

〈논 문〉

수직펌프의 진동해석

Vibration Analysis of Vertical Pumps

홍 진 선*

Jin Sun Hong

(1999년 3월 31일 접수 ; 1999년 8월 21일 심사완료)

Key Words : Vertical Pump(수직펌프), Eigenvalue Problem(고유치 문제), Added Mass(부가질량), Concentrated Mass(집중질량), Linear Spring(병진스프링), Torsional Spring(비틀림스프링)

ABSTRACT

Vertical pumps are widely used owing to the fact that they occupy small floor space. In this type of pumps, however, the vibrational problems are very important, since, in many cases, they have less stiffness in comparison with lateral pumps. This study presents a simple solution method for calculating the natural frequencies and modes of vertical pumps. In this study, a model of a vertical pump was developed and the nondimensional parameters for the vibrational characteristics of it were determined. Added mass was calculated for the effects of water and the transfer matrix method was used.

1. 서 론

수직펌프는 그 점유면적이 좁으며 설치높이에 제한을 받지 않으므로 발전설비를 비롯한 각종 산업 플랜트의 주요 기기로 이용되고 있다. 수직펌프에서는 긴 칼럼(column)의 중앙부위가 지지부에 고정되고 칼럼의 가장 윗 부분에는 무거운 전동기가, 가장 아랫 부분에는 임펠러(impeller)가 설치되는 것이 보통이다. 이와 같이 질량이 양 끝단에 주로 분포되어 있으며 중앙이 고정된 이중 스펠 보(double-span beam)의 불안정한 형상을 가지게 되므로 수직펌프의 공진 주파수는 비교적 저주파수의 영역에 놓이게 된다. 그리고, 일반적인 대형 수직펌프의 회전수는 보통 1000 rpm이내의 저속이므로, 수직펌프에서는 공진문제⁽¹⁾가 빈번히 발생하여 펌프, 또는 지지부에 치명적인 손상을 줄 수 있다.

수직펌프의 진동해석에 관한 초기의 연구로는 Kovats⁽²⁾의 연구를 들 수 있다. 그는 전동기와 상부의 흡입관을 각각 집중질량과 외팔보로 가정하고 토출관에 의한 강성을 스프링으로 대체하여 집중질량의 크기, 외팔보의 길이와 강성, 그리고 스프링의 위치 및 강성에 따른 고유진동수를 해석하였다. 그 후, 진동하는 물체에 미치는 유체의 영향에 관한 연구⁽³⁾, 점성유체내에서 진동하는 막대의 부가질량과 감쇠계수에 대한 이론적 해석연구⁽⁴⁾, 그리고 유한요소법을 이용한 부가질량해석에 관한 연구⁽⁵⁾ 등 유체와 고체의 상호작용에 대한 연구가 활발히 이루어졌다. 이러한 연구결과를 토대로 하여 Shimogo⁽⁶⁾ 등은 수직펌프의 진동에 대한 실험과 해석을 하였으며 축의 회전과 관내의 물의 유동은 공진주파수에 거의 영향을 미치지 않음을 보고하고 있다. 그러나 실제로는 수직펌프 지지부의 강성이 고정단의 조건을 만족시킬 만큼 충분히 크지 않으므로, 펌프의 상부구조와 하부구조의 진동은 서로 연성(couple)되게 된다. 이에 따라 Lee⁽⁷⁾ 등은 양단에 집중질량이 결합되고 중

* 정회원, 강릉대학교 공과대학 정밀기계공학과

간이 비틀림스프링과 병진스프링으로 지지된 이중스팬 보의 모델에 대한 고유치를 해석한 바 있다. 이 연구에서는 보를 두 구간으로 나누어 해석하고 분할점에서의 결합조건을 적용하여 엄밀해를 구하였으나, 분할점의 갯수가 증가함에 따라 계산량이 급격히 증가하게 된다. 양보석⁽⁸⁾ 등은 임펠러 및 라이너 링의 동적계수를 산출하고 Fritz⁽³⁾가 제안한 식에 의하여 물의 부가질량을 계산하였다. 그리고 입형펌프를 등가 집중질량에 의한 이산계로 가정하여 고유치 해석과 주기적인 외력에 대한 시간응답 해석 등을 수행한 바 있다. 이 외에도 유체와 접하고 있는 구조물 요소의 진동에 대한 많은 연구^(9,10)가 이루어지고 있다.

그러나 수직펌프와 같이 많은 자유도를 갖는 시스템의 진동특성을 해석하여 실제설계에 직접적으로 적용하기 위해서는 시스템의 전체 거동과 관련된 주요 설계변수를 찾고 그 상관관계를 나타낼 수 있어야 하며, 또한 계산시간이 짧아야 한다.

본 연구에서는 보를 이용한 연속계로 펌프 구조물을 가정하므로써 요소의 갯수와 계산시간을 대폭 줄였다. 유한요소법에 의하여 물의 부가질량을 계산하였으며 전달행렬법에 의하여 수직펌프의 진동특성을 결정하는 무차원 설계변수를 찾고 이론적인 해석을 하였다.

2. 이론적 배경 및 해석

2.1 해석모델

본 연구의 대상은 주로 배수용, 발전소의 냉각수 유틸용, 해수 양수용, 그리고 기타 산업용수 공급용

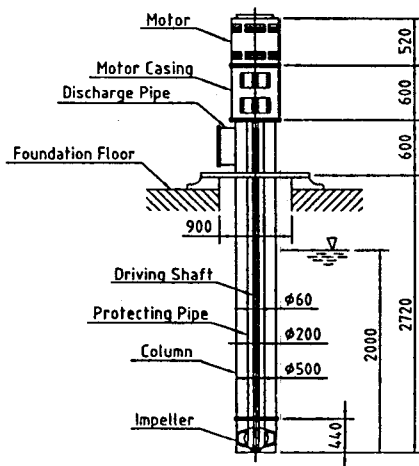


Fig. 1 Schematic diagram of a vertical pump

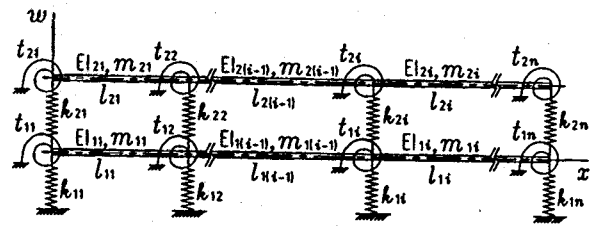


Fig. 2 Mathematical model

으로 널리 사용되고 있는 수직펌프로써 그 형상은 Fig. 1과 같다. 펌프는 중앙부분이 플랜지에 의하여 기초부에 지지되어 있으며, 구동축은 분할 커플링으로 연결되어 축 보호 슬리브에 의하여 축 보호관에 지지되어 있다. 실제 펌프 축계의 진동특성은 매우 중요하며 현실적으로도 많은 문제가 발생하고 있으나, 본 연구에서는 기초부 강성과 칼럼 구조물의 진동특성을 검토하기 위하여 구동축만의 국부진동은 무시하였다. 진동특성을 해석하기 위하여 설정한 일반 모델은 Fig. 2와 같다. 이 그림에서 k_i 와 t_i 는 절점 i 에서의 병진스프링 상수와 비틀림스프링 상수이며 l_i , EI_i , 그리고 m_i 는 각각 i 번째 요소의 길이, 굽힘강성, 그리고 단위길이당의 질량이다.

2.2 전달함수 행렬

Bernoulli-Euler 보의 굽힘진동에 대한 식을 유도하면 요소 i 에서의 변위함수 $w_i(x_i)$ 는

$$w_i(x_i) = c_1 \cos p_i x_i + c_2 \sin p_i x_i + c_3 \cosh p_i x_i + c_4 \sinh p_i x_i, \quad (1)$$

$$p_i^4 = \frac{m_i \omega^2}{EI_i} \quad (2)$$

으로 된다. 이제 무차원 식에 의한 전달함수를 유도하기 위하여 무차원 고유진동수 계수를

$$\Omega_i = p_i l_i \quad (3)$$

로 정의하고 요소 i 의 양단인 절점 i 와 절점 $i(i+1)$ 에서의 무차원 변위 및 그의 미분계수를 각각

$$y_{iR}^{(n)} = \frac{1}{p_i^n} w_i^{(n)}(0), \quad n=0,1,2,3 \quad (4-a)$$

$$y_{i(i+1)L}^{(n)} = \frac{1}{p_i^n} w_i^{(n)}(l_i) \quad (4-b)$$

로 정의하기로 한다. 이 식에서 첨자 R 과 L 은 각각 해당 절점의 바로 오른쪽과 왼쪽을 의미한다. 식

(1)을 식 (4-a)와 (4-b)에 대입하여 8개의 식을 유도한 후 계수 c_i 를 소거하면 4개의 무차원 식을 유도할 수 있다. 절점 $1i$ 의 바로 오른쪽에서의 변위벡터를

$$Y_{1iR}^T = [y_{1iR} \ y_{1iR}' \ y_{1iR}'' \ y_{1iR}''']^T \quad (5)$$

로 정의하면 위에서 언급한 4개의 무차원 식을 다음의 행렬식형태로 정리할 수 있다.

$$Y_{1(i+1)L} = f_{1i} Y_{1iR} \quad (6)$$

여기에서 행렬 f_{1i} 는

$$f_{1i} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} c + ch & s + sh & -c + ch & -s + sh \\ -s + sh & c + ch & s + sh & -c + ch \\ -c + ch & -s + sh & c + ch & s + sh \\ s + sh & -c + ch & -s + sh & c + ch \end{bmatrix} \quad (7)$$

로 되며 이 식에서 c, s, ch , 그리고 sh 는 각각 $\cos \Omega_{1i}, \sin \Omega_{1i}, \cosh \Omega_{1i}$, 그리고 $\sinh \Omega_{1i}$ 를 의미한다. 같은 방법으로 절점 $2i$ 와 절점 $2(i+1)$ 에서의 변위벡터에 대한 식을 유도할 수 있으며 절점 $1i$ 와 절점 $2i$ 를 스테이션(station) i 로 나타내면 식 (6)과 (7)을 이용하여 스테이션 i 와 스테이션 $(i+1)$ 에서의 변위벡터에 대한 관계식을 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\begin{pmatrix} Y_{1(i+1)L} \\ Y_{2(i+1)L} \end{pmatrix} = F_i \begin{pmatrix} Y_{1iR} \\ Y_{2iR} \end{pmatrix}, \quad (8)$$

$$F_i = \begin{bmatrix} f_{1i} & 0 \\ 0 & f_{2i} \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2, \dots, n-1 \quad (9)$$

스테이션 i 에서의 결합조건은 Fig. 3에 보인 자유물체도로부터 유도할 수 있다. 절점 $1i$ 에서 변위와 경사각의 연속조건을 식 (4-a)와 식 (4-b)를 이용하여 무차원 식으로 나타내면

$$y_{1iR} = y_{1iL}, \quad (10-a)$$

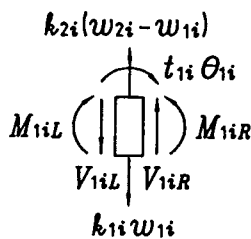


Fig. 3 Free body diagram at node $1i$

$$y_{1iR}' = \frac{p_{1(i-1)}}{p_{1i}} y_{1iL}' \quad (10-b)$$

으로 되며 힘과 모멘트의 평형조건식을 유도한 후 무차원 식으로 정리하면 다음의 식으로 된다.

$$y_{1iR}'' = \frac{EI_{1(i-1)}}{EI_{1i}} \frac{p_{1(i-1)}^2}{p_{1i}^2} y_{1iL}'' + \frac{t_{1i}}{EI_{1i}} \frac{p_{1(i-1)}}{p_{1i}^2} y_{1iL}' \quad (10-c)$$

$$y_{1iR}''' = \frac{k_{1i}}{EI_{1i}} \frac{1}{p_{1i}^3} y_{2iL} - \frac{k_{1i} + k_{2i}}{EI_{1i}} \frac{1}{p_{1i}^3} y_{1iL} + \frac{EI_{1(i-1)}}{EI_{1i}} \frac{p_{1(i-1)}^3}{p_{1i}^3} y_{1iL}''' \quad (10-d)$$

마찬가지 방식으로 절점 $2i$ 에서의 결합조건을 유도한 후 정리하면 스테이션 i 에서의 결합조건을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{pmatrix} Y_{1iR} \\ Y_{2iR} \end{pmatrix} = S_i \begin{pmatrix} Y_{1iL} \\ Y_{2iL} \end{pmatrix}, \quad i = 2, 3, \dots, n-1 \quad (11)$$

여기에서 행렬 S_i 는 스테이션에서의 전달함수로서 행렬의 각 요소는 부록에 수록하였다.

2.3 경계조건과 고유치 해석

Fig. 2에 보인 수학적 모델에서 보의 양단인 절점 $11, 1n, 21$, 그리고 $2n$ 에 각각 집중질량 M_{11}, M_{1n}, M_{21} , 그리고 M_{2n} 이 결합되어 있는 경우에 대하여 경계조건을 유도하였다. 우선 절점 11 과 절점 21 에서의 자유물체도를 작성하고 힘과 모멘트의 평형조건식을 유도한 후 식 (4-a)와 (4-b)를 이용하여 무차원 식으로 정리하면 다음의 식으로 된다.

$$y_{11}'' = 0 \quad (12-a)$$

$$y_{11}''' = \left(-\frac{k_{11} + k_{21}}{EI_{11}} \frac{1}{p_{11}^3} + \frac{M_{11}}{m_{11}} p_{11} \right) y_{11} + \frac{k_{21}}{EI_{11}} \frac{1}{p_{11}^3} y_{21} \quad (12-b)$$

$$y_{21}'' = 0 \quad (12-c)$$

$$y_{21}''' = \frac{k_{21}}{EI_{21}} \frac{1}{p_{21}^3} (y_{11} - y_{21}) + \frac{M_{21}}{m_{21}} p_{21} y_{21} \quad (12-d)$$

그리고 위의 네 식을 정리하여

$$\begin{pmatrix} Y_{11} \\ Y_{21} \end{pmatrix} = S_1 \begin{pmatrix} y_{11} \\ y_{11}' \\ y_{21} \\ y_{21}' \end{pmatrix} \quad (13)$$

의 형태로 나타내면 S_1 은 8×4 행렬이며 이 행렬의 각 요소는 부록과 같이 유도된다.

다음으로 절점 $1n$ 과 $2n$ 에서의 평형조건을 유도한 결과는 다음의 식으로 된다.

$$y_{1n}'' = 0 \quad (14-a)$$

$$y_{1n}''' = \left[\frac{k_{1n} + k_{2n}}{EI_{1(n-1)}} \frac{1}{d_{1(n-1)}^3} + \frac{M_{1n} d_{1(n-1)}}{m_{1(n-1)}} \right] y_{1n} - \frac{k_{2n}}{EI_{1(n-1)}} \frac{1}{d_{1(n-1)}^3} y_{2n} \quad (14-b)$$

$$y_{2n}'' = 0 \quad (14-c)$$

$$y_{2n}''' = \frac{k_{2n}}{EI_{2(n-1)}} \frac{1}{d_{2(n-1)}^3} (y_{2n} - y_{1n}) + \frac{M_{2n} d_{2(n-1)}}{m_{2(n-1)}} y_{2n} \quad (14-d)$$

고유치 문제를 유도하기 위하여 식 (14-a~d)를

$$S_n \begin{pmatrix} Y_{1n} \\ Y_{2n} \end{pmatrix} = 0 \quad (15)$$

의 형태로 정리하면 S_n 은 4×8 행렬이며 이 행렬의 각 요소는 부록과 같이 유도된다.

지금까지 유도한 식 (8), (11), (13), 그리고 (15)를 조합하면 다음과 같은 고유치 문제를 구성할 수 있다.

$$S_n F_{(n-1)} S_{(n-1)} \cdots F_1 S_1 V = 0 \quad (16)$$

여기에서 $V = [y_{11} \ y_{11}' \ y_{21} \ y_{21}']^T$ 를 의미하며 계수 행렬의 행렬식이 영이 되어야 하는 조건으로부터 특성방정식은 아래의 식과 같이 고유진동수 계수 Ω_{11} 과 무차원 설계변수에 대한 함수식으로 된다.

$$f \left(\Omega_{11}, \frac{EI_{ij}}{EI_{11}}, \frac{m_{ij}}{m_{11}}, \frac{l_j}{l_1}, \frac{k_{ij} l_j^3}{EI_{11}}, \frac{t_{ij} l_j}{EI_{11}}, \frac{M_{ij}}{m_{11} l_1} \right) = 0 \quad (17)$$

Fig. 2의 모델에 대하여 각 요소의 길이, 굽힘강성, 단위길이당의 질량, 집중질량, 그리고 스프링 상수가 알려져 있으면 식 (17)에 의하여 Ω_{11} 을 계산해 낼 수 있다. 식 (17)의 해는 이분법을 이용하여 구하였다. 그리고 고유진동수는 식 (2)와 (3)에 의하여 다음의 식으로 된다.

$$\omega = \left(\frac{\Omega_{11}}{l_{11}} \right)^2 \left(\frac{EI_{11}}{m_{11}} \right)^{1/2} \quad (18)$$

2.4 부가질량 해석

비점성 유체내에서 작은 진폭으로 고체가 진동하는 경우에 2차원 압력분포에 대한 지배방정식과 경계조건은 다음과 같다.

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = 0, \quad (19)$$

$$\alpha \frac{\partial p}{\partial x} + \beta \frac{\partial p}{\partial y} = -\rho a_n \quad (20)$$

여기에서 n 은 고체의 표면에 대하여 수직으로 유체를 향하는 방향이며 a_n 은 경계면의 n 방향 가속도, ρ 는 유체의 밀도, α 와 β 는 각각 n 축이 x 축, y 축과 이루는 방향여현을 나타낸다.

식 (19)와 (20)을 만족하는 p 는 다음의 함수를 최소화하는 변분(variational)문제와 같다는 것이 알려져 있다⁽¹¹⁾.

$$\phi = \frac{1}{2} \iint_A \left[\left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial y} \right)^2 \right] dx dy + \int_c \rho a_n p ds \quad (21)$$

여기에서 A 는 유체의 내부, c 는 유체와 고체의 경계선을 의미한다.

이제 유한요소 e 에 대하여 그 면적을 A_e 로, 절점 압력벡터를 P_e 로 나타내기로 한다. 압력을 좌표 x, y 의 함수로 가정하면 다음의 식을 만족하는 행렬 D 를 유도할 수 있다.

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{\partial p}{\partial y} \end{pmatrix}^e = D P_e \quad (22)$$

위의 압력구배벡터를 식 (21)에 대입하면 유한요소 e 에 대한 ϕ 의 제 1항은 식 (23)으로 된다.

$$\phi_e = \frac{1}{2} P_e^T D^T D P_e A_e \quad (23)$$

다시 유한 경계선 b 에 대하여 그 길이를 l_b , 수직방향 가속도를 a_b , 절점 압력벡터를 P_b 로 나타내기로 하면 유한 경계선 b 에 대하여 식 (21)의 선적분 항은 식 (24)가 된다.

$$\phi_b = \frac{1}{2} \rho a_b l_b [1 \ 1]^T P_b \quad (24)$$

따라서 함수 ϕ 는 유체내의 모든 요소와 모든 경계에 대하여 식 (23)과 (24)의 ϕ_e , ϕ_b 를 합하여 다음과 같이 구해진다.

$$\phi = \frac{1}{2} P^T G P + H^T P \quad (25)$$

단, G 와 H 는 $D^T D A_e$ 와 $\frac{1}{2} \rho a_b l_b [1 \ 1]^T$ 를 조합하여 구성한 행렬이다. 위 식의 함수 ϕ 가 최소로 되기 위한 조건은

$$G P + H = 0 \quad (26)$$

이며 이 식으로부터 유체의 압력분포를 계산할 수 있다. 그리고 부가질량 행렬은 식 (27)이 된다.

$$M = \frac{1}{\rho} H^T P \quad (27)$$

3. 수치해석 결과 및 검토

3.1 진동해석 모델

앞에서 유도한 식에 따라 유한요소법을 이용한 부가질량 해석 프로그램과 전달행렬법을 이용한 고유진동 해석 프로그램을 작성하였다. 본 논문에서 유도한 식과 컴퓨터 프로그램의 타당성을 검증하기 위하여 Fig. 4와 같은 모델을 설정하여 수치계산을 하고 ANSYS를 이용한 유한요소해석 결과와 비교하

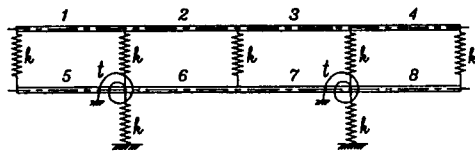


Fig. 4 Verification model

Table 1 Natural frequencies of the model of Fig. 4

Method \ Mode	Present analysis	FEM (ANSYS)
Mode 1	22.35637 Hz	22.35638 Hz
Mode 2	24.33133 Hz	24.33133 Hz
Mode 3	46.07872 Hz	46.07873 Hz
Mode 4	76.40289 Hz	76.40295 Hz
Mode 5	80.64587 Hz	80.64595 Hz

였다. 모든 요소는 길이가 0.5 m인 강철 원형막대로 요소 1, 4, 5, 8의 직경은 3 cm ($EI=7,952N \cdot m^2$, $m=5.5135$ kg/m), 나머지 요소의 직경은 2 cm ($EI=1,571N \cdot m^2$, $m=2.4504$ kg/m)로 정하였으며 병진스프링 상수는 2.0×10^5 N/m, 회전스프링 상수는 1.0×10^5 N·m/rad으로 설정하였다. 이 모델에 대한 수치계산 결과는 Table 1과 같으며 유한요소해석에 의한 결과와 거의 일치하는 것을 확인할 수 있었다.

3.2 Shimogo의 모델

Fig. 5는 Shimogo⁽⁶⁾가 수직펌프 하부 구조물의 진동해석에 적용했던 모델로서 외팔보의 자유단에 집중질량이 결합되어 물에 잠겨있는 형태이다. 이 모델에서 $l=10.5$ m, $M=274$ kg, 칼럼 파이프의 외경은 26.7 cm, 구동축을 포함한 파이프의 굽힘강성과 단위길이당 질량은 각각 1.30×10^7 N·m²와 125 kg/m이며 파이프에 채워진 물의 단위길이당 질량은 48.9 kg/m이다. Table 2는 본 해석방법을 이용하여

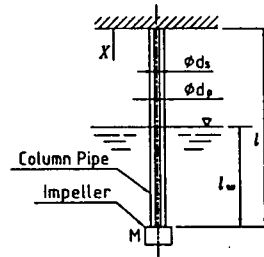


Fig. 5 Shimogo's model of vertical shaft pump

Table 2 Comparison of natural frequencies for Simogo's model

Case	Mode	Simogo		Present analysis
		Experiment	Analysis	
Stationary ($l_w=3.68$ m)	1st	1.04 Hz	1.08 Hz	1.10 Hz
	2nd	7.8 Hz	8.20 Hz	8.13 Hz
	3rd	21.3 Hz	23.2 Hz	23.4 Hz
Rotating ($l_w=3.68$ m)	1st	1.00 Hz	1.06 Hz	1.01 Hz
	2nd	7.0 Hz	7.50 Hz	7.18 Hz
	3rd	19.8 Hz	21.4 Hz	20.5 Hz
Stationary ($l_w=2.08$ m)	1st	1.08 Hz	1.12 Hz	1.13 Hz
	2nd	8.0 Hz	8.53 Hz	8.37 Hz
	3rd	22.7 Hz	24.8 Hz	24.4 Hz
Rotating ($l_w=2.08$ m)	1st	-----	1.09 Hz	1.03 Hz
	2nd	-----	7.61 Hz	7.31 Hz
	3rd	20.4 Hz	22.1 Hz	21.1 Hz

구한 고유진동수를 Shimogo의 결과와 비교하여 보여주고 있으며 비교적 만족할 만한 결과임을 확인할 수 있다. 이 표에서 'Rotating'은 펌프가 구동되어 관의 내부에 물이 충만된 상태를 의미한다.

3.3 수직펌프 모델

Fig. 1에 보인 수직펌프의 진동을 해석하기 위한 모델은 Fig. 6과 같다. 본 연구에서는 구동축과 축 보호관을 일체로 가정하였으며 구동축의 국부진동은 무시하였다. 요소 1-5는 직경이 6 cm인 구동축을 포함한 축 보호관을, 요소 6-11은 전동기 케이싱 및

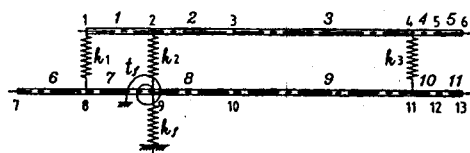


Fig. 6 Vertical pump model

칼럼을 의미하며 절점 7에는 250 kg의 집중질량(전동기)이 결합되어 있다고 가정하였다. 각 요소의 특성은 Table 3과 같다. 병진스프링 상수는 모두 1.0×10^{10} N/m이며 회전스프링 상수는 단순 지지된 원관의 중앙에 강체가 결합되어 있는 경우에 대한 식 (12)를 참조하여 2.43×10^8 N·m/rad으로 하였다. 이 수직펌프 모델에 대한 해석결과 물의 부가질량은 Table 4와 같이 계산되었다. Fritz⁽³⁾의 식을 이용하여 계산한 값과 비교하여 본 결과, 요소 1과 요소 7 사이의 부가질량 계수 m_{11} 이 가장 큰 차이를 나타내고 있으며 그 오차는 0.8%이내인 것으로 확인되었다. 고유진동수와 고유모드는 각각 Table 5와 Fig. 7로 구해졌다. Fig. 7에 보인 고유모드에서 1차 모드와 3차 모드는 기초부에서 회전이 발생하므로 그 고

Table 3 Properties of the vertical pump model

Element	Length (m)	Inner dia. (m)	Outer dia. (m)	Bending stiffness (N·m ²)	Mass per unit length (kg/m)
1	0.60	0.200	0.218	6.592×10^6	68.15
2	0.72	0.200	0.218	6.592×10^6	68.15
3	1.56	0.200	0.218	6.592×10^6	68.15
4	0.20	0.200	0.218	6.592×10^6	68.15
5	0.24	0.340	0.360	3.370×10^7	85.77
6	0.60	0.580	0.600	1.614×10^8	144.58
7	0.60	0.500	0.520	1.042×10^8	124.97
8	0.72	0.500	0.520	1.042×10^8	124.97
9	1.56	0.500	0.520	1.042×10^8	124.97
10	0.20	0.500	0.520	1.042×10^8	124.97
11	0.24	0.500	0.520	1.042×10^8	124.97

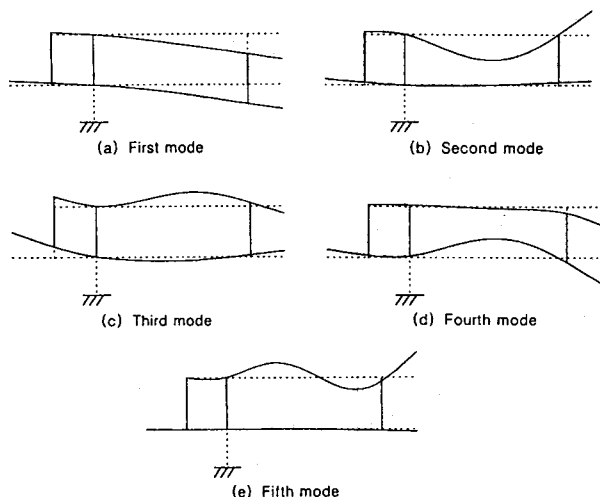


Fig. 7 Mode shapes of vertical pump model

Table 4 Added mass of the vertical pump

Element	Element	Length (m)	Inner dia. (m)	Outer dia. (m)	Added mass (kg/m)		
					m_{11}	$m_{12} = m_{21}$	m_{22}
1	7	0.60	0.218	0.500	54.43	-91.70	287.8
2	8	0.72	0.218	0.500	54.43	-91.70	287.8
3	9	1.56	0.218	0.500	54.43	-91.70	287.8
4	10	0.20	0.218	0.500	54.43	-91.70	287.8
5	11	0.24	0.360	0.500	315.3	-416.4	612.5

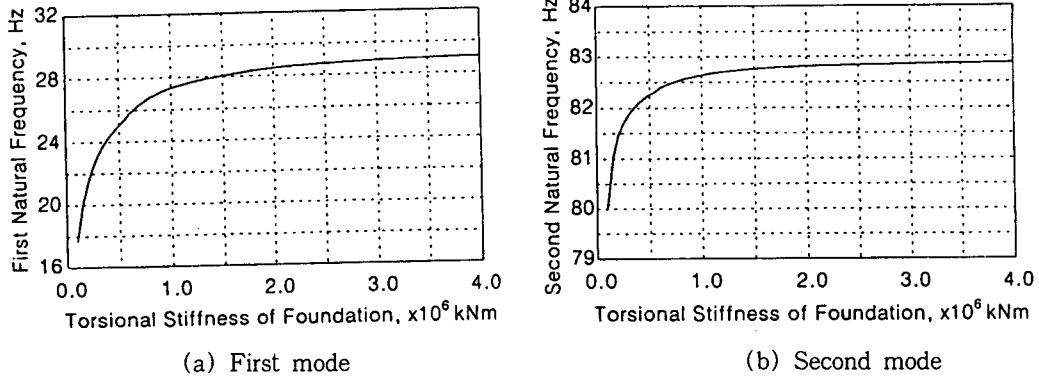


Fig. 8 The effects of torsional rigidity of foundation flange on natural frequency

Table 5 Natural frequencies of the vertical pump model

Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4	Mode 5
22.67 Hz	81.81 Hz	96.70 Hz	180.09 Hz	238.64 Hz

유진동수는 기초부의 회전강성에 비교적 민감하리라 예상된다. Fig. 8은 회전강성의 변화에 따른 고유진동수의 변화를 나타낸 것이다. 기초부의 회전강성이 작을 때에는 고유진동수에 미치는 영향이 매우 크지만 회전강성이 증가함에 따라 고유진동수는 일정한 값으로 수렴하는 경향을 보이고 있다. 또한 회전강성의 영향은 2차 모드에 비하여 1차 모드에서 훨씬 크다는 것을 알 수 있다.

4. 결 론

본 연구에서는 중간부분이 다수의 병진스프링과 회전스프링으로 결합된 2층 구조의 보의 진동에 대한 이론적 해석을 하였으며 이를 수직펌프 구조물의 진동에 적용하였다. 유한요소법을 이용한 부가질량 해석 프로그램과 전달행렬법을 이용한 수직펌프 구조물의 고유진동 해석 프로그램을 작성하였다. 보를 이용한 연속계로 펌프의 구조를 가정하여 전달행렬법을 이용하였으므로 매우 적은 계산량으로 모델에 대한 정확한 결과를 얻을 수 있었으며 또한 전달행렬법을 유도하는 과정에서 구조물의 고유진동 특성에 관련된 무차원 설계변수를 도출할 수 있었다. 그러나 구동축 일체를 포함한 펌프계 전체의 진동에 대한 정확한 결과를 구하기 위해서는 지지강성, 베어링강성, 커플링, 분할 링등의 요소에 대한 보다 정교한 해석기술이 개발되어야 한다고 생각된다.

후 기

이 논문은 1997년 한국학술진흥재단의 공모과제 연구비에 의하여 연구되었으며 이에 재단 관계자께 감사드립니다.

참 고 문 헌

- (1) 최원호, 양보석, 1994, "대형 수직펌프의 리드 공진 문제," 한국소음진동공학회지, 제 4 권, 제 4 호, pp. 425~433.
- (2) Kovats, A., 1962, "Vibration of Vertical Pumps," J. of Engineering for Power, Trans. ASME, Vol. 84, pp. 195~203.
- (3) Fritz, R. J., 1972, "The Effects of Liquids on the Dynamic Motions of Immersed Solids," J. of Eng. for Ind., Trans. ASME, pp. 167~173.
- (4) Chen, S. S., Wambsganss, M. W. and Jendrzejczyk, J. A., 1976, "Added Mass and Damping of a Vibrating Rod in Confined Viscous Fluids," J. of Applied Mechanics, Trans. ASME, Vol. 43, No.2, pp. 325~329.
- (5) Chen, S. S. and Chung, H., 1978, "Design Guide for Calculating Hydrodynamic Mass," ANL-CT-78-49, Argonne Nat. Laboratory, Illinois.
- (6) Shimogo, T., Nakano, M., Yoshida, K., Kazao, Y., 1980, "Vibration of Vertical Shaft Pump," Presented at the Pressure Vessels and Piping Techlogy Conferences, Reprinted from Recent Advances in Lifeline Earthquake Engineering in Japan : PVP-43, pp. 143~150.

(7) Lee, J. M., Pak, C. G. and Hong, J. S., 1986, "Coupled Bending Vibrational Characteristics of an Idealized Vertical Pump Model," Proc. of the 4th International Modal Analysis Conference, Vol. 2, pp. 877~883.

(8) 양보석, 김원철, 임우섭, 권명래, 1989, "입형 펌프의 동적 응답해석," 대한기계학회논문집, 제 13 권, 제 3 호, pp. 362~372.

(9) Mistry, J. and Menezes, J. C., 1995, "Vibration of Cylinders Partially-Filled with Liquids," J. of Vibration and Acoustics, Trans. ASME Vol. 117, pp. 87~93.

(10) Amabili, M. and Dalpiaz, G., 1995, "Breathing Vibrations of a Horizontal Circular Cylindrical Tank Shell Partially Filled with Liquid," J. of Vibration and Acoustics, Trans of ASME, Vol. 117, pp. 187~191.

(11) Levy, S. and Wilkinson, J., 1976, The Component Element Method in Dynamics, McGraw-Hill, Inc., New York.

(12) Roark, R. C. and Young, W. C., 1975, Formulas for Stress and Strain, McGraw-Hill, Inc., New York.

(13) Karassik, I. J., 1981, Centrifugal Pump Clinic, Marcel Dekker, Inc., New York.

부 록

1. 식 (11)의 행렬 S_i 의 요소

$$s_{11} = 1$$

$$s_{22} = \frac{p_{1(i-1)}}{p_{1i}}$$

$$s_{33} = \frac{EI_{1(i-1)}}{EI_{1i}} \frac{p_{1(i-1)}^2}{p_{1i}^2}$$

$$s_{44} = \frac{EI_{1(i-1)}}{EI_{1i}} \frac{p_{1(i-1)}^3}{p_{1i}^3}$$

$$s_{55} = 1$$

$$s_{66} = \frac{p_{2(i-1)}}{p_{2i}}$$

$$s_{77} = \frac{EI_{2(i-1)}}{EI_{2i}} \frac{p_{2(i-1)}^2}{p_{2i}^2}$$

$$s_{88} = \frac{EI_{2(i-1)}}{EI_{2i}} \frac{p_{2(i-1)}^3}{p_{2i}^3}$$

$$s_{32} = \frac{t_{1i}}{EI_{1i}} \frac{p_{1(i-1)}}{p_{1i}^2}$$

$$s_{41} = -\frac{k_{1i} + k_{2i}}{EI_{1i}} \frac{1}{p_{1i}^3}$$

$$s_{45} = \frac{k_{1i}}{EI_{1i}} \frac{1}{p_{1i}^3}$$

$$s_{76} = \frac{t_{2i}}{EI_{2i}} \frac{p_{2(i-1)}}{p_{2i}^2}$$

$$s_{81} = \frac{k_{2i}}{EI_{2i}} \frac{1}{p_{2i}^3}$$

$$s_{85} = -\frac{k_{2i}}{EI_{2i}} \frac{1}{p_{2i}^3}$$

나머지 모든 요소들은 0이다.

2. 식 (13)의 행렬 S_1 의 요소

$$s_{11} = s_{22} = s_{53} = s_{64} = 1$$

$$s_{41} = -\frac{k_{11} + k_{21}}{EI_{11}} \frac{1}{p_{11}^3} + \frac{M_{11}}{m_{11}} p_{11}$$

$$s_{43} = \frac{k_{21}}{EI_{11}} \frac{1}{p_{11}^3}$$

$$s_{81} = \frac{k_{21}}{EI_{21}} \frac{1}{p_{21}^3}$$

$$s_{83} = -\frac{k_{21}}{EI_{21}} \frac{1}{p_{21}^3} + \frac{M_{21}}{m_{21}} p_{21}$$

나머지 모든 요소들은 0이다.

3. 식 (15)의 행렬 S_n 의 요소

$$s_{13} = s_{24} = s_{37} = s_{48} = 1$$

$$s_{21} = -\frac{k_{1n} + k_{2n}}{EI_{1(n-1)}} \frac{1}{p_{1(n-1)}^3} - \frac{M_{1n}}{m_{1(n-1)}} p_{1(n-1)}$$

$$s_{25} = \frac{k_{2n}}{EI_{1(n-1)}} \frac{1}{p_{1(n-1)}^3}$$

$$s_{41} = \frac{k_{2n}}{EI_{2(n-1)}} \frac{1}{p_{2(n-1)}^3}$$

$$s_{45} = -\frac{k_{2n}}{EI_{2(n-1)}} \frac{1}{p_{2(n-1)}^3} - \frac{M_{2n}}{m_{2(n-1)}} p_{2(n-1)}$$

나머지 모든 요소들은 0이다.