

<논 문>

집중질량 충격시스템의 불규칙가진에 대한 응답특성

Response Characteristics of a Lumped Parameter Impact System under Random Excitation

이 창 희

C. H. Lee

(1999년 3월 3일 접수 ; 1999년 4월 16일 심사완료)

Key Words : Impact System(충격시스템), Frequency Response Function(주파수응답함수), Impulse Response Function(충격응답함수), Convolution Integral(컨벌루션 적분), Random Excitation(불규칙가진)

ABSTRACT

A method for obtaining the motion of an impact system whose primary and secondary system are composed of lumped masses, springs and dampers, and all the contacts are made through spring and damping elements is presented. The frequency response functions derived from the equations of motion and the impulse response functions obtained from the inverse Fourier transform of the derived frequency response functions are used for the calculation of the system responses. The procedure developed for the calculation of displacements and force time-histories was based on the convolution integrals of impulse response functions and forces applied to the systems. Time histories of displacements and contact forces are obtained for the case where a random excitation is applied to a point in the system. Impact statistics such as contact forces and the time between impacts calculated from those time histories is presented.

기 호 설 명

c : 부시스템의 감쇠계수
 c_1 : 주시스템의 감쇠계수
 c_2, \dots, c_5 : 접촉점의 감쇠계수
 $f_i(t)$: 점 i 에 작용하는 임의의 힘
 F_i : 복소수로 나타낸 점 i 에서의 힘
 $h(t)$: 변위-힘 충격응답함수
 $h_{ij}(t)$: 점 j 의 힘에 대한 점 i 변위의 충격응답함수

k : 부시스템 질량사이의 스프링상수
 k_1 : 주시스템 스프링상수
 k_2, \dots, k_5 : 접촉점에서의 스프링상수
 m_1 : 주시스템 질량
 m_a, m_b : 부시스템 질량
 M : 부시스템 질량의 합
 N : 정현함수의 수
 $S_0(\omega)$: 파워스펙트럼 밀도
 t : 시간
 $x(t)$: 주시스템의 변위
 $x_{ij}(t)$: 점 j 에 주어진 힘에 의한 점 i 의 변위
 X_i : 복소수로 나타낸 점 i 에서의 변위

* 정회원, 인천전문대학 기계과

- Δt_i : $t_i - t_{i-1}$
- $\Delta \omega$: ω_u / N
- ω : 가진 주파수
- ω_u : 불규칙 가진 상한주파수
- ϕ_k : k 번째의 불규칙 위상각

1. 서 론

2개의 시스템 사이에 작은 간격이 있을 경우 진동에 의해 이들 시스템 사이에 상호 충돌이 생기면 그 접촉점에서는 충격이 발생한다. 이러한 시스템을 충격시스템이라 하고 이 시스템에서 비교적 질량이 크고 운동이 주어지는 시스템을 주시스템, 질량이 적고 주시스템에 의해 종속적인 운동을 갖게되는 시스템을 부시스템이라 한다. 증기발생기의 관과 관지판, 자동차의 크랭크샤프트와 핀, 기차 바퀴와 레일 등에서의 이러한 충격을 볼 수 있다. 일반적으로 진동에 의해 생기는 충격은 반복적, 지속적이다. 따라서 이로 인해 이들 시스템에서는 피로, 마모 등이 생기게되고 궁극적으로는 시스템의 고장 또는 파손으로 이를 수 있다.

충격시스템은 주시스템과 부시스템의 접촉형태에 따라 반발계수로 정의되어지는 반발계수 충격시스템과 스프링과 감쇠기로 정의되는 스프링 감쇠 충격시스템으로 나눌 수 있다. 반발계수 충격시스템은 두 시스템의 접촉이 반발계수에 의한 것으로 두 시스템의 충돌후 속도가 반발계수에 따라 정해진다. 이 시스템은 시스템 운동을 구하는데 있어 접촉시 순간적인 속도변화 만을 고려한 것으로 해석의 단순성때문 초기 충격시스템의 연구에 사용되어왔다⁽¹⁻²⁾. 그러나 이 모델에서는 충격시 발생하는 충격력의 크기 또는 충격형상에 대한 정보를 얻을 수 없다는 단점이 있었다.

스프링 감쇠 충격모델은 접촉이 스프링과 감쇠기에 의한 것으로 접촉시 충돌전후의 속도 뿐 아니라 접촉시 충격력의 크기를 구할 수 있는 장점으로 최근의 충격시스템의 연구에 많이 사용되고 있다⁽³⁻⁵⁾. 그러나 시스템의 운동을 구하기 위한 운동방정식이 비선형 연립미분방정식형태를 갖고 있어 시스템형상이 복잡해 질 경우 해석적으로 구하는데 많은 난점이 있게 된다. 특히 차량의 경우처럼 주시스템과 부시스템의 운동이 불규칙적일 경우 해석적으로 응답을 구하는 것은 거의 불가능하다.

본 연구에서는 스프링 감쇠 충격모델에 대하여 불

규칙입력이 가해졌을 때 시스템의 응답을 수치적으로 구한다. 먼저 시스템의 운동방정식으로부터 주파수응답함수를 구하고 이를 푸리에 역변환하므로 충격응답함수를 구한다. 이러한 충격응답함수와 가해지는 힘과의 컨벌루션 적분에 의해 시스템 변위를 구하고 또한 접촉점에서의 변위조건으로부터 충격력을 구한다. 구해진 시스템의 변위 및 충격력에 대한 시간이력곡선으로부터 충격응답의 통계치인 충격크기 및 충격간 시간 등에 대한 누적도수분포를 구한다.

2. 충격시스템 형태

본 연구에서 사용된 스프링 감쇠 충격시스템은 Fig. 1과 같다. 주시스템은 질량 m_1 , 스프링상수 k_1 , 감쇠계수 c_1 으로 구성되어 있고, 부시스템은 질량 m_a 및 m_b 와 이들 질량 사이의 스프링 k 및 감쇠기 c 로 구성되어 있다. 주시스템과 부시스템의 접촉점에서는 스프링상수 k_2, k_3, k_4 및 k_5 인 스프링과 감쇠계수 c_2, c_3, c_4 및 c_5 인 감쇠기가 그림에서와 같이 설치되어 있다.

이 시스템은 비교적 복잡한 시스템으로 지금까지 여러 연구가가 다루어온 충격모델을 포함하는 일반적인 시스템이라 할 수 있다. 따라서 이 시스템으로부터 단순화된 여러 충격모델을 유도할 수 있다. 예를 들어 Dubousky 와 Freudenstein⁽⁶⁾, Veluswami 와 Crossly⁽⁷⁾가 고려한 모델은 Fig. 1의 충격시스템에서 k_1, c_1 이 없고 점 2와 점 4가 고정된 경우로 Fig. 1에서 k_1, c_1 을 영으로 하고 k_2, c_2, k_5 및 c_5 를 무한히 크게 하면 얻을 수 있다. 또한 Herbert⁽⁸⁾의

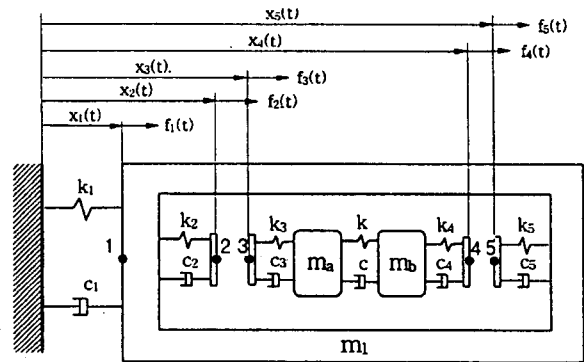


Fig. 1 General lumped parameter impact system

모델은 Fig. 1에서 주시스템과 부시스템에서의 스프링과 감쇠기 k, c, k_3, c_3 및 k_4, c_4 를 무한히 크게 하면 된다. 또한 Nguyen⁽⁹⁾의 충격모델은 Fig. 1에서 부시스템의 질량 m_a , 및 스프링 k_2, k_4 와 감쇠기 c_2, c_5 를 무한히 크게 한 것이다. 따라서 본 시스템으로부터 얻은 응답결과를 이용 이들 모델에서의 시스템응답을 얻을 수 있다.

3. 주파수응답함수

Fig. 1의 충격시스템에 대하여 이를 주시스템 및 부시스템으로 각각 나누어 변위-힘 주파수응답함수(displacement-force frequency response function)를 구한다. 먼저 점 1, 2 및 5를 포함하는 주시스템에 대하여 운동방정식을 세우면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + (c_1 + c_2 + c_5) \dot{x}_1 + (k_1 + k_2 + k_5)x_1 \\ - c_2 \dot{x}_2 - k_2 x_2 - c_5 \dot{x}_5 - k_5 x_5 = f_1(t) \\ - c_2 \dot{x}_1 - k_2 x_1 + c_2 \dot{x}_2 + k_2 x_2 = f_2(t) \\ - c_5 \dot{x}_1 - k_5 x_1 + c_5 \dot{x}_5 + k_5 x_5 = f_5(t) \end{aligned} \quad (1)$$

변위-힘 주파수응답함수를 유도하기 위하여 식 (1)에서 변위 $x_i(t)$, 힘 $f_i(t)$ 를 정현함수로 가정하고 복소수 함수를 써서 각 점에서의 힘 및 변위를 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} f_1(t) = F_1 e^{i\omega t}, \quad f_2(t) = F_2 e^{i\omega t}, \\ \text{and } f_5(t) = F_5 e^{i\omega t} \\ x_1(t) = X_1 e^{i\omega t}, \quad x_2(t) = X_2 e^{i\omega t}, \\ \text{and } x_5(t) = X_5 e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 F_1, F_2, F_5 및 X_1, X_2, X_5 는 복소수함수로서 크기와 위상을 가지고 있다. 가진력의 주파수를 ω 라고 할 때 식 (2)를 식 (1)에 대입하면 다음을 얻는다.

$$\begin{aligned} -m_1 \omega^2 X_1 + i\omega(c_1 + c_2 + c_5)X_1 + (k_1 + k_2 + k_5)X_1 \\ - i\omega c_2 X_2 - k_2 X_2 - i\omega c_5 X_5 - k_5 X_5 = F_1 \\ - i\omega c_2 X_1 - k_2 X_1 + i\omega c_2 X_2 + k_2 X_2 = F_2 \\ - i\omega c_5 X_1 - k_5 X_1 + i\omega c_5 X_5 + k_5 X_5 = F_5 \end{aligned} \quad (3)$$

구동점 주파수응답함수(driving point frequency response function), $H_{11}(i\omega) = X_1/F_1$ 은 식 (3)에서 F_2 와 F_5 를 영으로 두고 X_1/F_1 을 구하면 얻을 수 있다. 같은 방법으로 전달 주파수응답함수(transfer frequency response function), $H_{21}(i\omega) = X_2/F_1$ 은 식 (3)에서 F_2 와 F_5 를 영으로 두고 X_2/F_1 를 구하여 얻는다. 나머지 점에서의 구동점 주파수응답함수 및 전달 주파수응답함수를 같은 방법으로 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} H_{11}(i\omega) &= \frac{1}{-\omega^2 m_1 + i\omega c_1 + k_1} \\ H_{12}(i\omega) &= \frac{1}{-\omega^2 m_1 + i\omega c_1 + k_1} = H_{21}(i\omega) \\ H_{15}(i\omega) &= \frac{1}{-\omega^2 m_1 + i\omega c_1 + k_1} = H_{51}(i\omega) \\ H_{22}(i\omega) &= \frac{-\omega^2 m_1 + i\omega(c_1 + c_2) + k_1 + k_2}{-i\omega^3 m_1 c_2 - \omega^2(m_1 k_2 + c_1 c_2) + \omega(c_1 k_2 + c_2 k_1) + k_1 k_2} \\ H_{25}(i\omega) &= \frac{1}{-\omega^2 m_1 + i\omega c_1 + k_1} = H_{52}(i\omega) \\ H_{55}(i\omega) &= \frac{-\omega^2 m_1 + i\omega(c_1 + c_5) + k_1 + k_5}{-i\omega^3 m_1 c_5 - \omega^2(m_1 k_5 + c_1 c_5) + \omega(c_1 k_5 + c_5 k_1) + k_1 k_5} \end{aligned} \quad (4)$$

식 (4)에서 $H_{22}(i\omega)$ 와 $H_{55}(i\omega)$ 는 정리하면 다음과 같은 분리된 항으로 나타내어진다.

$$\begin{aligned} H_{22}(i\omega) &= 1/(i\omega c_2 + k_2) + 1/(-\omega^2 m_1 + i\omega c_1 + k_1) \\ H_{55}(i\omega) &= 1/(i\omega c_5 + k_5) + 1/(-\omega^2 m_1 + i\omega c_1 + k_1) \end{aligned} \quad (5)$$

다음 점 3 및 4를 포함하는 부시스템에 대해서도 주시스템에서와 같이 운동방정식을 세운 후 같은 방법으로 구동점 및 전달 주파수응답함수를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} H_{33}(i\omega) &= -\frac{1}{\omega^2 M} + \frac{1}{i\omega c_3 + k_3} \\ &\quad + \frac{1}{-\omega^2(m_a/m_b)M + i\omega(M^2/m_b^2)c + (M^2/m_b^2)k} \\ H_{34}(i\omega) &= -\frac{1}{\omega^2 M} \\ &\quad + \frac{1}{\omega^2 M - i\omega(M^2/m_a m_b)c + (M^2/m_a m_b)k} \\ &= H_{43}(i\omega) \end{aligned} \quad (6)$$

$$H_{44}(i\omega) = -\frac{1}{\omega^2 M} + \frac{1}{i\omega c_4 + k_4} + \frac{1}{-\omega^2(m_b/m_a)M + i\omega(M^2/m_b^2)c + (M^2/m_b^2)k}$$

여기서 M 은 부시스템의 두 질량의 합, $m_a + m_b$ 를 나타낸다.

이상의 식 (4), (5) 및 (6)에서 볼 때 주파수응답 함수들은 몇 개의 유사한 형태의 합으로 나타내어짐을 알 수 있다. 첨자를 생략하여 $H(i\omega)$ 로 표시하면 이들 주파수응답함수는 식 (7)과 같이 나타낼 수 있다.

$$H(i\omega) = \sum_{i=1}^3 K_i H_i(i\omega) \quad (7)$$

여기서 $H_i(i\omega)$ 는 다음의 형태를 갖는다.

$$\begin{aligned} H_1(i\omega) &= 1/(-\omega^2 P), \\ H_2(i\omega) &= 1/(i\omega Q + R), \\ H_3(i\omega) &= 1/(-\omega^2 X + i\omega Y + Z) \end{aligned} \quad (8)$$

4. 변위 및 접촉력

식 (7) 및 (8)에서 주어지는 주파수응답함수를 푸리에 역변환하여 충격응답함수를 구한다. 충격응답 함수가 구해지면 임의 점에서의 변위는 그 점에서의 충격응답함수와 그 점에 작용하는 하중과의 컨벌루션적분에 의해 구할 수 있다. 예로서 점 3에서의 변위를 생각한다. 시간 $t=0$ 에서 주시스템 및 부시스템이 각각 정지하고 있다고 하면 점 3에서의 변위는 $x_3(0)$ 이 된다. 만약 주시스템의 점 1, 2 및 5, 그리고 부시스템의 점 3 및 4에서 각각 힘이 작용한다고 하면 t 시간 후에 점 3에서의 변위는 다음 식으로 표시된다.

$$\begin{aligned} x_3(t) &= x_3(0) + \int_0^t h_{33}(t-\tau) f_3(\tau) d\tau \\ &+ \int_0^t h_{34}(t-\tau) f_4(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (9)$$

점3과 4에서의 힘은 두 점이 접촉하는 순간을 제외하고는 0이 됨을 유의한다. 식 (9)에서 볼 때 점 3에서의 변위를 구하기 위해서는 컨벌루션적분을 해야함을 알 수 있다. 그러나 이 적분은 시간에 따라 구간이 증가하므로 적분을 위한 계산시간이 늘어나 장시간 경과 후 이 점에서의 시간이력곡선을 구하는

데는 문제가 따르게 된다. 따라서 다음과 같은 식의 변형을 통해 단순한 형태로 변형시키는 것이 필요하다.

일반적으로 식 (7)에서의 $H(i\omega)$ 에 해당하는 충격응답함수 $h(t)$ 는 식 (10)과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} h(t) &= \sum_{i=1}^3 K_i h_i(t), \\ \text{여기서 } h_i(t) &= F^{-1}(H_i(i\omega)) \end{aligned} \quad (10)$$

즉, $h_i(t)$ 는 식 (8)로 주어진 주파수응답함수 $H_i(i\omega)$ 의 푸리에 역변환값이다. 식 (10)에서의 $h_i(t)$ 는 식 (8)에서의 상수 P, Q 등을 상수 A, B 등과 적절하게 연관시키면 다음의 식으로 표시된다.

$$\begin{aligned} h_1(t) &= At, \quad h_2(t) = Be^{-bt}, \\ h_3(t) &= Ce^{-at} \sin \gamma t \end{aligned} \quad (11)$$

충격함수가 구해지면 임의의 점에서의 변위는 작용하는 힘이 $f(t)$ 라 할 때 식 (12)로서 구한다.

$$\begin{aligned} x(t) &= \sum_{m=1}^3 x_m(t), \\ \text{여기서 } x_m(t) &= K_m \int_0^t h_m(t-\tau) f(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (12)$$

식 (12)에서의 컨벌루션적분은 수치계산에서의 단순화를 위해 적분구간을 나누어 구한다. 예로서 $m=1$ 에 대한 $x_m(t)$ 는 식 (13)으로서 표시된다.

$$x_1(t) = K_1 A \int_0^t (t-\tau) f(\tau) d\tau \quad (13)$$

이를 다시 시간 간격이 Δt_i 인 시간 t_{i-1} 와 t_i 에서의 값으로 나누어 표시하면 식 (14)와 같다.

$$\begin{aligned} x_1(t_i) &= x_1(t_{i-1}) + K_1 A \Delta t_i \int_0^{t_{i-1}} f(\tau) d\tau \\ &+ K_1 A \int_{t_{i-1}}^{t_i} f(\tau) (t_i - \tau) d\tau \end{aligned} \quad (14)$$

만약 $f(t)$ 가 시간 t_{i-1} 과 t_i 사이에서 근사적인 직선이라 하면 식 (14)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} x_1(t) &\approx x_1(t_{i-1}) + K_1 A [f(t_0)/2 \\ &+ \sum_{k=1}^{i-1} f(t_k) + 5f(t_{i-1})/6 + f(t_i)/6] \Delta t_i^2 \end{aligned} \quad (15)$$

일반적으로 $f(t_0)$ 는 0이 된다. 같은 방법으로 $x_2(t)$ 에 대하여는 $h_2(t)$ 로 부터, $x_3(t)$ 는 $h_3(t)$ 로 부터 각각 구하면 식 (16) 및 (17)과 같이 된다.

$$x_2(t_i) \approx (1 - b\Delta t_i)x_2(t_{i-1}) + K_2 B f(t_{i-1})\Delta t_i \quad (16)$$

$$X_3(t_i) \approx (1 + (-c + iy)\Delta t_i) \times [X_3(t_{i-1}) + k_3 C f(t_i)\Delta t_i] \quad (17)$$

식 (17)에서 $X_3(t)$ 은 복소수함수로 여기서 허수부분이 물리적으로 의미 있는 양으로서, $x_3(t)$ 의 값이 된다. 이상의 식 (15), (16) 및 (17)로 부터 만약 시간에 따른 힘 $f(t)$ 를 알면 $x_m(t)$ 가 구해지고 따라서 식(12)로 부터 시간에 따른 변위의 값 $x(t)$ 를 구할 수 있게 된다. 시스템에 작용하는 힘으로 $f_1(t)$ 는 외부에서 주어지는 힘이나 $f_2(t)$ 및 $f_3(t)$ 는 점 2 및 3 사이에서, $f_4(t)$ 및 $f_5(t)$ 는 점 4 및 5 사이에서 상호 접촉이 일어날 때 생기는 힘이다. 접촉시 $f_2(t) = -f_3(t)$ 또는 $f_4(t) = -f_5(t)$ 가 되고 접촉하지 않을 경우 이들 힘은 영이 된다.

두개의 시스템이 상호 접촉하여 충격력이 생기는 동안 두 접촉점은 상호 접촉상태에 있고 따라서 두 점의 변위는 같게 된다. 이 조건을 이용하여 접촉점의 충격력을 구할 수 있다. 변위의 식 (15), (16) 및 (17)을 보면 $f(t_{i-1})$ 또는 $f(t_i)$ 가 식의 한 항 또는 모두에서 포함되어 있는 것을 알 수 있다. 지금 점 2와 3에서 서로 접촉하고 있다고 하면 이때 $x_2(t) = x_3(t)$ 이고 $f_2(t) = -f_3(t)$ 이다. 만약 시간 t_{i-1} 에서의 힘과 변위의 값이 얻어 지면 이로부터 그 다음 짧은 시간 후의 시간 t_i 를 구하는 것이 필요하다. 식 (15), (16) 및 (17)을 보면 $x_2(t_i)$ 는 $\alpha + \beta f_2(t_i)$ 형태로 $x_3(t_i)$ 는 $\theta + \phi f_3(t_i)$ 의 형태로 되어 있다. 점2와 점3이 서로 접촉한다면 $x_2(t_i) = x_3(t_i)$ 이고 $f_2(t_i) = -f_3(t_i)$ 이므로 이들 관계로부터 식 (18)과 같은 $f_2(t_i)$ 식을 얻는다.

$$f_2(t_i) = (\theta - \alpha) / (\phi + \beta) \quad (18)$$

식 (18)로 부터 $f_2(t_i)$ 가 구해지면 식 (15), (16) 및 (17)을 이용 $x_2(t_i)$, $x_3(t_i)$ 를 구한다. 만약 점4, 5에서 접촉이 일어난다면 같은 방법으로 하여 이들 점에서의 접촉력 및 변위를 구한다.

5. 시스템응답

Fig. 1의 시스템에서 점1에 불규칙가진 힘 f_1 이 주

어지는 경우를 생각한다. 여기서의 불규칙가진함수는 Shinozuka와 Jan⁽¹⁰⁾이 제시한 방법을 이용한다. 파워스펙트럼 밀도 $S_0(\omega)$ 가 주파수 대역폭 $\omega_k = \Delta\omega(k-1/2)$ 에 걸쳐 균일하게 분포되는 불규칙함수 $x(t)$ 는 다음 식으로 구해진다.

$$x(t) = \sqrt{2} \sum_{k=1}^N [S_0(\omega_k)\Delta\omega]^{1/2} \cos(\omega_k t + \phi_k) \quad (19)$$

여기서 $\Delta\omega = \omega_u/N$ 이고 ω_k 항은 $\omega_k = \omega_k + \delta\omega$ 로 표시된다. $\delta\omega$ 는 $\pm 0.05\Delta\omega$ 의 범위 내에서의 불규칙변수로 정현함수의 주기성을 없애기 위해 삽입된 값이다. ω_u 는 스펙트럼의 상한주파수를 나타내고 ϕ_k 는 0에서 2π 에 걸쳐 균일하게 분포된 불규칙변수이다.

식 (19)로 부터 유도되어 얻어진 점 1에서의 힘을 입력함수로 하여 식 (12), (18) 및 (19)를 이용하여 수치적 방법으로 시간에 따른 시스템의 각 점에서의 변위 및 접촉력을 구하였다. 점 1에서의 가진되는 힘은 상한주파수가 200 Hz인 백색불규칙함수로서 크기는 RMS로 12.5 N이고 주시스템과 부시스템의 간격은 0.3 mm이었다.

Fig. 2는 점 2, 3, 4 및 5에서의 변위와 접촉력에 대한 시간이력곡선을 나타낸다. Fig. 2(a)에서 보면

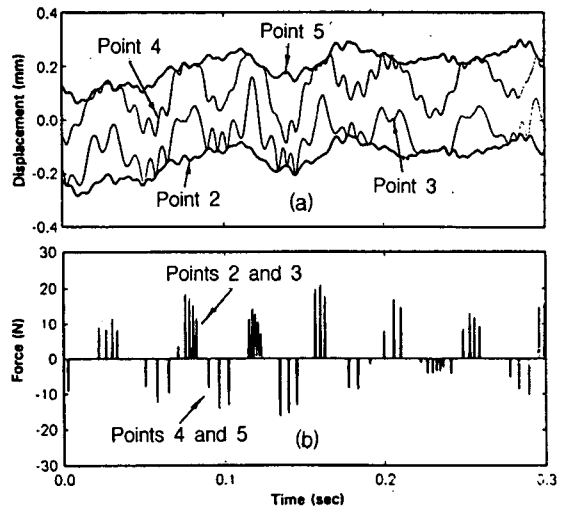


Fig. 2 Time-histories of the displacement of point 2 to 5 (a) and the contact forces (b).

$$m_1 = 0.1, \quad m_a = 0.02, \quad m_b = 0.05, \quad c_1 = 0.01, \quad c_2 = 0.02, \quad c_3 = 0.03, \quad c_4 = 0.04, \quad c_5 = 0.03,$$

$$k_1 = 40, \quad k_2 = 3000, \quad k_3 = 4000, \quad k_4 = 5000, \quad k_5 = 8000$$

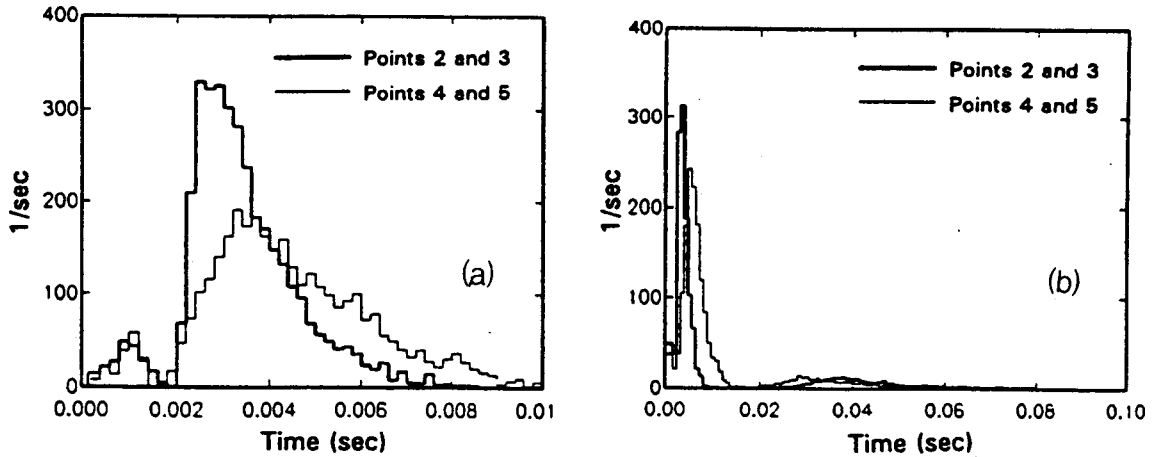


Fig. 3 Standardized histograms of the times between impacts derived from the time-histories

주시스템의 점 2 및 5에서의 변위곡선은 일정한 간격을 유지하나 부시스템에서의 점 3 및 4의 변위곡선은 주시스템 사이에서 불규칙적으로 움직이는 것을 볼 수 있다. Fig. 2(b)의 충격력의 그림에서 보면 충격력이 생기는 구간에서는 주시스템과 부시스템의 변위가 일치함을 알 수 있다. 또한 이들 그림에서 각각의 벽에서 연속적 충격이 생기는 것을 볼 수 있는데 연속적 충격의 충격간 시간이 점2와 3의 접촉과 점 4와 5의 접촉에서 서로 다르게 나타난다. 이것은 두 접촉점의 접촉요소의 강성도의 차이에 의한 것으로 강성도가 크면 충격간 시간이 짧아지게 된다. 그림에서의 한 벽에서 다른 벽 사이의 충격간 시간은 부시스템이 주시스템 벽 사이를 움직이는데 걸리는 시간과 같다.

Fig. 2에서의 시간이력곡선으로부터 충격펄스의 크기, 길이 및 충격간 시간 등은 수치적인 계산으로 구하였다. 통계적 값을 얻기 위해 10,000개 이상의 충격펄스를 택하고 이들에 대한 누적도수와 평균, 표준편차 등을 구하였다. Fig. 3은 충격간 시간을 누적도수로 나타낸 정규히스토그램으로 Fig. 3(a)는 짧은 시간(0~0.01 sec)스팬으로, Fig. 3(b)는 긴 시간(0~0.1 sec)스팬으로 나타낸 것이다. Fig. 3(a)에서 보면 두 개의 피크가 있다. 처음 피크(0.001 sec 근처)는 접촉스프링, 감쇠기에 의한 짧은 시간 반복적인 국부적 충격에 대한 것이고, 두 번째 피크(0.003sec 근처)는 부시스템의 두 질량사이의 스프링과 감쇠기로 인한 고유진동수모드에 따른 것이다. 점 2와 3 및 점 3과 4의 충격간 시간이 다른 것은 서로 다른 접촉스프링과 감쇠기로 이루어져 있기 때문이다. 그림에서 볼 때 점 2와 3의 접촉요소가 더

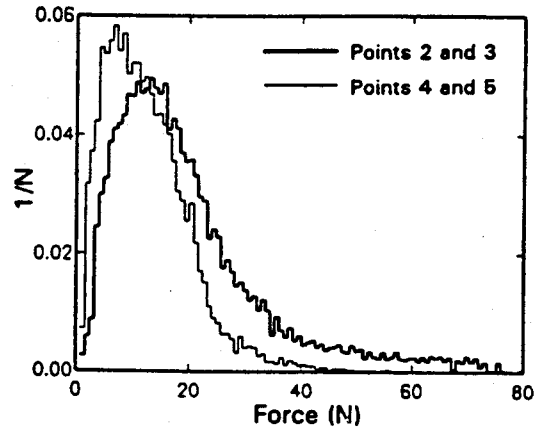


Fig. 4 Standardized histogram of the magnitudes of the contact force pulses derived from the time-histories

큰 강성도를 가지고 있음을 알 수 있다. Fig. 3(b)에서의 그래프에서 약 0.03 sec에서 생기는 두 번째의 작은 피크는 부시스템이 주시스템의 양쪽 벽 사이를 왕복하는데 걸리는 시간을 나타낸다. 즉 부시스템 전체의 주시스템 내에서의 왕복운동에 대한 시간을 말한다. Fig. 4는 점 2와 3 및 점 4와 5와의 접촉에 의한 충격력 크기에 대한 정규 히스토그램이다. 접촉점에서의 접촉요소의 강성도 차이에 따른 충격력의 차이를 볼 수 있다.

6. 결 론

주 또는 부시스템으로 나뉘지는 집중질량-스프링-감쇠기의 충격시스템에 임의의 힘이 주어질 때 각

점에서의 시간에 따른 변위를 구하는 식을 시스템의 주파수 응답함수로 부터 구할 수 있음을 보였다. 먼저 이 시스템의 운동방정식을 구하고 이로부터 얻은 주파수응답함수를 푸리에역변환하여 충격응답함수로 변환하고 이를 작용하는 힘과의 컨벌루션 적분으로 각 점에서의 변위를 구하는 식을 유도하였다. 이러한 식을 이용하여 주시스템에 불규칙가진입력이 주어지는 경우에 대하여 주 또는 부시스템의 각 점에서의 응답을 구하였다.

주어진 시스템에 불규칙가진이 주어지는 경우에서의 각 점의 변위 및 충격력에 대한 시간이력결과는 예기되는 시스템의 충격진행과정과 일치하였으며, 이들에 대한 통계적 그래프로부터 불규칙가진에 따른 충격력, 충격간 시간 등의 충격변수를 구할 수 있었다.

일반적으로 충격시스템에서 각 점에 대한 운동은 비선형 연립 미분방정식으로 표기되는 운동방정식의 해석적 풀이에 의해 구할 수 있으나 이는 복잡한 시스템의 경우 특히 입력함수가 불규칙인 경우 해를 구하는 것은 거의 불가능하다. 그러나 본 연구에서의 주파수응답함수를 이용한 방법은 시스템에 대한 운동방정식으로부터 주파수응답함수를 구하기만 하면 되고, 주파수응답함수는 실제의 복잡한 시스템의 경우 실험 등을 통해 구할 수 있으므로 이를 이용 제시된 절차에 따르면 복잡한 시스템의 불규칙가진에 대하여도 시스템의 충격응답특성을 구할 수 있게 된다.

참 고 문 헌

- (1) C. N. Bapat and N. Popplewell, 1983, "Stable Periodic Vibro-Impacts of an Oscillator", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 87, pp. 41~59.
- (2) J. E. Kozol and R. M. Brach, 1991, "Two-Dimensional Vibratory Impact With Chaos", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 148(2), pp. 319~327.
- (3) H. S. Jing and K. C. Shen, 1990, "Exact Stationary Solutions of the Random Response of a Single-Degree-of Freedom Vibro-Impact System", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 141, pp. 363~372.
- (4) Y. Lee, J. F. Hamilton and J. W. Sullivan, 1983, "The Lumped Parameter Method for Elastic Impact Problems", *Journal of Applied Mechanics*, *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, Vol. 50, pp. 823~827.
- (5) R. J. Comparin and R. Singh, 1989, "Non-linear Frequency Response Characteristics of an Impact Pair", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 134, pp. 259~290.
- (6) S. Dubowsky and F. Freudenstein, 1971, "Dynamic Analysis of Mechanical Systems with Clearances", Part I and Part II, "Formulation of Dynamic Model, Part 2: Dynamic Response", *Journal of Engineering for Industry, Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, pp. 305~316.
- (7) M. A. Veluswami and F. R. E. Crossley, 1975, "Multiple Impacts of a Ball Between Two Plates", Part I: "Some Experimental Observations", Part II: "Mathematical Modelling", *Journal of Engineering for Industry, Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, pp. 820~835.
- (8) R. G. Herbert and D. C. McWlannell, 1977, "Shape and frequency Composition of Pulses From an Impact Pair", *Journal of Engineering for Industry, Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, pp. 652~661.
- (9) D. T. Nguyen, S. T. Noah and D. F. Kettleborough, 1986, "Impact Behaviour of an Oscillator with Limiting Stops", Part I: A Parametric Study, Part II: Dimensionless Design Parameters", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 109(2), pp. 293~307.
- (10) M. Shinozuka and C. M. Jan, 1972, "Digital Simulation of a Random Repeated Impact Process", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 25, pp. 11~128.