

<논 문>

## 벨로스의 고유진동수 해석 및 간이식 개발에 관한 연구

### A Study on the Analysis of the Natural Frequencies and the Development of the Simplified Formulas for Bellows

이 영 신\* · 윤 기 석\*\* · 김 태 완\*\*\*

Young-Shin Lee, Ki-Seok Yoon and Tae-Wan Kim

(1998년 11월 21일 접수 : 1999년 3월 5일 심사완료)

**Key Words :** Corrugation(파형), Bellows(벨로스), Flexible Shell(플렉시블 셸), FEM(유한요소해석), Fundamental Natural Frequency(기본 진동수), Simplified Formula(간이식)

#### ABSTRACT

This paper presents the simplified formulas for calculating the fundamental frequencies of the cantilevered bellows in the axial and lateral directions. The frequencies of the bellows are evaluated based on analogies with those of the beam. It is shown that the results calculated by the simplified formulas are in good agreement with those obtained from FEM analysis and the experiment.

#### 1. 서 론

자동차의 엔진 배기관을 포함한 배관계통의 열 변형 및 진동을 흡수하기 위하여 벨로스를 일반적으로 많이 적용한다. 벨로스는 파형(corrugation)을 갖는 유연한 셸로 제작된다. 본 논문에서 고려되는 벨로스는 파형을 용접하지 않고 원통 셸(cylindrical shell)을 일체로 성형 제작한 것으로, Fig. 1에서 표시된 것과 같이 원통 셸, 고리모양의 평판(annular plate), 토로이달(toroidal) 셸로 구성된 파형이 연속되는 복합적인 셸구조이다.

벨로스의 동특성에 관한 연구를 살펴보면 E.J.M.A.의 규격집<sup>(1)</sup>에 벨로스의 축방향 강성을 고려하여 고유진동수를 예측할 수 있는 간이식이 기술되어 있으

나, 횡방향 고유진동수를 예측하는 데는 상당한 오차가 있음이 Morishita에 의하여 제시되었다<sup>(2)</sup>. Morishita에 의한 해석방법<sup>(2)</sup>은 E.J.M.A.에서 기술된 간이식을 경험을 통하여 수정한 것으로 고유진동수를 예측하기 위한 합리적인 이론적 해석방법을 제시하지 않았다. 국내에서는 이완익 등<sup>(3)</sup>과 고병갑 등<sup>(4)</sup>이 U형 벨로스의 유한요소해석과 특정한 강성을 위한 형상 최적설계에 관한 연구를 수행하였다. 최근에 Jakubaukas 등<sup>(5,6)</sup>은 유체부가질량을 고려한 벨로스의 횡진동해석에 대해 연구하였다. 본 논문의 목적은 벨로스의 축방향 및 횡방향 강성을 고려하여 기본 고유진동수를 예측할 수 있는 간이식을 제안하고, 벨로스의 기하학적 형상을 변수로 한 기본 고유진동수의 예측에 참고할 수 있는 자료를 제시하는 것이다. 본 연구에서의 이론적 해석방법은 Axelrad의 유연한 셸이론<sup>(7)</sup>을 참고하여 외팔형 U형 벨로스의 축방향 및 횡방향 하중에 대한 변위량을 계산하기 위한 해석적 이론을 정립하고 벨로스를 보(beam)로 상사하여 벨로스의 기본 고유진동수를

\* 정회원, 충남대학교 공과대학 기계설계공학과

\*\* 한국전력기술(주)

\*\*\* 한국원자력연구소

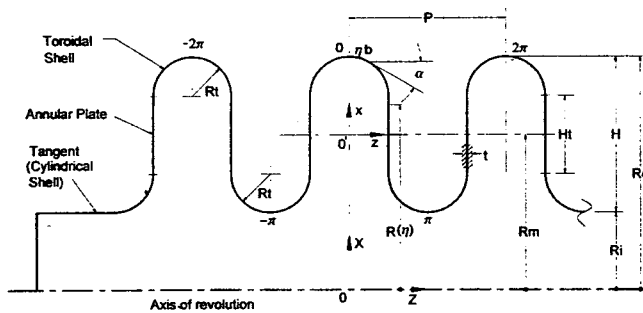


Fig. 1 A profile of U-type bellows

계산하였다. 이 결과를 유한요소해석 및 실험 결과와 비교하여 본 논문에서 제안한 간이식의 유효성을 제시하였다.

## 2. 이론 해석

본 논문에서 벨로스는 탄성 범위에서 선형적으로 변형되는 것으로 고려한다.

### 2.1 지배 방정식

Fig. 1의 좌표계에서 균일 두께의 벨로스 지배방정식은 다음과 같다<sup>(7)</sup>.

(1) 축하중을 받는 경우

$$\frac{d}{d\eta} \left( \frac{d\Psi(\eta)}{d\eta} \cdot r(\eta) \right) + \mu \cos \alpha(\eta) \Theta(\eta) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{d}{d\eta} \left( \frac{d\Theta(\eta)}{d\eta} \cdot r(\eta) \right) - \mu \cos \alpha(\eta) \Psi(\eta) = F_z^\circ \sin \alpha(\eta) \quad (2)$$

여기서,  $\Psi(\eta)$ 는 무차원 응력함수 (stress function),  $\Theta(\eta)$ 는 메리디안 (meridian)의 접선 회전각,  $\eta$ 는  $2\pi$ 의 한개 파형에서의 좌표,

$$\mu = \sqrt{12(1-\nu^2)} \frac{b^2}{R_m t}, \quad F_z^\circ = F_z \frac{b^2}{2\pi R_m D} \quad (3), (4)$$

$\nu$ 는 푸아송 비 (Poisson's ratio),  $R_m$ 은 벨로스 외부와 내부의 평균 반지름,  $F_z$ 는 축방향 하중,  $D$ 는 굽힘강성 (flexural rigidity),  $b$ 는 기하형상상수이다.

(2) 굽힘 및 횡하중을 받는 경우

$$\frac{d}{d\eta} \left( \frac{d\Psi(\eta)}{d\eta} \cdot r(\eta) \right) - \Psi(\eta) \cdot 2 \cdot \lambda^2 \frac{1 + \sin^2 \alpha(\eta)}{r(\eta)} + \mu \cos \alpha(\eta) \Theta(\eta) = 0 \quad (5)$$

$$\frac{d}{d\eta} \left( \frac{d\Theta(\eta)}{d\eta} \cdot r(\eta) \right) - \Theta(\eta) \cdot 2 \cdot \lambda^2 \frac{1 + \sin^2 \alpha(\eta)}{r(\eta)} - \mu \cos \alpha(\eta) \Psi(\eta) = \cos \alpha(\eta) \cdot F_x^\circ - \frac{\sin \alpha(\eta)}{r(\eta)} M^\circ \quad (6)$$

여기서,

$$\lambda = b/R_m, \quad F_x^\circ = F_x \cdot \frac{b^2}{\pi R_m D},$$

$$M^\circ = M \cdot \frac{b^2}{\pi(R_m)^2 D} \quad (7), (8), (9)$$

$F_x$ 는 횡방향 하중,  $M$ 은 굽힘모멘트이다.

지배방정식에서  $\cos \alpha(\eta)$ ,  $\sin \alpha(\eta)$  및  $r(\eta)$ 는 벨로스의 기하학적 형상을 고려하는 항으로 다음 관계식이 성립된다.

$$\cos \alpha(\eta) = \frac{1}{2} c_0 + \sum_j c_j \cos j\eta \quad (10)$$

$$\sin \alpha(\eta) = \sum_j s_j \sin j\eta \quad (11)$$

$$r(\eta) = \frac{1}{2} r_0 + \sum_j r_j \cos j\eta \quad (j=1, 2, \dots) \quad (12)$$

식 (10), (11) 및 (12)의 Fourier 계수는

$$\sin \alpha(\eta) = -\frac{1}{b} \frac{dx(\eta)}{d\eta}, \quad (13)$$

$$\cos \alpha(\eta) = \frac{1}{b} \frac{dz(\eta)}{d\eta}, \quad (14)$$

$$r(\eta) = \frac{R(\eta)}{R_m} \quad (15)$$

의 관계로부터 얻어진다.

### 2.2 변위식의 유도

(1) 축하중을 받는 경우의 해

한 개의 파형이  $\eta=0$ 의 평면에 대하여 대칭변형하는 것으로 가정된 해의 형태는 다음과 같다<sup>(7)</sup>.

$$\Theta(\eta) = F_z^\circ \sum_j a_j \sin j\eta, \quad (16)$$

$$\Psi(\eta) = F_z^\circ \sum_j b_j \sin j\eta \quad (j=1, 2, \dots) \quad (17)$$

식 (16)과 (17)을 지배방정식에 대입하면  $\Theta(\eta)$ 와  $\Psi(\eta)$ 의 Fourier 계수  $a_j$ 와  $b_j$ 를 얻을 수 있다.

(2) 굽힘 및 횡하중을 받는 경우의 해

굽힘 및 횡하중을 동시에 받는 경우에는 중첩법을 적용할 수 있다. Fig. 2에서 표시된 기본적인 두 경

우로 분리하여 벨로스의 변위량을 계산한다.

i) 순수 굽힘 모멘트만을 받는 경우의 해 ( $F_x = 0$ )

Fig. 2에서 표시된 순수 굽힘의 경우에 대한 해는 다음 형태로 가정될 수 있다.

$$\Theta(\eta) = M^0 \sum_j a_j \sin j\eta \quad (18)$$

$$\Psi(\eta) = M^0 \sum_j b_j \sin j\eta \quad (j=1,2,\dots) \quad (19)$$

축 하중을 받는 경우와 동일한 방법으로 상기 식을 식 (5)와 (6)에 대입하면  $\Theta(\eta)$ 와  $\Psi(\eta)$ 의 Fourier 계수  $a_j$ 와  $b_j$ 를 얻을 수 있다.

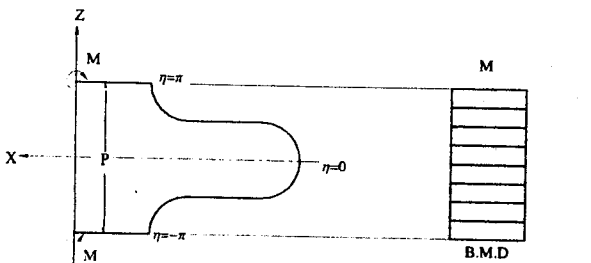
ii) 횡하중만을 받는 경우의 해 ( $M = 0$ )

벨로스의 양단이 평행한 변위를 갖기 위해서는 횡하중  $F_x$ 와, 횡하중으로부터 유발되는 굽힘모멘트  $1/2 \cdot F_x \cdot P$ 가 Fig. 2에서와 같이 표시된다. 이 경우에는  $\eta = 0$ 의 평면에서 회전이 예상되므로, 다음과 같은 해의 형태로 가정된다.

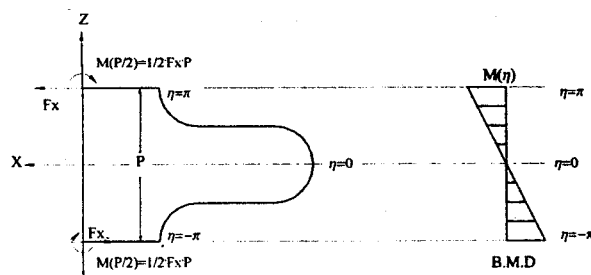
$$\Theta(\eta) = F_x^0 \left( \frac{a_0}{2} + \sum_j a_j \cos j\eta \right) \quad (j=1,2,\dots) \quad (20)$$

$$\Psi(\eta) = F_x^0 \left( \frac{b_0}{2} + \sum_j b_j \cos j\eta \right) \quad (j=1,2,\dots) \quad (21)$$

상기 식을 식 (5)와 (6)에 대입하면 Fourier 계수



(a) Pure bending



(2) Cross bending

Fig. 2 Pure and cross bending moments

$a_j$ 와  $b_j$ 를 얻을 수 있다.

(3) 변위식의 유도

i) 축하중을 받는 경우

축방향 변위식은 다음과 같다<sup>(7)</sup>.

$$U_z = -2N_c b \int_0^\pi \Theta(\eta) \sin \alpha(\eta) d\eta \quad (22)$$

여기서,  $N_c$ 는 파형 수이다.

ii) 횡하중을 받는 경우

Fig. 3에서와 같이 순수굽힘모멘트에 의한 횡방향 변위  $U_{xpb}$ 와 횡방향 굽힘모멘트에 의한 횡방향 변위  $U_{xcb}$ 의 경우를 이용하여 중첩법으로 다음과 같이 횡방향 변위  $U_x$ 를 유도한다.

$$U_x = U_{xpb} + U_{xcb} \quad (23)$$

여기서,

$$U_{xpb} = \sum_{n=1}^{N_c} \left[ (2n-1) \cdot U_{xpb}^1 + (n-1) \cdot P \cdot \sin \{(2n-1) \cdot \theta\} \right] \quad (24)$$

$$U_{xcb} = -N_c \cdot U_{xcb}^1 \quad (25)$$

여기서,  $U_{xpb}^1$ 은 한 개 파형에서의 순수굽힘모멘트에 의한 횡방향 변위이며 Fig. 4에서와 같이 아래 식으로 유도된다.

$$U_{xpb}^1 = \frac{P(1 - \cos \theta)}{\theta} \quad (26)$$

여기서,  $\theta$ 는 파형 양단에서의 회전각으로 다음과 같다<sup>(7)</sup>.

$$\theta = \int_{-\pi}^{\pi} \Theta(\eta) \sin \alpha(\eta) \frac{b}{R(\eta)} d\eta \quad (27)$$

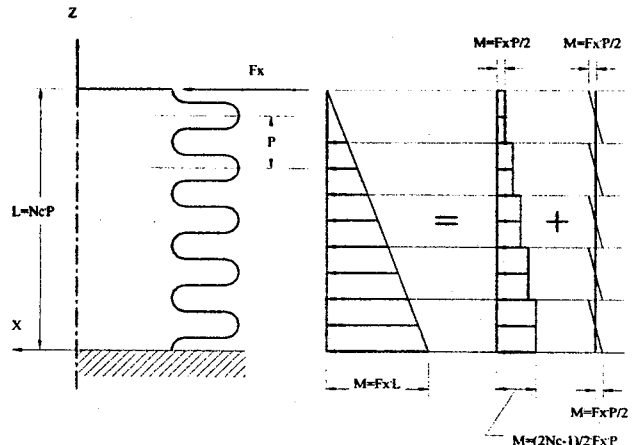


Fig. 3 Bending moments by lateral force

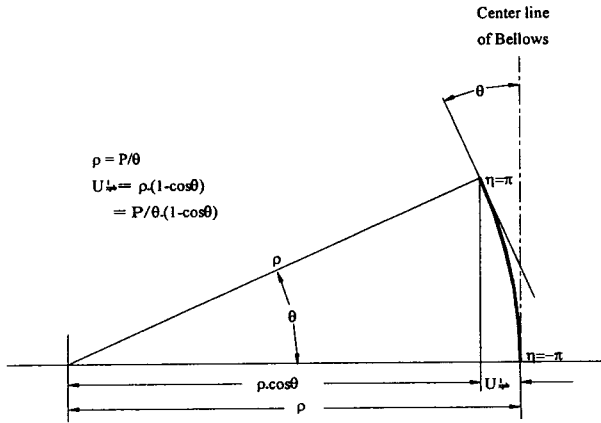


Fig. 4 Lateral displacement of one corrugation by pure bending

또한,  $U_{xcb}^1$ 은 한 개 파형에서의 횡방향 굽힘모멘트에 의한 횡방향 변위이며 다음과 같다<sup>(7)</sup>.

$$U_{xcb}^1 = b \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d}{d\eta} \{r(\eta)\Theta(\eta)\} \frac{1}{r(\eta)} d\eta \cos \alpha(\eta) d\eta \quad (28)$$

이러한 방법에 의해 여러 경우의 비대칭 하중 및 지지조건을 갖는 벨로스를 간단하게 해석할 수 있다.

### 2.3 보로 상사한 기본 고유진동수 계산

(1) 보로 상사한 강성 계산

i) 축방향 강성

보의 처짐공식에 식 (22)를 대입하여 축방향 강성을 구하면 다음과 같다.

$$\overline{EA} = \frac{F_z}{U_z} \cdot L \quad (29)$$

ii) 횡방향 강성

외팔보의 처짐공식에 식 (23)을 대입하여 횡방향 강성을 구하면 다음과 같다.

$$\overline{EI} = \frac{1}{3} \frac{F_x}{U_x} L^3 \quad (30)$$

여기서,  $L$ 은 벨로스의 전체 길이이다.

(2) 기본고유진동수 계산

외팔보에 대한 기본 고유진동수의 계산공식<sup>(8)</sup>에 식 (29)와 (30)을 대입하여 보로 상사한 벨로스의 기본 고유진동수를 계산한다. 그러나, 횡방향 기본 고유진동수의 경우 벨로스의 기하학적 형상을 보의 특성에 적합하도록 외팔보에 대한 기본 고유진동수의 계산공식<sup>(8)</sup>에 수정계수  $C_1$ 을 적용하였다.

i) 축방향 기본 고유진동수

$$f_a = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{EA}{mL^2}} \quad (31)$$

ii) 횡방향 기본 고유진동수

$$f_l = C_1 (1.875)^2 \sqrt{\frac{EI}{mL^4}} \quad (32)$$

$$C_1 = 1 / \{1 + (R_1/L)^2\} \quad (32a)$$

여기서,  $m$ 은 단위길이당 벨로스의 질량이다. 수정계수  $C_1$ 은 실험 및 유한요소 해석결과를 기준으로 이론해석에 의한 횡방향 고유진동수의 정밀도를 높이기 위해 기하학적 매개변수를 고려하여 도입하였다.

### 3. 유한요소법에 의한 해석

이론 해석으로부터 얻은 변위량 및 기본 고유진동수에 대한 비교를 위하여 유한요소 해석을 수행하였다. 본 연구에서 사용된 유한요소해석은 구조해석에 널리 사용되고 있는 상용 package ANSYS 코드<sup>(9)</sup>를 사용하였다.

유한요소 해석에서 사용된 요소는 4 nodes, 3-D space, 6 DOF, elastic quadrilateral shell element (STIF No. 63)를 사용하였다.

모델링은 파형의 길이 방향으로 토로이달 셸 및 고리모양의 평판 부분에서 각각 4개 요소로 나누어 한 개의 파형에서 총 24개 요소로 나누었으며, 원주방향으로는 16개의 요소로 나누어 메쉬형성(mesh

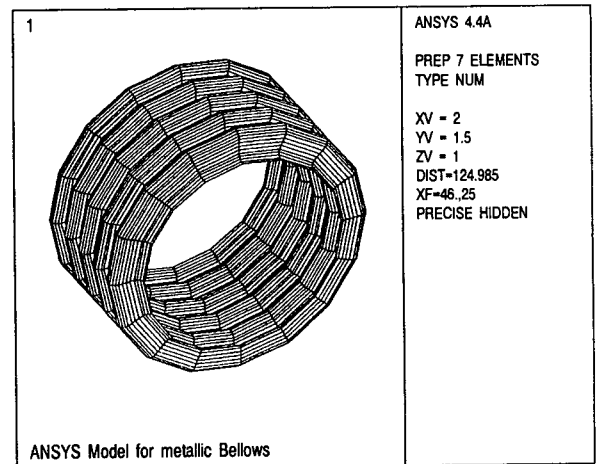


Fig. 5 FEM model for analysis

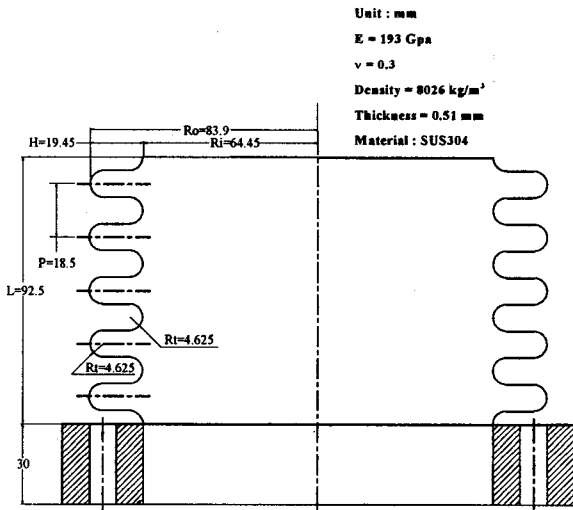


Fig. 6 Test model of bellows

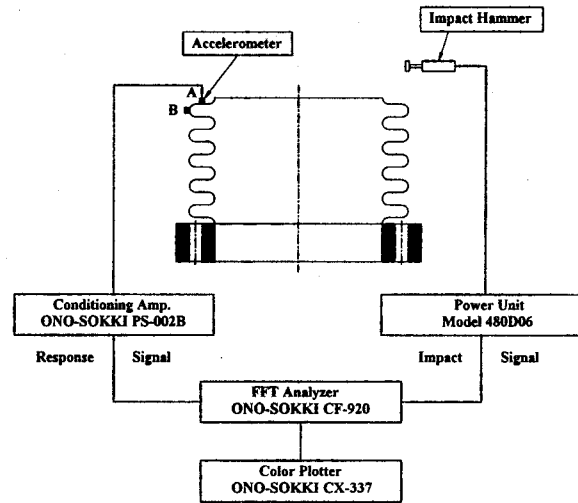


Fig. 7 Experimental data acquisition system

generation)을 하였다. Fig. 5에 다섯 개의 파형을 갖는 벨로스의 유한요소해석을 위한 모델을 나타낸다.

유한요소해석 과정의 오차 특성을 확인하기 위하여 요소 및 node수를 변화 시키면서 변위 및 기본 고유진동수의 변화를 확인한 결과, 상기의 해석모델은 5% 범위의 오차를 가진다.

## 4. 실험

### 4.1 실험모델

U형 벨로스의 기본 고유진동수를 측정하기 위하여 벨로스를 제작하였으며, 제작된 벨로스로부터 측정된 치수가 Fig. 6에 표시되었다. 벨로스의 고정단은 후렌지와 용접하여 고정시켰고, 시험하는 동안 확실한 지지조건과 방진을 고려하기 위하여 후렌지의 중량을 벨로스의 중량에 비하여 30배 이상으로 하였으며 후렌지에 여섯 개의 태핑을 가공하여 시험 작업대에 볼트로 고정할 수 있도록 하였다.

### 4.2 실험 장치

Fig. 7은 실험장치의 데이터 취득계통을 표시하고 있다.

실험을 위해서 사용된 진동실험장치로서 주파수 분석기는 2 채널(dual channel)로서 1 Hz~100 kHz의 주파수 범위를 갖고 있으며, 채널 A와 채널 B의 전압범위(voltage range)는 1 mV~50 V이다.

입력신호로의 가진을 위해서, 충격해머(impact hammer, PCB 086B03 SN 1893)를 사용하였으며, 입력신호의 증폭을 위해서는 이득(gain) 40 dB의 conditioning amp. (ONO-SOKKI PS-002B) 와 3 unit power supply를 사용하였다. 응답신호인 벨로스의 진동을 측정하기 위해서, 속도계(accelerometer, PCB 303A03 SN 10287)를 사용하였고, 응답신호의 증폭을 위해서는 이득(gain) 100 dB의 power unit (model 480D06)를 사용하였다. 또한 시편에 가속도계를 부착하기 위해서 왁스(wax)를 사용하였고, 실험의 결과들을 표시하기 위해 color plotter (ONO-SOKKI CX-337)를 사용하였다.

### 4.3 기본 고유진동수의 측정 실험

Fig. 7에서 표시된 것과 같이 가속도계를 축 및 횡방향과 원주방향으로 이동하면서 벨로스의 기본 고유진동수를 측정하였다. 벨로스의 고리모양의 평판 및 파형부분의 여러 위치에서 충격 해머로 가진 하였으며 FFT 분석기로 모니터링하면서 기본 고유진동수를 측정하였다. 측정실험으로부터 얻은 결과가 Fig. 8 및 9에서 표시된다. Fig. 8 및 9은 가속도계를 Fig. 7에서 표시된 A와 B의 위치에 놓고 벨로스를 충격가진하여 얻은 전달함수이다. 실험측정시 정확한 가진을 하지 못한 경우의 불규칙한 신호로 인한 오차를 줄이기 위하여 8회의 평균화를 행하여 전달함수를 구하였다. 유한요소해석을 통해 횡

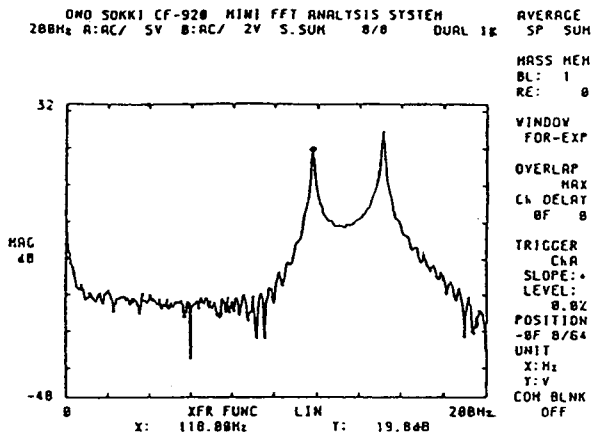


Fig. 8 Transfer function measured at position "A" of accelerometer in Fig. 7

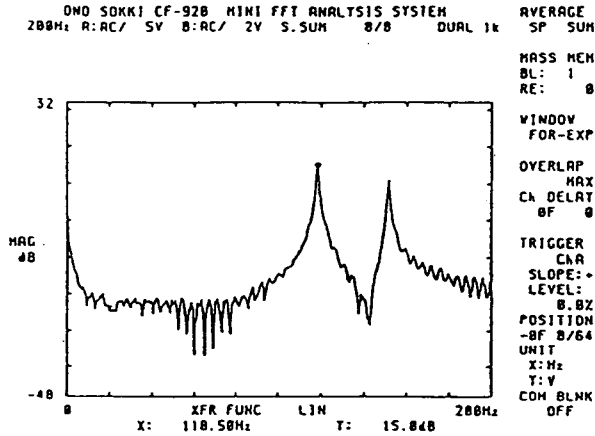


Fig. 9 Transfer function measured at position "B" of accelerometer in Fig. 7

방향 및 축방향 고유모드를 판별하였으며, Fig. 8 및 9에서 첫 번째 피크(peak)는 횡방향 기본 고유진동수, 두 번째 피크는 축방향 기본 고유진동수로 판단하였다.

### 5. 결과 및 고찰

#### 5.1 이론 해석의 유효성

이론 해석의 유효성을 검토하기 위하여 기하학적 형상을 고려하는 식 (10), (11) 및 (12)에서 Fourier 급수 24항까지를 취하여 이론해석 결과를 얻었다. 파형이 5개로 구성된 Fig. 6의 실험모델 및 벨로스의 기하학적 형상인자인 벨로스 길이와 원통부분의 반지름 비 ( $L/R_i$ ), 파형피치와 높이의 비 ( $P/H$ ) 및 파형과 원통부분의 반지름 비 ( $R_i/R_i$ )

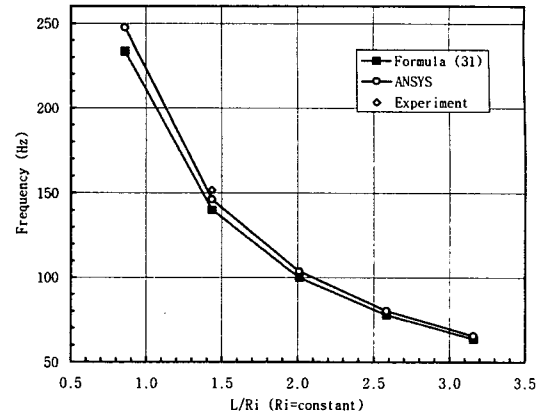


Fig. 10 Fundamental natural frequency of bellows for axial mode ( $R_i=64.45$ ,  $H=19.45$ ,  $P=18.5$ ,  $R_i=4.625$ ,  $t=0.51$ , unit : mm)

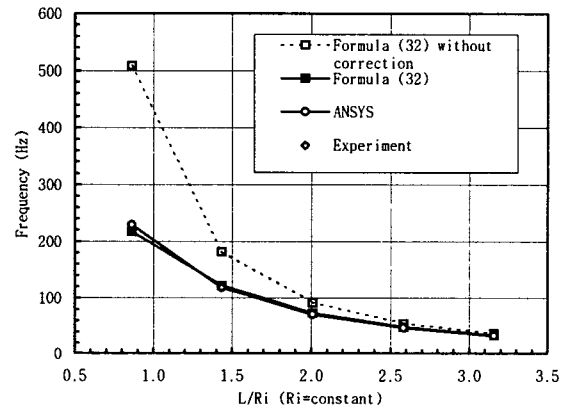


Fig. 11 Fundamental natural frequencies of bellows for lateral mode ( $R_i=64.45$ ,  $H=19.45$ ,  $P=18.5$ ,  $R_i=4.625$ ,  $t=0.51$ , unit : mm)

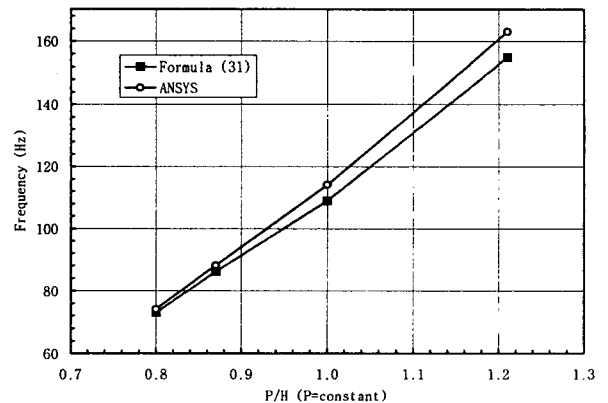


Fig. 12 Fundamental natural frequencies according to  $P/H$  for axial mode ( $R_i=64.45$ ,  $P=18.5$ ,  $R_i=4.625$ ,  $N_c=7$ ,  $t=0.51$ , unit : mm)

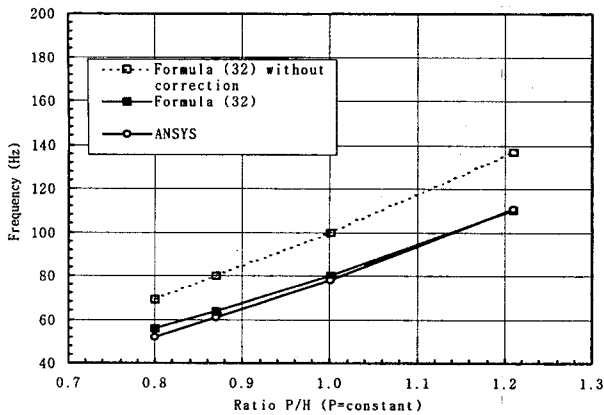


Fig. 13 Fundamental natural frequencies according to  $P/H$  for lateral mode ( $R_i=64.45$ ,  $P=18.5$ ,  $R_t=4.625$ ,  $N_c=7$ ,  $t=0.51$ , unit : mm)

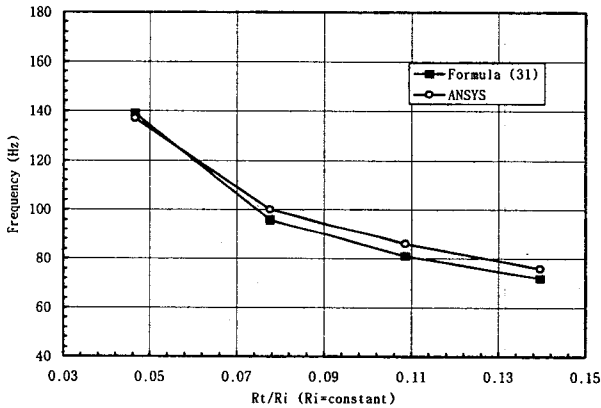


Fig. 14 Fundamental natural frequencies according to  $R_t/R_i$  for axial mode ( $R_i=64.45$ ,  $H_t=10.2$ ,  $N_c=7$ ,  $t=0.51$ , unit : mm)

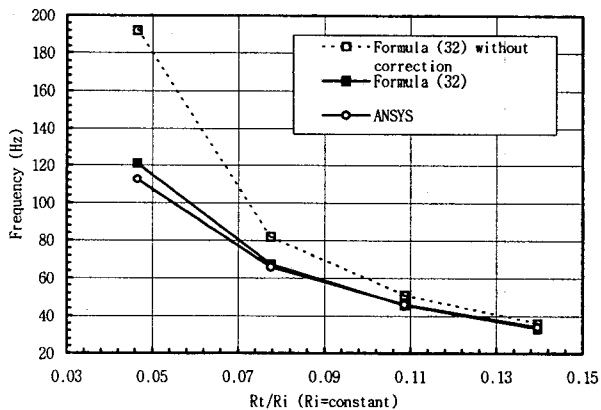


Fig. 15 Fundamental natural frequencies according to  $R_t/R_i$  for lateral mode ( $R_i=64.45$ ,  $H_t=10.2$ ,  $N_c=7$ ,  $t=0.51$ , unit : mm)

에 대한 이론해석, 유한요소해석 및 실험에 의한 기본 고유진동수를 비교하였다.

이론해석 및 유한요소해석의 경향이 잘 일치하는 것을 Fig. 10, 11, 12, 13, 14 및 15에서 알 수 있다. 그리고 축방향 기본 고유진동수는 이론해석 결과가 유한요소해석 및 실험에 의한 결과보다 각각 최대 6.2 % 및 8.1 %의 오차가 발생함을 확인할 수 있었으며, 횡방향 기본 고유진동수는 수정계수를 적용하지 않을 경우에는 이론해석의 결과가 비교적 큰 오차를 가짐을 알 수 있으나, 수정계수를 적용한 경우에는 유한요소해석 및 실험에 의한 결과보다 각각 최대 7.0 % 및 3.0 %의 오차가 발생함을 확인할 수 있었다. 또한, 벨로스의 크기와 두께를 변경한 경우에도 축 및 횡방향 기본 고유진동수가 유한요소

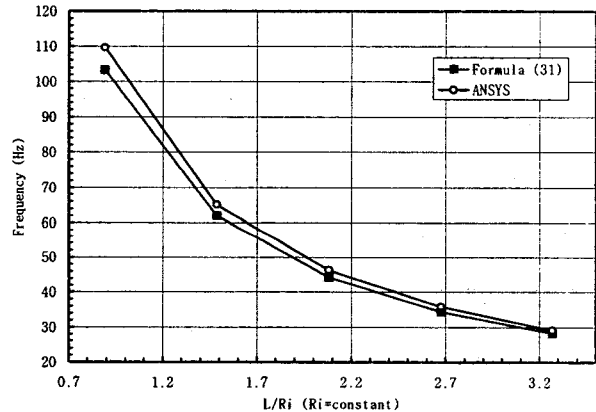


Fig. 16 Fundamental natural frequencies of bellows for axial mode ( $R_i=151.4$ ,  $H=45$ ,  $P=45$ ,  $R_t=11.25$ ,  $t=1.2$ , unit : mm)

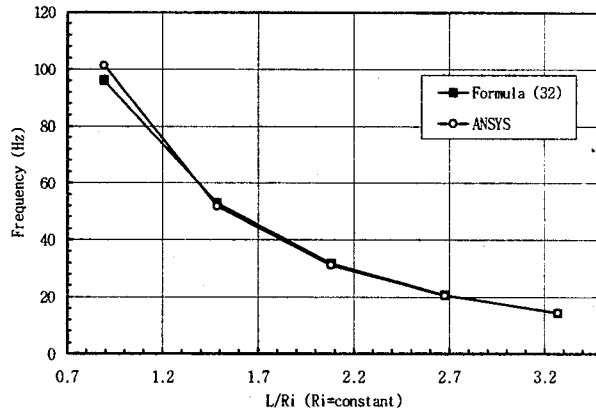


Fig. 17 Fundamental natural frequencies of bellows for lateral mode ( $R_i=151.4$ ,  $H=45$ ,  $P=45$ ,  $R_t=11.25$ ,  $t=1.2$ , unit : mm)

해석의 경향과 잘 일치하는 것을 Fig. 16와 17에서 알 수 있으며, 이 경우에는 축 및 횡방향으로 각각 최대 5.7 % 및 5.2 %의 오차가 발생함을 확인할 수 있었다.

그러므로 본 논문에서 제안한 벨로스의 기본 고유진동수 해석방법은 유효하게 이용될 수 있을 것으로 생각한다.

## 5.2 고찰

벨로스는 복합적인 기하학적 형상으로 구성되므로 파형수, 고리모양의 평판 길이 ( $H_f$ ), 파형의 반지름 및 원통 부분의 반지름이 벨로스의 특성을 변화시키는 중요한 인자가 된다. 본 연구에서는 이러한 기하학적 형상인자들의 실용적인 범위에서 벨로스의 기본 고유진동수의 변화를 검토하였다.

Fig. 10 및 11에서 표시된 대로 축 및 횡방향 기본 고유진동수는 파형수가 증가하면서 즉, 벨로스의 길이가 증가하여 벨로스의 길이와 원통부분의 반지름 비 ( $L/R_f$ )가 커질 수록 감소한다. 또한, 벨로스의 길이가 증가할 수록 오차의 값이 감소한다. 이러한 현상으로부터 벨로스의 길이가 증가할수록 벨로스가 보의 특성에 더욱 잘 접근함을 알 수 있다. Fig. 12 및 13에서 표시된 대로 벨로스 파형의 피치와 길이의 비 ( $P/H$ )가 증가하면서 축 및 횡방향 기본 고유진동수가 증가한다. Fig. 14 및 15에서 표시된 대로 벨로스 파형의 반지름과 원통부분의 반지름 비 ( $R_f/R_c$ )가 증가하면서 기본 고유진동수가 감소한다. Fig. 11, 13 및 15에서 표시된 대로 횡방향 기본 고유진동수의 계산결과는 수정계수를 적용하지 않았을 경우에 유한요소해석 결과와의 오차가 증가한다. 그러나 벨로스 원통부분의 반지름과 길이의 비 ( $R_f/L$ )의 무차원 계수를 갖는 수정계수식 (32)에서와 같이 적용하면 상기의 기하학적 형상인자들의 변화범위에서 유한요소해석 결과와 잘 일치한다. 이러한 현상은 수정계수를 적용하면서 벨로스의 길이가 반경에 비하여 너무 작은 것을 보완해주므로 보의 특성에 더욱 잘 접근시켜 주기 때문으로 생각한다.

## 6. 결 론

본 논문에서 제안한 이론해석 및 유한요소해석을 이용하여 벨로스의 기본 고유진동수를 계산하고 실험을

통하여 확인한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 본 논문에서 제안한 벨로스의 축 및 횡방향 기본 고유진동수의 예측을 위한 간이식은 유효하게 이용될 수 있음을 확인하였다.

(2) 벨로스의 기하학적 형상인자인 벨로스 길이와 원통부분의 반지름 비 ( $L/R$ ) 및 벨로스 파형의 반지름과 원통부분의 반지름비 ( $R_f/R_c$ )가 증가할수록 축 및 횡방향의 기본 고유진동수는 감소한다.

(3) 벨로스의 기하학적 형상인자인 벨로스 파형의 피치와 높이의 비 ( $P/H$ )가 증가할수록 축 및 횡방향의 기본 고유진동수는 증가한다.

## 참 고 문 헌

- (1) E.J.M.A., 1980, "Standard of Expansion Joint Manufacturing Association", E.J.M.A., 5th ed.
- (2) Morishita, M., Ikahata, N., and Kitamura, S., 1991, "Simplified Dynamic Analysis Method for Metallic Bellows Expansion Joint", Trans. of ASME, Journal of Pressure Vessel Technology, Vol. 113, pp. 504~510.
- (3) 이완익, 오재응, 김태완, 1988, "벨로스의 동특성에 관한 연구", 대한기계학회논문집, 제 12 권, 제 6 호, pp. 1273~1281.
- (4) 고병갑, 서용진, 박경진, 1995, "U형 벨로스의 유한요소해석과 특정강성을 위한 형상 최적설계", 한국자동차공학회 논문집, 제 3 권, 제 6 호, pp. 96~111.
- (5) Jakubaukas, V.F., and Weaver, D.S., 1998, "Transverse Vibrations of Bellows Expansion Joints. Part I : Fluid Added Mass," Journal of Fluids and Structures, Vol. 12, No. 4, pp. 445~456.
- (6) Jakubaukas, V.F., and Weaver, D.S., 1998, Transverse Vibrations of Bellows Expansion Joints. Part II : Beam Model Development and Experimental Verification, Journal of Fluids and Structures, Vol. 12, No. 4, pp. 457~473.
- (7) Axelrad, E.F., 1987, Theory of Flexible Shells, Elsevier Science Publishers.



(8) Clough, R.W., 1995, Dynamics of Structures, McGraw-Hill.

(9) DeSalvo, G.J., and Gorman, R.W., 1989,

ANSYS Engineering Analysis System User's Manual, Swanson Analysis Systems, Inc., Houston, Pennsylvania, USA, 1989.