

〈논 문〉

사각형 단순 확장소음기의 성능향상을 위한 입·출구 위치의 최적설계

Optimum Design for Inlet and Outlet Locations of Rectangular Expansion Chamber for Improving Acoustic Performance

김 봉 준* · 정 의 봉** · 황 상 문**

Bong-Jun Kim, Weui-Bong Jeong and Sang-Moon Hwang

(1999년 1월 26일 접수 : 1999년 5월 28일 심사완료)

Key Words : Optimum Design(최적설계), Muffler(소음기), Transmission Loss(투과손실), Higher Order Mode(고차모드), Inlet/Outlet Location(입·출구 덕트 위치)

ABSTRACT

The performance of muffler can be improved for a frequency range of interest by moving inlet and outlet locations. And optimal location of inlet and outlet can be determined to improve the acoustic performance. The optimum design using FEM, however, may take a very long time and be very hard to take inlet and outlet locations as design variables. In this paper, the acoustic performance of reactive type single expansion chamber muffler is predicted using higher order mode theory. The sensitivity analysis of transmission loss with respect to the location of inlet and outlet is suggested. And the acoustic power transmission coefficient for a frequency of interest is used as cost function. Optimum location of inlet and outlet is determined to minimize cost function by using SUMT algorithm.

1. 서 론

덕트내의 음파를 평면파로 가정할 경우 고주파 영역에서는 소음기의 성능을 예측할 수 없다. 이를 해결하기 위하여 고차모드를 고려한 단면 불연속면에서의 음장을 해석하기 위한 Miles⁽¹⁾의 연구이후 많은 발전이 있었다. El-Sharkawy⁽²⁾는 Miles⁽¹⁾의 이론을 동심관형 단순확장 소음기에 적용하고 실험으로 이를 검증하였고, Ih⁽³⁾와 Yi⁽⁴⁻⁶⁾는 입의의 입구와 출구 위치를 가지는 소음기의 4단자 정수를 계산하였

고, Abom⁽⁷⁾은 입·출구가 연장된 동심관형 소음기의 4단자 정수를 계산하였고, Ih⁽⁸⁾는 사각단면 소음기를 해석하였다. 한편 Munjal⁽⁹⁾은 덕트의 단면적을 몇 개의 요소로 분할하여 고차모드를 고려한 4단자 정수 계산법을 개발하였고 Kim⁽¹⁰⁾은 입·출구 단면적과 중간 덕트의 단면적이 정수배일 경우만 적용할 수 있는 Munjal의 방법의 단점을 개선하였다.

Eriksson^(11,12)의 연구에서 볼 수 있듯이 고차모드가 소음기의 성능에 미치는 영향이 매우 크므로 고차 모드를 고려하여 입·출구 덕트의 위치를 결정한다면 원하는 주파수 대역에서 큰 효과를 가지는 소음기의 설계가 가능하다. 소음기 내부의 음장을 해석하기 위해서는 유한요소법이 가장 정확하지만 시간이 많이 걸리고 입·출구 덕트의 위치를 설계변수

* 부산대학교 기계공학부 대학원

** 정회원, 부산대학교 기계공학부 및 기계기술연구소

로 하는 최적설계를 수행하기에는 많은 어려움이 따른다.

본 논문에서 Kim⁽¹⁰⁾의 방법을 사용하여 사각단면 반사형 소음기의 음장을 해석하고, 투과손실의 입·출구의 위치에 따른 감도해석법을 제시한다. 그리고 원하는 주파수 대역에서 소음기의 성능을 최대화하는 입·출구 덕트의 위치를 찾는 최적설계 기법을 제시하고자 한다.

2 고차모드를 고려한 투과손실 해석⁽¹⁰⁾

사각형단면 덕트의 음파 방정식⁽¹³⁾은 다음과 같다.

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - a_0^2 \nabla^2 p = 0 \quad (1)$$

단,

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

여기서 a_0 는 음파의 위상속도이고 p 는 음압이며 t 는 시간이다. 그리고 입자속도와 음압의 관계식은 다음과 같다.

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \nabla p = 0 \quad (2)$$

여기서 ρ_0 는 밀도이다. Fig. 1과 같은 사각형 단면 덕트의 벽에서는 그 표면에 수직한 방향의 입자속도가 0이어야 하므로 다음과 같은 경계조건을 가진다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x} &= 0 \quad \text{at } x=0 \text{ and } x=b_2 \\ \frac{\partial p}{\partial y} &= 0 \quad \text{at } y=0 \text{ and } y=h_2 \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 b 는 덕트 단면적의 높이이고 h 는 덕트 단면적의 폭이다. Fig. 1에서 i 번째 요소의 왼쪽 하단

노드의 좌표를 (x_{1i}, y_{1i}) 이라 하고 오른쪽 상단 노드의 좌표를 (x_{2i}, y_{2i}) 라 하면 모드를 (n_x, n_y) 차까지 고려할 경우 식 (1)~(3)으로부터 각 요소의 음압 p_i 와 입자속도 u_{zi} 를 구하고⁽¹⁰⁾ 이를 이용하여 각 요소에 작용하는 힘 F_i 를 음파방정식으로부터 계산하면 다음 식 (4)와 같이 되고

$$\begin{aligned} F_i(x_{1i}, x_{2i}, y_{1i}, y_{2i}, z) &= \int_{x_{1i}}^{x_{2i}} \int_{y_{1i}}^{y_{2i}} p_i(x, y, z) dx dy \\ &= \{A_{q,0,0} e^{-jk_{z,0,0}z} + B_{q,0,0} e^{+jk_{z,0,0}z}\} (x_{2i} - x_{1i}) \\ &\quad \times (y_{2i} - y_{1i}) e^{j\omega t} \\ &\quad + \sum_{n=1}^{n_x} \left[\{A_{q,0,n} e^{-jk_{z,0,n}z} + B_{q,0,n} e^{+jk_{z,0,n}z}\} \frac{h}{n\pi} \right. \\ &\quad \times \left. \left\{ \sin\left(\frac{n\pi}{h} y_{2i}\right) - \sin\left(\frac{n\pi}{h} y_{1i}\right) \right\} (x_{2i} - x_{1i}) \right] e^{j\omega t} \\ &\quad + \sum_{m=1}^{n_y} \left[\{A_{q,m,0} e^{-jk_{z,m,0}z} + B_{q,m,0} e^{+jk_{z,m,0}z}\} \frac{b}{m\pi} \right. \\ &\quad \times \left. \left\{ \sin\left(\frac{m\pi}{b} x_{2i}\right) - \sin\left(\frac{m\pi}{b} x_{1i}\right) \right\} (y_{2i} - y_{1i}) \right] e^{j\omega t} \\ &\quad + \sum_{m=1}^{n_y} \sum_{n=1}^{n_x} \left[\{A_{q,m,n} e^{-jk_{z,m,n}z} + B_{q,m,n} e^{+jk_{z,m,n}z}\} \right. \\ &\quad \times \frac{bh}{m\pi n^2} \left\{ \sin\left(\frac{m\pi}{b} x_{2i}\right) - \sin\left(\frac{m\pi}{b} x_{1i}\right) \right\} \\ &\quad \times \left. \left\{ \sin\left(\frac{n\pi}{h} y_{2i}\right) - \sin\left(\frac{n\pi}{h} y_{1i}\right) \right\} \right] e^{j\omega t} \quad (4) \end{aligned}$$

단,

$$k_{z,m,n}^2 = k_0^2 - \left(\frac{m\pi}{b}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{h}\right)^2 \quad (5)$$

$$k_0 = \frac{\omega}{a_0}$$

i 번째 요소의 체적속도 v_{zi} 의 식은 다음 식 (6)과

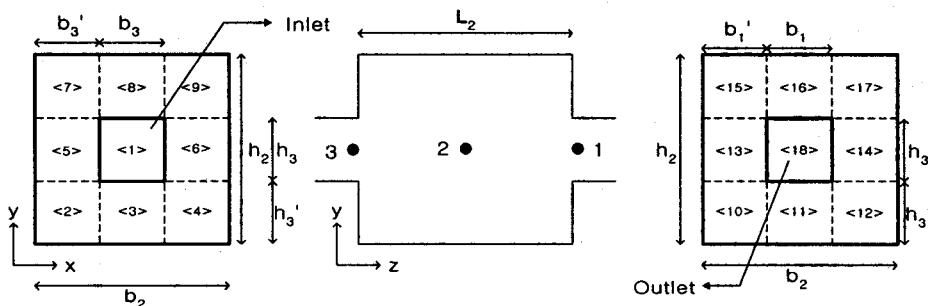


Fig. 1 An expansion chamber muffler with section details

같이 된다.

$$\begin{aligned}
 & v_z(x_{1i}, x_{2i}, y_{1i}, y_{2i}, z) \\
 &= \int_{x_{1i}}^{x_{2i}} \int_{y_{1i}}^{y_{2i}} u_{zi}(x, y, z) dx dy \\
 &= \frac{1}{\omega\rho_0} k_{z,0,0} \{A_{q,0,0} e^{-jk_{z,0,0}z} - B_{q,0,0} e^{+jk_{z,0,0}z}\} \\
 &\times (x_{2i} - x_{1i})(y_{2i} - y_{1i}) e^{j\omega t} + \frac{1}{\omega\rho_0} \sum_{n=1}^{n_s} [k_{z,0,n} \\
 &\times \{A_{q,0,n} e^{-jk_{z,0,n}z} - B_{q,0,n} e^{+jk_{z,0,n}z}\} \\
 &\times \frac{h}{n\pi} \left\{ \sin\left(\frac{n\pi}{h} y_{2i}\right) \right. \\
 &\left. - \sin\left(\frac{n\pi}{h} y_{1i}\right) \right\} (x_{2i} - x_{1i}) \Big] e^{j\omega t} \\
 &+ \frac{1}{\omega\rho_0} \sum_{m=1}^{n_s} [k_{z,m,0} \{A_{q,m,0} e^{-jk_{z,m,0}z} \\
 &- B_{q,m,0} e^{+jk_{z,m,0}z}\} \frac{b}{m\pi} \left\{ \sin\left(\frac{m\pi}{b} x_{2i}\right) \right. \\
 &\left. - \sin\left(\frac{m\pi}{b} x_{1i}\right) \right\} (y_{2i} - y_{1i}) \Big] e^{j\omega t} \\
 &+ \frac{1}{\omega\rho_0} \sum_{m=1}^{n_s} \sum_{n=1}^{n_s} [k_{z,m,n} \{A_{q,m,n} e^{-jk_{z,m,n}z} \\
 &- B_{q,m,n} e^{+jk_{z,m,n}z}\} \frac{bh}{m\pi n^2} \\
 &\times \left\{ \sin\left(\frac{m\pi}{b} x_{2i}\right) - \sin\left(\frac{m\pi}{b} x_{1i}\right) \right\} \\
 &\times \left\{ \sin\left(\frac{n\pi}{h} y_{2i}\right) - \sin\left(\frac{n\pi}{h} y_{1i}\right) \right\} \Big] e^{j\omega t} \quad (6)
 \end{aligned}$$

여기서 +z방향으로 진행하는 음파성분을 의미하는 A와 -z방향으로 진행하는 음파성분을 의미하는 B의 첫 번째 첨자 q가 3일 때는 입구덕트를 의미하며, 2일 때는 확장덕트, 1일 때는 출구덕트를 의미하고 두 번째와 세 번째 첨자는 모드차수를 의미한다. Fig. 1과 같이 요소를 분할하고 입구와 출구덕트는 (0, 0)모드만을, 가운데 확장덕트는 (0, 0)모드에서 (2, 2)모드까지를 채택하면 입구덕트(i=1)에서 힘과 체적속도가 연속인 경계조건에서

$$\begin{aligned}
 & [F_i(x_{1i}, x_{2i}, y_{1i}, y_{2i}, z)]_{z=0} \\
 &= (A_{3,0,0} + B_{3,0,0}) b_3 h_3 \\
 & \quad i=1 \quad (7)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & [v_z(x_{1i}, x_{2i}, y_{1i}, y_{2i}, z)]_{z=0} \\
 &= \frac{k_0}{\omega\rho_0} (A_{3,0,0} - B_{3,0,0}) b_3 h_3 .
 \end{aligned}$$

$$i=1 \quad (8)$$

벽면(i=2~17)에서 체적속도가 0이라는 경계조건에서

$$\begin{aligned}
 & [v_z(x_{1i}, x_{2i}, y_{1i}, y_{2i}, z)]_{z=0} = 0 \\
 & \quad i = 2 \sim 9 \quad (9)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & [v_z(x_{1i}, x_{2i}, y_{1i}, y_{2i}, z)]_{z=l_2} = 0 \\
 & \quad i = 10 \sim 17 \quad (10)
 \end{aligned}$$

출구덕트(i=18)에서 힘과 체적속도가 연속인 경계조건에서

$$\begin{aligned}
 & [f_i(x_{1i}, x_{2i}, y_{1i}, y_{2i}, z)]_{z=l_2} \\
 &= (A_{1,0,0} + B_{1,0,0}) b_1 h_1 \quad , \quad i = 18 \quad (11)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & [v_z(x_{1i}, x_{2i}, y_{1i}, y_{2i}, z)]_{z=l_2} \\
 &= \frac{k_0}{\omega\rho_0} (A_{1,0,0} - B_{1,0,0}) b_1 h_1 \quad , \quad i = 18 \quad (12)
 \end{aligned}$$

와 같은 관계식을 얻을 수 있다. 식 (7)~(12)로부터 식 (13)과 같은 선형방정식을 만들 수 있다.

$$[P]\{X\} = \{Q\} \quad (13)$$

여기서 [P]와 {Q}는 식 (7)~(12)로부터 결정되어 지는 [20×20]과 [20×1]의 기지의 행렬이고, {X}는 [20×1]의 미지의 행렬인데 식 (14)와 같은 요소를 가진다.

$$\begin{aligned}
 \{X\} = & \{A_{3,0,0} \ A_{1,0,0} \ A_{2,0,0} \sim A_{2,2,2} \\
 & B_{3,0,0} \ B_{1,0,0} \ B_{2,0,0} \sim B_{2,2,2}\}^T \quad (14)
 \end{aligned}$$

식 (13)으로부터 무반사 조건일때의 A_{3,0,0}에 대한 A_{1,0,0}의 비를 계산하여 식 (15)로 투과손실을 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 & \text{Transmission Loss[dB]} \\
 &= 20 \log_{10} \left(\sqrt{\frac{S_3}{S_1}} \left| \frac{A_{3,0,0}}{A_{1,0,0}} \right|_{B_{1,0,0}=0} \right) \quad (15)
 \end{aligned}$$

Fig. 1과 같이 소음기의 입·출구가 동심원상에 존재할 때의 투과손실을 계산하여 평면파 이론에 대한 투과손실, 유한요소법에 의한 투과손실과 비교하여 Fig. 2에 나타내었다. Fig. 1에서 입구덕트는 <1>의 위치에 있고 출구덕트는 <18>의 위치에 존재한다. 사각형 덕트의 차단주파수는 식 (5)로부터 식 (16)이 됨을 알 수 있는데

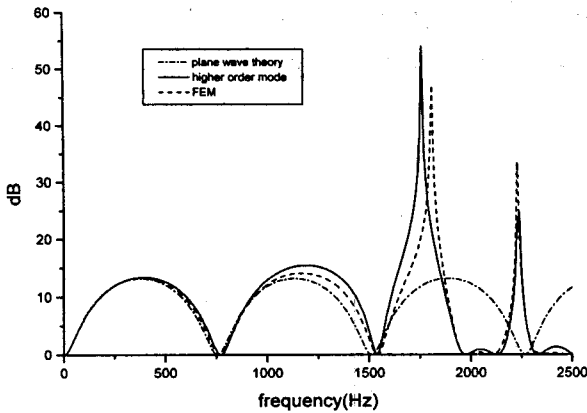


Fig. 2. Transmission loss of an expansion chamber muffler of Fig. 1

$$\left(\begin{array}{l} L_2 = 0.225 \text{ m} , \\ b_2 = h_2 = 3b_1 = 3h_1 = 3b_3 = 3h_3 = 3b_1' \\ = 3h_1' = 3b_3' = 3h_3' = 0.18 \text{ m} \end{array} \right)$$

$$f_{m,n} = \frac{a_0}{2} \sqrt{\left(\frac{m}{b_2}\right)^2 + \left(\frac{n}{h_2}\right)^2} \quad (16)$$

입·출구가 동심원상에 존재하므로 (1, 1)모드의 차단 주파수인 1336 Hz까지는 평면파 이론이 잘 적용됨을 볼 수 있으나 그 이상의 주파수에서는 고차모드의 영향 때문에 평면파 이론으로 구한 투과손실이 실제와 다르며 고차모드를 고려해야 함을 볼 수 있다.

3. 입·출구 위치의 최적설계

입·출구의 위치에 따라서 투과손실은 많은 차이가 난다. 그러므로 입·출구의 위치를 조절하여 원하는 주파수 대역에서 소음기의 성능을 최대화 할 수 있다. 본 연구에서는 입·출구의 위치를 최적화하기 위하여 식 (17)과 같은 각 주파수별 음향파워 투과율의 합을 목적함수로 정의하였다.

$$J_0(q_1, q_2, q_3, q_4) = \sum_f \frac{A_{1,0,0}(q_1, q_2, q_3, q_4, f_i) A_{1,0,0}(q_1, q_2, q_3, q_4, f_i)^*}{A_{3,0,0} A_{3,0,0}^*} \quad (17)$$

이때 설계변수는 입구 및 출구의 위치로서 다음 식 (18)와 같다.

$$\left(\begin{array}{l} q_1 = x_{in} \\ q_2 = y_{in} \\ q_3 = x_{out} \\ q_4 = y_{out} \end{array} \right) \quad (18)$$

여기서, x_{in} 과 y_{in} 은 입구덕트의 중심의 x, y 좌표이고 x_{out} 과 y_{out} 은 출구덕트의 중심의 x, y 의 좌표이다. 그리고 f_i 는 주파수를 나타낸다. 목적함수의 설계변수에 대한 감도는 다음 식 (19)와 같이 계산되어진다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial q_j} &= \frac{\frac{\partial}{\partial q_j} \left(\sum_i A_{1,0,0}(f_i) A_{1,0,0}(f_i)^* \right)}{A_{3,0,0} A_{3,0,0}^*} \quad (19) \\ &= \frac{\sum_i G(f_i)}{A_{3,0,0} A_{3,0,0}^*} \end{aligned}$$

단,

$$\begin{aligned} G(f_i) &= 2 \left\{ RE(A_{1,0,0}(f_i)) \frac{\partial RE(A_{1,0,0}(f_i))}{\partial q_j} \right. \\ &\quad \left. + IM(A_{1,0,0}(f_i)) \frac{\partial IM(A_{1,0,0}(f_i))}{\partial q_j} \right\} \quad (20) \end{aligned}$$

여기서 RE는 실수부를, IM은 허수부를 의미한다. 한편 식 (14)에서 $A_{1,0,0}$ 은 $\{X\}$ 의 한 원소이므로 식 (13)을 설계변수에 대하여 편미분하면 다음 식 (21)과 식 (22)를 구할 수 있고

$$\frac{\partial [P]}{\partial q_j} \{X\} + [P] \frac{\partial \{X\}}{\partial q_j} = \frac{\partial \{Q\}}{\partial q_j} \quad (21)$$

$$\frac{\partial \{X\}}{\partial q_j} = [P]^{-1} \left(\frac{\partial \{Q\}}{\partial q_j} - \frac{\partial [P]}{\partial q_j} \{X\} \right) \quad (22)$$

식 (20)의 $\partial A_{1,0,0} / \partial q_j$ 는 식 (22)의 한 요소로서 구해진다. 식 (21), 식 (22)의 $\partial [P] / \partial q_j$ 와 $\partial \{Q\} / \partial q_j$ 는 식 (7)~(13)을 미분하여 계산할 수 있다.

입·출구덕트의 크기, 중간덕트의 크기 그리고 중간덕트의 길이가 정해졌을 때 목적함수를 최소화하는 입·출구덕트의 위치를 황금분할탐색(Golden section search)과 최속강하법(steepest descent method)⁽¹⁴⁾을 사용하여 계산하였다. 이때, 입·출구덕트가 중간덕트의 바깥에 위치 할 수 없는 제약조건을 고려하기 위하여 순차비제약최소화기법(SUMT)⁽¹⁴⁾을 이용하여 다음 식 (23)과 같이 수정된 목적함수를 사용하였다.

$$\begin{aligned} J(q_1, q_2, q_3, q_4) &= \\ J_0(q_1, q_2, q_3, q_4) + P(q_1, q_2, q_3, q_4) \quad (23) \end{aligned}$$

장애함수(barrier function) $P(q_1, q_2, q_3, q_4)$ 로는

$$P(q_1, q_2, q_3, q_4) =$$

$$\left\{ \sum_{i=1}^2 S \left(e^{-\alpha(a_i - \frac{b_2}{2})} + e^{\alpha(a_i - (b_2 - \frac{b_3}{2}))} \right) + \sum_{i=3}^2 S \left(e^{-\alpha(a_i - \frac{b_1}{2})} + e^{\alpha(a_i - (b_2 - \frac{b_1}{2}))} \right) \right\} \quad (24)$$

를 사용하여 다음 식 (25)~(28)와 같은 제약조건을 만족시켰다.

$$\frac{b_3}{2} \leq x_{in} \leq b_2 - \frac{b_3}{2} \quad (25)$$

$$\frac{b_3}{2} \leq y_{in} \leq b_2 - \frac{b_3}{2} \quad (26)$$

$$\frac{b_1}{2} \leq x_{out} \leq b_2 - \frac{b_1}{2} \quad (27)$$

$$\frac{b_1}{2} \leq y_{out} \leq b_2 - \frac{b_1}{2} \quad (28)$$

여기서 장애함수의 계수 S , α 는 설계변수가 제약조건을 벗어나지 않으면서 목적함수 값에 영향을 미치지 않도록 조절하여 결정하였다. 그리고 b_2 와 b_3 는 Fig. 1에 나타내었다.

4. 단순확장소음기에의 최적설계 적용 예

Fig. 1과 같은 단순확장형 소음기에서 0~2,500

Table 1 Optimized inlet and outlet locations

	Initial location [meter]	Optimized location [meter]
x_{in}	0.0	0.0849
y_{in}	0.0	0.0828
x_{out}	0.0	0.0325
y_{out}	0.0	0.0327

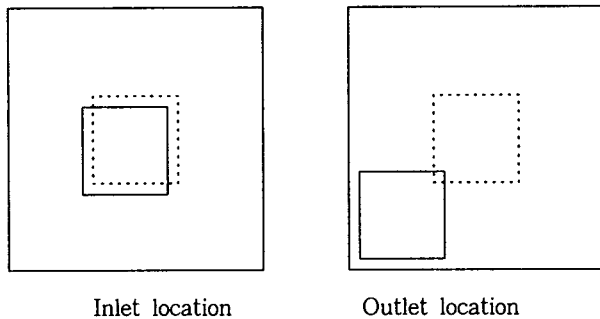


Fig. 3 Locations of initial(.....) and optimized(——) inlet and outlet ducts

Hz에서 투과손실성능이 최대가 되는 입·출구 위치를 계산하고 그 결과를 Table 1과 Fig. 3에 나타내었다. 식 (24)에서 S 를 40, α 를 4.604로 하면, 소음

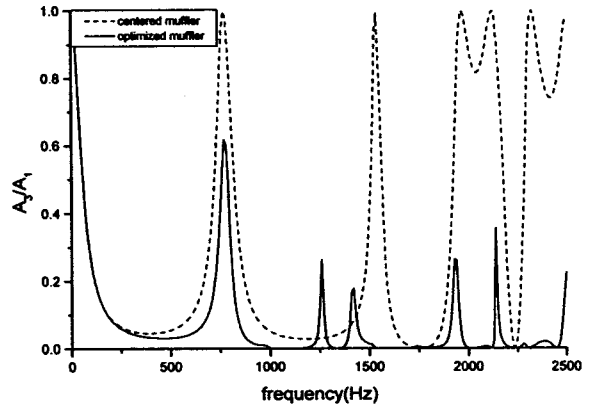


Fig. 4 Comparison of cost function between centered and optimized muffler by higher order mode theory

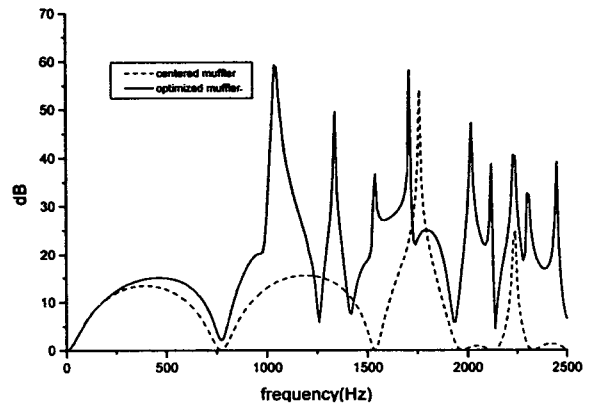


Fig. 5 Comparison of transmission loss between centered and optimized muffler by higher order mode theory

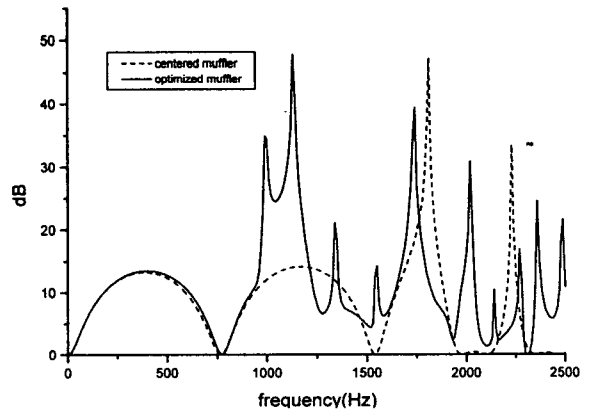


Fig. 6 Comparison of transmission loss between centered and optimized muffler by FEM

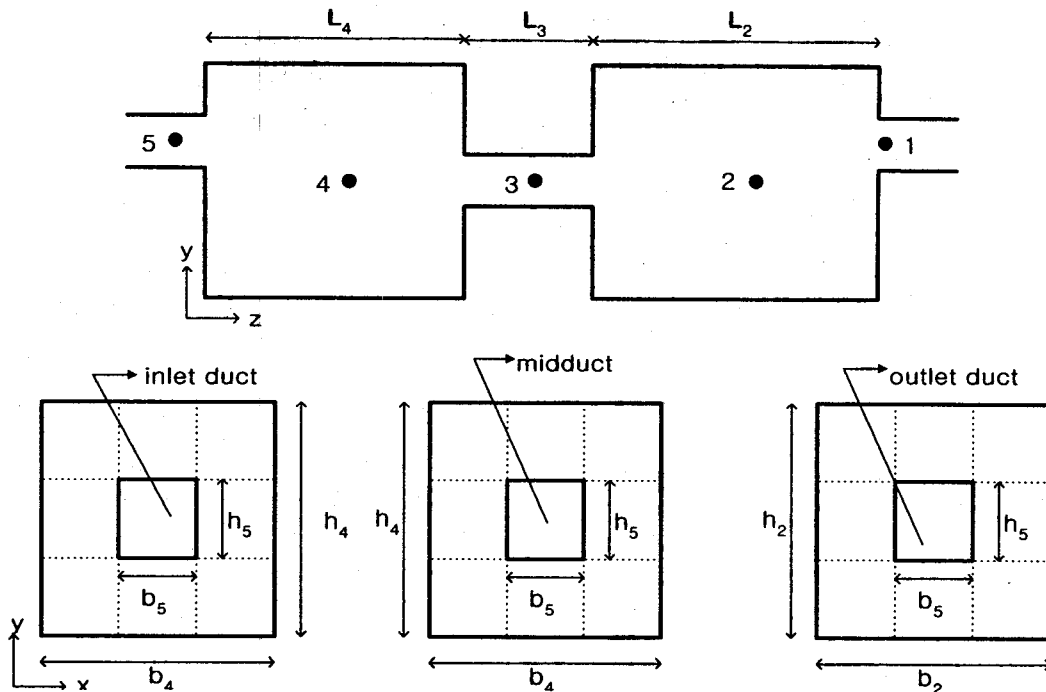


Fig. 7 An expansion chamber muffler with section details

$$\begin{pmatrix} L_2 = 0.3 \text{ m}, L_3 = 0.2 \text{ m}, L_4 = 0.225 \text{ m} \\ b_2 = b_4 = 3b_1 = 3b_3 = 3b_5 = 0.18 \text{ m} \\ h_2 = h_4 = 3h_1 = 3h_3 = 3h_5 = 0.18 \text{ m} \end{pmatrix}$$

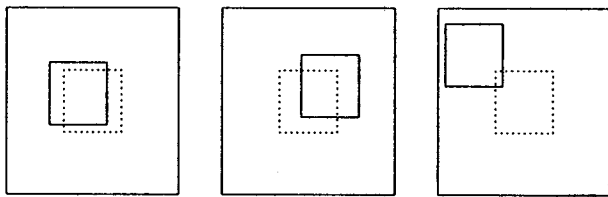


Fig. 8 Locations of initial(.....) and optimized (---) inlet, mid and outlet ducts

기의 입·출구가 머플러와 동심원 상에 있을 때 목적함수의 값은 75.57이었는데 최적설계로 얻어진 최적 입·출구 위치에 의한 목적함수 값은 18.04이다. Fig. 4에 최적설계 전과 후의 입·출구 덕트의 위치에 대한 각 주파수의 목적함수 값을 나타내었고, Fig. 5에 최적설계 전과 최적설계 후의 입·출구 덕트의 위치에 대한 고차모드를 고려한 투과손실 예측 값을 나타내었고, Fig. 6에 최적설계 전과 최적설계 후의 입·출구 덕트의 위치에 대하여 유한요소법에 의한 투과손실을 나타내었다. 최적설계로 구한 입·출구의 위치가 입·출구가 z축에 대칭일 때 보다 투과손실 성능이 훨씬 좋음을 볼 수 있다.

다음은 Fig. 7과 같은 2단 소음기의 경우에 대하

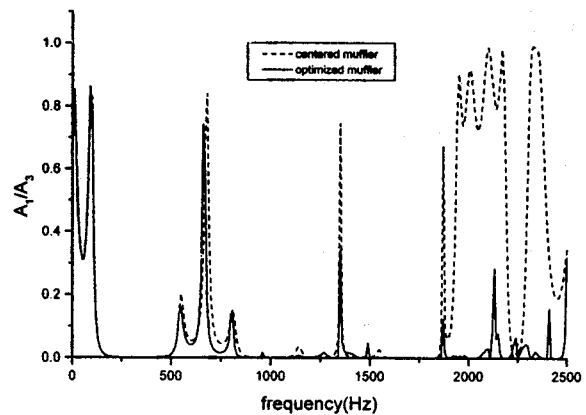


Fig. 9 Comparison of cost function between centered and optimized muffler

여 0~2,500 Hz에서 목적함수를 최소화하는 최적설계를 수행하였다. 설계변수는 입구 덕트의 중심좌표 (x_{in}, y_{in}), 중간 덕트의 중심좌표 (x_{mid}, y_{mid})와, 출구 덕트의 중심좌표 (x_{out}, y_{out})으로 6개를 선정하였다. 최적화된 입·출구덕트와 중간덕트의 위치는 Table 2와 Fig. 8과 같다. Fig.9에 최적설계 전과 후의 입·출구 덕트의 위치에 대한 각 주파수의 목적

Table 2 Optimized inlet, mid-pipe and outlet locations

	Initial location [meter]	Optimized location [meter]
x_{in}	0.0	0.0767
y_{in}	0.0	0.0925
x_{mid}	0.0	0.1003
y_{mid}	0.0	0.1194
x_{out}	0.0	0.0344
y_{out}	0.0	0.1318

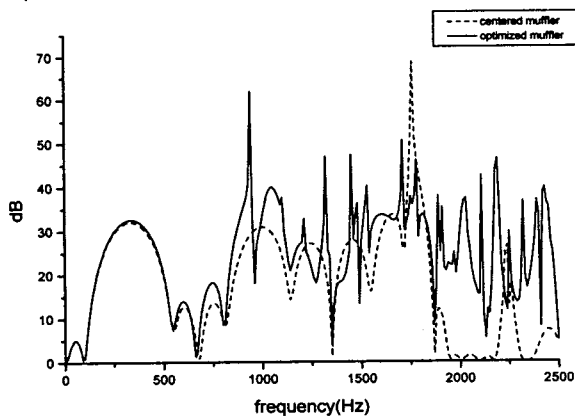


Fig. 10 Comparison of transmission loss between centered and optimized muffler by higher order mode theory

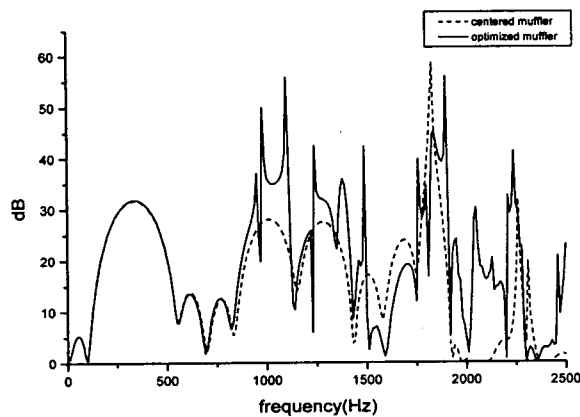


Fig. 11 Comparison of transmission loss between centered and optimized muffler by FEM

함수 값을 나타내었고, Fig. 10에 최적설계 전과 최적설계 후의 입·출구 덕트의 위치에 대한 고차모드를 고려한 투과손실 예측값을 나타내었으며, Fig. 11에 최적설계 전과 최적설계 후의 입·출구 덕트의

위치에 대하여 유한요소법에 의한 투과손실을 나타내었는데 본 논문에서 제안하는 방법으로 관심 주파수 영역에서 투과손실 성능을 향상시킬 수 있는 최적 입·출구위치 계산 할 수 있음을 알 수 있다.

5. 결 론

(1) 고차모드를 고려한 사각형 단순 확장 소음기의 투과손실 계산식으로부터 투과손실의 입·출구 위치에 대한 감도해석법을 제시하였다.

(2) 원하는 주파수 범위에서 투과손실 성능을 최대화 할 수 있는 목적함수를 제안하고 최적설계를 수행하였으며 그 결과 입·출구 위치를 동심원상에 설계하는 것보다 투과손실을 현저히 향상시킬 수 있었다.

(3) 수치 시뮬레이션으로 본 논문에서 제안한 방법의 타당성을 검증하였다.

참 고 문 헌

(1) J. Miles, 1944, "The Reflection of Sound due to Change in Cross Section of a Circular", *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 16, pp. 14~19.

(2) A.I.El-Sharkawy and A.H.Nayfeh, 1978, "Effect of an Expansion Chamber on the Propagation of Sound in Circular Ducts", *Journal of the Acoustical Society of America* Vol. 63, pp. 667~674.

(3) Jeong-Guon Ih and Byung-Ho Lee, 1985, "Analysis of Higher-Order Mode Effects in the Circular Expansion Chamber with Mean Flow", *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 77, pp. 1377~1388.

(4) Sung-Il Yi and Byung-Ho Lee, 1986, "Three-Dimensional Acoustic Analysis of Circular Expansion Chamber with a Side Inlet and a Side Outlet", *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 79, pp. 1299~1306.

(5) Sung-Il Yi and Byung-Ho Lee, 1987, "Three-Dimensional Acoustic Analysis of Circular Expansion Chamber with Side Inlet and End Outlet", *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 81, pp. 1279~1287.

(6) J.-G. Ih and B.-H.Lee, 1987, "Theoretical

Prediction of Transmission Loss of Circular Reversing Chamber Mufflers", Journal of Sound and Vibration, Vol. 112, pp. 261~272.

(7) M. Åbom, 1990, "Derivation of Four-Pole Parameters Including Higher Order Mode Effects for Expansion Chamber Mufflers with Extended Inlet and Outlet", Journal of Sound and Vibration, Vol. 137, pp. 403~418.

(8) J.-G. Ih, 1992, "The Reactive Attenuation of Rectangular Plenum Chambers", Journal of Sound and Vibration, Vol. 157, pp. 93~122.

(9) M. L. Munjal, 1987, "A Simple Numerical Method for Three-Dimensional Analysis of Simple Expansion Chamber Mufflers of Rectangular as well as Circular Cross-section with a Stationary Medium", Journal of Sound and Vibration, Vol. 116, pp. 71~88.

(10) 김봉준, 정의봉, 황상문, 1998, "고차모드를 고려한 사각형 단순 확장관의 간편음향해석법의 개선", 한국소음진동공학회지, 제 9 권, 제 2 호, pp. 340~347.

(11) L. J. Eriksson, 1980, "Higher Mode Effects in Circular Ducts and Expansion Chambers", Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 68, pp. 545~550.

(12) L. J. Eriksson, 1982, "Effects of Inlet/Outlet Locations on Higher order modes in Silencers", Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 72, pp. 1208~1211.

(13) M. L. Munjal, 1987, *Acoustics of Ducts and Mufflers*, John Wiley & Sons.

(14) Jasbir S. Arora, 1989, *Optimum Design*, McGraw-Hill.

부 록

식 (21), 식 (22)의 $\partial[P]/\partial a_i$ 와 $\partial[Q]/\partial a_i$ 는 식 (7)~(13)을 미분하여 계산할 수 있는데, 예를 들어 식 (7)을 x_{in} 에 관하여 편미분하면

$$\begin{aligned} & \{A_{2,0,0} + B_{2,0,0}\}(y_{2i} - y_{1i}) \\ & + \sum_{n=1}^{n_y} \left[\{A_{2,0,n} + B_{2,0,n}\} \frac{h}{n\pi} \left\{ \sin\left(\frac{n\pi}{h} y_{2i}\right) - \sin\left(\frac{n\pi}{h} y_{1i}\right) \right\} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & + \sum_{m=1}^{n_x} \left[\{A_{2,m,0} + B_{2,m,0}\} \cos\left(\frac{m\pi}{b} x_{2i}\right) (y_{2i} - y_{1i}) \right] \\ & + \sum_{m=1}^{n_x} \sum_{n=1}^{n_y} \left[\{A_{2,m,n} + B_{2,m,n}\} \frac{h}{n\pi} \cos\left(\frac{m\pi}{b} x_{2i}\right) \right. \\ & \times \left. \left\{ \sin\left(\frac{n\pi}{h} y_{2i}\right) - \sin\left(\frac{n\pi}{h} y_{1i}\right) \right\} \right] \frac{\partial x_{2i}}{\partial x_{in}} \\ & - \{A_{2,0,0} + B_{2,0,0}\}(y_{2i} - y_{1i}) \\ & + \sum_{n=1}^{n_y} \left[\{A_{2,0,n} + B_{2,0,n}\} \frac{h}{n\pi} \left\{ \sin\left(\frac{n\pi}{h} y_{2i}\right) - \sin\left(\frac{n\pi}{h} y_{1i}\right) \right\} \right] \\ & + \sum_{m=1}^{n_x} \left[\{A_{2,m,0} + B_{2,m,0}\} \cos\left(\frac{m\pi}{b} x_{1i}\right) (y_{2i} - y_{1i}) \right] \\ & + \sum_{m=1}^{n_x} \sum_{n=1}^{n_y} \left[\{A_{2,m,n} + B_{2,m,n}\} \frac{h}{n\pi} \cos\left(\frac{m\pi}{b} x_{1i}\right) \right. \\ & \times \left. \left\{ \sin\left(\frac{n\pi}{h} y_{2i}\right) - \sin\left(\frac{n\pi}{h} y_{1i}\right) \right\} \right] \frac{\partial x_{1i}}{\partial x_{in}} \\ & = (A_{3,0,0} + B_{3,0,0})(y_{2i} - y_{1i}) \frac{\partial x_{2i}}{\partial x_{in}} \\ & - (A_{3,0,0} + B_{3,0,0})(y_{2i} - y_{1i}) \frac{\partial x_{1i}}{\partial x_{in}} \\ & i=1 \tag{1} \end{aligned}$$

과 같은 식을 얻을 수 있고, 식 (8)을 x_{in} 에 관하여 편미분하면

$$\begin{aligned} & [k_{z,2,0,0} \{A_{2,0,0} - B_{2,0,0}\} (y_{2i} - y_{1i}) \\ & + \sum_{n=1}^{n_y} \left[k_{z,2,0,n} \{A_{2,0,n} - B_{2,0,n}\} \frac{h}{n\pi} \left\{ \sin\left(\frac{n\pi}{h} y_{2i}\right) - \sin\left(\frac{n\pi}{h} y_{1i}\right) \right\} \right] \\ & + \sum_{m=1}^{n_x} \left[k_{z,2,m,0} \{A_{2,m,0} - B_{2,m,0}\} \cos\left(\frac{m\pi}{b} x_{2i}\right) \right. \\ & \times \left. (y_{2i} - y_{1i}) \right] \\ & + \sum_{m=1}^{n_x} \sum_{n=1}^{n_y} \left[k_{z,2,m,n} \{A_{2,m,n} - B_{2,m,n}\} \frac{h}{n\pi} \times \right. \\ & \cos\left(\frac{m\pi}{b} x_{2i}\right) \left. \left\{ \sin\left(\frac{n\pi}{h} y_{2i}\right) - \sin\left(\frac{n\pi}{h} y_{1i}\right) \right\} \right] \frac{\partial x_{2i}}{\partial x_{in}} \\ & - [k_{z,2,0,0} \{A_{2,0,0} - B_{2,0,0}\} (y_{2i} - y_{1i}) \\ & + \sum_{n=1}^{n_y} \left[k_{z,2,0,n} \{A_{2,0,n} - B_{2,0,n}\} \frac{h}{n\pi} \left\{ \sin\left(\frac{n\pi}{h} y_{2i}\right) - \sin\left(\frac{n\pi}{h} y_{1i}\right) \right\} \right] \\ & + \sum_{m=1}^{n_x} \left[k_{z,2,m,0} \{A_{2,m,0} - B_{2,m,0}\} \cos\left(\frac{m\pi}{b} x_{1i}\right) \right. \\ & \times \left. (y_{2i} - y_{1i}) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \sum_{m=1}^{n_x} \sum_{n=1}^{n_x} \left[k_{z,2,m,n} \{ A_{2,m,n} - B_{2,m,n} \} \frac{h}{n\pi} \times \right. \\
 & \left. \cos\left(\frac{m\pi}{b} x_{1i}\right) \left\{ \sin\left(\frac{n\pi}{h} y_{2i}\right) - \sin\left(\frac{n\pi}{h} y_{1i}\right) \right\} \right] \frac{\partial x_{1i}}{\partial x_{in}} \\
 & = k_0 (A_{3,0,0} - B_{3,0,0}) (y_{2i} - y_{1i}) \times \frac{\partial x_{2i}}{\partial x_{in}} \\
 & - k_0 (A_{3,0,0} - B_{3,0,0}) (y_{2i} - y_{1i}) \times \frac{\partial x_{1i}}{\partial x_{in}} \\
 & i=1 \tag{2}
 \end{aligned}$$

과 같은 식을 얻을 수 있고, 식 (9)를 x_{in} 에 관하여 편미분하면

$$\begin{aligned}
 & [k_{z,2,0,0} \{ A_{2,0,0} - B_{2,0,0} \} (y_{2i} - y_{1i}) \\
 & + \sum_{n=1}^{n_x} \left[k_{z,2,0,n} \{ A_{2,0,n} - B_{2,0,n} \} \frac{h}{n\pi} \left\{ \sin\left(\frac{n\pi}{h} y_{2i}\right) \right. \right. \\
 & \left. \left. - \sin\left(\frac{n\pi}{h} y_{1i}\right) \right\} \right] \\
 & + \sum_{m=1}^{n_x} \left[k_{z,2,m,0} \{ A_{2,m,0} - B_{2,m,0} \} \cos\left(\frac{m\pi}{b} x_{2i}\right) \right. \\
 & \left. \times (y_{2i} - y_{1i}) \right] \\
 & + \sum_{m=1}^{n_x} \sum_{n=1}^{n_x} \left[k_{z,2,m,n} \{ A_{2,m,n} - B_{2,m,n} \} \frac{h}{n\pi} \times \right. \\
 & \left. \cos\left(\frac{m\pi}{b} x_{2i}\right) \left\{ \sin\left(\frac{n\pi}{h} y_{2i}\right) - \sin\left(\frac{n\pi}{h} y_{1i}\right) \right\} \right] \frac{\partial x_{2i}}{\partial x_{in}} \\
 & - [k_{z,2,0,0} \{ A_{2,0,0} - B_{2,0,0} \} (y_{2i} - y_{1i}) \\
 & + \sum_{n=1}^{n_x} \left[k_{z,2,0,n} \{ A_{2,0,n} - B_{2,0,n} \} \frac{h}{n\pi} \left\{ \sin\left(\frac{n\pi}{h} y_{2i}\right) \right. \right. \\
 & \left. \left. - \sin\left(\frac{n\pi}{h} y_{1i}\right) \right\} \right] \\
 & + \sum_{m=1}^{n_x} \left[k_{z,2,m,0} \{ A_{2,m,0} - B_{2,m,0} \} \cos\left(\frac{m\pi}{b} x_{1i}\right) \right. \\
 & \left. \times (y_{2i} - y_{1i}) \right]
 \end{aligned}$$

Table 3 The values of partial derivatives with respect to x_{in}

Element No.	$\frac{\partial x_{2i}}{\partial x_{in}}$	$\frac{\partial x_{1i}}{\partial x_{in}}$
1	1	1
2	1	0
3	1	1
4	0	1
5	1	0
6	0	1
7	1	0
8	1	1
9	0	1

$$\begin{aligned}
 & + \sum_{m=1}^{n_x} \sum_{n=1}^{n_x} \left[k_{z,2,m,n} \{ A_{2,m,n} - B_{2,m,n} \} \frac{h}{n\pi} \right. \\
 & \left. \times \cos\left(\frac{m\pi}{b} x_{1i}\right) \left\{ \sin\left(\frac{n\pi}{h} y_{2i}\right) - \sin\left(\frac{n\pi}{h} y_{1i}\right) \right\} \right] \\
 & \times \frac{\partial x_{1i}}{\partial x_{in}} = 0, \quad i=2 \sim 9 \tag{3}
 \end{aligned}$$

과 같은 식을 얻을 수 있다. 각각의 i 에 대한 $\partial x_{1i} / \partial x_{in}$ 와 $\partial x_{2i} / \partial x_{in}$ 의 값은 Table 3에 나타내었다. 요소 $i=10 \sim 18$ 에서 $\partial x_{1i} / \partial x_{in}$ 와 $\partial x_{2i} / \partial x_{in}$ 의 값은 0이다. 식 (1), 식 (2)와 식 (3)의 좌변의 식들로 $\partial[P] / \partial x_{in}$ 을 구성할 수 있고 우변의 식들로 $\partial[Q] / \partial x_{in}$ 을 구성할 수 있다. 나머지 설계변수인 y_{in} 과 x_{out} 그리고 y_{out} 에 대한 편미분식도 같은 방법으로 구할 수 있다.