

Modified Gas Tracer Method를 이용한 하천 재폭기계수의 산정

Determination of Stream Reaeration Coefficient Using Modified Gas Tracer Method

조 영 준* · 권 순 국**
Cho, Young Jun · Kwun, Soon kuk

Abstract

A modified gas tracer method was used to obtain reaeration coefficients from an artificial channel and a reach of Bokha stream, Ichon city. Propane was used as the tracer gas and Rhodamine-B dye as a dispersion and dilution tracer. Concentrations of propane in water sample were measured using a gas chromatograph and concentrations of dye using UV-Spectrophotometer. To compare measured values with predicted values, commonly used 14 equations were selected. Results of this study suggested that the modified gas tracer method is a potentially useful procedure for the determination of reaeration coefficients. However, estimated reaeration coefficients from predictive equations were significantly different from that of this study. Therefore, when using predictive equations, careful selection of equation with consideration for hydraulic characteristics such as flow depth and average velocity, or use of newly derived predictive equation which is adequate for questioned stream would be needed.

I. 서 론

하천에서의 용존산소(dissolved oxygen; DO)농도는 하천수의 전반적인 수질 상태와 수생 생물의 생존능력을 나타내는 기본적인 지표(indicator)의 하나로서, 유기물의 생물분해에 이용되면서 점차 감소하고, 광합성이나 재폭기 등에 의해 다시 증가한다. 재폭기는 대기중의 산소가 하천으로 녹아드는 물리적인 현상으로 하천의 용존산소량을 증가시킬 수 있는 중요한 자연적 수단이라고 할 수 있다. 재폭기 과정을 통해 하천에 산소가 공급되

는 정도를 나타내는 값을 재폭기계수(reaeration coefficient, K_2)라 한다.

하천에 배출된 오폐수의 정화는 하천내 자정작용에 의존할 수 밖에 없고, 활발한 자정작용이 일어나기 위해서는 충분한 산소의 공급이 필수적이라 할 수 있으므로, 하천으로의 산소공급과 직접적인 관련을 갖는 재폭기계수의 결정은 매우 중요한 사안이다. 또한 재폭기계수는 하천 수질 모델에서 용존산소의 변화를 모의하는데 사용되는 매개변수로서 수질 모의 결과의 영향을 미치는 중요한 매개변수이다. 따라서 재폭기계수에 대한 보다

* 서울대학교 대학원

** 서울대학교 농업생명과학대학

키워드 : 재폭기계수, modified gas tracer method, 재폭기계수 예측방정식, propane gas, rhodamines

정확한 측정 및 예측이 필요하다고 할 수 있다.

본 연구는 재폭기계수 실측에 이용되는 방법 중 하나인 Modified Gas Tracer Method를 이용해 농촌의 자연하천과 인공수로에서 재폭기계수를 측정하고, 이 결과를 문헌상에 발표된 예측방정식들과 비교하여 실제 하천에 있어서 Modified Gas Tracer Method의 적용성과 예측방정식의 이용가능성을 평가하기 위해서 수행되었다.

II. 재료 및 방법

Modified Gas Tracer Method에서는 두 가지 종류의 tracer를 이용한다. 첫째는 gas tracer로서 수중 산소의 이동현상을 나타내며, 프로판 가스 또는 에틸렌 가스를 이용한다. 둘째는 dye tracer로서 Rhodamine을 이용하며, gas tracer의 이동 및 이송·확산에 대한 지표로서 이용된다.

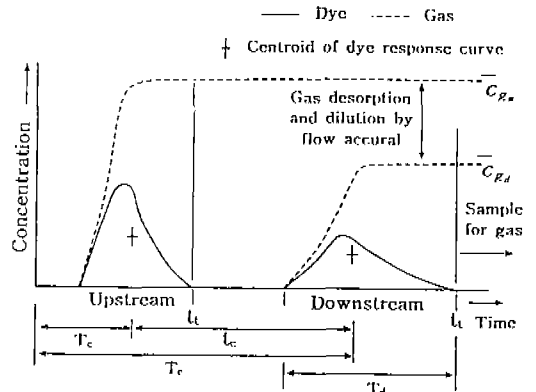
Modified Gas Tracer Method는 하천에 가스를 투입하여 용해시키고, 용해된 가스가 하류로 이동함에 따라 발생하는 손실량을 측정하여 가스가 공기중으로 방출되는 것에 비례하여 수중으로 녹아드는 산소의 양을 추정하는 것으로써, 본 실험에서는 Yotsukura et. al.(1983)과 Parker and Gay (1987)에 의해 도입되고, Kilpatrick et. al.(1989)에 의해 정식화된 Constant Rate Injection(CRI) Method를 응용하여 실험하였다. CRI Method는 일정비율로 장시간 가스를 투입하여 발생한 하천상·하류의 가스 평형농도 차이를 이용하여 재폭기계수를 측정하는 방법으로 하천 표면에서의 가스농도 변화율은 하천내 가스농도에 비례한다는 가정으로부터 식 (1), 식 (2)⁸⁾와 같이 표현할 수 있으며, 이를 Fig. 1.에 도식적으로 나타냈다.

$$\frac{dC_g}{dt} = -K_T C_g \dots\dots\dots(1)$$

$$\ln \frac{(C_g)_u}{(C_g)_d} = K_T(t_d - t_u) \dots\dots\dots(2)$$

$$\text{or } K_T = \frac{1}{(t_d - t_u)} \ln \frac{(C_g)_u}{(C_g)_d}$$

여기서, C_g 는 가스의 농도, t 는 시간, K_T 는 가스의 방출계수, $\frac{dC_g}{dt}$ 는 가스 방출의 결과로 나타나는 가스 농도의 변화율이다. 첨자 u 와 d 는 하천의 상류와 하류를 나타낸다.



Remarks T_c : Minimum duration of gas injection
 T_c : Travel time of the centroid
 t_d : Earliest time for the gas sampling

Fig. 1. Definition sketch of CRI Method

Gas tracer로서 프로판 가스를 사용하였고, dye tracer로는 Rhodamine-B를 이용하였다. 프로판 가스의 투입을 위하여 Fig. 2에서의 같은 유효 공극의 크기 약 40 μ m, 외경 3cm, 길이 10cm인 확산장치 제작·이용하였다.

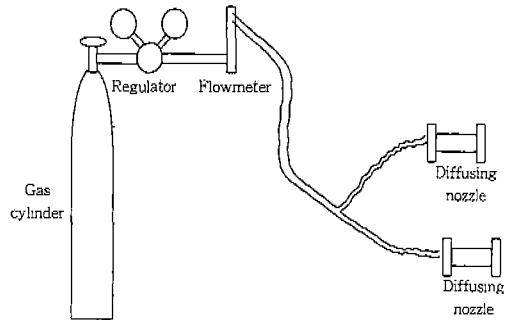


Fig. 2. Schematic diagram of the gas diffuser

CRI Method에 의해 실험을 실시할 경우, 공기

중으로 방출된 가스의 양은 Fig. 1에서처럼 평형 농도, \bar{c}_g 의 감소로서 나타나게 된다. 이 때에 재폭기계수는 다음과 같이 나타낼 수 있다.^{b)}

$$K_T = \frac{1}{t_c} \ln \frac{(\bar{c}_g Q)_u}{(\bar{c}_g Q)_d} \dots\dots\dots(3)$$

$$K_2 = K_T \times 1.39 \dots\dots\dots(4)$$

여기서 K_T 는 프로판가스의 방출계수, K_2 는 재폭기 계수, \bar{c}_g 는 가스의 평형농도, Q 는 유량, t_c 는 상·하류에서 측정된 dye tracer의 농도 분포 곡선에서 구한 도심의 이동시간이다.

이상의 내용을 바탕으로 실내 실험과 야외 실험으로 나누어 각 2회씩 재폭기계수를 산정하고, 14개의 재폭기계수 예측 방정식을 선정하여 실측값과의 비교·분석을 실시하였다.

1. 실내 실험

실내 실험에 이용한 인공 수로는 총 길이 15m, 폭 0.3m, 최대 수심 0.5m로서, 수심 조절 및 경사 조절이 가능한 구조이다. 실내 실험은 수심을 변화시켜 2회 실시하였고, 실험 구간의 길이는 13m, 수온은 13°C였다. 1차 실험에서는 유량 0.0033 m³/s, 수심 5cm, 2차 실험에서는 유량 0.0036 m³/s, 수심 10cm의 조건으로 실험을 수행하였다. Dye tracer는 사용하지 않았으며, 수중에 용해된 가스의 이동시간은 식 (5)와 같은 Boning(1973)의 식을 이용하였다.

$$v_p = 2.69Q^{0.26} \cdot s^{0.28} \dots\dots\dots(5)$$

여기서 v_p 는 첨두 농도의 이동 속도, Q 는 유량, s 는 수로의 경사이다.

2. 야외 실험

야외 실험은 경기도 이천시 북하천 상류 중 유입 지천이 없는 일부 구간에서 실시하였다. 1차

실험은 구간 길이 1,200m, 유량 0.2 m³/s, 평균 경사 0.006인 구간을 대상으로 실시 하였으며, gas tracer 및 dye tracer의 투입지점으로부터 850m, 1,000m, 1,200m 되는 지점에 시료 채취지점을 설정하였다. 2차 실험은 구간 길이 150m, 유량 0.03 m³/s, 평균 경사 0.010인 구간을 대상으로 하여 100m, 150m 되는 지점에 시료 채취지점을 설정하였다. 측정시 수온은 7°C였다.

3. 시료의 채취 및 분석

시료채취는 색소시료의 경우 30ml 유리병을 이용하였고, 가스시료의 경우 100ml 용량의 유리병을 이용해 한 실험당 2개 이상의 시료를 채취하여 이들을 같은 비율로 혼합하여 분석하였다.

시료의 분석 UV-Spectrophotometer를 이용하여 색소농도를 분석하였고, Gas Chromatograph를 이용하여 가스농도를 분석하였다.

4. 재폭기계수 예측 방정식의 선정

실험을 통해 얻은 결과와의 비교를 위해 일련의 예측방정식(Table 1)을 선정하였고, Table 2에는 예측방정식을 유도할 때의 수리학적 조건을 나타냈다.

재폭기계수의 값은 온도에 따라 변화하는 경향이 있으므로, 식 (6)(Elmore and west, 1961)을 이용하여 온도에 대한 보정을 실시하고, 식 (7)을 이용하여 실측값과 예측값의 퍼센트 오차를 계산하였다.

$$K_{2T} = K_{2_{20}} 1.0241^{(T-20)} \dots\dots\dots(6)$$

여기서 K_{2T} 는 T°C에서 재폭기 계수, $K_{2_{20}}$ 는 20°C에서 재폭기 계수, T는 수온(°C)이다.

$$\text{Percent error} = \frac{(K_2 eq - K_2 meas)}{K_2 meas} \times 100 \dots\dots(7)$$

여기서 $K_2 eq$ 는 방정식에 의한 재폭기계수값, $K_2 meas$ 는 실험에 의한 재폭기계수값이다.

Table 1. Predictive equations for reaeration coefficient

Type	Researcher	Form of equation
Conceptual models	O'Connor-Dobbins	$K_2 = 0.175v^{0.5}h^{-1.5}$
Semi-Empirical models	Krenkel-Orlob	$K_2 = 8.15(vs)^{0.408}h^{-0.66}$
	Cadwallader-McDonnell	$K_2 = 8.70(vs)^{0.5}h^{-1}$
	Bennett-Rathbun I	$K_2 = 1.54v^{0.413}s^{0.273}h^{-1.408}$
	Churchill et. al. I	$K_2 = 0.00102v^{2.695}h^{-3.085}s^{-0.823}$
Empirical models	Langbein-Durum	$K_2 = 0.241vh^{-1.33}$
	Owens et. al. I	$K_2 = 0.325v^{0.73}h^{-1.75}$
	Owens et. al. II	$K_2 = 0.250v^{0.67}h^{-1.85}$
	Churchill et. al. II	$K_2 = 0.235v^{0.969}h^{-1.673}$
	Isaacs-Gaudy	$K_2 = 0.223vh^{-1.5}$
	Negulescu-Rojanski	$K_2 = 0.512(v/h)^{0.85}$
	Padden-Gloyna	$K_2 = 0.212v^{0.703}h^{-1.054}$
	Bansal	$K_2 = 0.0847v^{0.6}h^{-1.40}$
Bennett-Rathbun II	$K_2 = 0.262v^{0.607}h^{-1.689}$	

Reference : Grant, R. S. and S. Steven(1980), USGS/WRI-80-19.⁷⁾

Remarks v : average velocity(m/s), h : average depth(m), s : slope(m/m)

K_2 : reaeration coefficient(hr^{-1})

III. 결과 및 고찰

1. 실내 실험

실내 실험 결과는 Table 3에 나타냈다. 재폭기 계수는 1차 실험에 비해 2차 실험에서 낮게 나타났다. 이는 2차 실험을 실시할 때의 수심이 1차 실험 때보다 깊고, 유속 또한 느려서 난류의 효과가 크지 않았기 때문에 재폭기 작용이 낮았던 것으로 사료된다.

2. 야외 실험

Fig. 3~Fig. 7에는 dye tracer의 농도분포곡선을 나타내었고, Table 4와 Table 5에 야외실험 결과 및 재폭기 계수 산정결과를 나타냈다.

1,000m~1,200m 구간의 재폭기계수가 큰 것은 1,000m~1,200m 구간 일부에서 발생하는 난류의 영향으로 인해 재폭기 작용이 활발한 탓으로 볼

수 있다. 특히 2차 실험구간에는 하천 폭 1m, 수심 0.1m, 높이 약 0.6m정도의 낙차공이 있어서 이 구간의 영향으로 재폭기계수가 대단히 큰 값을 보인 것으로 사료된다.

1차 실험의 각 구간별로 재폭기계수의 값이 차이를 나타내고 있고, 전체 구간의 재폭기계수가

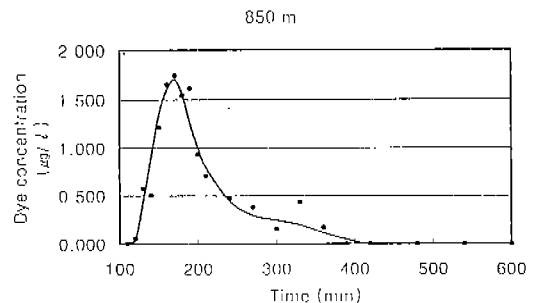


Fig. 3. Rhodamine-B concentration at 850m downstream from the injection point(Measurement #1)

Table 2. Hydraulic characteristics for the equations in Table 1

Researcher	Depth (m)		Average velocity (m/s)		Width (m)		Slope ($\times 10^{-4}$ m/m)	
	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.
O'Connor and Dobbins	7.38	1.22	1.28	0.06	-	-	1.97	0.68
Bennett and Rathbun I, II	3.48	0.10	1.52	0.04	203.30	3.35	106.0	1.2571
Churchill et. al. I, II	3.48	0.65	1.52	0.56	203.30	27.43	23.514	1.2571
Langbein and Durum	7.32	0.65	1.52	0.06	-	-	23.514	0.68
Owens et. al. I, II	2.40	0.10	0.56	0.04	12.13	3.35	106.0	1.56
Isaacs and Gaudy	0.15	0.05	0.50	0.17	-	-	-	-
Negulescu and Rojanski	0.27	0.05	0.58	0.20	-	-	-	-
This study	0.25	0.05	0.24	0.12	-	-	100	60

Table 3. Results of channel experiments

Measurement	Measurement point (m)	Gas concentration ($\mu\text{g}/\ell$)	Channel depth (m)	Reaeration coefficient K_{2a} (day^{-1})
1	1	588.80	0.05	204.70
	13	478.34		
2	1	588.18	0.1	64.79
	13	550.75		

850m~1,000m구간과 1,000m~1,200m구간의 중간 값 정도를 나타내고 있는 것으로 보아 재폭기 작용은 하천 전체에서 균일하게 발생하지 않고, 난류 흐름이나, 낙차공과 같은 특수한 조건을 만났을 경우 이 구간에서 중점적으로 발생한다고 볼 수 있으며, 2차 실험의 재폭기계수가 1차 실험의 재폭기계수보다 훨씬 크다는 것에서 이러한 사실

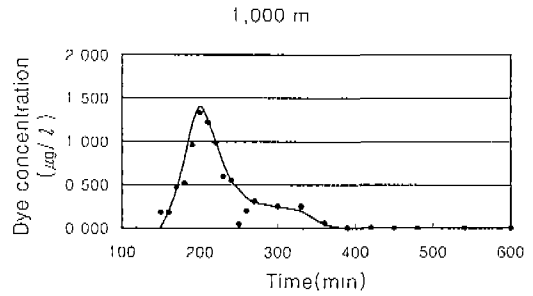


Fig. 4. Rhodamine-B concentration at 1,000m downstream from the injection point (Measurement #1)

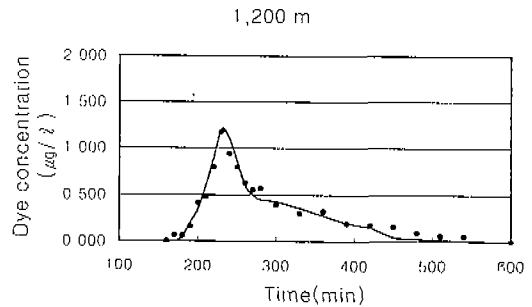


Fig. 5. Rhodamine-B concentration at 1,200m downstream from the injection point (Measurement #1)

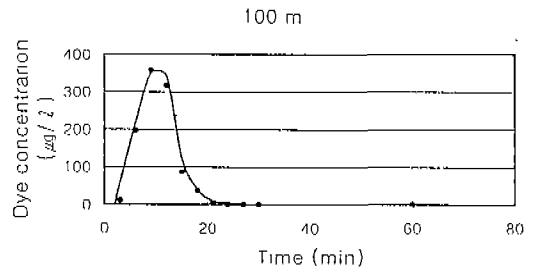


Fig. 6. Rhodamine-B concentration at 100m downstream from the injection point (Measurement #2)

을 확인할 수 있었다.

3. 재폭기계수 예측 방정식의 적용

각 하천 구간과 수로 구간에 대한 유량, 평균유속, 평균수심을 측정하고, 예측 방정식에 대입하여 재폭기계수를 예측하였다. 방정식을 통한 예측값과 실측값과의 비교결과를 Table 6과 Table 7에

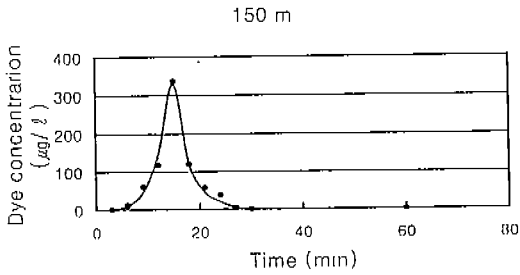


Fig. 7. Rhodamine-B concentration at 150m downstream from the injection point(Measurement #2)

Table 4. Plateau concentration of propane and time of travel of the centroid

Measurement	Sampling point (m)	Gas concentration (µg/ℓ)	Time of travel of the centroid (min)
1	850	26.10	187.80
	1,000	19.35	215.47
	1,200	7.08	266.98
2	100	88.07	10.17
	150	34.69	15.35

Table 5. Reaeration coefficients obtained from the experiments

Measurement	Reach (m)	Reaeration coefficient, K_2 K_{2m} (day ⁻¹)
1	850 ~ 1,000	29.57
	1,000 ~ 1,200	55.31
	overall 850 ~ 1,200	43.55
2	100 ~ 150	146.08

나타내었다.

실내 실험에 대한 비교 결과는 Table 6에 나타나 있듯이 예측 방정식 중에서는 Bennett and Rathbun의 반경험식이 가장 가깝게 예측되었으며, Churchill의 반경험식과 Owens의 경험식의 경우는 큰 오차를 나타내었다. 야외 실험의 경우는 Table 7에 나타나 있듯이 Owens의 두 경험식과 Bennett

Table 6. Results of predictive equations and percent error for laboratory test

Equation	Measurement 1		Measurement 2	
	K_2 (20°C)	error (%)	K_2 (20°C)	error (%)
O'Connor-Dobbins	184.72	-10	48.16	-26
Krenkel-Oriob	60.44	-70	29.84	-54
Cadwallader-McDonnell	87.97	-57	32.44	-50
Bennett-Rathbun I	244.42	20	71.62	11
Churchill et. al. I	715.87	250	16.34	-75
Langbein-Durum	68.68	-66	14.86	-77
Owens et. al. I	488.85	138	93.16	43
Owens et. al. II	558.84	172	103.07	58
Churchill et. al. II	214.19	-5	34.08	-47
Isaacs-Gaudy	105.71	-48	20.32	-69
Negulescu-Rojanski	43.41	-79	14.35	-78
Padden-Gloyna	41.40	-80	12.99	-80
Bansal	54.45	-73	14.32	-78
Bennett-Rathbun II	395.83	93	84.82	31

and Rathbun의 식이 Table 5의 측정값과 비교하여 가장 근사하게 예측하였다.

2차 야외 실험의 경우 측정 구간이 50m로 비교적 짧은 구간이므로, 이 구간내에서의 재폭기 작용은 0.6m 높이의 낙차에서 대부분 발생한다고 할 수 있으므로, 이 부분에서의 수심과 유속을 이용하여 예측 방정식을 적용하여 그 결과를 Table 8에 나타내었다. 낙차에서의 수심은 0.1m이었고, 유속은 0.3m/s이었다. Table 8의 결과를 보면 수리학적 조건이 비슷한 Owens의 식 I, II와 Bennett and Rathbun의 식에서 실측값과 유사한 결과를 보이고 있음을 알 수 있다.

실내 실험과 야외 실험 전체를 통해 14개의 예측 방정식 중 Owens의 식 I, II와 Bennett and Rathbun의 식과 같이 복하천과 비슷한 수리 조건에서 개발된 방정식이 실측값과 유사한 값을 나타내었다. 따라서 재폭기계수 예측 방정식을 이용할

Table 7. Results of predictive equations and percent error for field test

Equation	Reach for measurement 1						Reach for measurement 2	
	850 ~ 1,000		1,000 ~ 1,200		850 ~ 1,200		100 ~ 150	
	K ₂ (20℃)	err. (%)	K ₂ (20℃)	err. (%)	K ₂ (20℃)	err. (%)	K ₂ (20℃)	err. (%)
O'Connor-Dobbins	16.70	-46	17.37	-69	17.04	-62	29.68	-81
Krenkel-Orlob	32.77	11	33.37	-40	32.85	-24	48.72	-67
Cadwallader-McDonnell	30.54	3	31.23	-44	30.63	-29	54.75	-63
Bennett-Rathbun I	34.36	17	35.17	-36	34.61	-21	69.58	-52
Chruchill et. al.	2.17	-93	2.77	-95	2.49	-95	2.43	-98
Langbein-Durum	8.25	-72	8.93	-83	8.59	-80	11.11	-92
Owens et. al. I	29.69	0	31.47	-43	30.58	-30	54.94	-63
Owens et. al. II	28.86	-3	30.44	-45	29.65	-32	57.50	-61
Churchill et. al. II	13.55	-54	14.64	-73	14.09	-68	26.52	-82
Isaacs-Gaudy	9.65	-67	10.45	-80	10.05	-77	14.18	-90
Negulescu-Rojanski	11.25	-62	12.04	-77	11.65	-73	12.56	-91
Padden-Gloyna	7.70	-74	8.15	-85	7.93	-82	10.09	-93
Bansal	5.79	-80	6.08	-89	5.94	-86	9.42	-94
Bennett-Rathbun II	26.45	-11	27.76	-50	27.11	-37	49.72	-66

경우는 각 방정식이 개발된 조건을 면밀히 검토하고 적용하고자 하는 지역의 수리조건과 유사한 조건에서 개발된 방정식을 사용하는 것이 바람직하다고 생각한다. 그러나, 가장 신뢰할 수 있는 예측 방정식은 적용하고자 하는 하천에서의 실측자료를 사용하여 개발한 방정식이며, 적어도 우리 나라 주요 하천에 대한 재폭기계수 측정과 기존의 예측 방정식의 검증이 요구된다.

IV. 요약 및 결론

재폭기계수 현장 실측 방법인 Modified Gas Tracer Method를 이용하여 개수로 실험용 인공수로와 경기도 이천시의 복하천 상류 일부 구간에 대한 재폭기계수 측정을 실시하였다.

1. 인공 수로의 재폭기계수는 수심이 0.05m인

경우와 0.10m인 경우에 각각 173.27day^{-1} 과 54.84day^{-1} 을 보여 수심의 증가에 따라 재폭기계수 감소의 결과를 나타내었다.

2. 복하천 실험 구간의 재폭기계수는 구간별로 107.19day^{-1} 과 30.98day^{-1} 을 나타내었으며, 난류구간이나 낙차공과 같은 하천 흐름의 변화에 영향을 크게 받는 것으로 나타났다.

3. 14개의 방정식의 예측값은 실측값과 평균 25%~118%의 오차 범위에 있었고, 이 중 Bennett and Rathbun의 반경험식이 가장 정확한 값을 나타내었으며, 경험식에 비해 반경험식이 더 정확한 값을 보이는 것으로 나타나 외국의 경험식들이 대상 하천 구간의 특성을 정확히 반영하지 못하고 있다고 판단된다.

4. 본 연구에서 밝혀진 바와 같이 재폭기계수 예측 방정식의 결과값들은 서로 큰 차이를 보이고

Table 8. Results of predictive equations considering on drop structure

Equation	K ₂ (20°C)	error (%)
O'Connor-Dobbins(1958)	72.52	-50
Krenkel-Orlob(1963)	83.57	-43
Cadwallader-McDonnel(1969)	114.36	-22
Bennett-Rathbun I (1972)	163.60	12
Chruchill et. al. I (1962)	51.36	-65
Langbein-Durum(1967)	37.10	-75
Owens et. al. I (1964)	181.01	24
Owens et. al. II (1964)	189.59	30
Churchill et. al. II (1962)	82.72	-43
Isaacs-Gaudy(1968)	50.77	-65
Negulescu-Rojanski(1969)	31.26	-79
Padden-Gloyna(1971)	24.72	-83
Bansal(1973)	24.80	-83
Bennett-Rathbun II (1972)	147.95	1

있으므로, 예측 방정식을 이용하여 재폭기계수를 결정할 경우에는 해당 방정식이 개발된 하천의 유량 및 유속조건, 경사 조건과 유사한 경우에만 적용하여야 한다.

5. 재폭기계수의 실측값은 예측값에 비해 다소 큰 값을 나타내었으나, 이러한 결과는 하천 구간의 난류 발생이나 낙차공과 같은 흐름 특성의 영향으로 볼 수 있다. 따라서, Modified Gas Tracer Method는 현장 적용이 가능하다고 생각되며, 수온의 영향을 고려하기 위한 계절별 재폭기계수의 측정 및 다양한 하천에서의 재폭기계수 실측을 통해 우리 나라 하천 실정에 적합한 재폭기계수 예측 방정식의 개발이 필요하다고 판단된다.

본 연구는 농림부의 농림수산물기술개발사업의 연구비 지원으로 수행된 것으로서 연구비 지원에 감사드립니다.

Table 9. Average error in reaeration coefficient by predictive equations

Equation	Average absolute value of the percent error	Rank	Equation type
O'Connor-Dobbins(1958)	50	5	C
Krenkel-Orlob(1963)	44	3	S
Cadwallader-McDonnel(1969)	41	2	S
Bennett-Rathbun I (1972)	25	1	S
Chruchill et. al. I (1962)	118	14	S
Langbein-Durum(1967)	78	11	E
Owens et. al. I (1964)	52	6	E
Owens et. al. II (1964)	61	8	E
Churchill et. al. II (1962)	55	7	E
Isaacs-Gaudy(1968)	72	9	E
Negulescu-Rojanski(1969)	77	10	E
Padden-Gloyna(1971)	82	12	E
Bansal(1973)	83	13	E
Bennett-Rathbun II (1972)	48	4	E

Remarks C : Conceptual Models, S : Semi-Empirical Models
E : Empirical Models

참 고 문 헌

1. 조영준, 1998, Modified Gas Tracer Method를 이용한 하천 재폭기계수의 측정, 서울대학교 대학원 공학석사학위논문, pp. 1~47.
2. Bennett, J. P. and R. E. Rathbun, 1972, Reaeration in Open-Channel Flow, U. S. Geological Survey Professional Paper 737.
3. Boning, C. W., 1973, Index to Time-of-Travel Studies of the U.S. Geological Survey, U.S. Geological Survey Water Resources Investigations 34-73, p. 71.
4. Churchill, M. A., H. L. Elmore and R. A. Buckingham, 1962, The Prediction of Stream Reaeration Rates, J. of Sanitary Engineering

- Division, Proceeding of ASCE, 88(SA4), Proceedings Paper, pp. 1-46.
5. Dobbins, W. E., 1964, BOD and Oxygen Relationships in Streams, J. of Sanitary Engineering Division, 91(SA3), pp. 53-78.
 6. Isaacs, W. P. and A. F. Gaudy, 1968, Atmosphenc Oxygenation in a Simulated Stream, J. of Sanitary Engineering Division, Proceeding of ASCE, 94(SA2), Proceedings Paper 5905, pp. 319-344.
 7. Grant, R. S. and S. Steven, 1980, Comparison of Tracer Methods and Predictive Equations for Determination of Stream-Reaeration Coefficient on Three Small Streams in Winsconsin, USGS/WRI-80-19.
 8. Kilpatrick, F. A., R. E. Rathbun, N. Yotsukura, G. W. Parker and L. L. Delong, 1989, Determination of Stream Reaeration Coefficients by Use of Tracers, U. S. Geological Survey, Techniques of Water Resources Investigations Book 3, Chap. A18.
 9. Langbein, W. B. and W. H. Durum, 1967, The Aeration Capacity of Streams, U. S. Geological Survey Circular 542, pp. 1-6.
 10. Negulescu, M. and V. Rojanski, 1969, Recent Research to Determine Reaeration Coefficient, Water Research, Pergamon Press, 3(3), pp. 189-202.
 11. O'connor, D. J. and W. E. Dobbins, 1958, Mechanism of Reaeration in Natural Streams, Transactions of ASCE, Paper No. 2934.
 12. Owens, M., R. W. Edwards and J. W. Gibbs, 1964, Some Reaeration Studies in Streams, Int. J. Air Wat. Poll., 8, pp. 469-486.
 13. Parker, G. W. and F. B. Gay, 1987, A Procedure for Estimating Reaeration Coefficients for Massachusetts Streams, U. S. Geological Survey Water Resources Investigations Rep. 86-4111.
 14. Rathbun, R. E. and R. S. Grant, 1978, Comparison of the Radioactive and Modified Techniques for Measurement of Stream Reaeration Coefficients, USGS /WRI-78-68.
 15. Tsivoglou, E. C. and J. R. Wallace, 1972, Characterizing Stream Reaeration Capacity, U. S. Envir. Protection Agency, Rep. EPA-R3-72-012.
 16. Wilson, J. F., E. D. Cobb and F. A. Kilpatrick, 1986, Fluometric procedures for Dye Tracing, U. S. Geological Survey, Techniques of Water Resources Investigations Book 3, Chap. A12.
 17. Yotsukura, N., D. A. Stedfast, R. E. Draper and W. H. Brutsaert, 1983, An Assessment of Steady-State Propane-Gas Tracer Method for Reaeration Coefficients-Cowaselon Creek, New York, U.S. Geological Survey, Water Resources Investigations 83-4183.