

논문-99-4-1-01

## 직교 다중화 Wavelet Packet 변복조 기법

박 대 철\*, 박 태 성\*

Orthogonally Multiplexed Wavelet Packet Modulation and Demodulation Techniques

Daechul Park and Taesung Park\*

### 요 약

본 논문은 웨이브릿 패킷 기저함수에 기초한 직교 다중화 변복조 기법을 소개하고 특히 시스템 설계자 입장에서 전송 신호의 특성을 시간-주파수 공간에서 신호 파형을 설계하고 주어진 채널 특성에 맞게 설계할 수 있는 구조를 제공하는 Wavelet Packet Modulation(WPM) 기법을 기술하였다. 다차원 시그널링 방법을 기준의 QAM, Multi-tone 변조 방식과의 공통성과 차이점을 대비하였다. 또한 직교 기저 함수 집합을 만들어 시간-주파수 공간을 임의적으로 Partitioning하고 협대역 톤 잡음과 임펄스 잡음 채널에 더 잘 적응할 수 있는 구조를 찾는 방법을 튜닝 알고리듬을 사용하여 기술하였다. 튜닝 알고리듬의 실험적인 결과는 WPM 변조 방식이 협대역 간섭과 임펄스 잡음에 대하여 기존 방식에 비해 우수한 성능을 갖음을 보였다.

### Abstract

This paper introduces orthogonally multiplexed modulation and demodulation methods based on Wavelet Packet Bases and particularly describes Wavelet Packet Modulation(WPM) techniques that provide the designer of transmission signal set in time-frequency domain with tree structural information which can be adapted to given channel characteristics. Multi-dimensional signaling methods are also contrasted to common and different characteristics of conventional QAM, multi-tone modulation methods. The paper addresses the method how to find a best tree structure that has more adaptivity to impulse and narrowband tone pulse noises using a tuning algorithm which arbitrarily partitions the time-frequency space and makes a suitable orthogonal signaling waveforms. Simulation results exhibits a favorable performance over existing mod/demod methods specially for narrowband tone pulse and impulse interferences.

### I. 서 론

웨이브릿(혹은 보다 일원화된 웨이브릿 패킷) 기저함수는 신호처리, 통신, 컴퓨터비전, 응용 수학, 지질학 등의 많은 분야에서 상당한 관심을 받아왔고 그 응용을 찾아볼 수 있다. 이 같은 웨이브릿 함수에 대한 관심은 기본 모형

함수의 dilation과 translation에 기초한 흥미있는 다해상도 구조를 제공해 주는 성질때문일 것이다. 신호 처리 분야에서만 보더라도 웨이브릿의 가능성있는 분야는 음성해석, 압축, 영상 및 비디오 압축, 데이터 신호처리, 특징점 추출, 디지털 시그널링, 대역 확산 통신, 다중 액세스 통신 등 지금도 많은 연구가 진행중이다<sup>[1][2][3][4]</sup>.

본 논문에서 논의 할 웨이브릿에 기초한 변복조 기법은 시스템 설계자 입장에서 전송 신호 파형의 특성을 융통성 있게 선택해 줄 수 있게 해 줄 뿐만 아니라 시간-주파수 공간에 신호 파형을 채널 특성에 맞게 선택적으로 분포시킬 수 있는 능력을 제공한다. 또한 기존의 변조 기법인

\* 한남대학교 정보통신공학과

Dept. Information and Communication Engineering, Hannam University

※ 본 논문은 정보통신연구관리단 대학기초연구지원비에 의해 수행 되었습니다.

QAM, Multi-tone 변조 방식과의 공통성과 차이점을 대비하는 방법으로 전개해 나가고자 한다.

더욱이 기저 함수 집합을 만들어 시간-주파수 공간을 임의적으로 partitioning하고 잡음 채널에 더 잘 적용할 수 있는 구조를 찾는 방법을 소개 하였다.

2절에서는 웨이브릿 이론에 기초한 변복조 기법에 대한 전반적인 사항을 언급하였고 특히 WPM의 전력 스펙트럼 밀도 계산과 대역 효율성을 제고하였다. 3절에서는 WPM의 잇점을 이용한 채널의 간섭 환경에 가장 적은 영향을 받는 웨이브릿 패킷 트리 구조를 찾는 수퍼 심볼 투닝 알고리듬을 설명하였고 수퍼 심볼 알고리듬의 성능을 모의 실험하는 예를 살펴보았다. 4절에서 협대역 주파수와 시간 임펄스 재밍에 강인한 제안된 WPM의 특성에 대한 결론과 더불어 웨이브릿 패킷 통신에 적용하는 연구에 대해 간단히 소개하였다.

## II. 웨이브릿에 기초한 변조기법들

웨이브릿에 기초한 변조 기법은 여러 변조 방식들이 중요한 목표로 삼고있는 시간-주파수 공간에 전송 신호 에너지의 분포를 전송단에서 보다 더 효과적으로 제어할 수 있도록 해준다. 보통 변조 기법은 전송 신호 에너지를 허용된 최대한의 시간-주파수 공간에 골고루 분포 시키려고 한다.

웨이브릿 변조 기법은 일반적인 형태의 QAM의 특별한 경우라고 볼 수 있다. QAM에서 2진 레이터 시퀀스  $\{d_i\}$ 로부터 B-bit block은  $M=2^B$  심볼  $\{S_i\}$ 을 갖는 신호 공간의 성상도에서 취한 한 개의 심볼로 mapping된다.

전송할 심볼 시퀀스가 주어졌다면 QAM 신호 파형의 일반적인 형태는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$m(t) = \sum_{i \in I} \sqrt{\frac{E_i}{T_i}} s_i \Phi_i \left( \frac{t}{T_i} \right) \quad (1)$$

여기서  $s_i$ 는  $i$  번째 레이터 시퀀스에 대한 심볼이고,  $T_i$ 는  $M$ 개의 심볼이 단위 시간대에 전송 될 수 있도록 선택된 정규화된 시간을 나타낸다.  $E_i$ 는  $i$  번째 레이터 심볼을 전송하는데 사용된 에너지를 나타낸다.  $\Phi_i(t)$ 는  $i$  번째 심볼을 변조하기 위해 사용된 펄스 모양을 나타낸다.  $I$ 는 심볼에 대한 인덱스를 나타내는 정수 집합이다.

실제적으로 펄스 모양은 유한한 시간 구간의 지원 구간을 갖는 파형으로 선택된 심볼 파형 펄스는 단위(unit)에너지로 갖도록 다음과 같이 정규화된다.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Phi_i(t) \Phi_i^*(t) dt = \begin{cases} 1, & i=j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \quad (2)$$

여기서  $\Phi_i^*(t)$ 에서 \*는 공액 복소수를 나타낸다. 인접한  $M$  심볼 집합은 심볼의 한 블록(혹은 supersymbol 블록이라고도 한다)으로 간주하여 supersymbol 블록이 단위 시간안에 전송되도록  $T_i$ 가 선택된다.

### 1. 블럭 QAM

인접한  $M$  심볼 파형으로 구성된 블록 QAM은 심볼 당 단일 에너지, 단일 심볼을 전송하는데 균일한 시간(전체 블록의 시간 구간을 1로 정규화되었음), 각 심볼에 대하여 동일한 펄스 shaping 함수를 사용하므로

$$\begin{aligned} E_i &= E \\ T_i &= 1/M \\ \Phi_i(t) &= P(t - i) \end{aligned} \quad (3)$$

이다. 여기서  $P(t)$ 는 실현이 용이하고 부드러운 스펙트럼 특성과 타이밍 오류에 낮은 감도를 나타내도록 설계된 펄스 shaping 함수를 나타낸다. 이에 해당하는 보편적인 파형 함수로는 구형파나 raised cosine 펄스 파형 함수를 들 수 있다. 전형적으로 pulse파형의 정수 이동(shift)에 대하여 직교성을 갖는다.

$$\int_{-\infty}^{\infty} P(t) P^*(t-i) dt = \begin{cases} 1, & i=0 \\ 0, & i \neq 0, i \in I \end{cases} \quad (4)$$

그러나 실제적으로 심볼간 간섭을 갖는 펄스에 대하여서는

$$\int_{-\infty}^{\infty} P(t) P^*(t-i) dt = \begin{cases} 1, & i=0 \\ c, & i=1 \\ 0, & i \notin \{0, 1\}, i \in I \end{cases} \quad (5)$$

같은 식이 종종 사용된다. 한 supersymbol 블럭에 대하여 사용된 펄스는 시간 이동되었다는 것외에는 동일하다. 따라서 각각 전송된 개별 심볼은 동일한 대역폭을 점유하

며 연속되는 심볼은 동일한 시간 구간을 점유하기 때문에 블록 QAM의 시간-주파수 공간의 표현은 그림 1과 같다.

(3)식을 (1)식에 대입하여 정리하면 블록 QAM 신호는

$$\begin{aligned} m(t) &= \sum_{i \in I} \sqrt{E_i} s_i P(Mt - i) \\ &= \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sqrt{\frac{E}{T_i}} s_i P\left(\frac{t}{T_i} - i\right) \end{aligned} \quad (6)$$

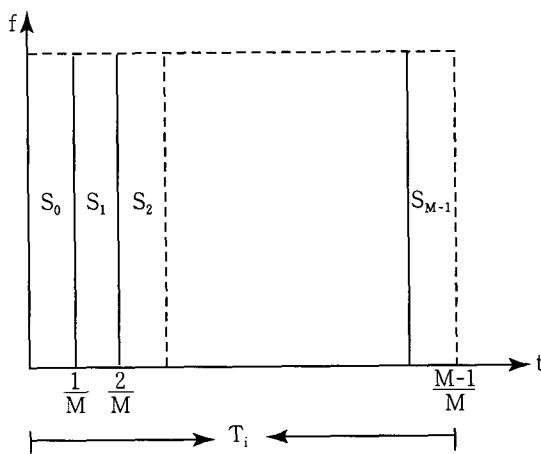


그림 1. 블록 QAM의 이상적인 시간-주파수 공간도  
Fig. 1. Idealized Time-Frequency(TF) space diagram of a block QAM

## 2. Multitone 변조

Multitone 변조는 OFDM(Orthogonal Frequency Division Multiplexing), MCM(Multicarrier Modulation), 직교다중 QAM등 여러 형태의 이름으로 나타나기도 한다.

전송할 심볼들을 크기가 M인 병렬 심볼로 나누고 각 심볼을 다른 부 반송파 신호로 변조 시키는 것이다. M 블록의 i번째 심볼 인덱스를 기호로 쓰면

$$k = \lfloor \frac{i}{M} \rfloor, \quad i \in I$$

이고  $\ell = (i \bmod M)$ 와 같이 쓰면 MTM(Multitone Modulation) 신호 파형은 일반적인 QAM 파형의 특수한 형태로 쓸 수 있다. 즉

$$\begin{aligned} E_i &= E_\ell \\ T_i &= 1 \\ \Phi_i(t) &= P(t-k) e^{j2\pi f_i t} \end{aligned}$$

여기서  $P(t)$ 는 일반적으로 ISI가 없는 Nyquist pulse이며  $f_i$ 은 주파수 간격  $\Delta f$ 가 되도록 균등하게 나눈  $f_\ell = \ell \Delta f$ 이다. 또한  $k$ 와  $\ell$ 은 다음 그림에서와 같이 연속되는 심볼 블록의 인덱스를 나타낸다.

따라서  $k = \lfloor \frac{i}{M} \rfloor = i/M$  값보다 크지 않은 정수.  $\ell = (i \bmod M) \in \{0, 1, \dots, M-1\} = \{0, 1, 2, \dots, M-1\} = \{0, 1, 2, \dots, M-1\}$ 이므로 변조 파형을 다시 쓰면

$$\begin{aligned} m(t) &= \sum_{i \in I} \sqrt{\frac{E_i}{T_i}} s_i \Phi_i\left(\frac{t}{T_i}\right) \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{\ell=0}^{M-1} \sqrt{\frac{E_\ell}{1}} s_{kM+\ell} P\left(\frac{t}{1} - k\right) e^{j2\pi f_\ell t} \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{\ell=0}^{M-1} \sqrt{E_\ell} s_{kM+\ell} P(t-k) e^{j2\pi f_\ell t} \end{aligned}$$

이 된다. 기본 송신기의 구성은 그림 2와 같이 그릴 수 있다.

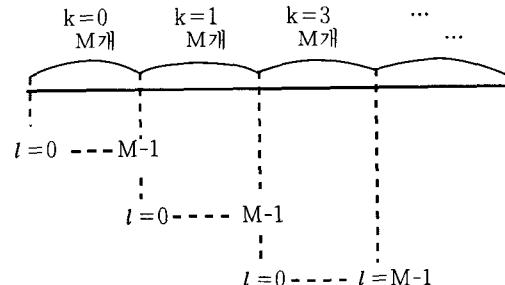


그림 2. 심볼 블럭의 인덱싱  
Fig. 2. Indexing of symbol blocks

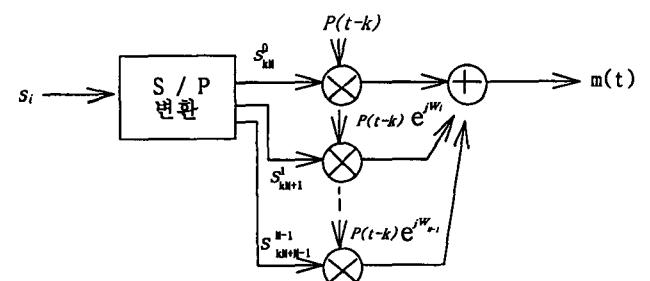


그림 3. MTM TX의 구조  
Fig. 3. MTM transmitter diagram

그림 2의 한 특정한 전송 폴스의 시퀀스 경로를 subchannel이라고 한다. 따라서 MTM은 M개의 병렬 연

결된 subchannel로 심볼 sequence를 다중화하여 전송한다. 개별 심볼  $s_{kM}^\ell$ 이 시간의 순차적 구간을 점유하는 QAM 과는 달리 MTM의 M symbol은 동일 시간 구간을 점유하지만 각 심볼의 스펙트럼은 서로 다른 주파수 구간을 병렬로 점유한다. 이를 시간-주파수 공간에서 MTM을 표현하면 그림4와 같다.

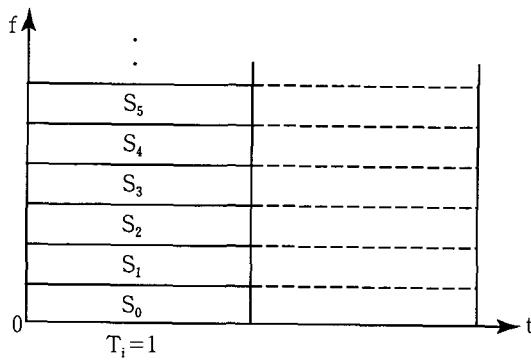


그림 4. 이상적 MTM의 시간-주파수 공간도  
Fig. 4. Idealized TF diagram for MTM

MTM의 몇가지 장점은 빠른 감쇄, tone 펄스에 대한 낮은 민감성을 보이며 특히 신호의 주파수 특성을 시불변 채널에 적합하도록 동조 시킬 수 있는 능력을 갖는다. MTM의 주요 응용은 모뎀, HDSL, ADSL 등과 같은 현재 전화선 채널에 적용되고 있다. 향후 MTM의 다른 응용은 VHDL, DAB, PCS 등을 포함하여 제안 되고 있다.

### 3. M-band 웨이브릿 변조(MWM)

MTM에 사용된 복소수 지수 함수 대신에 변조 파형으로서 직교 M-band 웨이브릿 함수를 사용하는 방법이 여러 저자들에 제안 되었다<sup>[3,5]</sup>. MTM과 유사한 방법으로 M-band 웨이브릿 함수를 사용하는 경우는 다중 직교 subchannel로 나누어 각 subchannel에 대한 pulse shaping 함수로서 M-band scaling 함수  $\phi_\ell(t)$ 와 M-band wavelet 함수  $\psi_\ell(t)$ 를 사용하게 된다.

MTM의 경우와 같이  $k = \lfloor \frac{i}{M} \rfloor$ ,  $\ell = (i \bmod M)$  과 같이 쓰면 MWM 신호파형은 일반적인 QAM 파형의 특수한 형태로 볼 수 있다. 즉

$$\begin{aligned} E_i &= E, \\ T_i &= 1 \end{aligned}$$

$$\phi_\ell(t) = \begin{cases} \phi(t-k), & \ell = 0 \\ \psi_\ell(t-k), & \ell \neq 0 \end{cases}$$

위 관계식을 식 (1)에 대입하여 정리하여 변조 파형을 표현하면

$$m(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} [\sqrt{E_0} s_{kM}^0 \phi(t-k) + \sum_{\ell=1}^{M-1} \sqrt{E_\ell} s_{kM+\ell}^\ell \psi_\ell(t-k)]$$

따라서 전송할 심볼들  $\{s_{kM+\ell}\}$ 은 M-band wavelet 변환의 역 변환인 합성(synthesis)식에서 계수값으로 사용된다. 여기서 주어진 TX 구현(implementation)에 사용된 모든 scaling 함수와 Wavelet 함수는 똑같은 대역폭과 시간 구간을 갖는다.

MTM의 경우와 달리 scaling과 wavelet 함수는 일반적으로 시간 영역에서 overlap이 발생하지만 사용된 pulse shaping 함수의 직교성 때문에 zero ISI를 갖는다.

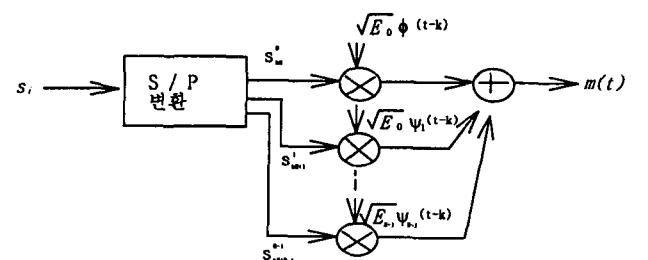


그림 5. MWM 트랜시버 구조  
Fig. 5. Transceiver block diagram for MWM

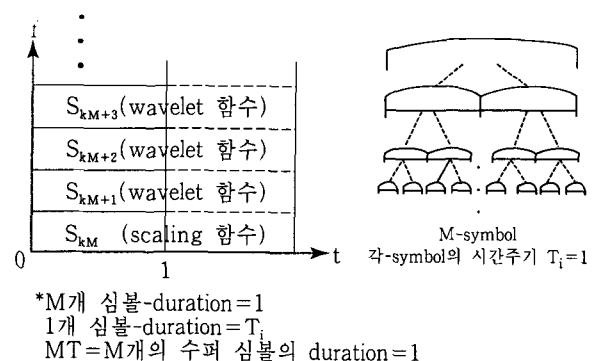


그림 6. 이상적인 MWM의 시간-주파수 공간도  
Fig. 6. Idealized TF diagram for MWM

#### 4. Multi-Scale Modulation(MSM)

MSM 변조는 시간과 주파수 영역에서 dyadic partitioning에 의해 얻어지는 직교 dyadic 웨이브릿 함수를 pulse shaping 함수로 사용하여 얻어지는 것이다.

이 기저 함수는 data 대역폭의 비균일(nonuniform) partitioning으로 인해 주파수 영역에서 dyadic scaling 방법으로 에너지 분포를 제어하게 해준다. 따라서 MWM이나 MTM과 달리 모든 개별 심볼에 대한 시간 구간이 동일하지 않고 개별 심볼 대역폭 또한 동일하지 않는다. MTM(혹은 DWM(Dyadic Wavelet Modulation)에 대한 변조 과정식은

$$k = \lfloor \frac{i}{M} \rfloor, \ell = (i \bmod M),$$

$$m = -\lfloor \log_2 \ell \rfloor = \text{Scale index}$$

$$n = (k2^{-m} + i \bmod 2^{-m}) = \text{shift - index}$$

$$\log_2 \ell = -m, \ell = 2^{-m},$$

$$n = k \ell + i \bmod \ell$$

이 경우도 일반적인 QAM파형의 특수한 형태로 다시 쓸 수 있다. 즉

$$E_i = E_\ell$$

$$T_i = 1$$

$$\phi_i(t) = \begin{cases} \phi_n^0(t), & \ell = 0 \\ \psi_n^m(t), & \ell \neq 0 \end{cases}$$

여기서  $\phi(t)$ ,  $\psi(t)$ 는 각각 dyadic scaling 함수와 wavelet 함수이다.

위 관계식을 (2.1)식에 대입하여 정리하면 변조 파형은

$$m(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} [\sqrt{E_0} s_{kM}^0 \phi_n^0(t) + \sum_{\ell=1}^{M-1} \sqrt{E_\ell} s_{kM+\ell}^\ell \psi_n^m(t)]$$

MWM의 경우와 같이 전송할 심볼들  $\{s_{kM}^\ell\}_{\ell=0}^{M-1}$ 은 DWT(Discrete Wavelet Transform)의 역변환인 합성식에서 계수값으로 사용된다. DWM의 고유한 특성인

non-uniform Scaling이 시간-주파수 공간 그림에서 보면 분명해진다.(그림 7참조)

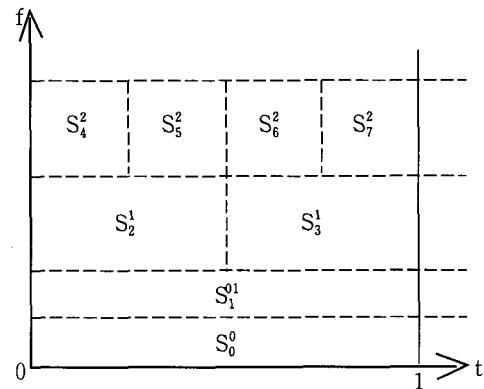


그림 7. DWM에 대한 이상적인 TF Tiling  
Fig. 7. Idealized TF Tiling for DWM

이 경우는 MTM과 MWM의 경우와 같이 같은 심볼 인덱스를 갖는 일련의 전송 파형을 subchannel이라고 볼 수 있다. QAM의 경우 subchannel을 TDM방식으로 나누고, MTM과 MWM은 FDM방식으로 나눈다고 볼 수 있지만 DWM의 경우는 TDM과 FDM의 혼합 방식으로 해석할 수 있다.

#### 5. Wavelet Packet Modulation(WPM)

WPM의 구조적 유연성은 여러 유형의 간접 환경에서도 더 잘 적용할 수 있으며 성능은 WPM의 특수한 경우인 MSM과 MWM의 유연성을 유지해 준다. 어떤 간접 환경에 대하여 WPM을 QAM, MSM과 비교하여 봄으로써 WPM의 TF-cell(개별 심볼)의 간접에 대한 우수성을 나타내고자 한다. 예를 들어 협대역 재밍이 데이터 대역의 고주파 성분에 작용하고 동시에 임펄스 간접 신호가 supersymbol 구간의 어느 시점에 작용한다고 하자. 최대 레벨(스케일)수를 N=4라고 할 때 QAM, MSM, MWM, WPM은 24=16개의 TF-cell로 분해 된다. MSM의 경우 원 데이터를 분해하면 N+1=5개의 scale(혹은 level)로 표현 되고 각 scale마다 scaling함수와 wavelet함수를 직교 파형 함수로 볼 수 있다. MWM의 경우 최종 scale까지 모든 방향으로 dyadic 분해 과정을 거치면 16개의 등 대역폭의 직교 함수 파형을 얻을 수 있다. QAM이 경우는

16개의 데이터에 대응한 파형을 블록으로 처리하여 놓은 것으로 볼 수 있다. 마지막으로 WPM의 경우는 주어진 협대역 주파수 재밍과 임펄스 간섭을 적게 받는 형태로 supersymbol tuning 알고리즘에 의해 wavelet packet 분해가 이루어져 얻어지게 된다.

주어진 간섭과 재밍 환경에서 각 변조 방식을 비교해 보면 그림8에서 보듯이 tone 잡음과 impulse 잡음에 대한 각 변조 방식의 TF-cell의 영향 받는 수를 계산해 보면 WPM의 경우는 전체 16개 중 모두 5개이고, MSM은 16개 중 12개이고 MWM과 QAM은 16개 모두 영향을 받는다. 따라서 WPM의 특징은 채널 불안정성에 기인한 잡음 영향을 고립시킬 수 있는 구조적 유연성을 제공해 주고 있다. 이것이 곧 다차원 시그널링에서 시간-주파수 공간상의 간섭 잡음을 동시에 완화 시킬 수 있는 훌륭한 방법을 제공해 줄 수 있다는 것이다.

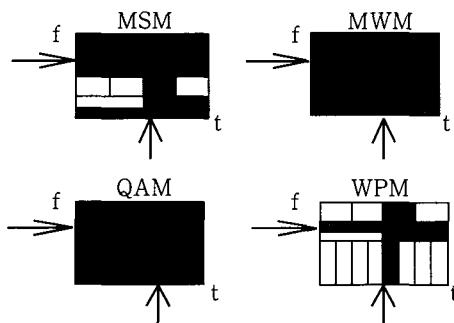


그림 8. QAM, MSM, MWM, WPM 방식의 협대역 주파수 및 임펄스 간섭 잡음에 대한 오류 심볼의 분포  
Fig. 8. Distributions of error symbols corrupted by narrowband tone pulse and impulse interference for QAM, MSM, MWM, and WPM methods

### 가. WPM의 전력스펙트럼 밀도

일반적인 QAM 신호는 (1)식으로부터

$$m(t) = \sqrt{\frac{E_s}{T}} \sum_{k=-\infty}^{\infty} s_k \phi\left(\frac{t}{T} - k\right)$$

이 QAM 신호의 PSD(Power Spectral Density)는

$$\mathcal{F}\{m(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{\frac{E_s}{T}} \sum_k s_k \phi\left(\frac{t}{T} - k\right) e^{-j2\pi f t} dt$$

$$\begin{aligned} &= \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{\frac{E_s}{T}} \sum_k s_k \phi(u) e^{-j2\pi f T(u+k)} T du \\ &= \sqrt{E_s T} \sum_k s_k \int_{-\infty}^{\infty} \phi(u) e^{-j2\pi f T u} du e^{-j2\pi f T k} \\ &= \sqrt{E_s T} \sum_k s_k \Phi(f T) e^{-j2\pi f T k} \end{aligned}$$

PSD 정의식은

$$M_{QAM}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \overline{|\mathcal{F}\{m_T(t)\}|^2}$$

으로 주어진다.

$$\begin{aligned} \overline{|\mathcal{F}\{m_T\}|^2} &= E_s T \sum_{m=-L}^L \sum_{n=-L}^L \overline{s_m s_n} |\Phi(f T)|^2 e^{-j2\pi f T(m-n)} \\ &= E_s T \sum_m \sum_n A^2 \delta(m-n) |\Phi(f T)|^2 e^{-j2\pi f T(m-n)} \\ &= E_s T A^2 (2L+1) |\Phi(f T)|^2 \\ \therefore M_{QAM}(f) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E_s T A^2 (2L+1) |\Phi(f T)|^2 \\ &= E_s A^2 (2L+1) |\Phi(f T)|^2 \\ &= E |\Phi(f T)|^2 \end{aligned}$$

WPM 파형의 PSD를 유도하기 위하여 다음의 보조 정리들을 사용한다.

정리 1.  $\phi_n(t)$ 를 웨이브릿 패킷 함수라고 두고, 그 푸리에 변환을  $\Psi_n(f)$ 라고 두면 모든 정수  $n$ 에 대하여  $|\Psi_n\left(\frac{f}{2}\right)|^2 = |\Psi_{2n}(f)|^2 + |\Psi_{2n+1}(f)|^2$ 이 성립한다<sup>[7]</sup>.

정리2. 두 필터 set  $H(f)$ 와  $G(f)$ 가 모든  $f$ 에 대하여  $|H(f)|^2 + |G(f)|^2 = C^2$ 을 만족하면 power complementary 성질을 갖는다. 여기서  $C$ 는 어떤 상수를 나타낸다<sup>[8]</sup>.

WPM 신호 파형의 PSD를 유도하기 위하여 partition  $P = \{(\ell_1, n_1), \dots, (\ell_J, n_J)\}$ 를 생각한다. WPM은 각 서브 채널(TF-cell)에 기하학적 구조나 심볼 에너지에 변화를 줌으로 해서 완전히 다른 심볼 성상도(constellation)을 형성할 수 있으며, 속도가 다른 소스로부터 발생한 심볼을 다중화시키는 것이 가능하다. WPM의 일반적인 파형식은

$$m_{WPM}(t) = \sum_{i=1}^L \sqrt{\frac{2^{-\ell_i} E_s}{T}} \sum_{k=-\infty}^{\infty} s_k^i \psi_{ni}\left(\frac{2^{-\ell_i} t}{T} - k\right)$$

QAM PSD 계산의 경우와 같아

$$\begin{aligned} \mathcal{F}(m_{WPM}(t)) &= \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{i=1}^L \sqrt{\frac{2^{-\ell_i} E_s}{T}} \sum_{k=-\infty}^{\infty} s_k^i \psi_{ni}\left(\frac{2^{-\ell_i} t}{T} - k\right) e^{-j2\pi f t} dt \\ &\rightarrow \sum_{i=1}^L \sqrt{\frac{2^{-\ell_i} E_s}{T}} \sum_k s_k^i \psi_{ni}(u) e^{-j2\pi f(2^{-\ell_i} T(u+k))} 2^{-\ell_i} du \\ &= \sum_{i=1}^L \sqrt{\frac{2^{-\ell_i} E_s}{T}} \sum_k s_k^i \psi_{ni}(f T 2^{-\ell_i}) e^{-j2\pi f(2^{-\ell_i} T k)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{WPM}(f) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \overline{|\mathcal{F}(m_{WPM}(t))|^2} \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_{i=1}^L 2^{\ell_i} E_s T \sum_m \sum_k |s_m^i s_k^i \psi_{ni}(f T 2^{-\ell_i}) e^{-j2\pi f(2^{-\ell_i} (m-k))}|^2 \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^L \sqrt{\frac{2^{\ell_i} E_s}{T}} \sum_k |s_k^i|^2 |\psi_{ni}(f T 2^{-\ell_i})|^2 \\ &= \sum_{i=1}^L E |\psi_{ni}(f T 2^{-\ell_i})|^2 \end{aligned}$$

모든  $i = 1, 2, \dots, L$ 에 대하여 WPM의 PSD를 높은 스케일부터 차례로 풀어 쓰면

$$\begin{aligned} M_{WPM}(f) &= E(|\psi_n(f T 2^{0'})|^2 + |\psi_n(f T 2^{1'})|^2) \\ &\quad + E \sum_{i=2}^{L-2} |\psi_n(f T 2^{i'})|^2 \\ &= E(|\psi_n(2f T 2^{0'} 2^{-1})|^2 + |\psi_n(2f T 2^{1'} 2^{-1})|^2) + E \sum_{i=1}^{L-2} \dots \end{aligned}$$

앞의 두 항에 대하여 정리 1을 partition에 따라 적용하면

$$= E |\psi_n(f T 2^{0'})|^2 + E \sum_{i=1}^{L-2} \dots$$

나머지 채널에 대해서도 같은 방법으로 정리 1을 사용하여 서브 채널의 전력 스펙트럼을 합성하여 나갈 수 있다. 이 과정을 계속  $L-1$ 번 반복하였을 때 최종 partition  $P\{(0,0)\}$ 이 된다. 따라서 WPM의 PSD는

$$M_{WPM}(f) = E |\psi_n(f T 2^0)|^2 = E |\psi(f T)|^2$$

따라서 WPM 신호 파형의 전력 스펙트럼 밀도 함수는 QAM과 동일한 전력 스펙트럼을 갖으며 QAM과 동일한 전송 대역폭을 갖음을 말해준다. 이는 WPM 신호는 현재 지원되는 기존의 QAM 전송 채널을 그대로 사용할 수 있게 해 준다.

#### 나. 대역 효율성

$R$  symbol/sec이고,  $B$  bits/symbol인 QAM-성상은 2B-심볼을 갖는다. WPM의  $i$  채널이 2B-QAM 성상으로부터  $s_k^i$  심볼을 변조한다고 하자. WPM 파형의 PSD는 pulse 구간이  $T$ 인  $W_\beta = \frac{1+\beta}{T}$ 인 대역폭을 갖는다. 여기서  $\beta$ 는 Nyquist 시그널링 대역폭 이상을 요구하는 초과 부분에 대한 백분율을 나타낸다.

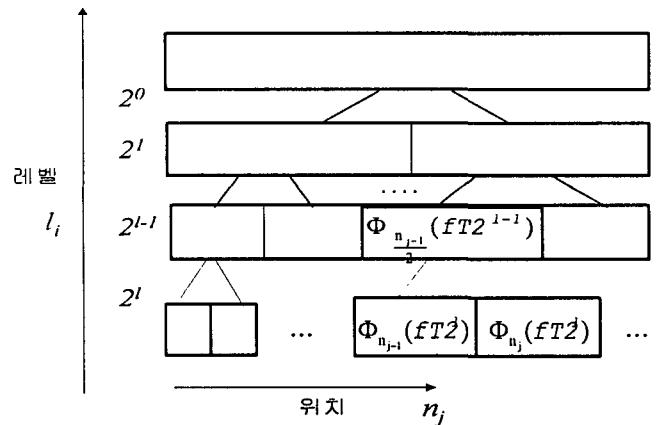


그림 9. 서브 채널의 전력 스펙트럼 합성 과정의 일부

Fig. 9. A part of power spectral synthesis process for subchannel

그러므로  $i$  번째 채널의 대역 효율성에 대한 일반적인 표현은

$$\rho_i = \frac{\text{Rate}}{\text{Bandwidth}} = \frac{B_i R_i}{W_\beta} = \frac{R_i B_i}{\frac{1+\beta}{T}}$$

따라서 전체 WPM의 대역 효율성은

$$\rho_{WPM} = \frac{T}{1+\beta} \sum_{i=1}^L R_i B_i$$

레벨  $l$ 의  $i$  번째 WPM 파형의 시간 구간은 블록 QAM 데이터의 전체 파형 구간을  $T_i$ 라고 하면 레벨이 증가할수록 파형의 지원 시간 구간은 증가하고 주파수 대역폭은 감소하므로

$$\frac{T_i}{2^{N-\ell_i}} = \frac{2^N T}{2^{N-\ell_i}} = 2^{\ell_i} T$$

가 성립되며 채널의 속도는  $\frac{2^{-\ell_i}}{T}$  가 된다. 따라서 대역 효율성은

$$\rho_{WPM} = \frac{T}{1+\beta} \sum_{i=1}^L \frac{2^{-\ell_i}}{T} B_i = \frac{1}{1+\beta} \sum_{i=1}^L 2^{-\ell_i} B_i$$

각 채널의 모든 심볼에 대하여 동일한 bits를 할당한다면  $B_i = B$ 로 쓸 수 있다. 따라서 이 경우 대역 효율성은 dyadic partition [0,1]에 대하여

$$\rho_{WPM} = \frac{\beta}{1+\beta} \sum_{i=1}^L 2^{-\ell_i} = \frac{B}{1+\beta}$$

이론적으로 볼 때 pulse shaping 함수의 직교 함수 분해에 의한 차원의 증가는 대역 효율성을 개선시키지 못함을 알 수 있다.

### III. 수퍼 심볼 투닝 알고리즘

다차원 WPM 신호의 일반적인 형태는

$$m_{WPM} = \sum_{i=1}^L \sqrt{2^{-\ell_i} E} \sum_{k=-\infty}^{\infty} s_k^i \phi_{ni}(2^{-\ell_i} t - k)$$

로 표현된다. 여기서  $s_m^i$ 는 일반적으로 복소수 QAM 심볼로 얻어지는  $2^{\ell_i}$  스케일의  $i$  채널상의  $n_i$  번째 값을 나타낸다. QAM 소스 데이터가 웨이브릿 패킷 역변환의 계수값으로 사용되어져 합성후 supersymbol을 형성하게 된다. WPM 과정은 단일 rate의 QAM 소스로부터 나온 데이터를 2-ch 필터 맹크의 분해에 의해 얻어진 partition  $P = \{(\ell_1, n_1), (\ell_2, n_2), \dots, (\ell_J, n_J)\}$  정보를 이용하여  $J$ 개의 채널로 역다중(demux)되어 웨이브릿 패킷 역변환에 의해 만들어진다. 여기서 중요한 문제는 WPT에 의해 얻어지는 partition  $P$ 를 주어진 잡음 환경에서 S/N비를 최적화하도록  $P$ 를 찾아야 한다. 채널 간섭의 유형에 따라 partition  $P$ 를 얻는 과정은 단순할 수도 매우 복잡할 수 있다. 따라서 본 연구에서 소개한 채널 간섭의 유형을 협대역 주파수 재밍과 짧은 시간의 임펄스 간섭만을 고려하고자 한다.

웨이브릿 패킷에 기초한 다차원 시그널링 방식에서

TF-cell의 시간-주파수 공간에서의 처리는 주어진 잡음 환경에 대하여 심볼 검출 성능을 최적화 해주는 partition 을 체계적으로 찾을 수 있도록 시각적으로 안내해 준다. 이 같은 partition set  $P$ 를 찾는데 가능한 경우의 수가 scale이 증가함에 따라 기하급수적으로 증가하기 때문에 최적의 partitioning을 주는 웨이브릿 패킷 변환 알고리듬을 개발하여야 한다. 일반적으로 dyadic 웨이브릿 패킷 라이브러리를 사용하는 경우 partitioning의 수에 대한 순환식  $|P_{N+1}| = |P_N|^2 + 1$ 이 성립한다. Scale N=5인 경우  $|P_5| = 458330$  개의 가능한 웨이브릿 패킷 라이브러리가 존재하기 때문에 완전 탐색을 통해 S/N비를 최대화하는 partition을 찾는 것은 일반적으로 어려운 문제이다.

본 논문에서는 시간-주파수 공간의 직교 웨이브릿 패킷 함수 set의 시간 국부성(localization)과 주파수 국부성의 변화를 통해 협대역 주파수 잡음과 임펄스 형태의 간섭 잡음을 체계적으로 극복하는 슈퍼 심볼 투닝 원리를 설명하고 투닝 알고리듬을 간략히 소개하고자 한다.

먼저 관련 용어를 정리하면 2개의 하위 scale 패킷의 합성(synthesis)을 역방향 투닝이라고 하고, 상위 한 개의 패킷이 2개의 하위 패킷으로의 분해(decomposition)을 순방향 투닝이라고 하자.

#### 1. 투닝을 위한 법칙

슈퍼 시볼 투닝 제 1 법칙은 어떤 scale에서 패킷의 역(혹은 순)방향 투닝이 partition 비용(혼신된 TF-cell의 수)을 감소 시킨다면 그 패킷의 순(혹은 역)방향 투닝은 partition 비용을 증가 시킨다.

간단히 말하면 비용을 줄여주는 방향으로 가는 것이 올바른 선택임을 말해준다. 합성 과정은 TF-cell의 시간축 방향으로 좁혀주는 즉 패킷 함수의 시간 해상도를 높여준다. 따라서 이 경우는 시간 공간상의 임펄스 잡음의 존재를 고립화 시킬 수 있다. 반면 순방향 투닝에 의한 시간축 방향으로 심볼을 확산 시키는 것은 임펄스 잡음의 혼신을 더 많이 가져올 가능성을 높여준다. 비슷한 방법으로 분해에 의한 개선 즉 순방향 투닝 과정은 TF-cell의 주파수축 방향으로 좁혀주는 즉 패킷 함수의 대역 해상도를 높여준다. 따라서 이 경우는 주파수 공간의 tone 잡음의 존재를 고립화 시켜 혼신을 피할 수 있도록 해준다. 수퍼 심볼 투닝 제 2 법칙은 어떤 scale에서 패킷의 순(혹은 역)방향 투닝이 partition 비용을 증가시키게 한다면 더 이상의 순(혹은 역) 방향 투닝은 비용을 감소시켜 주지 않는다. 다

시 말하면 비용을 증가시키는 방향은 잘못된 선택임을 말해준다. 이 법칙은 TF-cell이 주파수 혹은 시간 축 방향으로 확산될 때 성능이 저하되면 어느 방향으로든 더 이상의 확산은 단지 재밍 간섭의 가능성을 높여줄 뿐임을 말한다. 이 두 법칙을 기본으로 하여 수퍼 투닝 알고리듬의 절차를 간단히 플로우 차트로 표시하면 그림 10과 같다.

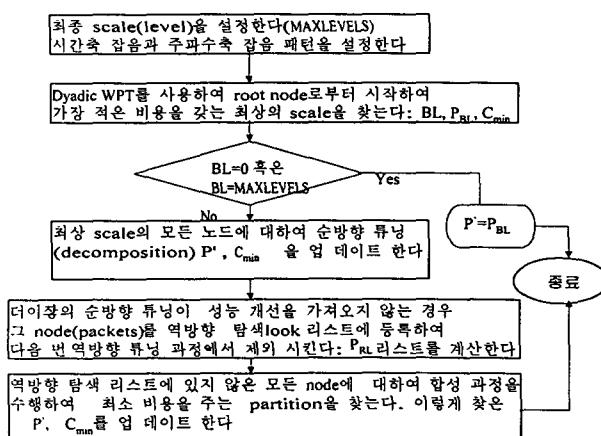


그림 10. 수퍼 투닝 알고리듬의 절차  
Fig. 10. Procedural chart of supersymbol tuning

## 2. 수퍼 심볼 투닝 실험

시간과 주파수 재밍이 동시에 존재하는 경우에 대한 수퍼 심볼 알고리듬의 수행 결과에 대하여 살펴보자 한다. 먼저 가상적인 간섭 잡음 환경에 대한 정보가 필요하다. 우리의 경우 두 가지 경우에 대하여 실험을 수행하였다. 실험을 위한 파라미터는 전체 64개의 개별 심벌로 구성된 수퍼 심볼을 만들었고 최대 6-level 까지 분해가 가능하다. Tone 잡음은 단일 톤 잡음을 가정하였고 위치는 64개의 주파수 bin 중에 4번째 위치한다고 가정하였고 시간 임펄스 간섭 잡음은 1과 3번째에 위치한다고 가정하였다. 이 경우 수퍼 심볼 알고리듬을 적용하였을 때 얻어진 partitioning 정보는  $P=\{(-5, 0), (-5, 1), (-4, 1), (-3, 1), (-2, 1), (-1, 1)\}$ 을 얻었고 이에 대한 TF-cell 그림을 보면 아래와 같다(그림 11 참조). 그림에서 보아 알 수 있듯이 64개의 심볼 중 간섭 영향을 받는 심볼의 수는 8개에 지나지 않는다. 다음에 tone 잡음은 2개의 split 톤 잡음을 가정하였고 위치는 64개의 주파수 bin 중에 5번째와 40번째에 위치한다고 가정하였고 시간 임펄스 간섭 잡음은 1과 3번째에 위치한다고 가정하였다. 이 경우 수퍼 심볼 알고리듬을 적용하였을 때 얻어진 partitioning 정보는  $P=\{(-4, 0), (-5, 2), (-5, 3), (-3, 1), (-2, 1), (-4, 8), (-5, 18), (-5, 19),$

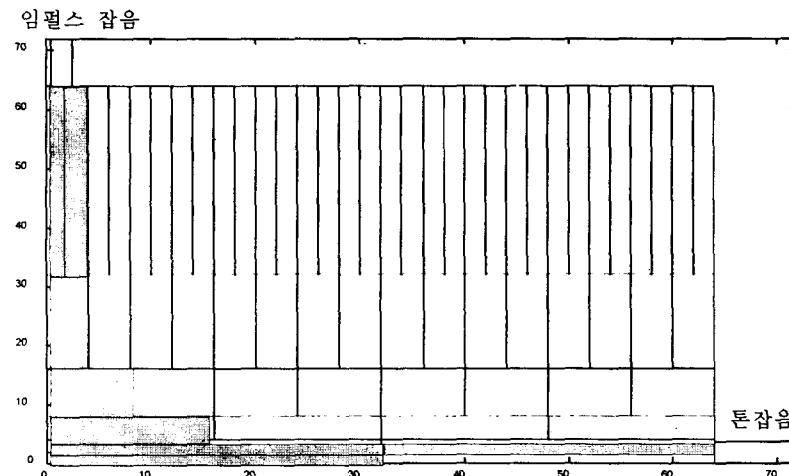


그림 11. 수퍼 심볼 투닝 알고리듬에 의한 64 TF-cell로 구성된 수퍼 심볼에서  
간섭 영향에 의한 잡음의 localization  
Fig. 11. Interference localization in a 64 TF-cell found by the supersymbol tuning algorithm

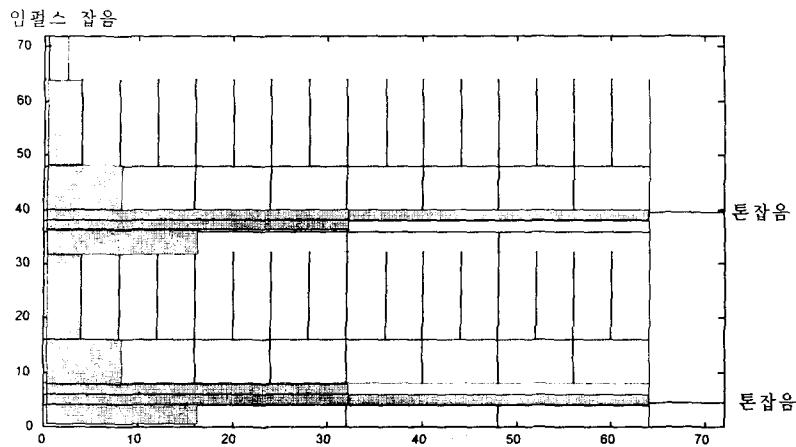


그림 12. 수퍼심볼 투닝 알고리듬에 의한 64 TF-cell로 구성된 수퍼 심볼에서 간섭 영향에 의한 잡음의 localization

Fig. 12. Interference localization in a 64 TF-cell found by the supersymbol tuning algorithm

(-3, 5), (-2, 3)}을 얻었고 이에 대한 TF-cell 그림은 보면 아래와 같다. 그림에서 보아 알 수 있듯이 64개의 심볼 중 간섭 영향을 받는 심볼의 수는 이 경우에도 12개에 지나지 않는다.

#### IV. 결 론

제안된 WPM 변조 기법은 기존의 MSM, MWM, MTM, QAM 방식에 비해 광범위한 간섭 환경에 적응적으로 대처 할 수 있는 융통성 있는 신호 파형 설계와 간섭 잡음에 덜 민감한 구조를 제공해준다. IDWPT에 의해 합성된 supersymbol을 투닝하는 과정을 통하여 간섭 잡음을 localization 시킴으로써 협대역 주파수와 임펄스 재밍의 영향을 최소화 할 수 있음을 보였다. 또한 WPM 신호 파형의 전력 스펙트럼 밀도 함수는 QAM과 동일한 전력 스펙트럼을 갖으며 QAM과 등가 전송 대역폭을 갖음을 말해준다. 이론적으로 볼 때 pulse shaping 함수의 직교 함수 분해에 의한 차원의 증가는 대역 효율성을 개선시키지 못함을 알 수 있다.

과포화 다중 악세스 통신 시스템에서 다수 사용자 검출 알고리듬의 해결을 위한 한 방법으로 제안되고 있는 웨이브릿 패킷 다중 악세스 방식, 웨이브릿 패킷에 기초한 대역 확산 통신 시스템의 설계, 통신 보호 등에 웨이브릿 패킷 이론의 응용을 위한 연구가 진행되고 있다<sup>[1][4][6]</sup>.

#### 참 고 문 헌

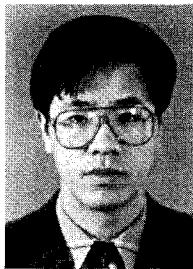
- [1] R. E. Learned et. al., "Wavelet-packet based multiple acces communication," in Proc. SPIE vol. 2303-20, Int. Symp. on Optics, Imaging, and Instrumentation, Jul. 1994.
- [2] A. R. Lindsey, "Multi-dimentional signaling via wavelet packets," Proc. SPIE vol. 2491-29., Wavelet applications for dual use, Apr. 1995.
- [3] P. P Ghandi, S. S Rao, and R. S. Pappu, "Wavelets for baseband coding of waveforms," Proc. IEEE Globecom'94, pp.363-367, Nov. 1994.
- [4] X. F. Wang, W.-S Lu, and A. Antoniou, "Multiuser detection for multiple-access communications using Wavelet-Packet transforms," Proc. PR Conf. on Comm., Comp., and Signal Processing(PACRIM'97), Aug. 20-22, 1997, Victoria, B.C., Canada, pp.607-610
- [5] A. R. Lindsey and M. J. Medley, "Wavelet transforms and filter banks in digital communications," Proc. SPIE Conf. on Wavelet Applications for Dual Use, Orlando, FL, Apr. 8-12, 1996, vol. 2762
- [6] G. Saulnier, M. J. Medley, and P. Das "Wavelets and filterbanks in spread spectrum communication

- systems," Chapter 10 of Subband and Wavelet Transforms:Design and Application, ed. by A. Akansu and, M. J. T. Smith, Kluwer, 1996.
- [7] Y. T. Chan, Wavelet Basics, Kluwer Academic Publishers, 1995, chap. 3
- [8] P. P Vaidyanathan, Multirate Systems and Filter Banks, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, NJ, 1993.

---

저자 소개

---

**박 대 철**

1953년 11월 23일생  
 1977년 2월 서강대 전자공학과 (공학사)  
 1985년 12월 미국 Univ. of New Mexico 전기공학과 (공학석사)  
 1989년 5월 미국 Univ. of New Mexico 전기공학과 (공학박사)  
 1991년 8월 ~ 1992년 7월 미국 Columbia 대학 CTR 객원 교수  
 1977년 3월 ~ 1982년 12월 국방과학연구소 연구원  
 1989년 5월 ~ 1993년 8월 한국전자통신연구소 선임연구원  
 1993년 9월 ~ 현재 한남대학교 정보통신공학과 부교수  
 주관심분야 : 통신신호처리, 멀티미디어 정보처리, 적응신호처리

**박 태 성**

1969년 7월 9일생  
 1995년 한남대학교 물리학과 (학사)  
 1997년 한남대학교 대학원 물리학과(석사)  
 1998년 ~ 현재 한남대학교 대학원 정보통신공학과 박사과정  
 주관심분야 : 디지털 이동통신, 통신신호처리, 웨이블릿 이론