

침투류 간편설계

Simple Design of Seepage Flow

유 동 훈* / 엄 호 식**
Yoo, Dong Hoon / Um, Ho Sik

Abstract

After investigating the basic problems of seepage flow, the friction factor equation of power form was developed for solving them. The use of power law for the estimation of friction factor enabled to develop the explicit form of equations without any iteration process being related to various non-dimensional physical numbers. For the derivation of friction factor equations, the existing data were re-analyzed, and the simple method of seepage flow design was devised with the power law equations for the estimation of slope, discharge, and diameter.

keywords: seepage flow, power law of friction factor, power law of shape factor, explicit equations for design pattern, energy gradient, discharge, grain diameter

요 지

기존의 침투류 산정식들이 가지고 있는 근본적인 문제점에 대하여 고찰하고, 문제점을 개선하기 위한 방안으로 침투류에 대한 지수형 마찰계수 산정식을 개발하였다. 지수형 마찰계수 산정식의 개발은 여러 가지 무차원수를 이용하여 양해적으로 산정치를 구하는 것을 가능하게 하였다. 지수형 마찰계수 산정식의 개발을 위하여 기존연구자들의 실험자료를 재분석하였으며 개발된 산정식으로 침투류 간편설계가 가능하도록 유도하였다. 주어진 조건에 따라 설계유형을 수리경사, 유속 또는 유량 그리고 입경을 산정하는 세가지 경우로 구분하여 양해법 산정식을 개발하였다.

핵심용어 : 침투류, 지수형 마찰계수 산정식, 지수형 형상계수 산정식, 설계유형별 양해법 산정식, 수리경사, 유량, 입경

* 아주대학교 공과대학 토목공학과 부교수

Associate Prof., Dept. of Civil Engrg., Ajou Univ., Suwon, Kyonggi 442 749, Korea

** 아주대학교 공과대학 토목공학과 석사과정

Graduate Student, Dept. of Civil Engrg., Ajou Univ., Suwon, Kyonggi 442 749, Korea

1. 서 론

침투류에 대한 본격적인 연구는 1856년 Darcy로부터 연유하며, 그가 제안한 Darcy식은 거의 모든 지하수 흐름문제 해석의 기초가 되고 있다. Darcy는 지하수 흐름이 전적으로 층류 구간내에 포함되는 것으로 판단하였으며, 이러한 가정은 대부분의 지하수 흐름 해석에서 타당하다. 그러나 방조제 체설시 발생하는 침투류 또는 최근 하천수질개선에 많이 이용되고 있는 자갈층 산화지에서의 흐름과 같이 매우 큰 수두차와 사용된 쇄석의 직경이 클 경우 거의 모든 통과시간시 침투류의 특성이 난류특성을 갖게 된다. 유동훈과 권순국(1995)은 이러한 문제점을 이미 제기한 바 있다.

따라서 더이상 Darcy의 층류방정식 적용이 불가하며, 난류특성을 반영한 관계식이 요구된다. 이러한 연유에서 난류의 특성을 반영한 기존 산정식들이 제시되어 있으나 모든 식들이 층류와 난류의 단순 조합의 형태를 띠고 있으며, 완난류 흐름은 존재하지 않는 것으로 판단하고 있다. 완난류(smooth turbulent flow)는 층류에 비하여는 격렬하지만 전난류(totally rough turbulent flow)에 비하여는 상대적으로 완만한 흐름이다. 기존 산정식들의 형태는 동수경사를 구하는데 초점이 맞추어져 있어 유속 또는 유량, 입경을 구하는데에는 상당한 반복과정이 필요하다. 이러한 문제를 해결하고자 침투류 지수형 마찰계수 산정식을 개발하여 침투류의 간편설계가 가능하도록 하였다. 기존 연구자들의 관측자료를 회귀분석하여 지수형 마찰계수 산정식을 개발하였으며, 모든 설계유형에서 구하고자 하는 산정치를 양해적으로 구할 수 있도록 유도하였다.

2. 기존 산정식

Darcy의 층류방정식은 단면평균유속이 수리경사에 단순히 선형비례한다는 가정하에 이루어지며 이때의 비례상수를 투수계수라 칭하였다. 그러나 침투류도 난류특성을 갖게되면 표 1에서도 볼 수 있듯이 수리경사는 단면평균유속에 선형비례하지 않고 단면평균유속의 2차 함수로 표현된다. 기존 경험식들을 살펴보면 Darcy식은 층류에서 적용가능한 식이며 그 외의 식들은 모두 유속의 1차항과 2차항의 조합으로 이루어지며 층류식과 난류식의 조합 형태로 산정식들이 표현된다.

표 1에 제시한 기존경험식 또는 이론식들을 살펴보면, Carman 식에서 α 와 β 는 토사의 형상계수에 따라 결정되는 경험계수이며, Ergun식에서 첫째항의 150은 $\alpha = 0.83$, 둘째항의 1.75는 $\beta = 2.3$ 을 대입하여 얻어진다. 또한 Ward식에서 첫째항의 360과 둘째항의 10.4는 $f = 0.48$ 로 가정하여 얻어진다. 이러한 식들은 일반적이고 구체적인 값을 구하기는 어려우며 식 자체도 동수경사 i 를 구하는 데 초점이 맞추어져 있으므로, 우리가 유량을 구하는 데 필요한 유속 또는 마찰계수를 바로 구하는 산정식의 개발이 필요하다. 또한 이들 이론식들은 동일 침투류상에 완난류 흐름은 존재하지 않고 층류와 전난류만이 공존하는 것으로 가정한 것으로 연유하거나 적어도 완난류가 층류와 전난류의 혼합된 특성을 가졌고 이러한 혼합 특성을 두 산정식들의 조합으로 표기할 수 있을 것이라는 기대에서 도출되었다. 본고에서는 흐름을 층류, 완난류 I, 완난류 II로 구분하여 각각의 흐름상태에 따른 산정식을 개발하였다. 흐름의 상태는 후술할 입경-레이놀즈수 R_ϕ 에 의하여 구분되어 진다.

표 1. 침투류에 관한 기존 산정식

제안자	형 태	비 고
Darcy(1856)	$V = K i$	V : 전체면적으로 나눈 유속 g : 중력가속도 f : 공극률 ν : 동점성계수 ϕ : 토립자의 직경 K : 투수계수 i : 동수경사
Carman(1933)	$i = \frac{180\alpha(1-f)^2 \nu}{gf^3\phi^2} V + \frac{3\beta(1-f)}{4gf^3\phi} V^2$	
Ergun(1952)	$i = \frac{150(1-f)^2 \nu}{gf^3\phi^2} V + \frac{1.75(1-f)}{gf^3\phi} V^2$	
Ward(1964)	$i = \frac{360\nu}{g\phi^2} V + \frac{10.4}{g\phi} V^2$	

3. 이론식 및 관련변수들의 검토

Chezy식은 모든 흐름의 단면평균유속을 산정하는데 적용할 수 있으며, 포화상태의 침투류도 예외가 아니다. 그러나 Chezy식을 침투흐름에 적용하는데 있어 각 변수는 공극내의 유속 또는 틈새유속, 공극내의 동수반경, 공극을 통과하는 흐름의 동수경사 등으로 대치하여야 하며 이때 마찰계수 C_f 는 공극내 입자 표면과의 마찰을 대표하는 마찰계수이다. 따라서 관로나 개수로에 적용하는 일반적인 Chezy식을 침투류의 유속 공식으로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$V_f = \sqrt{\frac{gH_f i_f}{C_f}} \quad (1)$$

여기서 첨자 f 는 공극내를 지칭하며, V_f 는 공극내 유속 또는 틈새유속, i_f 는 공극내의 동수경사, H_f 는 공극내의 동수반경이다. 토립자를 포함하는 단면적의 평균유속을 V 라 할 때 공극률을 f 라 하면 $V_f = V/f$ 또는 $V = fV_f$ 이다.

공극내의 동수경사는 토립자가 흐름을 우회시킨다고 생각하여 $i_f = i/\delta$ 로 표기할 수 있으며, δ 는 토립자로 인한 수립자의 경로증가율이고 그 범위는 1.5~2.5사이의 값으로 알려져 있다. 또한 경로증가율과 공극률은 $\delta = f^{-0.5}$ 의 관계가 있다(Kovacs, 1981). 이러한 관계를 이용하여 동수경사는 다음과 같이 표현된다.

$$i_f = \sqrt{f} i \quad (2)$$

침투류의 유속 산정에 있어 수류의 경로증가율과 함께 매우 중요한 요인은 동수반경이며, 공극내의 동수반경 H_f 는 3차원 형상을 고려하여 $H_f = \nabla_f/A_f$ 과 같다. 여기서 A_f 는 공극이 접하는 총표면적이며, ∇_f 는 공극이 차지하는 총체적이다. 공극이 접하는 표면적 A_f 는 입자 하나의 표면적 A_s 로 대표할 수 있으며, 공극의 체적은 공극비 e 와 입자 하나의 체적 ∇_s 를 도입하여 $e\nabla_s$ 로 대표할 수 있다. 즉, $A_f = A_s$ 이고 $\nabla_f = e\nabla_s$ 이다. 따라서, $H_f = e\nabla_s/A_s$ 과 같이 표현된다. e 는 공극비 $e = f/(1-f)$ 이다. 입자 표면적과 직경을 곱한 것의

입자 체적에 대한 비를 형상계수 ζ 라 하며, 즉 $A_s \phi = \zeta \nabla_s$ 이고 이를 동수반경 산정식에 도입하면 다음과 같다.

$$H_f = \frac{e \phi}{\zeta} \quad (3)$$

완전히 매끄러운 구형체인 경우 입자 표면적은 $\pi\phi^2$ 이며, 입자 체적은 $\pi\phi^3/6$ 이다. 따라서 형상계수 $\zeta = 6$ 이다. 일반 토사나 쇠석인 경우에는 상당히 다양한 변화 양상을 보이고 있다. Kovacs(1981)는 잘 마모된 토사의 투수층 흐름에서 관측된 자료와 일반 토사의 투수층 흐름에서 관측된 자료를 이용하여 산정된 결과로부터 토립자 크기에 따라 변화하는 형상계수 ζ 의 값을 구하였는데 표 2에 제시된 바와 같다.

잘 마모된 토사의 투수층 관측자료를 이용하여 구한 형상계수 값으로부터 대체적으로 매끈한 토사인 경우 유동훈과 권순근(1995)은 다음과 같은 산정식을 제시하였다.

$$\zeta_0 = \exp[2.9(\frac{\phi}{\phi_0})^{-0.019} - 1.1] \quad (4)$$

상기식에서 ϕ_0 는 기준입경으로서 1000 mm이며, 정밀도 1% 이내를 유지한다.

표 2와 그림 1에 제시된 바와 같이 토립자의 거칠음에 따라 형상계수가 최저치로부터 증가하는데 이를 고려하여 최종 형상계수는 $\zeta = \zeta_0 + \zeta_r$ 으로 구할 수 있다. 여기서 ζ_r 은 토립자의 거칠음 상태에 따라 증가되는 수치인데 최소 0 으로부터 최대 3 까지 이다.

한편, 형상계수를 지수함수 형태로 표시하면, 후술할 설계유형 C에서 반복 과정을 거치지 않고 양해법으로 입경을 구할 수 있다. 지수형 형상계수 산정식의 도출은 식 (4)의 산정결과와 표 2에 제시된 자료를 회귀분석하여 얻을 수 있으며 다음과 같다.

$$\zeta = a\left(\frac{\phi}{\phi_0}\right)^b \quad (5)$$

여기서 $b = 0.06$ 이며, 비례상수 a 는 매끈한 토사인 경우 즉 $\zeta_r = 0$ 일 때 $a = 6.0$ 이며, 아주 거칠은 경우 즉 $\zeta_r = 3.0$ 일 때 $a = 8.0$ 정도까지 증가한다. 비례상수 a

와 입자의 거칠음 정도에 따라 증가되는 ζ_r 은 2차식의 관계로 유도하였을 때 $a=0.25\zeta_r^2+0.9\zeta_r+6$ 의 관계가 성립한다. 그림 1에 도시된 바와 같이 식 (4)와 (5)는 관측자료와 거의 일치하는 결과를 보여주고 있다. 표 3에 전술한 침투류 관련변수들의 관계를 정리하여 제시하였다.

표 2. 토립자 크기에 따른 형상계수의 변화 (Kovacs, 1981)

직경 (mm)	잘 마모된 토사	일반 토사
10.0	8.0	8-11
1.0	9.2	9-12
0.1	10.6	10-13
0.01	12.1	12-15
0.001	14.4	15-18

4. 지수형 마찰계수 산정식

지수형 마찰계수 산정식 개발을 위하여 기존 연구자 (Ergun, Zunker, Lindquist, Nagy, Kovacs)들의 관측 데이터를 독취하여 이를 회귀분석하였다. 이들 관측자료는 Kovacs(1981)교재에 도시되어 있다. Ergun 은 $X=R_{PM}$, $Y=f_{PM}$ 을 사용하여 마찰계수 분포를 도시하였으며, 실험에 사용된 토립자는 구형으로 형상계수는 6이다. 여기서 $R_{PM} = \frac{V\phi}{\nu(1-f)}$,

$$f_{PM} = \frac{g\phi i}{V^2} \frac{f^3}{1-f} \text{ 이다.}$$

Zunker, Lindquist, Nagy, Kovacs(이하 Kovacs) 등의 실험자료를 살펴보면 공극률이 0.4 내외이며, 일반적인 경우 공극률이 0.4 내외이므로 Ergun data의 공극률을 0.4로 가정하여 회귀분석을 수행하였다. 본고에서는 R_f 와 C_f 를 이용하여 마찰계수 분포를 도시

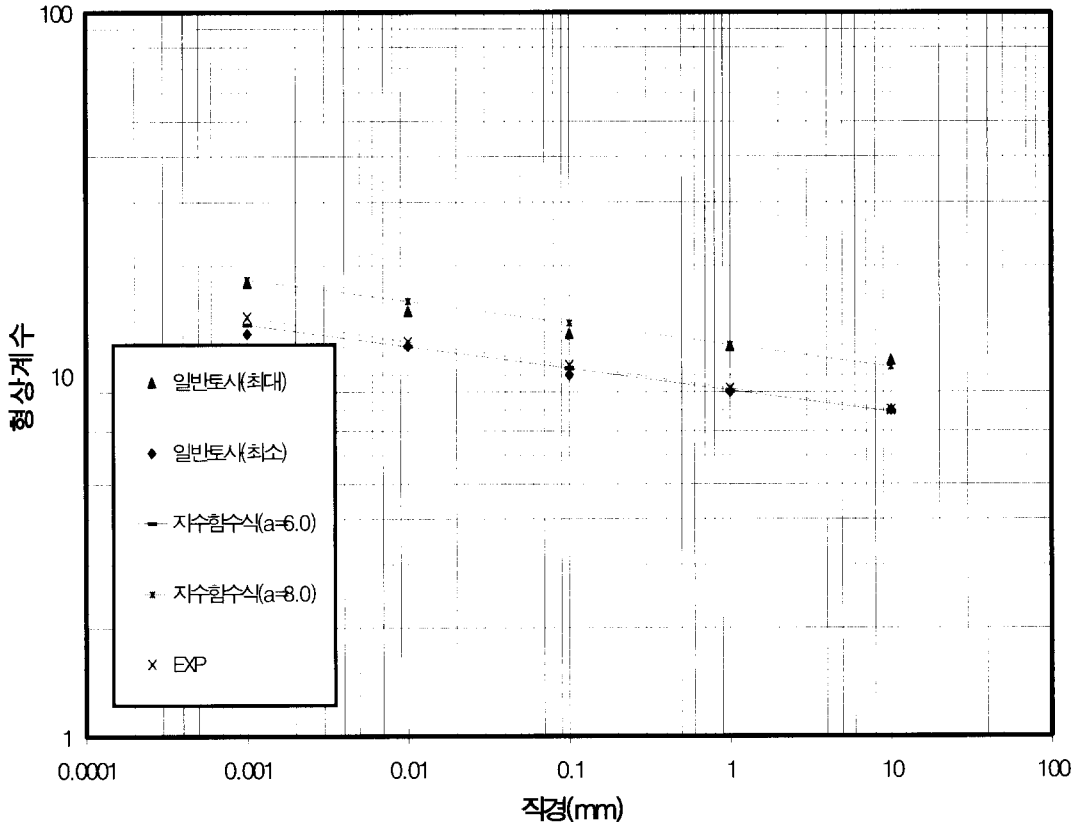


그림 1. 토립자의 직경과 형상계수와의 관계

표 3. 침투류 관련변수들의 관계

관련변수	기호	관 계
유 속	V_f	$V_f = \frac{Q}{A_f} = \frac{Q}{fA} = \frac{V}{f}$
동수반경	H_f	$H_f = \frac{\nabla_f}{nA_s + A_w} = \frac{ne\nabla_s}{nA_s + A_w} \approx e \frac{\nabla_s}{A_s} = \frac{e}{\zeta} \frac{A_s \phi}{A_s} = \frac{e\phi}{\zeta}$
동수경사	i	$i_f = \frac{\Delta h}{\Delta L'} = \frac{\Delta h}{\delta \Delta L} = \frac{i}{\delta}$
경로증가율	δ	$\delta = \frac{1}{\sqrt{f}} = f^{-0.5}$
공극비	e	$e = \frac{f}{1-f}$
형상계수	ζ	$\zeta = \zeta_0 + \zeta_r$ $\zeta_0 = \text{Exp} \left[2.9 \left(\frac{\phi}{\phi_0} \right)^{-0.019} - 1.1 \right]$ $\zeta_r = 0 \sim 3$ $\zeta = a \left(\frac{\phi}{\phi_0} \right)^{-0.06}, \quad a = 0.25 \zeta_r^2 + 0.9 \zeta_r + 6$

하였으며, $R_f = \frac{V\phi}{\nu(1-f)} \frac{1}{\zeta}$, $C_f = \frac{g\phi i}{V^2} \frac{f^{3.5}}{1-f} \frac{1}{\zeta}$ 이다. Ergun이 사용한 변수와 본고에서 도시한 마찰 계수 관련변수와는 다음과 같은 관계가 있다.

$$R_{PM} = \zeta R_f \tag{6}$$

$$f_{PM} = \frac{\zeta}{\sqrt{f}} C_f$$

Kovacs는 $X = Re_p$, $Y = \lambda Re_s \frac{f^3}{(1-f)^2} \frac{1}{\zeta^2}$ 을 사용하여 마찰계수 분포를 도시하였다. 여기서 $Re_p = \frac{4}{1-f} \frac{\phi}{\zeta} \frac{V}{\nu}$, $\lambda Re_s = \frac{2g\phi^2 i}{V\nu}$ 이다. 토립자의 형상은 Ergun data와 동일한 구형이다. Kovacs의 자료에는 공극률, 토립자의 입경과 형상이 제시되어 있으며, 본고에서 도시한 마찰계수 관련변수와는 다음과 같은 관계가 있다.

$$Re_p = 4R_f \tag{7}$$

$$\lambda Re_s \frac{f^3}{(1-f)^2} \frac{1}{\zeta^2} = \frac{2R_\phi}{(1-f)f^{0.5}\zeta} C_f$$

Ergun과 Kovacs의 관측치를 회귀분석하여 지수형

침투류 마찰계수 산정식을 개발하였으며, 구간은 층류, 완난류 I, 완난류 II 세구간으로 구분하여 그 결과를 식 (8)에 제시하였다. 일반 관수로, 개수로 흐름에서 층류 구간 산정식은 $C_f = 2/R_H$ 로 이론적으로 유도되며, 본고에서도 $C_f = 2/R_f$ 를 만족하는 구간까지를 층류 구간으로 정하였다. 완난류 I, 완난류 II의 구분은 관측치와의 일치율을 위하여 불가피하게 구분하였으며, 완난류 II는 거의 전난류의 특성과 비슷하지만, 방조제 체절과 같이 침투층의 입자가 크면 공극이 상당히 커져서 전난류의 발생 가능성은 희박하다는 판단하에 완난류 II로 칭하였다. 산정식과 관측치와의 비교 그래프가 그림 2에 도시되어 있으며, 그림에서도 볼 수 있듯이 전구간에 걸쳐 기존 연구자들의 자료와 일치율을 보이고 있다. 지수형 마찰계수 산정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{층 류} : C_f &= 2R_f^{-1} & R_f < 2.2 \\ \text{완난류 I} : C_f &= 1.4R_f^{-0.55} & 2.2 \leq R_f < 40.5 \\ \text{완난류 II} : C_f &= 0.22R_f^{-0.05} & 40.5 \leq R_f \end{aligned} \tag{8}$$

마찰계수를 지수형으로 표현할 경우 후술할 설계구분상의 유량이나 유속을 구할 때 전처리과정을 거친후

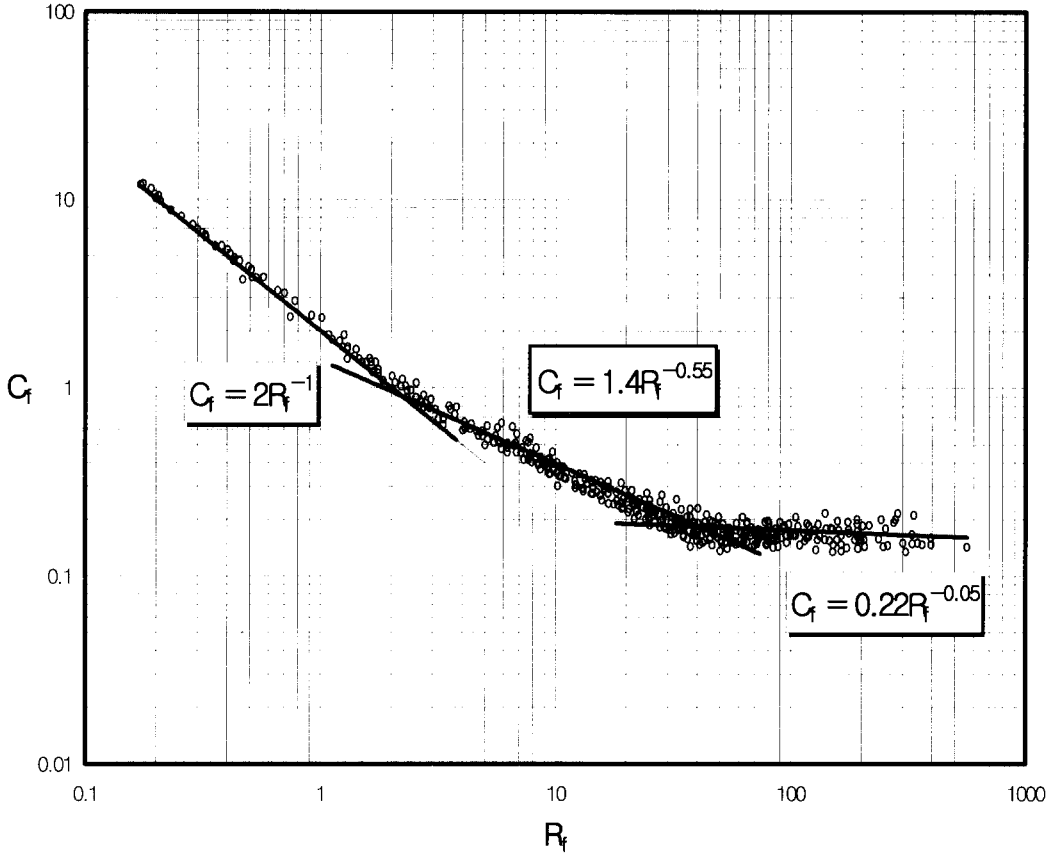


그림 2. 마찰계수 분포와 지수형 마찰계수 산정식

양해법 산정이 가능하다.

5. 설계유형별 산정

침투류의 설계에는 표 4에 제시된 바와 같이 세가지

유형으로 구분되는데, 설계유형 A는 동수경사를 산정하는 경우이며, 설계유형 B는 유량 또는 유속을 결정해야 하는 경우이고, 설계유형 C는 토사의 입경을 산정하는 경우이다. 표 4에 제시된 산정식들은 본 연구

표 4. 침투류 설계유형

설계유형	산정요구치	주어지는 조건	산정식
A	i	Q, f, ϕ	$i = \frac{C_f}{\sqrt{f}} F_f^2$
B	Q or V	f, ϕ, i	$F_f = \sqrt{\frac{i_f}{C_f}}, F_f = \left[\frac{i_f}{a N_f^\beta} \right]^{\frac{1}{2+\beta}}$
C	ϕ	Q, f, i	$R_\phi = \epsilon R_0^{0.057} S^{\frac{2.83}{1-\beta}}$

<주> Q : 유량, V : 유속, f : 공극률, i : 동수경사, ϕ : 토립자의 입경

표 5. 침투류 관련 무차원수

무 차 원 수	형 태	비 고
동수반경-레이놀즈수	$R_f = \frac{V_f H_f}{\nu}$	$R_f = N_f F_f$
후류드수	$F_f = \frac{V_f}{\sqrt{g H_f}}$	
레이놀즈-후류드수	$N_f = \frac{\sqrt{g H_f^3}}{\nu}$	
입경 - 레이놀즈수	$R_\phi = \frac{V\phi}{\nu}$	
중력-점성력 조합수	$S = \frac{V}{(\nu g)^{1/3}}$	

의 결과들이며 각각의 유도과정이 본설에 기술되어 있다. 또한 양해법 산정식 개발을 위한 관련 무차원수들을 표 5에 정리하였다.

이상의 세가지 설계유형 중 A 이외에는 일반적인 방법으로는 모두 반복 과정을 거쳐야 하는데, 지수형 마찰계수 산정식을 도입하여 반복과정을 거치지 않고 양해법으로 산정이 가능하다. 또한 흐름조건 결정과정에서는 전처리 과정을 통하여 양해적으로 구간 판별이 가능하다. 산정요구치를 구하는 과정과 흐름조건을 쉽게 결정하기 위한 전처리 과정을 설계유형별로 살펴보자.

5.1 동수경사 (설계유형 A)

설계유형 A는 동수경사를 구하는 경우이며, 식 (1)을 i_f 에 대하여 정리하면 다음과 같다.

$$i_f = \frac{C_f V_f^2}{g H_f} = C_f \left[\frac{V_f}{\sqrt{g H_f}} \right]^2 \quad (9)$$

여기서 $i_f = \sqrt{f} i$ 이고 식 (9)에서 $F_f = \frac{V_f}{\sqrt{g H_f}}$ 의 정의를 이용하면 다음과 같이 동수경사를 바로 구할 수 있는 산정식을 유도할 수 있다.

$$i = \frac{C_f}{\sqrt{f}} F_f^2 \quad (10)$$

주어진 조건으로 동수반경-레이놀즈 수(R_f)를 구하여 흐름구간을 판단하고, C_f 와 F_f 를 구하여 바로 동수경사를 구할 수 있다.

5.2 유량 (설계유형 B)

설계유형 B는 유량 또는 유속을 구하는 경우이며, 어느 하나를 구할 경우 연속방정식($Q=AV$)을 이용하여 나머지 하나도 산정할 수 있다. 설계유형 A와 같이 Chezy의 평균유속 산정식의 양변을 제곱하여 F_f 에 대하여 정리하면 다음과 같은 관계를 도출할 수 있다.

$$F_f = \sqrt{\frac{i_f}{C_f}} \quad (11)$$

F_f 는 유속의 함수이고, g 와 H_f 는 주어져 있으므로, F_f 를 구하면 유속을 구할 수 있다. 또한 연속방정식($Q=AV$)를 이용하여 유량도 쉽게 구할 수 있다. 하지만 마찰계수 C_f 의 산정식에 유속항이 포함되어 있어 반복 과정을 거쳐야하는 번거로움이 있다. 이렇게 여러번 시산해야 하는 불편함을 해소하기 위하여 양해법 산정식 도출이 필요하며, 지수형 마찰계수 산정식을 이용할 경우 양해법 산정식 개발이 가능하다.

식 (11)에 지수형 마찰계수 산정식($C_f = \alpha R_f^\beta$)을 대입하고, 표 5에 제시된 관련 무차원수의 상호관계($R_f = N_f F_f$)를 이용하여 정리하면 다음과 같다.

$$F_f = \sqrt{\frac{i_f}{\alpha R_f^\beta}} = \sqrt{\frac{i_f}{\alpha N_f^\beta F_f^\beta}} \quad (12)$$

식 (12)의 양변을 제곱하여 F_f 에 대하여 정리하면 다음과 같다.

$$F_f = \left[\frac{i_f}{\alpha N_f^\beta} \right]^{\frac{1}{2+\beta}} \quad (13)$$

식 (13)의 α, β 는 흐름조건을 판별하여야 결정되는 지수형 마찰계수 산정식의 계수로서 F_f 를 산정하기 위해서는 먼저 흐름조건을 판별하여야 한다. 흐름조건 판별은 R_f 에 의해서 결정된다. 하지만 R_f 에는 유속의 항이 포함되어 있어 설계유형 B의 양해법 산정식을 유도하기 위해서는 흐름조건을 R_f 에 의해서가 아니라 주어진 조건으로 판별할 수 있어야 한다.

흐름조건을 주어진 조건만 가지고 판별하기 위해서는 다음과 같은 전처리 과정이 필요하다. 각각의 흐름

표 6. 유속 또는 유량 산정식 (설계유형 B)

구 간	유속산정식	마찰계수 산정식
$N_f \sqrt{i_f} \leq 2.1$	$F_f = 0.5 N_f i_f$	$C_f = \alpha R_f^\beta$
$2.1 < N_f \sqrt{i_f} \leq 17.3$	$F_f = 0.79 N_f^{0.38} i_f^{0.69}$	
$17.3 < N_f \sqrt{i_f}$	$F_f = 2.17 N_f^{0.03} i_f^{0.52}$	

에 따른 R_f 의 경계조건을 이용하여 $N_f \sqrt{i_f}$ 의 경계조건을 유도할 수 있다. 각 경계점에서 F_f 는 동일하므로 식 (13)을 이용하여 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$\left[\frac{i_f}{\alpha_1 N_f^{\beta_1}} \right]^{\frac{1}{2+\beta_1}} = \left[\frac{i_f}{\alpha_2 N_f^{\beta_2}} \right]^{\frac{1}{2+\beta_2}} \quad (14)$$

여기서 $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$ 는 지수형 마찰계수 산정식의 각 흐름영역별 계수들이다. 식 (14)를 $N_f \sqrt{i_f}$ 에 대하여 정리하면 아래와 같은 양해법 산정식 개발을 위한 경계조건식을 도출할 수 있다.

$$N_f \sqrt{i_f} = \left[\alpha_1^{-(2+\beta_2)} \alpha_2^{(2+\beta_1)} \right]^{\frac{1}{2(\beta_1-\beta_2)}} \quad (15)$$

각 구간의 계수 α 와 β 를 식 (15)에 대입하면, 각 구간은 다음과 같이 결정된다.

층 류 : $N_f \sqrt{i_f} \leq 2.1$

완난류 I : $2.1 < N_f \sqrt{i_f} \leq 17.3$ (16)

완난류 II : $17.3 < N_f \sqrt{i_f}$

$N_f \sqrt{i_f}$ 는 주어진 조건만으로도 산정할 수 있는 값이며, 지수형 마찰계수 산정식을 이용하여 마찰계수를 산정할 경우 흐름조건 전처리과정을 통하여 설계유형 B의 양해법 산정식이 가능하다.

유속 또는 유량을 산정하는 과정은 먼저 식 (16)으로 흐름조건을 판단하고, 지수형 마찰계수 산정식으로 마찰계수 C_f 를 구한 다음 식 (11)에 의해 F_f 를

$$\left(\frac{V}{f} \right)^{2+\beta} = \alpha^{-1} \nu^\beta g e^{1-\beta} a^{\beta-1} \left(\frac{V\phi}{\nu} \right)^{1-\beta} V^{\beta-1} \nu^{1-\beta} \left(\frac{R_\phi}{R_0} \right)^{b(\beta-1)} i_f \quad (20)$$

산정하며, F_f 로부터 유속을 바로 산정할 수 있다. 이 상에서 정리한 유속 또는 유량(설계유형 B) 산정을 위한 양해법 산정식을 정리하여 표 6에 제시하였다.

5.3 입경 (설계유형 C)

설계유형 C는 침투류에서 토사입경을 구하는 경우로 Chezy의 평균유속 공식에 표 3에 제시된 관련변수들의 관계를 도입하고, 지수형 마찰계수 산정식을 대입하면 다음과 같다.

$$\frac{V}{f} = \sqrt{\frac{gH_i i_f}{\alpha R_f^\beta}} = \sqrt{\frac{gH_i i_f}{\alpha \left(\frac{V H_f}{\nu} \right)^\beta}} \quad (17)$$

식 (17)의 양변을 제곱하면

$$\frac{V^2}{f^2} = \alpha^{-1} \nu^\beta V_f^{-\beta} g H_f^{1-\beta} i_f \quad (18)$$

식 (18)을 $\frac{V}{f}$ 에 대하여 정리하고 식 (5)의 지수형 형상계수 산정식을 이용하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \left(\frac{V}{f} \right)^{2+\beta} &= \alpha^{-1} \nu^\beta g \left(\frac{e\phi}{\zeta} \right)^{1-\beta} i_f \\ &= \alpha^{-1} \nu^\beta g \left(e\phi \times \left[a^{-1} \left(\frac{\phi}{\phi_0} \right)^{-b} \right] \right)^{1-\beta} i_f \\ &= \alpha^{-1} \nu^\beta g e^{1-\beta} a^{\beta-1} \phi^{1-\beta} \left(\frac{\phi}{\phi_0} \right)^{b(\beta-1)} i_f \end{aligned} \quad (19)$$

식 (19)에서 새로운 무차원수 R_ϕ 와 R_0 를 도입하여 다시 정리하면 다음과 같다.

여기서 $R_\phi = \frac{V\phi}{\nu}$ 이며, $R_0 = \frac{V\phi_0}{\nu}$ 는 입경항에
 에 기준입경을 대입한 무차원수이다. 기준입경은 형상
 계수 산정식에서 도입한 기준입경과 동일한 1000 mm
 를 취한다.

식 (20)을 V에 대하여 다시 정리하고 우변의 ν, g
 를 좌변으로 이항하면 다음과 같다.

$$\frac{V^3}{\nu g} = \alpha^{-1} f^{2.5+\beta} e^{1-\beta} i a^{\beta-1} R_\phi^{(\beta-1)(b-1)} R_0^{b(1-\beta)} \quad (21)$$

여기서, $\frac{V}{(\nu g)^{1/3}}$ 는 중력-점성력의 조합 무차원수
 이며 S라고 정의한다.

식 (21)을 무차원수 R_ϕ 에 대하여 정리하고, 지수형
 형상계수 산정식의 계수 $b=-0.06$ 을 대입하면 다음과
 같다.

$$R_\phi = \epsilon R_0^{0.057} S^{\frac{2.83}{1-\beta}} \quad (22)$$

여기서 $\epsilon = \left[\frac{f^{3.5}}{(1-f)^{1-\beta}} \alpha^{-1} a^{\beta-1} i \right]^{\frac{0.91}{\beta-1}}$ 이며,
 흐름구간만 판별되면 주어진 조건으로 구하여지는 상
 수이다.

식 (22)에서 R_ϕ 를 구하기 위해서는 흐름조건을
 먼저 판별하여야 하는데, 흐름조건 판별을 위한 무차원
 수 R_f 가 입경의 함수이므로 R_f 로는 흐름구간을 판
 별할 수 없다. 그러므로 설계유형 B와 동일한 전처리
 과정을 거쳐 흐름구간을 먼저 판별할 수 있도록 검토
 하여야 한다. 지수형 마찰계수 산정식에서 R_f 의 경
 계조건을 이용하여 입경을 포함하지 않는 경계조건식
 을 유도하여야 양해적으로 입경을 구할 수 있다.

레이놀즈수는 표 3에 제시된 관련변수들의 관계를
 이용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$R_f = \frac{V_f H_f}{\nu} = \frac{V\phi}{\nu} \frac{e}{f\zeta} = R_\phi \frac{e}{f\zeta} \quad (23)$$

식 (23)에 식 (22)의 R_ϕ 를 대입하여 정리하면 다음
 과 같다.

$$R_f = \epsilon R_0^{0.057} S^{\frac{2.83}{(1-\beta)}} \cdot \frac{e}{f\zeta} \quad (24)$$

식 (24)의 R_f 값에 지수형 마찰계수 층류 산정식을
 이용하고, $\zeta = a \left(\frac{\phi}{\phi_0} \right)^{-0.06}$ 를 도입하여 층류일 때의
 계수값 $\alpha=2, \beta=-1$ 와 $f=0.4$ 를 대입하면 다음과 같다.

$$R_f = \epsilon R_0^{0.057} S^{\frac{2.83}{(1-\beta)}} \cdot \frac{e}{f} \zeta^{-1} \\ = 7.06 i^{-0.5} S^{1.5} < 2.78 \quad (25)$$

식 (25)를 S에 대하여 정리하면 식 (26)과 같이 주어
 진 조건만으로 흐름조건을 결정하여 양해법 산정이 가
 능한 경계조건식이 도출된다.

$$S < 0.537 i^{0.333} \quad (26)$$

식 (24)의 R_f 값에 지수형 마찰계수 완난류II 산정식
 을 이용하고, $\zeta = a \left(\frac{\phi}{\phi_0} \right)^{-0.06}$ 를 도입하여 완난류II
 구간의 계수값 $\alpha=0.22, \beta=-0.05$ 와 $f=0.4$ 를 대입하면
 다음과 같다.

$$R_f = \epsilon R_0^{0.057} S^{\frac{2.83}{(1-\beta)}} \cdot \frac{e}{f} \zeta^{-1} \\ = 5.03 i^{-0.95} S^{2.61} < 40.5 \quad (27)$$

식 (27)을 S에 대하여 정리하면 식 (28)과 같이 주어
 진 조건만으로 흐름조건을 결정하여 양해법 산정이 가
 능한 경계조건식이 도출된다.

$$S < 0.981 i^{0.314} \quad (28)$$

S는 무차원수이며, 주어진 조건으로 구할 수 있는 값
 이다. 이상의 산정결과로부터 $S \leq 0.537 i^{0.333}$ 일
 때 침투류는 층류이고, $0.537 i^{0.333} < S \leq 0.981 i^{0.314}$
 일 때 완난류I 구간, $0.981 i^{0.314} < S$ 일 때 완난
 류II 구간 임을 알 수 있다.

입경을 구하는 설계유형 C는 먼저 S값에 따른 흐름
 구간을 판별하고, 표 7에 제시된 산정식들로부터 R_ϕ
 값을 산정한다. R_ϕ 는 입경의 함수이고, 미지수는 입
 경항 뿐이므로 주어진 조건으로 토사의 입경을 바로
 산정할 수 있다.

표 7. 입경 산정식 (설계유형 C)

구 간	R_ϕ	ϵ	
		a=6	a=6, f=0.4
$S \leq 0.537 i^{0.333}$	$R_\phi = \epsilon R_0^{0.057} S^{1.415}$	$\left[0.014 \frac{f^{3.5}}{(1-f)^2} i \right]^{-0.47}$	$20.77 i^{-0.47}$
$0.537 i^{0.333} < S \leq 0.981 i^{0.314}$		$\left[0.044 \frac{f^{3.5}}{(1-f)^{1.55}} i \right]^{-0.61}$	$29.33 i^{-0.61}$
$0.981 i^{0.314} < S$		$\left[0.693 \frac{f^{3.5}}{(1-f)^{1.05}} i \right]^{-0.9}$	$15.39 i^{-0.9}$

이상에서 구한 설계유형 C를 정리하여 표 7에 제시하였다. 각 구간별로 식 (8)에 제시된 계수의 수치와 a=6을 식 (22)에 대입하여 구간별로 간략히 표기하였다. 공극률 f는 일반적으로 0.4내외이며 f=0.4를 대입한 식들이 함께 제시되어 있다. a≠6, f≠0.4인 경우 구간 판별치가 달라지나 표 7에 제시된 수치에서 크게 벗어나지 않는다.

6. 결 론

본고에서 개발된 침투류 지수형 마찰계수 산정식을 이용하여 세가지 유형으로 구분된 설계유형 A, B, C의 양해법 산정식을 개발하였다. 경사를 구하는 설계유형 A는 Chezy의 평균유속공식을 침투류 평균유속 공식으로 전환하고, 후루드수(F_1)를 이용하여 양해적으로 수리경사를 산정할 수 있다.

유속 또는 유량을 구하는 설계유형 B는 설계유형 A가 R_f 에 따라 흐름구간을 판별하는 것과는 달리 전처리 과정을 통하여 $N_f \sqrt{i_f}$ 에 의하여 흐름구간을 판별할 수 있도록 하였다. R_f 에 유속의 항이 포함되어 있어 번거로운 반복의 과정을 거쳐야 하는데 반해 $N_f \sqrt{i_f}$ 에 의해서 구간을 판별할 경우 주어진 조건만으로도 흐름구간을 판별하고 양해적으로 유속을 산정할 수 있다.

입경을 구하는 설계유형 C는 본고에서 개발한 중력-점성력 무차원수(S)에 의하여 흐름구간이 구분되며, 흐름조건에 따라 R_ϕ 산정식을 적용하여 입경을 양해적으로 산정할 수 있다.

참 고 문 헌

- 유동훈, 권순국 (1995). "투수층 흐름 마찰계수." 한국해양안해양공학회, 제6권, 제4호, pp. 397-403.
- Carman, P.C. (1937). "Fluid flow through a granular bed." *Trans. Instn Chem. Engrs (London)*, Vol. 15, pp. 150-156.
- Ergun, S. (1952). "Fluid flow through packed columns." *Chem. Eng. Prog.*, Vol. 48, pp. 89-94.
- Kovacs, G. (1981). *Seepage Hydraulics*. Elsevier Scientific Publ. Company.
- Kozeny, J. (1953). *Hydraulics (in Germany)*. Springer, Wien.
- Ward, J.C. (1964). "Turbulent flow in porous media." *J. Hydr. Eng.*, ASCE, Vol. 90, No. 5, pp. 1-12.

(논문번호:98-055/집수:1998.08.20/심사완료:1998.12.10)