 2. 유전자 알고리즘(Genetic Algorithm; GA)

유전자 알고리즘(Genetic Algorithm; GA)은 자연선택의 법칙(natural selection)의 유전적인 메카니즘에 기초한 탐색 알고리즘이다. 세대(generation)를 거듭함에 따라 최적의 해에 수렴하고 전(前)세대의 생존자(우수개체)로부터 새로운 세대의 개체들의 집합이 형성된다.

### 2.1 단순 유전자 알고리즘(Simple Genetic Algorithm; SGA)

유전자 알고리즘은 변수를 유한한 길이의 기호열(string)로 부호화 하는 과정이다. 각 변수에 대응하는 2진수 값을 기호열로 부호화 한 다음 그 기호열을 대상으로 최적화 작업을 수행하게 된다. 기본적인 단순 유전 알고리즘(Simple Genetic Algorithm; SGA)의 흐름도를 아래 그림 1에 나타내었다.

### 2.2 유전 연산자(Genetic Operator)

- (1) 선택 : 잘 적응한 해들은 살아남고 잘 적응하지 못한 해들은 도태되도록 유도하는 조작법이다.
- (2) 교배 : 두 부모해의 유전 정보를 임의의 위치에서 부분적으로 교환함으로써 새로운 자손해를 생성한다.

그림 2(a)와 같이 부모 염색체  $P_1$ ,  $P_2$ 가 있고 교배점(crossover point)을 3으로 했을 때, 생성되는 자식

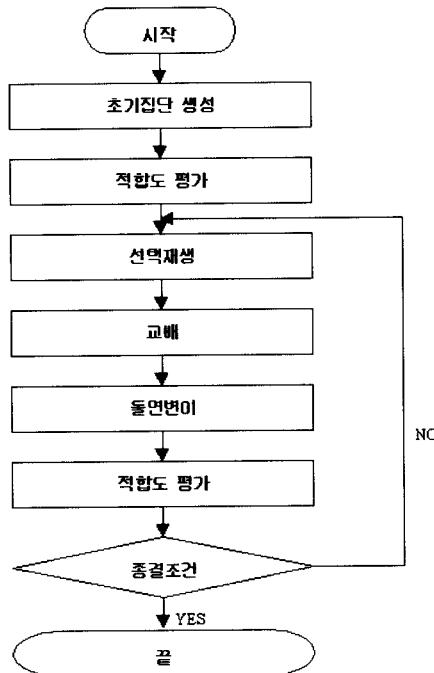


그림 1. 단순 유전자 알고리즘의 흐름도

은  $S_1, S_2$ 와 같이된다.

(3) 돌연변이 : 부모체로부터 자손체로 전달되는 특정한 유전 정보에 대하여 무작위적인 변형을 시도함으로써 전체 해집단에서 배제된 새로운 개체를 발생시키거나 진화 과정에서 상실된 특정 유전정보의 재현을

시도하는 조작방법이다. 그림 2(b)는 돌연변이의 적용 예이다. 일곱 번째 비트의 형질이 변함을 알 수 있다.

### 2.3 적합도 함수(Fitness Function)

개체가 환경에 적응하여 도태되지 않고 살아남을 수 있는 능력을 적합도 함수 즉, 목적함수라고 한다.

목적함수 즉, 최적화하고자 하는 함수는 각 개체의 적합도를 평가하는 기반이 된다. 다시 말해서 목적함수 값이 작을수록 적합도가 좋은 것이며, 최소비용일 때의 시스템이 최적해로 선택되는 것이다.

### 2.4 유전자 알고리즘의 응용분야

유전자 알고리즘은 최적화문제를 푸는 알고리즘의 일종으로 볼 수도 있으며 그라기에 최적화기법이 고려되는 수자원공학의 다양한 분야에 적용될 수 있다. 관망설계, 모형변수의 검정 등의 분야를 들 수 있는데 특히 이산적 변수를 다루어야 하는 최적화 문제에 적합하다 할 수 있다.

관망분야에서는 관로설계계획, 운영, 노선, 요소의 규모 등의 문제로 나뉜다. 관로설계 및 계획 분야에는 관로신설, 기존관로 확장, 노후관로 개량등으로 다시 나뉘는데, 관로 신설의 경우 이미 상당수의 관로가 존재하고 있는 선진국보다는 새로이 많은 개발이 필요한 개발도상국에서 각광을 받는 분야다. 운영 분야는 펌프의 스케줄, 운영시점결정, 비상시 계획, 소화전의 위치와 규모 등의 문제로 나뉜다. 펌프의 스케줄은 최소의 비용으로 펌프를 운영하기 위하여 어떤 펌프를 몇번이

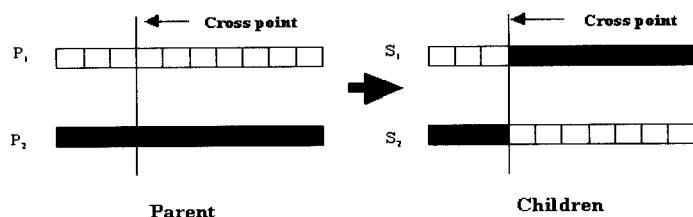


그림 2(a). 단순교배의 모식도



그림 2(b). 돌연변이의 모식도

나 가동하는 지에 대한 문제이다(Mackle 등, 1995). 노선분야는 새로운 관로를 신설하는 문제나 기존관에서 덧붙이는 문제, 수조·펌프장·감압밸브 등의 위치 선정 문제이다(Cembrowicz와 Krauter, 1977). 요소의 규모는 신관의 관경과 재질 결정, 펌프장·저류조의 크기 등을 결정하는 문제이다(Simpson 등, 1994). 그리고 모형변수의 결정은 저류함수모형 매개변수나 관조도계수 등의 최적값을 결정하는 문제이다(Savic과 Walters, 1995) 위와 같이 GA는 수자원 공학의 다양한 분야에 적용될 수 있다.

### 3. 모형의 개발

#### 3.1 모형화

관망의 최적설계를 하기위하여 유전자 알고리즘을 적용하였다. 본 모형에서 설정된 변수의 범위를 할당된 비트수로 나누어서 그 간격만큼 변수값을 변화시키며 최적화를 실행한다. 그러므로 각 변수에 할당된 비트수가 많을수록, 즉 기호열의 길이가 길수록 더 정확한 변수값을 찾을 수 있다. 예를 들어 어떤 변수에 3비트가 할당된다면 그 변수는  $2^3$ , 즉 8개의 값중 하나가 선택될 수 있는 것이다. 표 1(a)은 최적화에 사용된 변수당 할당된 비트수이며 표 1(b)에는 유전자 조작에 중요하게 사용되는 유전연산자 및 확률값의 범위를 나

표 1(a). 최적화에 사용되는 변수들

| 최적화 변수         | 할당된 비트 수 | 비 고   |
|----------------|----------|---|
| D <sub>1</sub> | 3        | D <sub>1</sub> , ..., D <sub>4</sub> 는 최적환경의 변수를 나타내며 P는 최적 펌프용량 변수를 나타냄. |
| D <sub>2</sub> | 3        |   |
| D <sub>3</sub> | 3        |   |
| D <sub>4</sub> | 3        |   |
| P              | 2        |   |
| 총 갯수           | 14       |   |

표 1(b). 유전자 알고리즘에 사용되는 중요 연산자 및 확률값의 범위

| 유전 연산자                         | 유전 연산자 확률값의 범위 |
|--------------------------------|----------------|
| 염색체의 길이 (C <sub>length</sub> ) | 14             |
| 개체집단의 크기 (M)                   | 30 ~ 100       |
| 최대 발생 횟수(Gen)                  | 500 ~ 10,000   |
| 교배율 (P <sub>c</sub> )          | 0.5 ~ 1.0      |
| 돌연변이율 (P <sub>m</sub> )        | 0.01 ~ 0.05    |

1 0 1 1 0 0 1 1 0 1 1 1 0 1

1 0 1 1 0 0 1 1 0 1 1 1 0 0  
D<sub>1</sub> D<sub>2</sub> D<sub>3</sub> D<sub>4</sub> P

30

그림 3. 최적변수의 기호화(coding) 방법의 예

타내었으며 그림 3에는 최적변수의 기호화 방법의 예를 도시화하였다.

표 1(a)에서 알수 있듯이 이 예는 관로 4개와 펌프 1개에 대한 관망시스템의 최적설계임을 알 수 있으며, 5개의 변수를 결정변수로 산정함을 나타내었다. 관경당 8(23)가지 경우에 대해서 최적환경을 선택할 수 있으며 펌프용량은 4(22)가지 경우에 대해서 최적 펌프용량을 선택할 수 있다. 표 1(b)에서는 유전자 알고리즘에서 중요하게 사용되는 파라메타인 염색체의 길이와 개체집단의 크기, 최대 발생횟수, 교배율 그리고 돌연변이율의 확률값의 범위를 나타내었으며 그림 3에서는 각 변수에 각각 3, 3, 3, 3, 2개의 비트를 할당하여 기호화하는 방법을 도시하였으며 14개의 염색체길이를 갖는 기호열로 부호화됨을 표현하였다.

#### 3.2 목적함수

관망시스템을 설계함에 있어서 목적함수는 설계비용을 최소화하는데 있다. 알고리즘의 최적화를 위한 설계비용은 관 시설비와 펌프 시설비로 크게 나눌 수 있으며 관 시설비는 관경과 관 길이의 비용함수식으로 나타낼 수 있다. 그리고 유전자 알고리즘은 원래 제약조건이 없는 최적화 문제를 해결하기 위해서 고안된 알고리즘이다. 하지만 관망의 최적화 문제에서는 수리학적 제약조건식들이 있다. 따라서 제약조건이 있는 최적화 문제를 제약조건이 없는 최적화 문제로 바꾸기 위하여 별치함수법을 도입하여 별치함수를 사용한 최적화 문제의 목적함수식을 식 (1)에 정의하였다.

$$\begin{aligned} \text{Min. } Cost = & \sum_{i=1}^N C_1(D_i) \cdot L_i \\ & + \sum_{k=1}^K X P_k CP_k + \sum_{j=1}^M P_j |h_j - h_{\min}| \end{aligned} \quad (1)$$

$C_1$  = 관경별 단위길이(m)당 비용상수,  $L_i$  = 관로길이(m),  $D_i$  = 관경(mm),  $XP_k$  = 펌프 K의 용량(kW),  $CP_k$  = 펌프 K의 단위 용량당 설계비용, N = 관의 총 개수, K = 펌프의 개수,  $h_j$  = 각 수요절점의 압력수두 (m),  $h_{\min}$  = 최소요구압력수두 (m),  $P_j$  = 벌칙함수(penalty function)

여기서,  $h_j < h_{\min}$  경우에만 벌칙함수를 적용하며 식 (2)는 본 모형에 적용한 벌칙함수법을 나타낸다.

$$P_j = \alpha (|h_j - h_{\min}|) + \beta \quad (2)$$

$\alpha, \beta$  = 벌칙상수

최적화모형을 실행하였을 때에 각 절점의 압력수두 ( $h_j$ )가 설계조건인 최소압력수두( $h_{\min}$ )를 만족하지 못하면 즉, ( $h_j - h_{\min}$ )이 음의 값을 가지는 경우에는 벌칙상수인  $\alpha$ 가 상당히 큰 값을 가지게 해줌으로써 벌칙비용 ( $P_j$ )이 커지게 하였다. 따라서 어느 절점의 압력수두가 최소기준압력수두보다 낮은 경우의 해는 최적해로 선택되지 않도록 하였다. 각 절점의 압력수두가 최소압력수두에 근접하게 미달할 경우에는  $\alpha (|h_j - h_{\min}|)$  값이 작아지므로 상대적으로 큰  $\beta$ 값을 사용함으로써 압력수두가 약간 미달되더라도 전체적으로 모든 압력조건을 만족하는 모형을 구현하였다. 여기서,  $\alpha$ 와  $\beta$ 값에 대하여 경험적인 시행착오를 거쳐서 민감도분석을 한 결과  $\alpha=100,000$   $\beta=100,000$ 의 값인 경우에 최적값을 산출할 수 있었다.

### 3.3 모형의 Computer Program

본 모형은 크게 최적화기법인 GA프로그램과 수리모의프로그램인 KYPIPE로 나눌 수 있다. 여기서, GA 프로그램은 Amadieu와 Parisot(1997)의 인터넷 웹사이트(<http://www.essi.fr/~parisot/GA200/ga/html>)에 있는 포트란90 소스프로그램을 다운받아 본 모형에 맞게 변환하여 사용하였으며, 부 프로그램은 Kentucky 대학의 Wood(1980)에 의해 개발된 포트란 프로그램인 KYPIPE1을 사용하여 GA프로그램과 연계하여 최적화 모형을 개발하였다. 주 프로그램은 GA프로그램으로서 관망설계에서 관경과 펌프용량의 최적값을 결정하고 부 프로그램인 KYPIPE는 실제적으로 관망을 해석하는 부분이다. 그림 4와 같이 주 프로그램에서는 유전 연산자의 확률값들을 설정하는 PARAMETER 와

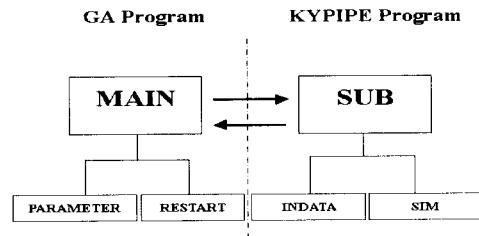


그림 4. 최적화 모형의 구성도

초기 유전자를 배열하는 RESTART로 구분할 수 있다. 부 프로그램인 KYPIPE에서는 관망해석 자료를 입력하는 INDATA와 실제로 관망을 해석하는 SIM으로 나타낼 수 있다.

### 3.4 유전 연산자 및 파라메타의 조작

유전 연산자의 돌연변이율(mutation rate)은 매우 작은  $P_m \in (0.01, 0.05)$ 에서 선택되며 일반적으로,  $P_m$ 의 범위는  $1/M < P_m < 1/L$ 이다. 여기에서, M은 개체집단의 크기이며 L은 기호열(염색체)의 길이이다. 교배율(crossover rate)은  $P_c \in (0.5, 1.0)$ 으로 하는 엘리트 선택법을 사용하였으며 균등교배를 사용하여 더욱 더 효율적인 최적값을 산출할 수 있었다. 최적화모형의 실행시 연산자의 초기값들에 대한 적정범위는 프로그램을 시행착오적으로 여러번 실행하였을 경우에 나온 최소비용값에 근거하여 설정하였다. 유전 연산자 및 파라메타의 조작은 GA프로그램내에 구성되어 PARAMETER 입력파일에서 변수값을 지정한다.

## 4. 배수관망에 적용을 통한 모형의 적합성 검증

### 4.1 가상관망에의 적용

#### 4.1.1 가상관망의 제원

개발된 모형의 타당성과 실제 관망에 대한 적용성을 검증하기 위하여 2개의 폐합회로를 가진 관망의 예를 택하였다. 이 관망은 Alperovits와 Shamir(1977), Goulter 등(1986), Kessler와 Shamir(1989), Eiger 등(1994) 그리고 Savic과 Walters(1997)등이 연구한 모델에 적용되었으며, 따라서 본 연구에서 개발된 모형의 결과와 그들의 결과를 비교·분석하였다. 그림 5는 그 관망노를 도시화 한 것이다.

적용대상 관망은 그림 5와 같으며 2개의 폐합관망내

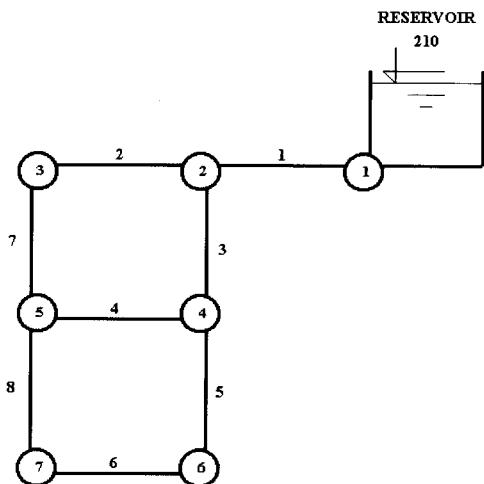


그림 5. 가상관망도

에 8개의 관과 7개의 절점으로 구성된다. 펌프는 없으며 배수지의 수두는 210 m이다. 관망의 각종 제원은 부프로그램(KYPIPE)의 입력자료로 사용된다. 관의 길이는 모두 1000 m로 일정하며 Hazen-Williams의 손실수두식에서 조도계수 CHW값은 130으로 일정하게 가정하여 사용하였다. 각 수요절점에서의 최소허용 압력을 3 kg/cm<sup>2</sup> 즉, 최소수두를 30 m로 규정하였는데 이는 결과비교를 위한 다른 연구들에서 사용되었던 값이다. 표 2(a)는 관의 제원과 절점별 유량 및 지반고를 나타내고, 표 2(b)는 관경에 대한 관 길이당 비용 데이터를 나타낸다.

하나의 변수당 16가지 경우의 상업용 관경중에서 최적관경을 선택할 수 있게 조정하였고, 2<sup>4</sup>(16)은 각 관경당 4비트씩 8개의 결정변수(관경)에 대해 32개의 염색체를 갖도록 기호화하였다. 따라서 총 탐색공간은 2<sup>32</sup>=( $\approx 4.29 \times 10^9$ )이다.

#### 4.1.2 가상관망의 계산결과 및 분석

본 모형을 실행하여 최적관경이 결정되면 GA프로그램내에 부 프로그램인 KYPIPE를 한번 더 불러들여 실행시킴으로써 최적관경에 따른 각 절점에서의 압력분포를 나타내도록 구성하였다. 표 3(b)는 표 3(a)의 설계에서 최적화모형을 실행하였을 때의 최적관경에 대한 입력분포를 나타내었다.

프로그램의 실행결과와 다른모형과의 결과비교가 표 3(a)에 잘 나타나 있다. 결과를 분석해 보면 다음과 같다. (8)란에 나타나 있는 본 모형의 결과는 (2), (3)

표 2(a). 가상관망에 대한 절점별 유량 및 지반고

| 절점번호      | 지반고(m) | 수요량(l/sec) | 연결파이프 |
|-----------|--------|------------|-------|
| 1(source) | 210.00 | (-)311.11  |       |
| 2         | 150.00 | 27.78      | 1 2 3 |
| 3         | 160.00 | 27.78      | 2 7   |
| 4         | 155.00 | 33.33      | 3 4 5 |
| 5         | 150.00 | 75.00      | 4 7 8 |
| 6         | 165.00 | 91.67      | 5 6   |
| 7         | 160.00 | 55.55      | 6 8   |

표 2(b). 가상관망에 대한 관의 비용데이터

| 관 경(in) | 이진 기호화  | 비 용(units) |
|---------|---------|------------|
| 1       | 0 0 0 0 | 2          |
| 2       | 0 0 0 1 | 5          |
| 3       | 0 0 1 0 | 8          |
| 4       | 0 0 1 1 | 11         |
| 6       | 0 1 0 0 | 16         |
| 8       | 0 1 0 1 | 23         |
| 10      | 0 1 1 0 | 32         |
| 12      | 0 1 1 1 | 50         |
| 14      | 1 0 0 0 | 60         |
| 16      | 1 0 0 1 | 90         |
| 18      | 1 0 1 0 | 130        |
| 20      | 1 0 1 1 | 170        |
| 22      | 1 1 0 0 | 300        |
| 24      | 1 1 0 1 | 550        |
| 26      | 1 1 1 0 | 9,999      |
| 28      | 1 1 1 1 | 9,999      |

란의 Alperovits 와 Shamir(1977)와 Goulter 등(1986)의 결과보다 비용면에서 저렴하게 나타났으며 (4), (5)란의 Kessler 와 Shamir(1989)와 Eiger 등(1994)의 결과보다는 높은 비용으로 나타났다. 여기서 한가지 언급되어야 할 점은 (2)~(4)란까지의 모형은 분할파이프로 설계하였다는 점이다. 다시 말해서 한 파이프 구간에서 두 개 이상의 관경이 선택되어 그 구간의 전체길이 1000 m가 각각의 관경이 차지하는 길이로 나누어지는 것이다. 이는 실무적으로 시공이 불가능한 것은 아니나, 예를 들어, (5)란의 6번관의 경우 10 inch 관경을 990 m로 시공하고 8 inch 관경을 10 m만 시공한다는 것은 현실적인 결과로 볼 수는 없을 것이다. 특히 (5)란의 Eiger 등(1994)의 결과는 표 3(b)에서 보는 바와 같이 6번과 7번 격점에서 이 예제의 최소요구압력수두인 30 m를 만족시키지 못하는 것으로 나타났다. (6)란과 (7)란의 Savic과 Walters

표 3(a). 가상관망에 대한 최적관경 및 최소비용의 해

| pIpe<br>(1)   | Alperovits<br>and Shamir<br>(1977)<br>(2) |           | Goulter et al.<br>(1986)<br>(3) |           | Kessler and<br>Shamir<br>(1989)<br>(4) |           | Eiger et al.<br>(1994)<br>(5) |           | Savic and<br>Walters 1<br>(1997)<br>(6) | Savic and<br>Walter 2<br>(1997)<br>(7) | 본 모형<br>(8) |
|---------------|---|-----------|---------------------------------|-----------|--|-----------|-------------------------------|-----------|---|--|-------------|
|               | L<br>(m)                                  | D<br>(in) | L<br>(m)                        | D<br>(in) | L<br>(m)                               | D<br>(in) | L<br>(m)                      | D<br>(in) | D<br>(in)                               | D<br>(in)                              | D<br>(in)   |
| 1             | 256.00                                    | 20        | 383.00                          | 20        | 1,000.00                               | 18        | 1,000.00                      | 18        | 18                                      | 20                                     | 18          |
|               | 744.00                                    | 18        | 617.00                          | 18        |  |           |                               |           |   |  |             |
| 2             | 996.38                                    | 8         | 1,000.00                        | 10        | 66.00                                  | 12        | 238.02                        | 12        | 10                                      | 10                                     | 14          |
|               | 3.62                                      | 6         |                                 |           | 934.00                                 | 10        | 761.98                        | 10        |   |  |             |
| 3             | 1,000.00                                  | 18        | 1,000.00                        | 16        | 1,000.00                               | 16        | 1,000.00                      | 16        | 16                                      | 16                                     | 14          |
| 4             | 319.38                                    | 8         | 687.00                          | 6         | 713.00                                 | 3         | 1,000.00                      | 1         | 4                                       | 1                                      | 1           |
|               | 680.62                                    | 6         | 313.00                          | 4         | 287.00                                 | 2         |                               |           |   |  |             |
| 5             | 1,000.00                                  | 16        | 1,000.00                        | 16        | 836.00                                 | 16        | 628.86                        | 16        | 16                                      | 14                                     | 14          |
|               |   |           |                                 |           | 164.00                                 | 14        | 371.14                        | 14        |   |  |             |
| 6             | 784.94                                    | 12        | 98.00                           | 12        | 109.00                                 | 12        | 989.05                        | 10        | 10                                      | 10                                     | 6           |
|               | 215.06                                    | 10        | 902.00                          | 10        | 891.00                                 | 10        | 10.95                         | 8         |   |  |             |
| 7             | 1,000.00                                  | 6         | 492.00                          | 10        | 819.00                                 | 10        | 921.86                        | 10        | 10                                      | 10                                     | 14          |
|               |   |           | 508.00                          | 8         | 181.00                                 | 8         | 78.14                         | 8         |   |  |             |
| 8             | 990.93                                    | 6         | 20.00                           | 2         | 920.00                                 | 3         | 1,000.00                      | 1         | 1                                       | 1                                      | 10          |
|               | 9.07                                      | 4         | 980.00                          | 1         | 80.00                                  | 2         |                               |           |   |  |             |
| 비용<br>(units) | 497,525                                   |           | 435,015                         |           | 417,500                                |           | 402,352                       |           | 419,000                                 | 420,000                                | 420,000     |

표 3(b). 가상관망에 대한 압력수두(Hi(m),  $\omega=10.5088$ ,  $\alpha=1.85$ ,  $\beta=4.87$ )

| Node<br>(1) | Alperovits<br>and Shamir<br>(1977)<br>(2) | Goulter<br>et al.<br>(1986)<br>(3) | Kessler and<br>Shamir<br>(1989)<br>(4) | Eiger<br>et al.<br>(1994)<br>(5) | Savic and<br>Walters(1997)<br>$\omega=10.5088$<br>(6) | Savic and<br>Walters(1997)<br>$\omega=10.9031$<br>(7) | 본 모형<br>(8) |
|-------------|---|------------------------------------|--|----------------------------------|---|---|-------------|
| 2           | 53.96                                     | 54.30                              | 53.26                                  | 53.26                            | 53.26   | 55.97   | 53.24       |
| 3           | 32.32                                     | 33.19                              | 30.08                                  | 30.30                            | 30.45   | 30.77   | 37.65       |
| 4           | 44.97                                     | 44.19                              | 43.64                                  | 43.87                            | 43.48   | 46.60   | 43.10       |
| 5           | 32.31                                     | 32.32                              | 30.10                                  | 30.62                            | 33.77   | 32.29   | 43.87       |
| 6           | 31.19                                     | 31.19                              | 30.08                                  | *29.85                           | 30.49   | 30.86   | 30.03       |
| 7           | 31.57                                     | 31.57                              | 30.09                                  | *29.85                           | 30.62   | 30.99   | 30.94       |

\* Infeasible solution(수두(Hi) < 30m), 1ft=0.3048m

(1997)의 결과는 유전자 알고리즘을 이용하여 얻어진 것으로서 본 연구의 결과보다 약간 저렴하거나 같은 결과를 보여주고 있다. 이 예제의 경우 (6)란의 연구가 유전자 조작에 있어 본 연구보다 약간 더 효율적이었지 않았나하는 결론이다.

그림 6은 모형을 최적으로 수행했을 때의 전형적인 비용의 그림이다. 본 프로그램은 30개의 개체집단으로부터 수행되기 시작하여 8000세대까지 발생시켜 보았

는데 817세대에서 수렴하였으며 목적함수 값은 683,000 units로부터 420,000 units가 발견될 때까지 반복이 계속되는 진화과정을 도시화하였다.

#### 4.2 고양지구 배수관망에의 적용

##### 4.2.1 고양배수관망의 제원

그림 7에서 보는 바와 같이 김정환 등(1994)이 연

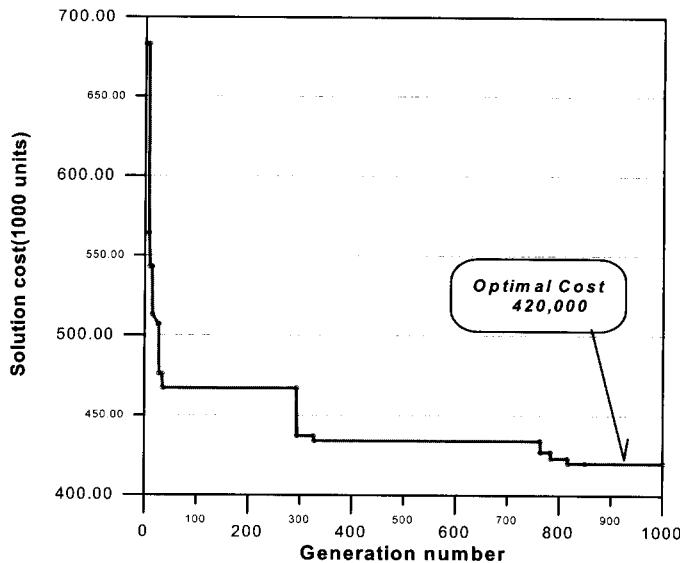


그림 6. 최소비용을 찾기위한 진화과정

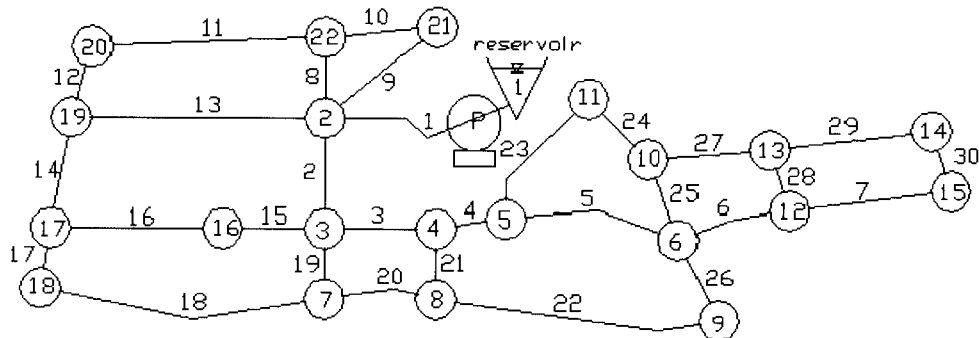


그림 7. 고양지구 배수관망도

구한 비선형계획법을 이용한 상수도 관망설계의 결과와 비교·분석하였다.

이 관망은 일최대급수량이 1,700 ton/day 이고 배수지용량은 1,200 m<sup>3</sup>, 관로수가 30개, 관망절점수는 21개, 폐합회로수는 9개이며 1개의 고정경사설점으로 구성된다. 펌프의 설치는 김정환 등(1994)에 의한 관망도에서와 같이 초기에 미리 가입하여야 할 절점들 선택하여 1번관에 펌프가 설치되는 것으로 하였다. 실무에서는 설계기준 용수량은 유지관리가 적절한 경우에 대도시와 공업도시는 0.3배 증가, 중도시는 0.5배 증가가 보통이다. 여기에서는 대상배수유역을 중도시라고 볼 수 있으므로 설계용량기준을 일최대수요량에 1.5

를 곱한 값을 사용하였다. 강관 및 주철관의 경우 Hazen-Williams 공식에서 CHW값은 100으로 일정하게 가정하여 사용하였다. 또한 상수도 시설기준에 의하면 관망의 잔류수압을 시간최대유량의 유출이 가능하도록 최소 1.5 kg/cm<sup>2</sup> 즉, 수두 15 m를 유지하도록 규정하여 계산하였다.

위의 표 4(a)에서 관경은 규격관경인 상업용 관경을 채택하여 80 mm~350 mm 사이에서 8개의 관경(80, 100, 125, 150, 200, 250, 300, 350 mm)을 선택하였고 하나의 변수당 8가지 경우의 관경중에서 최적관경을 선택할 수 있다. 즉, 23으로 각 관경당 3비트씩 30개의 결정변수에 대해 90개의 염색체를 갖도록 설정하

**표 4(a). 고양배수관망의 관경에 대한 비용데이터**

| 관경(mm) | 이진 기호화 | 비용(원)    |
|--------|--------|----------|
| 80     | 0 0 0  | 37,890.1 |
| 100    | 0 0 1  | 38,933.0 |
| 125    | 0 1 0  | 40,562.6 |
| 150    | 0 1 1  | 42,554.3 |
| 200    | 1 0 0  | 47,624.0 |
| 250    | 1 0 1  | 54,125.3 |
| 300    | 1 1 0  | 62,109.0 |
| 350    | 1 1 1  | 71,524.3 |

**표 4(b). 고양배수관망의 펌프용량별 가격**

| 펌프용량(kW) | 이진 기호화 | 비용(원)     |
|----------|--------|-----------|
| 3.6      | 0 0 0  | 1,800,000 |
| 3.8      | 0 0 1  | 1,900,000 |
| 4.0      | 0 1 0  | 2,000,000 |
| 4.2      | 0 1 1  | 2,100,000 |
| 4.4      | 1 0 0  | 2,200,000 |
| 4.6      | 1 0 1  | 2,300,000 |
| 4.8      | 1 1 0  | 2,400,000 |
| 5.0      | 1 1 1  | 2,500,000 |

였다. 총 탐색공간은  $831^{??}=9.9 \times 10^{27}??$ 의 해를 갖는다. 표 4(b)의 펌프용량별 가격에서는 1개의 펌프에 대해 8가지 경우의 펌프용량(3.6, 3.8, 4.0, 4.2, 4.4, 4.6, 4.8, 5.0 kW)중에서 최적용량을 선택할 수 있다 즉, 23으로 3비트를 1개의 결정변수에 대해 3개의 염색체를 갖도록 설정하였다. 여기서 관경이나 펌프용량에 대한 경우의 수는 마음대로 조정할 수 있으며 염색체의 길이도 변하게 된다. 결정변수는 관경과 펌프용량 이므로 관경에서의 90개의 염색체와 펌프에서의 3개의 염색체를 합하면 93개의 염색체를 구성하게 된다.

#### 4.1.2 고양배수관망의 계산결과 및 분석

본 연구의 결과를 살펴보면 표 5(a)와 표 5(b)는 각각 최적관경에 대한 최소비용의 해와 최적관경에 따른 수요격점별 압력분포를 나타내었다. 표 5(a)의 최적관경 및 최소비용에 대한 결과에서 기존설계는 현재 이 지역에 설계시공되어있는 상태를 나타낸다. 그리고 기존설계에서는 펌프장 설치가 되어있지 않은 상태이다. 김정환 등(1994)은 비선형계획법으로 최적화모형을 구축한 다음 GAMS/MINOS 프로그램을 이용해서 해석하였다. 최적화 결과의 관경은 규격관경이 아닌 연

속적인 관경이 선택되어 그 관경과 근사한 크기의 상업용 표준관경으로 선택한 다음 KYPipe 등과 같은 관망해석프로그램을 이용하여 해석함으로써 수압조건을 만족시키는지 확인함으로써 해결하였으며 펌프에 대한 비용은 산정하지 않았다. 그러나 본 연구에서 개발한 모형에서는 결정변수를 연속관경이 아닌 상업용 표준관경과 펌프용량을 선택하여 모형화하였다. 표 5(a)에서 (2)란의 해는 연속적인 관경으로 최적화되므로 (3)란의 상업적으로 이용가능한 이산적인 관경값으로 변환하였다. 본 설계에서 관 시설비는 177,010,000원으로 (2), (3)란의 설계보다 1~3 %정도의 저렴한 비용으로 설계되었다.

표 5(b)의 (1)은 기존설계관경을 사용하였을 경우의 실제 각 수요절점에서의 압력분포를 나타내었으며 (2)에서는 기존설계의 관경을 KYPipe로 실행하였을 경우의 압력분포를 나타내었다. (2)에서 보는 바와 같이 기존설계에서는 3번관을 제외한 모든 수요절점에서의 수두는 최소수두인 15 m에 미치지 못함을 알 수 있다. 따라서 김정환 등(1994)은 (3)란에서 1번관에 한 개의 펌프를 설치하는 것으로하여 전류수압기준의 제약조건이 만족되도록 하였으며 최적펌프용량은 6.14 HP (=4.52 kW)로 계산되었다. 본 연구에서의 펌프용량은 kW당 펌프설비비를 실무에서 일반적으로 사용하는 500,000원/kW로 가정하여 펌프용량별 가격을 산정하였다. 그 결과 최적 펌프용량은 4.4 kW가 선택되었으며 2,200,000원의 펌프설비비와 177,010,000원의 관 설치비용을 산출할 수 있었다. 여기서, 펌프설비비는 초기설비비로 산정하였기 때문에 운영비용은 고려하지 않았다. 관망시스템 자체가 소규모이어서 대규모의 양수시설은 필요치 않은 것으로 결과가 나왔으며 실무에서는 이와같은 소규모의 양수시설을 운영하는 것은 현실성이 없어 보인다. 그러나 본 연구에서 이 예제에의 적용의 의의는 유전자 알고리즘을 이용한 관망시스템의 최적설계를 시도한 Savic과 Walter(1997)의 연구에서는 아직 시도되지 않았던 최적펌프용량의 결정에 있다고 하겠다. 또한 고양배수관망시스템은 최소 관경이 80 mm 이어야 한다는 제약조건이 있어서 80 mm 이하의 최적관경을 선택할 수 없었던 이유로 최적화를 이용한 경비절감을 크게 기대할 수 없는 시스템이라는 점에서 관 시설비에서 1~3 %의 비용절감에 만족할 수 밖에 없었던 것으로 사료된다. 그러나, 최소관경을 80 mm보다 작은 관경을 사용할 경우에는 더 효율적인 결과를 얻을 수 있을 것이라 판단된다.

표 5(a). 고양배수관망에 대한 최적관경 및 최소비용의 해

| 관로<br>번호  | 기준설계                     | Kim Jeong<br>Hwan 등<br>(1994) | Kim Jeong<br>Hwan 등<br>(1994) | 본 모형         |
|-----------|--------------------------|-------------------------------|-------------------------------|--------------|
|           | 기준설계 결과<br>관경(mm)<br>(1) | 최적화결과<br>관경(mm)<br>(2)        | 권장 상용 용<br>관경(mm)<br>(3)      | 최소관경<br>80mm |
| 1         | 200                      | 166                           | 200                           | 200          |
| 2         | 200                      | 160                           | 200                           | 125          |
| 3         | 150                      | 124                           | 125                           | 125          |
| 4         | 150                      | 108                           | 125                           | 100          |
| 5         | 150                      | 86                            | 100                           | 80           |
| 6         | 100                      | 97                            | 100                           | 80           |
| 7         | 80                       | 80                            | 80                            | 80           |
| 8         | 100                      | 80                            | 80                            | 80           |
| 9         | 80                       | 80                            | 80                            | 80           |
| 10        | 80                       | 80                            | 80                            | 80           |
| 11        | 80                       | 80                            | 80                            | 80           |
| 12        | 80                       | 80                            | 80                            | 80           |
| 13        | 80                       | 80                            | 80                            | 80           |
| 14        | 80                       | 80                            | 80                            | 80           |
| 15        | 100                      | 80                            | 80                            | 80           |
| 16        | 80                       | 80                            | 80                            | 80           |
| 17        | 80                       | 80                            | 80                            | 80           |
| 18        | 80                       | 87                            | 80                            | 80           |
| 19        | 80                       | 115                           | 80                            | 80           |
| 20        | 80                       | 80                            | 80                            | 80           |
| 21        | 80                       | 80                            | 80                            | 80           |
| 22        | 80                       | 80                            | 80                            | 80           |
| 23        | 80                       | 80                            | 80                            | 80           |
| 24        | 80                       | 80                            | 80                            | 80           |
| 25        | 80                       | 80                            | 80                            | 80           |
| 26        | 80                       | 80                            | 80                            | 80           |
| 27        | 80                       | 80                            | 80                            | 80           |
| 28        | 80                       | 80                            | 80                            | 80           |
| 29        | 80                       | 80                            | 80                            | 80           |
| 30        | 80                       | 80                            | 80                            | 80           |
| 비용<br>(원) | 180,899,000              | 177,499,000                   | 178,299,000                   | 177,010,000  |

## 5. 결 론

본 연구에서는 관망시스템의 설계에 있어서 GA최적화 기법을 도입한 방법에 관하여 연구하였다. 지금까지 실무에서 사용하고 있는 방법에서는 주어진 관망의 수리계산을 실시하고 관경을 조정하여 만족스러운 결과를 얻을 때까지 반복하여야 하였다. 이와같은 시산법과는 달리 본 모형은 GA와 수리모의프로그램인 KYPipe를 연계하여 자동으로 수리학적 조건을 충족하는 결과를 얻을 수 있으므로 비교적 해석이 간단하며 효율적이라 할 수 있다. 모형의 실행을 위해서는 GA의 구성요소중 PARAMETER에서 초기 유전연산자들의 확률값을 산정하고 KYPipe에서 관망해석 자료를 입력해야 한다. 적정 유전연산자값의 설정을 위해 모형을 몇 번 반복해서 실행해야 하는 번거로움이 있

표 5(b). 고양배수관망에 대한 압력수두  
(Hi(m),  $\omega=10.666$ ,  $\alpha=1.85$ ,  $\beta=4.87$ )

| 절점 | 기준설계<br>관경사용시<br>(1) | 기준설계<br>관경사용시<br>(2) | 기준설계<br>필프사용시 | 최적화결과<br>관경사용시<br>(3) | 권장상업용<br>관경사용시<br>(4) | 본 모형  |
|----|----------------------|----------------------|---------------|-----------------------|-----------------------|-------|
| 2  | *13.80               | *13.00               | 28.60         | 27.0                  | 28.90                 | 28.50 |
| 3  | 16.20                | 15.20                | 30.80         | 28.6                  | 31.20                 | 28.29 |
| 4  | *14.80               | *13.40               | 29.10         | 26.5                  | 29.10                 | 26.14 |
| 5  | *13.50               | *12.00               | 27.70         | 24.5                  | 27.50                 | 23.76 |
| 6  | *12.40               | *11.00               | 26.40         | 22.0                  | 25.50                 | 21.06 |
| 7  | 15.70                | *14.40               | 30.00         | 28.1                  | 30.80                 | 27.28 |
| 8  | 15.10                | *13.70               | 29.30         | 26.8                  | 29.50                 | 26.26 |
| 9  | *11.50               | *9.90                | 25.50         | 21.6                  | 24.90                 | 20.76 |
| 10 | *7.00                | *5.30                | 20.90         | 16.8                  | 20.20                 | 15.73 |
| 11 | *6.40                | *4.70                | 20.30         | 16.6                  | 19.80                 | 15.58 |
| 12 | *10.10               | *8.00                | 23.60         | 19.4                  | 23.00                 | 17.70 |
| 13 | *9.30                | *7.20                | 22.80         | 18.7                  | 22.10                 | 17.00 |
| 14 | *7.60                | *4.70                | 20.30         | 16.8                  | 20.90                 | 15.02 |
| 15 | *7.90                | *4.80                | 20.40         | 16.9                  | 20.90                 | 15.19 |
| 16 | 16.20                | *4.90                | 30.70         | 28.1                  | 30.70                 | 27.88 |
| 17 | *14.40               | *12.90               | 28.50         | 26.4                  | 29.00                 | 26.32 |
| 18 | *14.10               | *12.60               | 28.20         | 26.1                  | 28.90                 | 26.01 |
| 19 | *14.90               | *13.30               | 28.90         | 26.8                  | 29.20                 | 26.92 |
| 20 | *14.30               | *12.60               | 28.20         | 25.7                  | 28.00                 | 26.25 |
| 21 | *6.30                | *4.70                | 20.30         | 18.2                  | 20.20                 | 19.31 |
| 22 | *6.90                | *5.30                | 20.90         | 18.0                  | 20.10                 | 18.93 |

\* infeasible solution(수두(Hi)<15m)

으나 모형의 입력형식이 간단하므로 실무적용에 있어서도 큰 어려움 없이 사용될 수 있다고 사료되며 관망시스템의 크기가 문제되는 기존의 최적화 관망시스템의 설계 모형에 비해서 비교적 큰 관망시스템의 최적설계에도 해석이 가능하다고 사료된다. 다만, 유전연산자의 확률값 산정에 있어 약간의 경험이 필요하지만 몇 회의 시행착오를 통해 적정값을 찾을 수 있다고 판단된다.

유전자 알고리즘을 이용하여 관망최적설계를 시도하였던 이제까지의 연구는 관경만을 결정변수로 최적설계를 하였지만 본 모형은 관경도 표준관경인 상업용관경으로 선택되게 하였을 뿐만 아니라 필프용량까지도 결정변수로 최적화시킴으로써 보다 합리적인 최적설계를 도모할 수 있었다. 본 연구와 관련되어 추후로 연구될 수 있는 과제로는 유전자 알고리즘을 이용한 상수도 노선의 최적선정이 있을 수 있다.

## 참 고 문 헌

김정환, 김태균, 김종훈, 윤용남 (1994). “비선형계획

- 법을 이용한 상수도 관망설계에 관한 연구.” 한국수문학회지, 한국수문학회, 제27권, 제4호, pp. 59-67
- 안태진, 최계운, 박정웅 (1995), “추계학적 최적화방법에 의한 기준관수로시스템의 병열관로 확장.” 한국수자원학회지, 제28권, 제2호, pp. 169-180
- 전환돈, 김태균, 김중훈, 윤용남 (1994). “선형계획법을 이용한 분기형 관망 시스템의 최적설계.” 한국수문학회지, 한국수문학회, 제27권, pp. 135-143
- Alperovits, E., and Shamir, U. (1977). “Design of optimal water distribution systems.” *Water Resources Research*, Vol. 13, No. 6, pp. 885-900
- Amadieu, O. and Parisot, C. (1997). “Advanced Genetic Algorithms in fortran90”, <http://www.essi.fr/~parisot/GA200/ga/>.
- Cembrowicz R.C. and Krauter G.E. (1977). “Optimization of urban and regional water supply systems.” *Systems approach for development*, Edited by Ghonaimy N.A., Pergamon Press.
- Eiger, G., Shamir, U., and Ben-Tal, A. (1994). “Optimal design of water distribution networks.” *Water Resources Research*, Vol. 30, No. 9, pp. 2637-2646.
- Goldberg, D.E., and Kuo, C.H. (1987). “Genetic algorithms in pipeline optimization.” *J. Comp. in Civ. Engrg.*, Vol 1, No. 2, pp. 128-141.
- Goulter, I.C., Lussier, B.M., and Morgan, D.R. (1986). “Implications of head loss path choice in the optimization of water distribution networks.” *Water Resources Research*, Vol. 22, No. 5, pp. 819-822.
- Kessler, A., and Shamir, U. (1989). “Analysis of the linear programming gradient method for optimal design of water supply networks.” *Water Resources Research*, Vol. 25, No. 7, pp. 1469-1480.
- Mackle G., Savic D.A. and Walters G.A (1995). “Application of genetic algorithms to pump scheduling for water supply.” *GALESIA '95*, Institution of Electrical Engineers, Conference Publication 414, pp. 400-405.
- Murphy, L.J., and Simpson, A.R. (1992). *Genetic algorithms in pipe network optimization*. Res. Rep. No. R93, Dept. of Civ. and Envir. Engrg., Univ. of Adelaide, Australia.
- Savic, D.A. and Walters, G.A. (1995). *Genetic algorithms techniques for calibrating network models*. Centre for Systems and Control Engineering, Report 95-12, University of Exeter, U.K.
- Savic, D.A. and Walters, G.A. (1997). “Genetic algorithms for least-cost design of water distribution Networks.” *Journal of Water Resources Planning and Management*, ASCE, Vol. 123, No. 2, pp. 67-77.
- Simpson A.R., Dandy G.C. and Murphy L.J. (1994). “Genetic algorithms compared to other techniques for pipe optimization.” *Journal of Water Resources Planning and Management*, ASCE, Vol. 120, No. 4, pp. 423-443.
- Walters, G.A., and Lohbeck, T. (1993). “Optimal layout of tree networks using genetic algorithms.” *Engrg. Optimization*, Vol. 22, No. 1, pp. 27-48.
- Wood, D.J., (1980). *Computer analysis of flow in pipe networks including extended period simulations(KYPIPE user's manual)*. Reference material for a three-day short course and correspondence course, office of continuing education and extension of the college of engineering at the university of kentucky, Lexington.

(논문 번호:98 057/접수:1998.09.09/심사 완료:1998.12.16)