

$k-\varepsilon-\tau$ 난류모델을 이용한 축대칭 엔진 실린더내 유동장의 수치해석

임 재 문* · 최 재 성**

The Numerical Analysis on In-cylinder Flow Fields of an Axisymmetric Engine Using $k-\varepsilon-\tau$ Turbulence Model

J. M. Lim* · J. S. Choi**

Key words : In-cylinder flow(실린더내 유동), $k-\varepsilon-\tau$ turbulence model($k-\varepsilon-\tau$ 난류모델), Modified $k-\varepsilon$ turbulence model(수정 $k-\varepsilon$ 난류모델)

Abstract

Current turbulence models, including modified $k-\varepsilon$ turbulence model, do not predict compression effect on turbulence accurately in an internal combustion engine. The $k-\varepsilon-\tau$ turbulence model was suggested to improve the predictability of compression effect by Wu et al. In this paper, a numerical study was performed to clarify the applicability of the $k-\varepsilon-\tau$ turbulence model to the calculation of the in-cylinder flow of an axisymmetric engine. The results using $k-\varepsilon-\tau$ turbulence model are compared to those from the modified $k-\varepsilon$ turbulence model and experimental data. The mean velocity and rms velocity profiles using $k-\varepsilon-\tau$ turbulence model showed a better agreement with an experimental data than those of modified $k-\varepsilon$ turbulence model.

기호설명

D : velocity divergence

S_{ij} : strain rate tensor

R_{ij} : Reynolds stress tensor

U_i : i-direction velocity

x_i : coordinate direction

P_{INC} : production of the turbulent kinetic energy by the incompressible part of the mean flow

P_{DIL} : production of the turbulent kinetic energy by dilatation part of the mean flow

S_{AXI} : mean strain rate for axisymmetric

* 정회원, 국방과학연구소(원고접수일 : 99년 8월)

** 정회원, 한국해양대학교

- expansion flow
- S_{ISO} : mean strain rate for isotropic compression flow
- δ_{ij} : Kronecker delta
- k : turbulent kinetic energy
- ϵ : dissipation rate of turbulent kinetic energy
- τ : turbulent time scale

1. 서 론

내연기관의 성능은 연소과정에 의하여 영향을 받기 때문에 연소최적화를 통한 성능개선이 중요한 과제라 할 수 있으며, 특히 대기오염물 저감대책에 있어서는 그 중요성이 더욱 강조되고 있다. 연소최적화를 꾀하기 위하여는 실린더내 유동장의 파악이 기본적이라 할 수 있으며, 이를 위하여 가시화 모델엔진을 통한 실험 및 CFD를 이용한 예측수법이 활발하게 연구되고 있다. 이미 많은 연구자들에 의하여 실린더내의 유동을 수치적으로 해석하는 방법 및 예측결과들이 발표되어 이 분야의 연구는 상당한 진전을 보이고 있으며, 실제 연소실의 설계에도 이용되고 있다. 그러나, 실린더내 유동의 해석결과는 난류모델에 의하여 다르게 된다.

지금까지 대부분의 연구자들이 예측수법으로 이용하고 있는 난류모델은 $k-\epsilon$ 모델이며, 최근에는 난류계산의 정확도를 높이기 위한 계속된 연구결과로 수정 $k-\epsilon$ 모델이 제안되어 사용되고 있다. 이들은 각 모델들에 따라 ϵ -수송방정식을 다르게 표현하고 있으나, 압축행정에서 크게 변화되는 난류의 특성 즉 압축성에 의한 영향을 정확하게 예측하지 못하는 단점이 지적되고 있다.

Watkins¹⁾는 강한 압축성 엔진 유동에 적절한 $k-\epsilon$ 난류모델식을 최초로 유도하였다. 그는 $\rho \epsilon \nabla \cdot U$ 와 같은 형의 dilatation항을 ϵ -수송방정식에 부가하였다. 그 후 Reynolds²⁾는 이 항의 계수는 급속 변형 이론(rapid distortion theory)을 적용하여 결정할 수 있음을 밝혔다. 이후로 이 문제는 상당한 주목을 받았고, Morel 및 Mansour³⁾, El Thary⁴⁾ 등이 변형된 형태를 개발하였다. 한편 Wu et al.⁵⁾는 수치실험을 통해 난류 모델의 성능 평가

를 수행하였으며, 그 결과 저 변형율에서는 난류 모델이 좋은 성능을 나타내었으나, 변형이 강력해서 유동 구조의 평형이 깨지게 되면 이 모델은 좋지 못한 결과를 나타내었다. 난류 모델에서는 난류 운동에너지가 난류 속도스케일을 결정하고, 소산은 난류 운동에너지의 소멸율과 난류 길이스케일을 결정한다. 그러나 엔진 실린더 내와 같이 유동 구조가 불평형으로 되는 높은 변형율 유동에서는 소산은 이 두가지 일을 동시에 할 수 없다. 따라서 Wu et al.는 길이 스케일 및 시간 스케일을 분리하면서 복잡성을 최소화하기 위해 난류 시간스케일 ' τ '를 도입하여, 전반적으로 더 나은 결과를 나타내는 난류 모델을 제안하였다. $k-\epsilon-\tau$ 난류모델은 소산과 시간스케일을 분리한 난류 시간스케일에 대한 모델식으로, 시간스케일 방정식에는 등방성 난류 감쇠, 변형이 제거된 후의 등방성 난류로의 복귀, 여러 종류의 변형에 대한 영향을 반영하는 항들이 포함된다.

본 논문에서는 $k-\epsilon-\tau$ 난류모델을 적용하여 흡기 및 압축 행정 중의 축대칭 엔진 실린더내 유동을 계산하고, 수정 $k-\epsilon$ 난류모델에 의한 유동장, 난류강도 계산 결과와의 비교를 통하여 엔진 실린더내 유동장 계산에 $k-\epsilon-\tau$ 난류 모델 적용의 타당성을 검토하였다.

2. 이론 해석

2.1 지배방정식

일반적으로 실린더내 유동을 해석하는 데에는 질량, 운동량, 에너지 보존방정식, 난류 에너지 및 난류 소산을 전달방정식과 밀도, 압력, 온도 값과 관련된 가스 상태방정식이 기초가 되고 있다.

이들 지배방정식은 다음과 같은 일반적인 형태로 표현 할 수 있다⁶⁾.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_j\phi) \\ = \frac{\partial}{\partial x_j}(\Gamma\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_j}) + S_\phi \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 Γ_ϕ 와 S_ϕ 는 종속변수 ϕ 에 대한 확산계수와 생성항이다. 이들 지배방정식에 관하여는 전보

[6]에 기술하였다.

2.2 k-ε-τ 난류모델

k-ε-τ 난류모델에서 난류 운동에너지와 소산율을 지배하는 다른 두 방정식은 k-ε 난류모델의 경우와 유사하다. 중요한 차이점은 소산식에서 소멸항 내의 시간 스케일이 새로운 시간스케일로 바뀐 점이다.

균질 유동에 대해서 k-ε-τ 난류모델은

$$\frac{dk}{dt} = P_{INC} + P_{DIL} - \epsilon \tag{2}$$

$$\frac{d\epsilon}{dt} = -\frac{\epsilon}{\tau} + C_1 \frac{P_{INCE}}{k} + C_4 \frac{P_{DILE}}{k} \tag{3}$$

$$\frac{d\tau}{dt} = -\frac{5}{11} + C_5 \left(\frac{\epsilon\tau}{k} - \frac{6}{11} \right) + C_{6,ISO} S_{ISO}\tau + C_{6,AXI} S_{AXI}\tau \tag{4}$$

이다. 여기서

$$P_{INC} = -R_{ij} \left(U_{ij} - \frac{1}{3} U_{kk} \delta_{ij} \right)$$

$$P_{DIL} = -\frac{2}{3} k U_{k,k}$$

이고, S는 변형률, C_i는 모델 상수로 Table 1에 나타낸 것과 같다. (2)식은 난류 운동에너지의 식이고 (3)식은 소산율 ε에 대한 모델식이다. (3)식의 우변 첫번째 항은 소멸항이다. 두번째 항 및 세번째 항은 평균류의 비압축성 및 dilatation에 기인하는 소산의 생성항이다. 모델 상수 C₁와 C₄는 각각 축대칭 팽창과 등방성 압축 유동 시뮬레이션 결과로부터 구해진다.

(4)식은 난류 시간스케일의 변화를 나타낸다. 우변 제 1항은 등방성 감쇠 유동에서 난류의 성질을 기술하며 두번째 항은 평형으로의 복귀항이고, 나

Table 1 The values of the model constants in the k-ε-τ model

C ₁	2.0
C ₄	1.0
C ₅	-1.1
C _{6, ISO}	-0.5(for isotropic compression flow)
C _{6, AXI}	-2.0(for axisymmetric expansion flow)

머지 항들은 난류 시간스케일에 대한 평균 변형의 영향을 표현한다. C₅, C_{6,ISO} 및 C_{6,AXI}는 수치 실험으로부터 정해진다.

2.3 계산 조건

k-ε-τ 난류모델 적용에 의한 계산 결과와 수정 k-ε 난류모델에 의한 계산 결과의 비교를 위하여 전보[7]의 수정 k-ε 난류모델에 의한 계산에서 적용한 계산조건을 동일하게 적용하였다.

움직이는 경계(피스톤)를 갖는 영역에서 계산이 이루어져야 하므로, 피스톤의 움직임에 따라 수축, 팽창하는 좌표계를 취하였다. 벽면 경계조건으로는 벽함수를 사용하였고, 흡기 경계조건은 밸브 오리피스 면에서 정하였다. 대칭 경계조건은 대칭 경계면에 수직인 방향으로 모든 종속변수의 값에 구배가 '0' 이라는 조건으로 처리하였다. 경계조건의 상세에 관하여는 전보[6,7]에 기술하였다. 속도-압력의 연결은 PISO 알고리즘^[8]을 사용하여 해석하였다.

또한 k-ε-τ 난류모델 적용의 타당성 검증을 위해, Amadi Befrui et al.의 실험^[9] 결과와도 비교하였다. 계산 대상 모델엔진의 제원은 Table 2, 개략도는 Fig. 1과 같다.

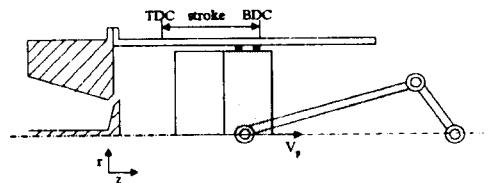


Fig. 1 Diagram of model engine^[9]

Table 2 Geometric details of model engine^[9]

Bore	75mm
Stroke	94mm
Compression ratio	3.5
Connecting rod length	363.5mm
Intake valve	
Diameter(D)	34.0mm
Maximum lift(L)	7.3mm
Dimensionless lift(L/D)	0.21
Seat angle	60°
Opening time	6° BTDC
Closing time	44° ABDC

3. 결과 및 고찰

3.1 평균속도 및 난류속도의 단면분포

Fig.2(a)~(f)에 축방향 평균속도와 난류속도의 단면 분포를 나타내었다. 모든 속도는 피스톤 평균 속도 $\bar{V}_p = 0.6267\text{ms}^{-1}$ 로 무차원화 하였다. AhmadiBefrui et al.^[9]의 실험에서 측정된 축방향 평균 속도 및 난류속도와 수정 $k-\epsilon$ 난류모델에 의한 계산값 및 $k-\epsilon-\tau$ 난류모델에 의한 계산값을 비교하기 위하여, 실험에서와 같은 조건인 실린더 헤드로부터 15mm 떨어진 단면에서의 계산값과 실험값을 함께 나타내었다.

Fig.2(a) 및 (c)는 각각 크랭크각 36° 및 90°에서의 축방향 평균속도이다. 밸브에서 유입되는 상당히 높은 속도의 흡입 유동에 의하여 중심축에서 벽쪽으로 이동한 위치에서 최대치를 보이고 있다. 전

반적으로 수정 $k-\epsilon$ 난류모델과 $k-\epsilon-\tau$ 난류모델 모두 실험치를 정성적으로 추종하는 결과를 보이고 있다. 한편 정량적으로는 $k-\epsilon-\tau$ 난류모델을 적용하는 경우가 수정 $k-\epsilon$ 난류모델을 적용하는 경우보다 훨씬 실험값에 근접하는 결과를 보이고 있다. 특히 실린더 벽으로부터 최대치를 나타내는 영역까지는 잘 일치하고 있으며, 중심축 부근의 밸브 하단부를 제외한 대부분의 영역에서 향상된 결과를 보이고 있다.

Fig.2(b) 및 (d)는 각각 크랭크각 36° 및 90°에서의 축방향 난류속도이다. 여기서 난류속도는 피스톤 평균속도로 무차원화함으로써 난류강도와 같다. 난류속도 역시 전반적으로 수정 $k-\epsilon$ 난류모델과 $k-\epsilon-\tau$ 난류모델 모두 실험치를 정성적으로 추종하는 결과를 보이고 있다. 특히 흡입과정 중반인 크랭크각 90°의 경우 $k-\epsilon-\tau$ 난류모델을 적용하는 경우가 수정 $k-\epsilon$ 난류모델을 적용하는 경우

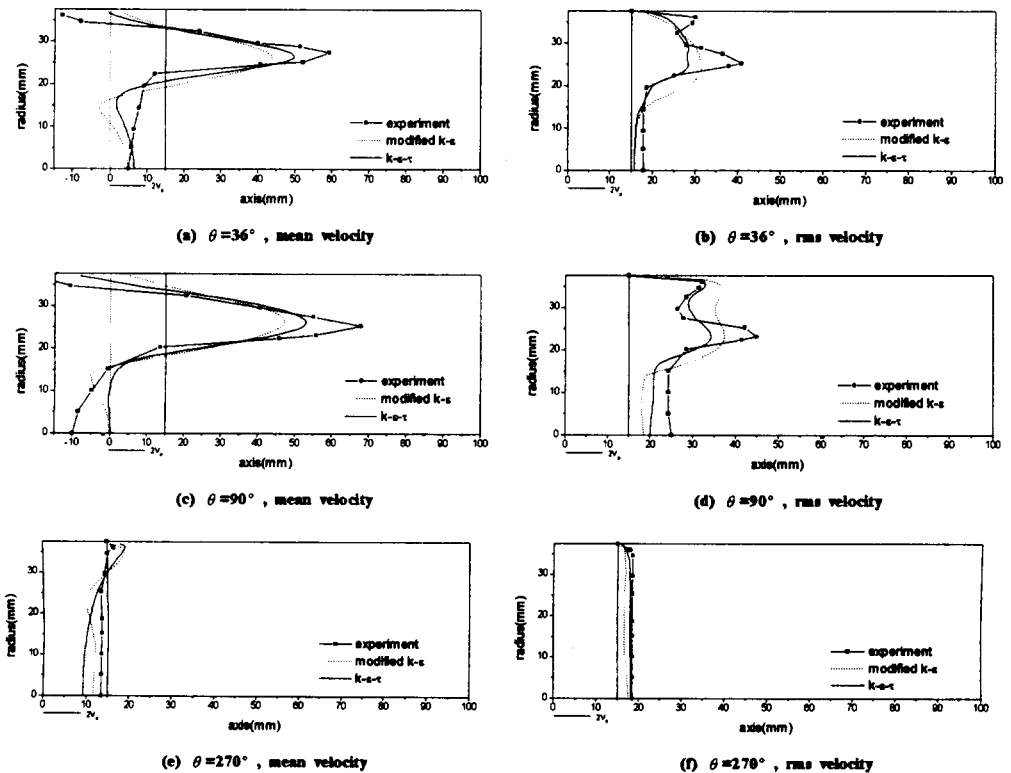


Fig. 2 Axial mean velocity and rms velocity profiles using modified $k-\epsilon$ model and $k-\epsilon-\tau$ model

보다 난류 속도의 유동 형태를 훨씬 잘 추종하고 있으며, 정량적으로도 최대치를 나타내는 영역을 제외하고는 실험치를 전반적으로 잘 예측하고 있다.

압축과정인 크랭크각 270°에서의 축방향 평균속도와 난류속도의 단면 분포를 Fig.2 (e)와 (f)에 나타내었다. 거의 모든 영역에서 수정 $k-\epsilon$ 난류모델과 $k-\epsilon-\tau$ 난류모델 모두 실험치에 근접하는 결과를 보이고 있다. 특히 $k-\epsilon-\tau$ 난류모델을 적용하는 경우에는 압축성의 영향 등이 잘 고려되어 정량적으로도 잘 일치하는 결과를 나타내고 있다. 이러한 난류속도는 연소를 동반하는 유동에서 화염전과 과정을 지배하는 중요 인자이므로, 이에 대한 정확한 예측, 특히 TDC에 가까운 크랭크 각에서의 정확한 예측은 실린더내의 난류유동 해석에서 매우 중요하며, 이러한 관점에서 엔진 실린더내 유동해석이 $k-\epsilon-\tau$ 난류모델의 적용은 많은 가능성을 제시하고 있는 것으로 생각된다.

3.2 평균속도 및 난류강도의 시간분포

Fig.3 및 Fig.4에는 실린더 헤드로부터 15mm,

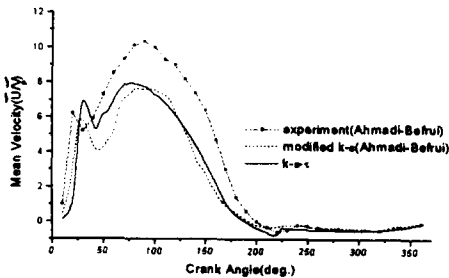


Fig. 3 Temporal profiles of axial mean velocity at $z=15\text{mm}$, $r=25\text{mm}$

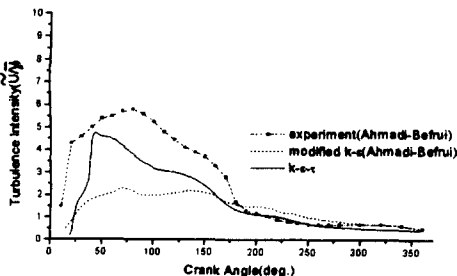


Fig.4 Temporal profiles of turbulence intensity at $z=15\text{mm}$, $r=25\text{mm}$

실린더 중심축으로부터 25mm 떨어진 곳에 위치한 특정점에서의 축방향 평균속도 및 난류강도의 시간분포를 예측한 값과^[1] 수정 $k-\epsilon$ 난류모델을 적용하여 계산한 값, $k-\epsilon-\tau$ 난류모델을 적용하여 계산한 값을 각각 나타내었다.

Fig.2 (a) 및 (c)에 의하면 Fig.3 및 Fig.4에서의 측정 위치는, 양쪽에 재순환 와(渦) 영역이 형성되어 있는 제트 형태의 유동 내에 있음을 알 수 있다.

Fig.3에서 축방향 평균속도 예측값은 두곳에서 최대값을 가지며, 두번째의 최대값은 약 $10.5 V_p$ 이다. 첫번째의 최대값은 흡기과정 초반에 피스톤의 움직임에 따라 실린더 중앙부에 형성되는 주 와류(main vortex)가 성장하면서 제트의 궤적을 바깥쪽으로 이동시키기 때문에 나타난다. 흡기과정 말기에는 평균속도가 급격히 감소한다. 계산값이 실험값에 비해 전반적으로 작게 나타나고 있으며, $k-\epsilon-\tau$ 난류모델을 적용하여 계산한 값이 수정 $k-\epsilon$ 난류모델에 의한 계산값에 비해 흡기과정 초반에 약간 개선된 결과를 보이고 있다.

Fig.4의 난류강도를 살펴보면 흡입 제트의 강도가 강한 흡기과정 초반에 최대값을 가진다. Fig.3의 평균속도 분포 및 Fig.4의 난류강도 분포로부터 제트유동이 난류의 근원임을 확인할 수 있다. 난류강도 역시 흡기과정 말기에 급격히 감소하나, 압축과정 전반에 걸쳐 약 $0.7V_p$ 정도의 레벨에서 조금씩 진동하면서 일정하게 유지됨을 알 수 있다. $k-\epsilon-\tau$ 난류모델을 적용하여 계산한 값이 수정 $k-\epsilon$ 난류모델에 의한 계산값에 비해 정량적으로 실험값에 근접하는 결과를 보이고 있다.

3.3 속도장 및 난류강도의 공간분포

수정 $k-\epsilon$ 난류모델 및 $k-\epsilon-\tau$ 난류모델 적용에 의한 실린더내 유동 계산 결과의 비교를 위해, Fig.5 및 Fig.6에 일정한 크랭크 각에서의 속도장과 난류강도 분포를 나타내었다. 난류강도는 $\sqrt{2k}/3 / V_p$ 로 정의된다.

흡입 초기과정인 크랭크각 36°에서 작동유체가 제트 형태로 유입되어 밸브 안쪽 및 바깥쪽에서 분리되면서 두개의 와류가 형성되고, 흡입 중반인 크랭크각 90°에서는 피스톤 및 밸브의 움직임에 따라 와류 영역이 확장되는 형태는 수정 $k-\epsilon$ 난류모

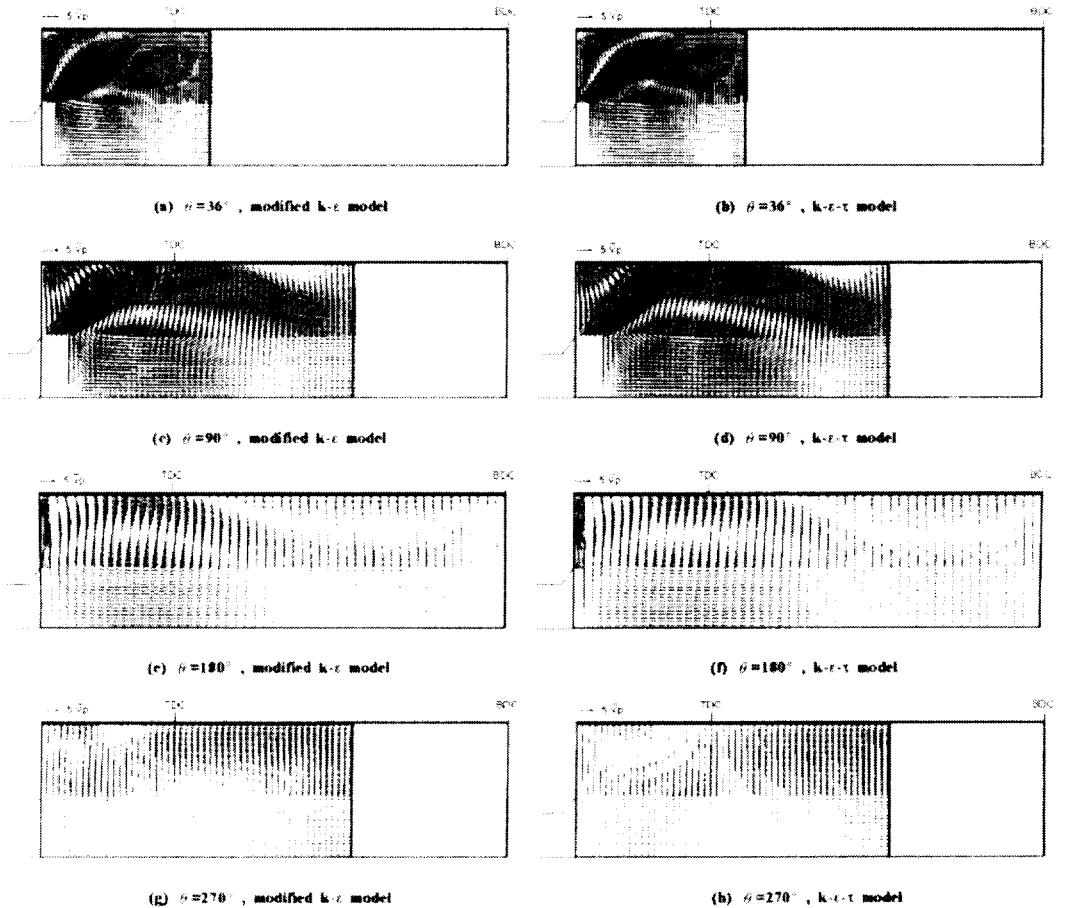


Fig. 5 Velocity fields of modified $k-\epsilon$ model and $k-\epsilon-\tau$ model

델 및 $k-\epsilon-\tau$ 난류모델이 전반적으로 유사한 형태를 나타내고 있다. 그러나 실린더 중앙부에 형성되는 시계방향으로 선회하는 큰 와류의 중심이 $k-\epsilon-\tau$ 난류모델을 적용한 경우가 수정 $k-\epsilon$ 난류모델을 적용한 경우에 비해 실린더 벽 및 피스톤면 방향으로 이동되는 경향을 보이고 있다. 이러한 형태는 흡입 중반인 크랭크각 180° 까지 지속된다. 압축과정 중반인 크랭크각 270° 에서는 실린더 헤드와 실린더 벽 사이에 시계방향으로 선회하는 와류가 새롭게 형성되는 형태를 보이는데, $k-\epsilon-\tau$ 난류모델을 적용한 경우가 수정 $k-\epsilon$ 난류모델을 적용한 경우에 비해 와류가 약하게 형성되는 결과를 나타내고 있다.

난류강도는 흡입과정 중에는 $k-\epsilon-\tau$ 난류모델

의 경우가 수정 $k-\epsilon$ 난류모델의 경우에 비해 강하게 나타났으나, 압축 행정 종료후 상사점에 도달했을 때에는 반대로 $k-\epsilon-\tau$ 난류모델의 경우가 수정 $k-\epsilon$ 난류모델의 경우에 비해 약하게 나타나는 결과를 보이고 있다. 또한 최대값의 위치는 수정 $k-\epsilon$ 난류모델의 경우에는 피스톤면 쪽으로 약간 접근하고 있으나, $k-\epsilon-\tau$ 난류모델의 경우에는 실린더 헤드와 피스톤면 사이에 최대값 영역이 형성되는 결과를 나타내고 있다.

4. 결 론

축대칭 모델엔진의 실린더내 유동에 대해 $k-\epsilon-\tau$ 난류모델을 적용하여 수치해석적 연구를 수

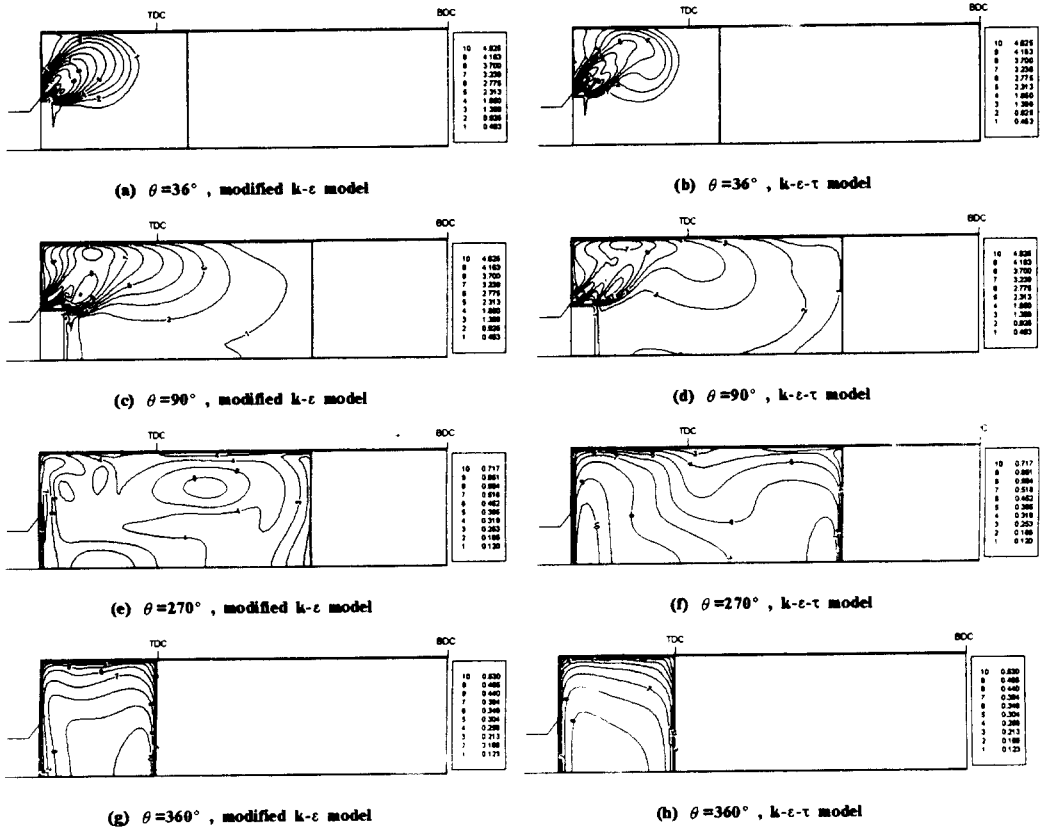


Fig. 6 Turbulence intensity contours of modified $k-\epsilon$ model and $k-\epsilon-\tau$ model

행한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1) $k-\epsilon-\tau$ 난류모델을 적용하여 실린더 헤드로부터 15mm 떨어진 단면에서의 흡기 및 압축 과정 중의 실린더내 축방향 평균속도에 대한 계산 결과는 AhmadiBefrui et al.¹⁰⁾의 실험 결과를 잘 예측하였으며, 수정 $k-\epsilon$ 난류모델에 의한 계산 결과보다 실험값에 근접하는 결과를 얻었다.

2) 실린더 헤드로부터 15mm 떨어진 단면에서의 난류강도의 유동 형태 역시 $k-\epsilon-\tau$ 난류모델에 의한 계산 결과가 수정 $k-\epsilon$ 난류모델에 의한 계산 결과보다 실험치를 잘 추종하고 있으며, 정량적으로도 최대치를 나타내는 영역을 제외하고는 실험치를 전반적으로 잘 예측하였다.

3) 실린더 헤드로부터 15mm, 실린더 중심으로 부터 25mm 떨어진 지점에서의 축방향 평균속도의 시간분포는 $k-\epsilon-\tau$ 난류모델에 의한 계산 결

과가 수정 $k-\epsilon$ 난류모델에 의한 계산 결과보다 흡기과정 초반에 약간 개선된 결과를 나타내었고, 난류강도의 시간분포는 $k-\epsilon-\tau$ 난류모델에 의한 계산 결과가 수정 $k-\epsilon$ 난류모델에 의한 계산 결과보다 정량적으로 실험값에 접근하는 결과를 나타내었다.

4) 흡기과정 중 시계방향으로 신뢰하는 큰 와류의 중심이 $k-\epsilon-\tau$ 난류모델을 적용한 경우가 수정 $k-\epsilon$ 난류모델을 적용한 경우에 비해 실린더 벽 및 피스톤 면 방향으로 이동하는 결과를 보였다.

5) 압축 행정 종료후 상사점에 도달했을 때 난류강도의 최대값의 위치는 수정 $k-\epsilon$ 난류모델의 경우에는 피스톤면 쪽으로 약간 접근하고 있으나, $k-\epsilon-\tau$ 난류모델의 경우에는 실린더 헤드와 피스톤면 사이에 최대값 영역이 형성되는 결과를 나타내었다.

참고문헌

1. Watkins, A. P., "Flow and Heat Transfer in Piston/Cylinder Assemblies", Ph.D. Thesis, University of London, pp.55-65, 1977
2. Reynolds, W. C., "Modeling of Fluid Motions in Engines", *Combustion Modeling in Reciprocating Engines*, ed. Mattavi, J. N. and Amann, C. A., pp.41-68, Plenum Press, New York, 1980
3. Ahmadi Befrui, B. and Gosman A. D., "Assessment of Variants of the Turbulence Model for Engine Flow Applications", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 9, pp.1073-1086, 1989
4. El Tahry, "Equation for Compressible Reciprocating Engine Flows", *AIAA J. Energy*, 7, pp.345-353, 1983
5. Wu, C. T., Ferziger J. H. and Chapman, D. R., "Simulation and Modelling of Homogeneous Compressed Turbulence", Technical Report TF-21, Department of Mechanical Engineering, Stanford University, pp.89-109, 1985.5
6. 임재문, 최재성, "박용 디젤기관의 배기과정중 실린더내 공기유동의 수치해석", 한국박용기관학회 추계학술대회 논문집, pp.103-109, 1997
7. 임재문, 최재성, "축대칭 엔진 실린더내의 유동장에 관한 수치적 연구", 한국박용기관학회 춘계학술대회 논문집, pp.132-139, 1999
8. Issa, R. I., Gosman, A. D., and Watkins, A. P., "The Computation of Compressible and Incom-

pressible Recirculating Flows by a Non-iterative Implicit Scheme", *Journal of Computational Physics* 62, pp.66-82, 1986

9. Ahmadi Befrui, B., Arcoumanis, C., Bicen, A. F., Gosman, A. D., Jahanbakhsh, A. and Whitelaw, J. H., "Calculations and Measurements of the Flow in a Motored Model Engine and Implications for Open-Chamber Direct-Injection Engines", *Imperial College of Science and Technology*, DE82 019033, pp.8-22, 1981.10

저자소개



임재문(林載文)

1958년 10월생. 1981년 2월 한국해양대학교 기관공학과 졸업. 1987년 2월 동대학원 졸업(석사). 1997년 2월 동대학원 박사과정 수료. 1987년~현재 국방과학연구소 선임연구원. 당학회 회원



최재성(崔在星)

1952년 5월생. 1974년 한국해양대학교 기관공학과 졸업. 1976년 동대학원 졸업(석사). 1986년 일본경도대학 대학원 기계공학과 졸업(석사). 1974년 ~현재 한국해양대학교 기관시스템공학부 교수. 당학회 총무이사