

전차동체의 피탄각 결정을 위한 비대칭 방향확률분포 모델

(A Nonsymmetric Model of Directional Probability Variation [DPV] for Tanks)

김 의 환, 장 원 범, 이 대 일*

Abstract

In this study, a nonsymmetric model of directional probability variation (dpv), which is fundamental and conforms well to various moving situations of attacking tanks, is obtained based on the Whittaker's theory. It is shown that it produces the same expression of the probability density function as the Whittaker's under the special moving condition of an attacking tank. Using the derived dpvs, the probability densities for the various cases of some examples are calculated numerically to verify the derived formulas, and compared with other existing symmetrical distributions widely used to grasp characteristics of them. As a result, it is noted that the plots of the probability density function for various cases selected exhibit very different and useful behavioral features. Applying the results with respect to the every tank in the computer simulation of engagement between two tank forces, it is expected that more reasonable shot distributions can be given comparing with other existing symmetrical ones. The derived dpvs may be utilized to decide shot distribution of other weapon systems through small modification.

* 국방과학연구소

1. 서 론(Introduction)

전차교전시 발사되는 탄이 전차에 명중되는 순간의 피탄각은 탄 발사시마다 다르게 되며, 교전이 지속되는 동안 발사된 탄에 의한 피탄각들은 어떤 분포를 이루게 된다. 이러한 분포를 방향확률분포(Directional Probability Variation, DPV)라고 부르고 있으며, 이것은 전차전투효과도(tank combat effectiveness)분석 및 전차설계시 널리 사용되어 오고 있다[1]. 방향확률분포 개념의 도입 초기에는 포수가 전차를 사격할 때 탄이 어떤 방향으로 목표 전차에 명중되는 가를 의미하였으나, 현재는 전차 교전시 발사된 탄에 의해 전차가 피탄되는 방향이 어떠한 분포양상을 나타내는가를 나타내는 척도로 사용되어지고 있다.

이러한 방향확률분포는 일반적으로 전투시나리오에 따라 달라지게 된다. 즉 전차 교전시의 전차대형과 기동방향 및 사격술 등에 영향을 받게 된다. 또한 전차가 피탄되는 방향에 따라 전차의 손상정도가 달라지게 되기 때문에 방향확률분포는 전차의 설계 및 운용에 영향을 미치게 되고, 전차전투효과도분석을 위한 교전 시뮬레이션시 발사탄에 의한 피탄분포를 모델링하는데 중요하게 사용되고 있다[2, 3].

1943년에 Whittaker는 전차전형태에 대한 단순한 가정을 통하여 전차동체(tank hull)에 대한 방향확률분포식을 이론적으로 유도하고 2차대전시의 실제 교전결과시 나타난 피탄분포와 직접 비교하여 특별한 조건시 상호 잘 일치함을 보였다[4]. 그러나 Whittaker는 공격전차의 기동방향이 포열대형의 중앙에 수직으로 접근해오는 교전상황을 가정함으로써 얻어진 결과는 전차의 정면을 기준으로 좌우 대칭형태의 방향확률분포를 나타내고 있다. 또한 2

차대전시 획득된 실제 교전결과와 피탄분포는 일정한 전투기간 동안 여러 전투상황에 의해 발생된 전투결과에서 나타난 피탄상황을 수집, 분석하여 제시되었다. 따라서 그 결과는 거시적인 관점에서 의미가 있겠지만, 오늘날 고해상도의 전차 교전시뮬레이션을 통한 전투효과도분석시 부여되는 특별한 시나리오에 적용할 경우 시나리오의 상황과 불일치하게 되는 한계가 있다.

미국의 전차 교전시뮬레이션 프로그램인 Tankwars나 Groundwars에서는 교전전차들 전부에 대하여 일률적으로 대칭적인 분포들(Frontal 및 Cardioid 분포)을 사용함으로써, 교전전차들의 상호 대형과 진행방향에 따라 각 전차별로 전차동체의 피탄분포양상이 달라지게 됨을 고려치 못하고 있는 실정이다[2, 3].

따라서 본 연구에서는 다양한 전차 전투상황에 따라 피탄시의 방향확률분포를 적절히 부여하여 더 한층 합리적인 교전시뮬레이션이 가능하도록 비대칭 방향확률분포의 기본표현식들을 유도하였다. 아울러 이 식들을 이용하여 확률밀도를 수치적으로 계산하여 그 결과들을 비교검토함으로써 그 유용성과 적용성을 확인하였다.

2. 정식화(Formulation)

2.1 개요

피탄 방향확률분포의 표현식 유도를 위한 교전모델을 그림 1.에 도시하였다. 그림에서 공격전차는 x 축과 접근각 α 를 이루면서 정지상태에 있는 방어 전차포열을 향해 y 축과 만날때까지 기동하게 된다.

2.1.1 기본 가정

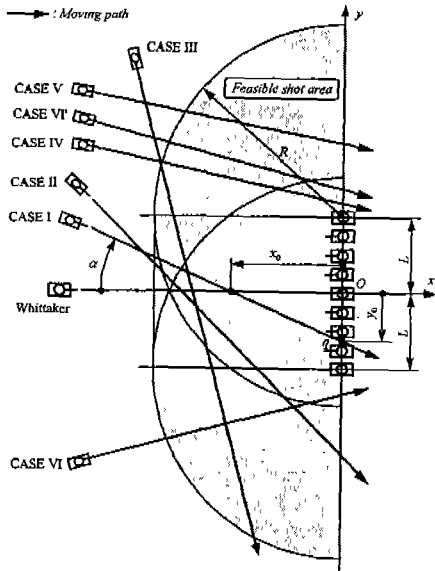


그림 1. 방향확률분포(DPV)식 유도를 위한 교전모델

위에서 기술한 교전모델에 근거하여 방향확률분포의 표현식을 유도하기 위해 본 연구에서 채택한 기본 가정은 아래와 같다.

가. 공격전차가 공격선과 이루는 특정 피탄각 ϕ (그림 2.)방향에 대한 공격전차의 피탄발수는 공격전차가 점 q 까지 이동하는 동안 ϕ 방향이 방어전차의 포열에 노출되는 시간에 직접적으로 비례한다.

나. 공격전차의 기동속도 v 는 일정(constant)하다.

다. 방어전차 포열의 단위길이당 분포밀도(distribution density) g 는 일정하다.

라. 방어전차 포열의 배치길이 $2L$ 과 최대사거리 R 은 $2L \leq R$ 의 관계를 만족한다.

마. 공격전차의 공격선이 방어전차포열의 중심선인 x 축과 교차하는 지점까지의 위치 x_0 는 $-\infty < x_0 < \infty$ 의 범위에 존재한다.

2.1.2 기본적인 피탄상황

공격전차의 공격선과 방어전차의 포열을 지나는 선, 즉 y 축과의 교점을 q 라 할 때, 원점 O 에서 q 까지의 위치를 나타내는 y_0 의 특정 범위에 따라 방향확률분포는 상대적인 차이가 존재하게 됨을 알 수 있다. 공격전차의 방어전차포열로의 기동상황에 따라 달라지는 방향확률분포를 모두 표현하기 위해 기본이 되는 피탄상태는 접근각의 범위를 $0 \leq |\alpha| \leq \pi/2$ 로 제한한 상태에서 y_0 의 범위에 따라 5가지 경우로 대별할 수 있고 그 조건은 아래와 같다.

가. CASE I: $-L \leq y_0 \leq L$,

$$-\infty < x_0 < \infty$$

나. CASE II: $-(L+R) \leq y_0 < -L$

$$-\sqrt{(R^2 - L^2)} \leq x_0 \leq 0$$

다. CASE III: $-\infty < y_0 \leq -(R+L)$,

$$-\sqrt{(R^2 - L^2)} \leq x_0 \leq 0$$

라. CASE IV: $L \leq y_0 \leq R-L$,

$$x_0 < -\sqrt{(R^2 - L^2)} \quad \text{혹은} \quad x_0 > 0$$

마. CASE V: $R \leq y_0 \leq L+R$,

$$x_0 < -\sqrt{(R^2 - L^2)} \quad \text{혹은} \quad x_0 > 0$$

이와 같은 기본적인 5가지 경우는 공격전차의 피탄양상이 각각 서로 상이하기 때문에 방향확률분포의 표현식도 5가지 경우로 구분하여 각각 유도해야 한다.

위 기본가정을 만족하나 앞에서 제시한 5가지 기본 경우(CASE I~V)에 속하지 않게 되는 경우의 방향확률분포는 5가지 기본경우와의 대칭성을 이용하면 쉽게 구할 수 있다. 예를 들면 그림 1.에서

CASE VI은 앞에서 언급한 5가지 기본경우에 속하지 않으나, 접근각을 $-\pi/2 \leq \alpha \leq 0$ 의 범위에서 선택하면 CASE VI과 x 축에 대하여 대칭을 이루도록 CASE VI'을 설정할 수 있다. 이 상태에서 먼저 CASE VI'의 방향확률분포를 CASE IV의 표현식을 이용하여 구한 다음 대칭성을 고려하여 각도변환하면 CASE VI의 방향확률분포를 얻을 수 있다.

2.2 피탄상황별 방향확률분포식의 유도

2.2.1 CASE I

가. 미소피탄길이(infinitesimal shot length) δ 의 표현식

그림 2.에서와 같이 미소피탄각(infinitesimal shot angle) $d\phi$ 에 의한 미소피탄길이(점 p 와 p' 사이의 거리)를 δ 라 하면, δ 와 b (공격전차의 중심 T 와 점 p 사이의 거리)의 관계는 아래의 식으로 표현된다.

$$b = b_1 + b_2 = \delta (\sin \theta / d\phi + \cos \theta) \quad (1-1)$$

여기서, $b_1 = \delta \sin \theta / d\phi$ 이고, $b_2 = \delta \cos \theta$ 이다.

그러므로 식(1-1)로부터 δ 는 다음과 같이 근사화할 수 있다.

$$\delta = \frac{b}{\sin \theta / d\phi + \cos \theta} \cong \frac{b d\phi}{\sin \theta} \quad (1-2)$$

여기서, $\theta = \phi + \pi/2 - \alpha$ 이다.

나. δ 의 이동속도(sweeping velocity) v_s 의 표현식

특정 피탄각 ϕ 에 의한 점 p 는 공격전차가 점 q 까지 이동하게 됨에 따라 역시 점 q 까지 이동하게 된다. 이 때 미소피탄길이 δ 의 이동속도(혹은 점 p 의 이동속도)를 v_s 라 하고, 공격전차가 점 q 까지 이동

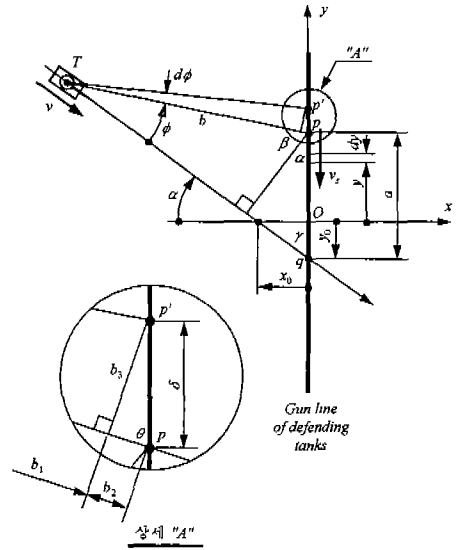


그림 2. 미소피탄길이 δ 및 이동속도 v_s , $y \geq y_0$

하는데 소요된 시간을 Δt 라 하면 그림 2.로부터 다음의 관계가 성립함을 알 수 있다.

$$\frac{v \Delta t}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{v_s \Delta t}{\sin \phi} \quad (1-3)$$

여기서, $\beta = \pi/2 - \phi$ 이다.

위 식(1-3)으로부터 v_s 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$v_s = \frac{v \sin \phi}{\sin(\alpha + \beta)} \quad (1-4)$$

다. 미소피탄확률밀도 (infinitesimal probability density of shots)의 표현식

공격전차가 점 q 로 이동함에 따라 δ 는 원점 O 로부터 y 만큼 떨어진 위치를 v_s 의 속도로 통과하게 된다. 이 때 방어전차포열의 미소길이 dy 에서 발사되는 포탄이 미소피탄각 $d\phi$ 에 피탄되는 양을 의미하는 미소피탄확률밀도 $N(\phi, y) d\phi dy$ 의 표현식은

앞에서 언급한 기본 가정 가.항에 근거하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 & N(\phi, y) d\phi dy \\
 & \propto \frac{dy\text{에 속한 방어진차 수} \cdot y\text{위치에서의 } \delta}{y\text{위치에서 } \delta\text{의 이동속도}} \\
 & = \frac{g dy \delta}{v_s} \quad (1-5)
 \end{aligned}$$

먼저 $y \geq y_0$ 인 경우에는 $a = y - y_0$ 이므로, $b = \frac{a \cos \alpha}{\sin \phi} = \frac{(y - y_0) \cos \alpha}{\sin \phi}$ 의 관계식(그림 2)을 이용하여 식(1-5)에 δ 와 v_s 의 표현식 (1-2) 와 (1-4)를 대입하면 $N(\phi, y) d\phi dy$ 는 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}
 & N(\phi, y) d\phi dy \\
 & \propto \frac{g \cos \alpha \sin(\alpha + \beta) (y - y_0)}{v \sin \theta \sin^2 \phi} d\phi dy \quad (1-6)
 \end{aligned}$$

여기서, $\sin \theta = \sin(\alpha + \beta) = \cos(\phi - \alpha)$ 가 되며, 식(1-6)을 비례계수 K 를 도입하여 다시 쓰면 아래와 같다.

$$\begin{aligned}
 N(\phi, y) d\phi dy & = \frac{\cos \alpha (y - y_0)}{K \sin^2 \phi} d\phi dy \\
 & = \frac{(y \cos \alpha - x_0 \sin \alpha)}{K \sin^2 \phi} d\phi dy \quad (1-7)
 \end{aligned}$$

$y \leq y_0$ 인 경우는 $a = -(y - y_0)$ 가 되고, b , δ 및 v_s 는 그림 3.에서 다음과 같음을 각각 알 수 있다.

$$\begin{aligned}
 b & = \frac{a \sin(\eta + \lambda)}{\sin \zeta} \\
 & = -\frac{(y - y_0) \sin(\alpha + \pi/2)}{\sin(2\pi - \phi)} \\
 & = \cos \alpha (y - y_0) / \sin \phi \quad (1-8)
 \end{aligned}$$

$$\delta \cong b d\phi / \sin \mu \quad (1-9)$$

$$v_s = v \sin \zeta / \sin \mu \quad (1-10)$$

여기서, $\zeta = 2\pi - \phi$, $\eta = \phi - 3\pi/2$, $\lambda = \alpha + 2\pi - \phi$, $\mu = \phi - \alpha - 3\pi/2$ 이다.

식(1-5)에 식(1-8)~(1-10)을 대입하면

$$\begin{aligned}
 & N(\phi, y) d\phi dy \\
 & \propto \frac{g \delta dy}{v_s} \\
 & = \frac{g \cos \alpha \sin \mu (y - y_0)}{v \sin \zeta \sin \mu \sin \phi} d\phi dy \quad (1-11)
 \end{aligned}$$

가 되고, 다시 비례계수 K 를 도입하여 정리하면 다음과식과 같다.

$$\begin{aligned}
 & N(\phi, y) d\phi dy \\
 & = -\frac{\cos \alpha (y - y_0)}{K \sin^2 \phi} d\phi dy \\
 & = -\frac{(y \cos \alpha - x_0 \sin \alpha)}{K \cdot \sin^2 \phi} d\phi dy \quad (1-12)
 \end{aligned}$$

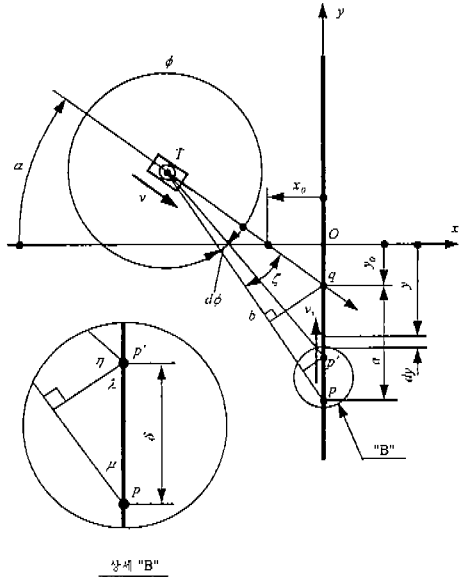


그림 3. 미소퍼탄길 δ 및 이동속도 v_s , $y \leq y_0$

식(1-7) 및 (1-12)에서 $\alpha=0$ 와 $y_0=0$ 를 대입해보면 Whittaker가 유도하여 제시한 결과와 같아짐을 쉽게 알 수 있다[4].

라. 미소확률밀도(Infinitesimal probabability density)의 표현식

미소확률밀도 $F(\phi)d\phi$ 는 전차 T 가 점 q 까지 이동하는 동안 특정 피탄각 ϕ 에서의 미소피탄각 $d\phi$ 에 사격할 수 있는 방어진차포열의 범위를 결정한다. 다음, 그 범위내에서 $N(\phi, y) d\phi dy$ 를 y 축에 대하여 적분하면 구할 수 있게 된다. 이를 위해서는 ϕ 의 범위에 따른 발사가능한 포열의 범위를 먼저 결정하여야 한다. 우선 그림 4.에서와 같이 포열길이 $2L$ 중 일부분만이 사격하게 되는 경우 그 적분구간의 경계를 나타내는 y^* 를 구하면 아래와 같다.

$$y^* = \frac{R \sin \phi}{\cos \alpha} + y_0 \quad (1-13)$$

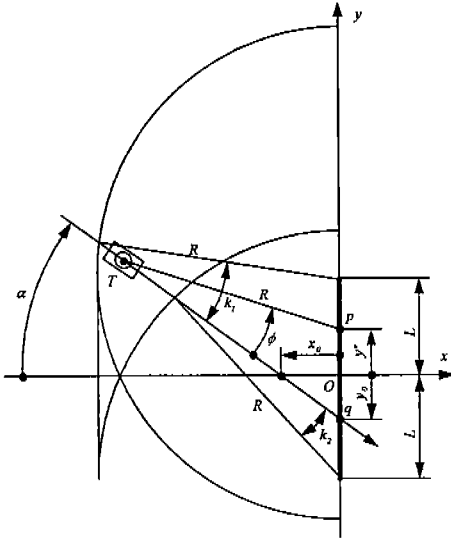


그림 4. CASE I의 피탄모델

그림 4.에 도시한 상·하부 임계피탄각 k_1 및 k_2 는 식(1-13)에 $y^* = \pm L$, $\phi = k_1, k_2$ 를 각각 대입하면 아래와 같이 구할 수 있다.

$$k_1 = \sin^{-1}\{ \cos \alpha (L - y_0) / R \} \quad (1-14)$$

$$k_2 = \sin^{-1}\{ \cos \alpha (L + y_0) / R \} \quad (1-15)$$

위 결과를 토대로 $F(\phi)d\phi$ 를 구하기 위한 y 축 상의 적분범위를 피탄각 ϕ 의 범위에 따라 정리하면 표 1.과 같다.

6개의 ϕ 구간에 대하여 표 1.에 기술한 적분구간별로 적분을 수행하면 $F(\phi)d\phi$ 의 표현식을 다음과 같이 각각 얻을 수 있다.

$$i) 0 \leq \phi \leq k_1$$

$$\begin{aligned} F(\phi)d\phi &= \int_{y_0}^{\frac{R \sin \phi}{\cos \alpha} + y_0} N(\phi, y) d\phi dy \\ &= \int_{y_0}^{\frac{R \sin \phi}{\cos \alpha} + y_0} \left\{ \frac{\cos \alpha (y - y_0)}{K \sin^2 \phi} d\phi \right\} dy \\ &= \frac{R^2}{2K \cos \alpha} d\phi \end{aligned} \quad (1-16)$$

$$ii) k_1 \leq \phi \leq \alpha + \pi/2$$

$$\begin{aligned} F(\phi)d\phi &= \int_{y_0}^L N(\phi, y) d\phi dy \\ &= \int_{y_0}^L \left\{ \frac{\cos \alpha (y - y_0)}{K \sin^2 \phi} d\phi \right\} dy \\ &= \frac{R^2 \sin^2 k_1}{2K \cos \alpha \sin^2 \phi} d\phi \end{aligned} \quad (1-17)$$

표 1. 피탄각 ϕ 에 따른 적분 구간: CASE I

ϕ -range	Integration range along the y-axis
$0 \leq \phi \leq k_1$	$y_0 \leq y \leq \frac{R \sin \phi}{\cos \alpha} + y_0$ (부분 사격)
$k_1 \leq \phi \leq \alpha + \pi/2$	$y_0 \leq y \leq L$ (y_0 상부 전구간 사격)
$\alpha + \pi/2 \leq \phi \leq \alpha + \pi$	$P(\phi)d\phi$ 의 가정이 필요한 구간
$\alpha + \pi \leq \phi \leq \alpha + 3\pi/2$	$P(\phi)d\phi$ 의 가정이 필요한 구간
$\alpha + 3\pi/2 \leq \phi \leq 2\pi - k_2$	$-L \leq y \leq y_0$ (y_0 하부 전구간 사격)
$2\pi - k_2 \leq \phi \leq 2\pi$	$\frac{R \sin \phi}{\cos \alpha} + y_0 \leq y \leq y_0$ (부분 사격)

iii) $\alpha + \pi/2 \leq \phi \leq \alpha + \pi$

식(1-17)로부터 $\phi = \alpha + \pi/2$ 일때 $P(\phi)d\phi =$

$\frac{R^2 \sin^2 k_1}{2K \cos^3 \alpha} d\phi$ 가 됨을 알 수 있다. 그러므로, 이

결과와 $\phi = \alpha + \pi$ 일때 $P(\phi)d\phi = 0$ 가 성립되도록 선형내삽(linear interpolation)하면 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$P(\phi)d\phi = \frac{R^2 \sin^2 k_1 (\alpha + \pi - \phi)}{\pi K \cos^3 \alpha} d\phi \quad (1-18)$$

iv) $\alpha + 3\pi/2 \leq \phi \leq 2\pi - k_2$

$$\begin{aligned} P(\phi)d\phi &= \int_{-L}^{y_0} N(\phi, y) d\phi dy \\ &= \int_{-L}^{y_0} \left\{ -\frac{\cos \alpha (y - y_0)}{K \sin^2 \phi} d\phi \right\} dy \\ &= \frac{R^2 \sin^2 k_2}{2K \cos \alpha \sin^2 \phi} d\phi \quad (1-19) \end{aligned}$$

v) $\alpha + \pi \leq \phi \leq \alpha + 3\pi/2$

식(1-19)로부터 $\phi = \alpha + 3\pi/2$ 일때 $P(\phi)d\phi =$

$\frac{R^2 \sin^2 k_2}{2K \cos^3 \alpha} d\phi$ 가 된다. 따라서 $\phi = \alpha + \pi$ 일때

$P(\phi)d\phi = 0$ 가 되도록 선형내삽하면 다음과 같다.

$$P(\phi)d\phi = -\frac{R^2 \sin^2 k_2 (\alpha + \pi - \phi)}{\pi K \cos^3 \alpha} d\phi \quad (1-20)$$

vi) $2\pi - k_2 \leq \phi \leq 2\pi$

$P(\phi)d\phi$

$$\begin{aligned} &= \int_{\frac{R \sin \phi}{\cos \alpha} + y_0}^{y_0} N(\phi, y) d\phi dy \\ &= \int_{\frac{R \sin \phi}{\cos \alpha} + y_0}^{y_0} \left\{ -\frac{\cos \alpha (y - y_0)}{K \sin^2 \phi} d\phi \right\} dy \\ &= \frac{R^2}{2K \cos \alpha} d\phi \quad (1-21) \end{aligned}$$

이상의 결과를 살펴보면 피탄각 ϕ 범위별로 $P(\phi)$ 의 표현식이 각각 달라짐을 잘 알 수 있다.

식(1-16)~(1-21)에 $\alpha = 0$, $y_0 = 0$ 및 $\sin k_1 = \sin k_2 = L/R = \sin k$ 의 관계를 대입하면 $P(\phi)$ 는 Whittaker가 유도한 결과와 일치함을 쉽게 확인할 수 있다[4].

다. 비례계수 K 의 표현식

식(1-16)~(1-21)에는 아직 미지의 비례계수 K 가 포함되어 있다. 이 K 를 알아야 비로써 $P(\phi)$ 를 계산할 수 있게 되며, K 는 $I = \int_0^{2\pi} P(\phi) d\phi = 1$ 이 되는 조건[5, 6]으로부터 구할 수 있다. 이를 위해 ϕ 의 각도구간별로 적분을 수행하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} I_1 &= \int_0^{k_1} P(\phi) d\phi = \int_0^{k_1} \left(\frac{R^2}{2K \cos \alpha} \right) d\phi \\ &= \frac{R^2 k_1}{2K \cos \alpha} \quad (1-22) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_2 &= \int_{k_1}^{a+\pi/2} P(\phi) d\phi \\
&= \int_{k_1}^{a+\pi/2} \left(\frac{R^2 \sin^2 k_1}{2K \cos \alpha \sin^2 \phi} \right) d\phi \quad (1-23) \\
&= \frac{R^2 \sin k_1 \cos(\alpha - k_1)}{2K \cos^2 \alpha}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_3 &= \int_{a+\pi/2}^{a+\pi} P(\phi) d\phi \\
&= \int_{a+\pi/2}^{a+\pi} \left\{ \frac{R^2 \sin^2 k_1 (\alpha + \pi - \phi)}{\pi K \cos^3 \alpha} \right\} d\phi \\
&= \frac{\pi R^2 \sin^2 k_1}{8K \cos^3 \alpha} \quad (1-24)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_4 &= \int_{a+\pi}^{a+3\pi/2} P(\phi) d\phi \\
&= \int_{a+\pi}^{a+3\pi/2} \left\{ -\frac{R^2 \sin^2 k_2 (\alpha + \pi - \phi)}{\pi K \cos^3 \alpha} \right\} d\phi \\
&= \frac{\pi R^2 \sin^2 k_2}{8K \cos^3 \alpha} \quad (1-25)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_5 &= \int_{a+\pi/2}^{2\pi-k_2} P(\phi) d\phi \\
&= \int_{a+\pi/2}^{2\pi-k_2} \frac{R^2 \sin^2 k_2}{2K \cos \alpha \sin^2 \phi} d\phi \\
&= \frac{R^2 \sin k_2 \cos(\alpha + k_2)}{2K \cos^2 \alpha} \quad (1-26)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_6 &= \int_{2\pi-k_2}^{2\pi} P(\phi) d\phi \\
&= \int_{2\pi-k_2}^{2\pi} \left(\frac{R^2}{2K \cos \alpha} \right) d\phi \quad (1-27) \\
&= \frac{R^2 k_2}{2K \cos \alpha}
\end{aligned}$$

$$I = \int_0^{2\pi} P(\phi) d\phi = \sum_{i=1}^6 I_i = 1 \text{ 의 조건식에 식}$$

(1-22)~(1-27)을 각각 대입하여 정리하면 K 는 다음과 같이 표현됨을 알 수 있다.

$$\begin{aligned}
K &= \frac{R^2}{2} \left\{ \frac{k_1 + k_2}{\cos \alpha} + \frac{\sin k_1 \cos(\alpha - k_1)}{\cos^2 \alpha} + \right. \\
&\quad \left. \frac{\sin k_2 \cos(\alpha + k_1)}{\cos^2 \alpha} + \right. \\
&\quad \left. \frac{\pi (\sin^2 k_1 + \sin^2 k_2)}{4 \cos^3 \alpha} \right\} \quad (1-29)
\end{aligned}$$

위 식(1-29)에 $\alpha=0$, $y_0=0$ 및 $\sin k_1 = \sin k_2 = L/R = \sin k$ 의 관계를 대입하여 비례계수 K 를 구하면 다음식과 같다.

$$K = R^2(k + \sin k \cos k + \pi \sin^2 k / 4) \quad (1-30)$$

이 식은 Whittaker가 유도한 결과와 같다[4].

이상과 같이 CASE I에 대한 확률밀도 $P(\phi)$ 와 비례상수 K 의 표현식을 유도하였으며, 이 결과는 Whittaker가 유도하였던 결과를 포함하는 동시에 보다 다양한 전차기동상황에 대한 피탄분포를 나타내고 있음을 알 수 있다.

2.2.2 CASE II

그림 5.에 CASE II의 피탄상황을 도시하였다.

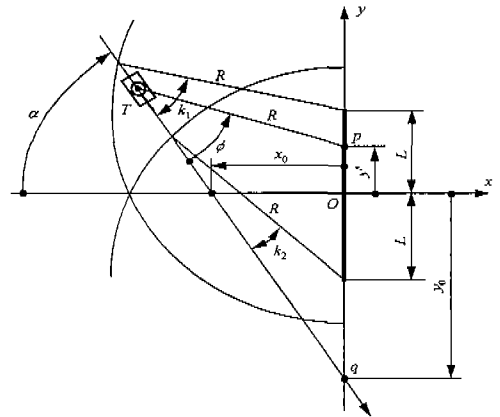


그림 5. CASE II의 피탄모델

본 경우의 방향확률분포에 대한 표현식 유도는 CASE I의 결과를 일부 이용하면 간단하게 유도할 수 있다. 즉 δ, v_s 및 $N(\phi, y) d\phi dy$ 의 표현식은 CASE I에서 유도한 결과를 동일하게 사용한다.

가. 미소확률밀도의 표현식

방어전차포열의 일부분만이 사격하게 되는 경우의 적분구간을 나타내는 y^* 는 식(1-13)과 같으며, k_1 및 k_2 는 그림 5.에서 각각 아래의 식과 같음을 알 수 있다.

$$k_1 = \sin^{-1}\{\cos \alpha (L - y_0) / R\} \quad (2-1)$$

$$k_2 = \sin^{-1}\{-\cos \alpha (L + y_0) / R\} \quad (2-2)$$

그리고 k_1 와 k_2 간에는 다음의 관계가 성립한다.

$$\frac{y_0 L}{R^2} = -\frac{\sin^2 k_1 - \sin^2 k_2}{4 \cos^2 \alpha} \quad (2-3)$$

미소확률밀도 $P(\phi)d\phi$ 를 구하기 위한 y 축상의 적분범위를 피탄각 ϕ 의 범위에 따라 정리하여 표 2.에 기술하였다.

표 2. 피탄각 ϕ 에 따른 적분 구간: CASE II

ϕ -range	Integration range along the y-axis
$0 \leq \phi \leq k_2$	사격 불가
$k_2 \leq \phi \leq k_1$	$-L \leq y \leq \frac{R \sin \phi}{\cos \alpha} + y_0$ (부분 사격)
$k_1 \leq \phi \leq \alpha + \pi/2$	$-L \leq y \leq L$ (전 구간 사격)
$\alpha + \pi/2 \leq \phi \leq \alpha + \pi$	$P(\phi)d\phi$ 의 가정이 필요한 구간
$\alpha + \pi \leq \phi \leq 2\pi$	사격 불가

앞의 CASE I에서와 같이 ϕ 범위별로 구분하여 적분을 수행하면, 구간별 $P(\phi)d\phi$ 는 다음과 같이 각각 구할 수 있다.

i) $0 \leq \phi \leq k_2$

$$P(\phi)d\phi = 0 \quad (2-4)$$

ii) $k_2 \leq \phi \leq k_1$

$$\begin{aligned} P(\phi)d\phi &= \int_{-L}^{\frac{R \sin \phi}{\cos \alpha} + y_0} N(\phi, y) d\phi dy \\ &= \int_{-L}^{\frac{R \sin \phi}{\cos \alpha} + y_0} \left\{ \frac{\cos \alpha (y - y_0)}{K \sin^2 \phi} d\phi \right\} dy \\ &= \frac{R^2}{2K \cos \alpha} \left(1 - \frac{\sin^2 k_2}{\sin^2 \phi} \right) d\phi \end{aligned} \quad (2-5)$$

iii) $k_1 \leq \phi \leq \alpha + \pi/2$

$$\begin{aligned} P(\phi)d\phi &= \int_{-L}^L N(\phi, y) d\phi dy \\ &= \int_{-L}^L \left\{ \frac{\cos \alpha (y - y_0)}{K \sin^2 \phi} d\phi \right\} dy \\ &= \frac{R^2 (\sin^2 k_1 - \sin^2 k_2)}{2K \cos \alpha \sin^2 \phi} d\phi \end{aligned} \quad (2-6)$$

iv) $\alpha + \pi/2 \leq \phi \leq \alpha + \pi$

식(2-6)에 $\phi = \alpha + \pi/2$ 를 대입하면 $P(\phi)d\phi = \frac{R^2 (\sin^2 k_1 - \sin^2 k_2)}{2K \cos^3 \alpha} d\phi$ 가 됨을 알 수 있으며,

$\phi = \alpha + \pi$ 일때 $P(\phi)d\phi = 0$ 가 되도록 선형 내삽하면 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} P(\phi)d\phi &= \frac{R^2 (\sin^2 k_1 - \sin^2 k_2) (\alpha + \pi - \phi)}{\pi K \cos^3 \alpha} d\phi \end{aligned} \quad (2-7)$$

v) $\alpha + \pi \leq \phi \leq 2\pi$

$$P(\phi)d\phi = 0 \quad (2-8)$$

나. 비례계수 K 의 표현식

비례계수 K 를 구하기 위한 ϕ 범위별 적분결과를 다음과 같다.

$$I_1 = \int_0^{k_2} P(\phi) d\phi = 0 \quad (2-9)$$

$$\begin{aligned} I_2 &= \int_{k_2}^{k_1} P(\phi) d\phi \\ &= \int_{k_2}^{k_1} \frac{R^2}{2K \cos \alpha} \left(1 - \frac{\sin^2 k_2}{\sin^2 \phi} \right) d\phi \\ &= \frac{R^2}{2K \cos \alpha} \left\{ k_1 - k_2 + \right. \\ &\quad \left. \sin(k_2 - k_1) \frac{\sin k_2}{\sin k_1} \right\} \quad (2-10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_3 &= \int_{k_1}^{\alpha + \pi/2} P(\phi) d\phi \\ &= \int_{k_1}^{\alpha + \pi/2} \left\{ \frac{R^2(\sin^2 k_1 - \sin^2 k_2)}{2K \cos \alpha \sin^2 \phi} \right\} d\phi \\ &= \frac{R^2(\sin^2 k_1 - \sin^2 k_2) \cos(\alpha - k_1)}{2K \cos^2 \alpha \sin k_1} \quad (2-11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_4 &= \int_{\alpha + \pi/2}^{\alpha + \pi} P(\phi) d\phi \\ &= \int_{\alpha + \pi/2}^{\alpha + \pi} \left\{ \frac{R^2(\sin^2 k_1 - \sin^2 k_2)}{\pi K} \cdot \right. \\ &\quad \left. \frac{(\alpha + \pi - \phi)}{\cos^3 \alpha} \right\} d\phi \\ &= \frac{\pi R^2(\sin^2 k_1 - \sin^2 k_2)}{8K \cos^3 \alpha} \quad (2-12) \end{aligned}$$

$$I_5 = \int_{\alpha + \pi}^{2\pi} P(\phi) d\phi = 0 \quad (2-13)$$

식(2-9)~(2-13)을 $I = \int_0^{2\pi} P(\phi) d\phi =$

$\sum_{i=1}^5 I_i = 1$ 의 조건식에 대입하면 K 의 표현식은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} K &= \frac{R^2}{2} \left\{ \frac{k_1 - k_2}{\cos \alpha} + \frac{\sin(k_2 - k_1) \sin k_2}{\cos \alpha \sin k_1} + \right. \\ &\quad \left. \frac{\cos(\alpha - k_1) (\sin^2 k_1 - \sin^2 k_2)}{\cos^2 \alpha \sin k_1} + \right. \\ &\quad \left. \frac{\pi (\sin^2 k_1 - \sin^2 k_2)}{4 \cos^3 \alpha} \right\} \quad (2-14) \end{aligned}$$

2.2.4 CASE III

이 경우의 피탄상황은 그림 6.에 도시하였고, 방향 확률분포식 유도절차는 앞의 경우들과 동일하다.

가. 미소확률밀도의 표현식

식(1-13)을 이용하여 y^* 를 구하면 부분사격시의 적분구간을 결정할 수 있으며, 그림 6.에 도시한 상·하부 임계피탄각 k_1 및 k_2 는 각각 아래의 식에서 계산할 수 있다.

$$k_1 = \sin^{-1} \{ \cos \alpha (L - y_0) / R \} \quad (3-1)$$

$$k_2 = \sin^{-1} \{ -\cos \alpha (L + y_0) / R \} \quad (3-2)$$

k_1 과 k_2 간에는 식(2-3)의 관계가 역시 성립한다. 그리고 본 경우는 $y \leq y_0$ 이므로 식(1-12)로 표현되는 미소피탄확률밀도를 고려하면 된다.

피탄각 ϕ 가 $\pi - k_2$ 보다 큰 각도 범위에서는 선형내삽하여 $P(\phi)d\phi$ 의 분포를 결정하여야 한다. 그러나 선형내삽하여야 하는 ϕ 의 범위 자체는 α 값이 달라짐에 따라 변하게 되며, $\alpha = \pi/2$ 일때 양방향으로 대칭이 되게 된다. 그러므로 이 각도 범위 자체에 대한 적절한 가정이 필요하다. 이를 위해 $\pi - k_2 \leq \phi \leq \phi_v$ 으로 피탄각 ϕ 의 범위를 표현하고 ϕ_v 를 α 값이 변함에 따라 선형적으로 변할 수 있도록 가정하였다. 즉 $\alpha = \pi/2 - k_2$ 일때 $\phi = 3\pi/2 - k_2$ 가 되고, $\alpha = \pi/2$ 일때

$\phi = \pi - k_2$ 가 되도록 ϕ_v 자체를 선형내삽하면 다음과 같다.

$$\phi_v = \frac{\pi}{2k_2} \left(\frac{\pi}{2} - k_2 - \alpha \right) + 3\pi/2 - k_2 \quad (3-3)$$

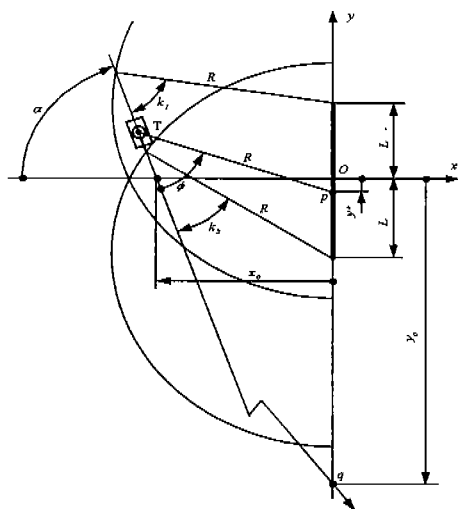


그림 6. CASE III의 피탐모델

이상의 결과를 토대로 $P(\phi)d\phi$ 를 구하기 위한 y 축상의 적분범위를 ϕ 범위에 따라 정리하면 표 3.과 같다.

표 3. 피탐각 ϕ 에 따른 적분 구간: CASE III

ϕ -range	Integration range along the y-axis
$0 \leq \phi \leq k_2$	사격 불가
$k_2 \leq \phi \leq k_1$	$-L \leq y \leq \frac{R \sin \phi}{\cos \alpha} + y_0$ (부분 사격)
$k_1 \leq \phi \leq \pi - k_2$	$-L \leq y \leq L$ (전 구간 사격)
$\pi - k_2 \leq \phi \leq \phi_v$	$P(\phi)d\phi$ 의 가정이 필요한 구간
$\phi_v \leq \phi \leq 2\pi$	사격 불가

표 3.에 기술한 적분구간에 대하여 적분함으로써, $P(\phi)d\phi$ 의 표현식을 다음과 같이 각각 구할 수 있다.

i) $0 \leq \phi \leq k_2$

$$P(\phi)d\phi = 0 \quad (3-4)$$

ii) $k_2 \leq \phi \leq k_1$

$$\begin{aligned}
 P(\phi)d\phi &= \int_{-L}^{\frac{R \sin \phi}{\cos \alpha} + y_0} N(\phi, y) d\phi dy \\
 &= \int_{-L}^{\frac{R \sin \phi}{\cos \alpha} + y_0} \left\{ \frac{\cos \alpha (y - y_0)}{K \sin^2 \phi} \right\} dy \\
 &= \frac{R^2}{2K \cos \alpha} \left(1 - \frac{\sin^2 k_2}{\sin^2 \phi} \right) d\phi \quad (3-5)
 \end{aligned}$$

iii) $k_1 \leq \phi \leq \pi - k_2$

$$\begin{aligned}
 P(\phi)d\phi &= \int_{-L}^L N(\phi, y) d\phi dy \\
 &= \int_{-L}^L \left\{ \frac{\cos \alpha (y - y_0)}{K \sin^2 \phi} \right\} dy \\
 &= \frac{R^2 (\sin^2 k_1 - \sin^2 k_2)}{2K \cos \alpha \sin^2 \phi} d\phi \quad (3-6)
 \end{aligned}$$

iv) $\pi - k_2 \leq \phi \leq \phi_v$

$$P(\phi)d\phi = \frac{R^2 (\sin^2 k_1 - \sin^2 k_2)}{2K \cos \alpha \sin^2 k_2} d\phi \quad \phi =$$

$\pi - k_2$ 일때 성립됨과 동시에 $\phi = \phi_v$ 일때 $P(\phi)d\phi = 0$ 가 되도록 선형내삽하면 아래의 식(3-7)과 같이 표현됨을 알 수 있다.

$$\begin{aligned}
 P(\phi)d\phi &= \frac{R^2 (\sin^2 k_1 - \sin^2 k_2)}{2K \cos \alpha \sin^2 k_2} \cdot \\
 & \left(\frac{\phi - \phi_v}{\pi - k_2 - \phi_v} \right) d\phi \quad (3-7)
 \end{aligned}$$

v) $\phi_v \leq \phi \leq 2\pi$

$$P(\phi)d\phi=0 \quad (3-8)$$

나. 비례계수 K 의 표현식

K 를 구하기 위한 ϕ 범위별 적분수행 결과는 다음과 같다.

$$I_1 = \int_0^{k_2} P(\phi) d\phi = 0 \quad (3-9)$$

$$\begin{aligned} I_2 &= \int_{k_2}^{k_1} P(\phi) d\phi \\ &= \int_{k_2}^{k_1} \frac{R^2}{2K \cos \alpha} \left(1 - \frac{\sin^2 k_2}{\sin^2 \phi} \right) d\phi \\ &= \frac{R^2}{2K} \left\{ \frac{k_1 - k_2}{\cos \alpha} + \frac{\sin k_2}{\sin k_1} \frac{\sin(k_2 - k_1)}{\cos \alpha} \right\} \end{aligned} \quad (3-10)$$

$$\begin{aligned} I_3 &= \int_{k_1}^{\pi - k_2} P(\phi) d\phi \\ &= \int_{k_1}^{\pi - k_2} \left\{ \frac{R^2(\sin^2 k_1 - \sin^2 k_2)}{2K \cos \alpha \sin^2 \phi} \right\} d\phi \\ &= \frac{R^2(\sin^2 k_1 - \sin^2 k_2) \sin(k_1 + k_2)}{2K \cos \alpha \sin k_1 \sin k_2} \end{aligned} \quad (3-11)$$

$$\begin{aligned} I_4 &= \int_{\pi - k_2}^{\phi_i} P(\phi) d\phi \\ &= \int_{\pi - k_2}^{\phi_i} \frac{R^2(\sin^2 k_1 - \sin^2 k_2)}{2K \cos \alpha \sin^2 k_2} \cdot \\ &\quad \left(\frac{\phi - \phi_v}{\pi - k_2 - \phi_v} \right) d\phi \\ &= - \frac{R^2(\sin^2 k_1 - \sin^2 k_2)(\pi - k_2 - \phi_v)}{4K \cos \alpha \sin^2 k_2} \end{aligned} \quad (3-12)$$

$$I_5 = \int_{\phi_i}^{2\pi} P(\phi) d\phi = 0 \quad (3-13)$$

$$I = \int_0^{2\pi} P(\phi) d\phi = \sum_{i=1}^5 I_i = 1 \text{ 의 조건식에 식}$$

(3-9)~(3-13)을 대입하여 정리하면 비례계수 K 는

다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} K &= \frac{R^2}{2} \left\{ \frac{k_1 - k_2}{\cos \alpha} + \frac{\sin k_2 \sin(k_2 - k_1)}{\cos \alpha \sin k_1} + \right. \\ &\quad \left. \frac{(\sin^2 k_1 - \sin^2 k_2) \sin(k_1 + k_2)}{\cos \alpha \sin k_1 \sin k_2} + \right. \\ &\quad \left. \frac{(\sin^2 k_1 - \sin^2 k_2)(\pi - k_2 - \phi_v)}{2 \cos \alpha \sin^2 k_2} \right\} \end{aligned} \quad (3-14)$$

2.2.4 CASE IV

아래의 그림 7.에 CASE IV의 피탄상황을 도시하였다.

그림 7. CASE IV 및 CASE V의 피탄모델

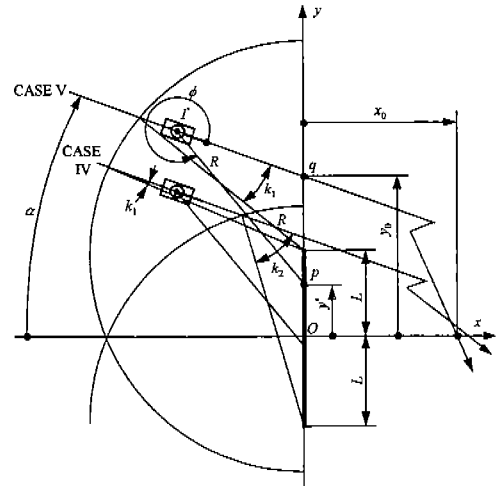


그림 7. CASE IV 및 CASE V의 피탄모델

가. 미소확률밀도의 표현식

방어전차포열의 일부분만이 사격하게 되는 경우의 적분구간을 나타내는 y^* 는 식(1-13)과 같으며, k_1 및 k_2 는 그림 7.에서 각각 다음의 식과 같음을 알 수 있다.

$$k_1 = \sin^{-1} \{ -\cos \alpha (L - y_0) / R \} \quad (4-1)$$

$$k_2 = \sin^{-1}\{\cos \alpha (L + y_0) / R\} \quad (4-2)$$

그리고 k_1 와 k_2 간에는 역시 식 (2-3)의 관계가 성립한다.

미소확률밀도 $P(\phi)d\phi$ 를 구하기 위한 y 축상의 적분범위는 표 4와 같다.

표 4. 피타라 ϕ 에 따른 적분 구간: CASE IV

ϕ - range	Integration range along the y-axis
$0 \leq \phi \leq \alpha + \pi$	사격 불가
$\alpha + \pi \leq \phi \leq \alpha + 3\pi/2$	$P(\phi)d\phi$ 의 가정이 필요한 구간
$\alpha + 3\pi/2 \leq \phi \leq 2\pi - k_2$	$-L \leq y \leq L$ (전 구간 사격)
$2\pi - k_2 \leq \phi \leq 2\pi - k_1$	$\frac{R \sin \phi}{\cos \alpha} + y_0 \leq y \leq L$ (부분 사격)
$2\pi - k_1 \leq \phi \leq 2\pi$	사격 불가

앞에서와 같이 ϕ 범위별로 구분하여 적분을 수행하면, 구간별 $P(\phi)d\phi$ 는 다음과 같이 각각 구할 수 있다.

i) $0 \leq \phi \leq \alpha + \pi$

$$P(\phi)d\phi = 0 \quad (4-3)$$

ii) $\alpha + 3\pi/2 \leq \phi \leq 2\pi - k_2$

$$\begin{aligned} P(\phi)d\phi &= \int_{-L}^L N(\phi, y) d\phi dy \\ &= \int_{-L}^L \left\{ -\frac{\cos \alpha (y - y_0)}{K \sin^2 \phi} d\phi \right\} dy \\ &= -\frac{R^2(\sin^2 k_1 - \sin^2 k_2)}{2K \cos \alpha \sin^2 \phi} d\phi \quad (4-4) \end{aligned}$$

iii) $\alpha + \pi \leq \phi \leq \alpha + 3\pi/2$

식(4-4)에 $\phi = \alpha + 3\pi/2$ 를 대입하면 $P(\phi)d\phi = -\frac{R^2(\sin^2 k_1 - \sin^2 k_2)}{2K \cos^3 \alpha} d\phi$ 가 됨을 알 수 있

으며, $\phi = \alpha + \pi$ 일때 $P(\phi)d\phi = 0$ 가 되도록 선형내삽하면 다음의 식을 얻는다.

$$\begin{aligned} P(\phi)d\phi & \\ &= \frac{R^2(\sin^2 k_1 - \sin^2 k_2)(\alpha + \pi - \phi)}{\pi K \cos^3 \alpha} d\phi \quad (4-5) \end{aligned}$$

iv) $2\pi - k_2 \leq \phi \leq 2\pi - k_1$

$$\begin{aligned} P(\phi)d\phi & \\ &= \int_{\frac{R \sin \phi}{\cos \alpha} + y_0}^L N(\phi, y) d\phi dy \\ &= \int_{\frac{R \sin \phi}{\cos \alpha} + y_0}^L \left\{ -\frac{\cos \alpha (y - y_0)}{K \sin^2 \phi} d\phi \right\} dy \\ &= \frac{R^2}{2K \cos \alpha} \left(1 - \frac{\sin^2 k_1}{\sin^2 \phi} \right) d\phi \quad (4-6) \end{aligned}$$

v) $2\pi - k_1 \leq \phi \leq 2\pi$

$$P(\phi)d\phi = 0 \quad (4-7)$$

나. 비례계수 K 의 표현식

비례계수 K 를 구하기 위한 ϕ 범위별 적분결과는 다음과 같다.

$$I_1 = \int_0^{\alpha + \pi} P(\phi) d\phi = 0 \quad (4-8)$$

$$\begin{aligned} I_2 &= \int_{\alpha + \pi}^{\alpha + 3\pi/2} P(\phi) d\phi \\ &= \int_{\alpha + \pi}^{\alpha + 3\pi/2} \left\{ \frac{R^2(\sin^2 k_1 - \sin^2 k_2)}{\pi K} \cdot \frac{(\alpha + \pi - \phi)}{\cos^3 \alpha} \right\} d\phi \\ &= -\frac{\pi R^2(\sin^2 k_1 - \sin^2 k_2)}{8K \cos^3 \alpha} \quad (4-9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_3 &= \int_{\alpha + 3\pi/2}^{2\pi - k_2} P(\phi) d\phi \\ &= \int_{\alpha + 3\pi/2}^{2\pi - k_2} \left\{ -\frac{R^2(\sin^2 k_1 - \sin^2 k_2)}{2K \cos \alpha \sin^2 \phi} \right\} d\phi \end{aligned}$$

$$= -\frac{R^2(\sin^2 k_1 - \sin^2 k_2) \cos(\alpha + k_2)}{2K \cos^2 \alpha \sin k_2} \quad (4-10)$$

$$\begin{aligned} I_4 &= \int_{2\pi-k_2}^{2\pi-k_1} P(\phi) d\phi \\ &= \int_{2\pi-k_2}^{2\pi-k_1} \frac{R^2}{2K \cos \alpha} \left(1 - \frac{\sin^2 k_1}{\sin^2 \phi}\right) d\phi \\ &= \frac{R^2}{2K \cos \alpha} \left\{ k_2 - k_1 + \sin(k_1 - k_2) \frac{\sin k_1}{\sin k_2} \right\} \quad (4-11) \end{aligned}$$

$$I_5 = \int_{2\pi-k_1}^{2\pi} P(\phi) d\phi = 0 \quad (4-12)$$

식(4-8)~(4-12)를 $I = \int_0^{2\pi} P(\phi) d\phi = \sum_{i=1}^5 I_i$

= 1 의 조건식에 대입하면 K의 표현식은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} K &= \frac{R^2}{2} \left\{ \frac{k_2 - k_1}{\cos \alpha} + \frac{\sin(k_1 - k_2) \sin k_1}{\cos \alpha \sin k_2} - \frac{\cos(\alpha + k_2) (\sin^2 k_1 - \sin^2 k_2)}{\cos^2 \alpha \sin k_2} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\pi (\sin^2 k_1 - \sin^2 k_2)}{4 \cos^3 \alpha} \right\} \quad (4-13) \end{aligned}$$

2.2.5 CASE V

그림 7.에 도시한 CASE V의 피탄상황에 근거한 방향확률분포식 유도에는 앞의 네 경우에 대한 유도절차와 역시 동일하다.

가. 미소확률밀도의 표현식

방어전차포열의 일부분만이 사격에 기여하게 되는 경우, 그 적분구간은 역시 식(1-13)을 이용하면 구할 수 있으며, 이 경우에 하부임계피탄각 k_2 는 그림 7.에서 보는 바와 같이 존재하지 않으며, k_1 은 아래

의 식에 의해 결정된다.

$$k_1 = \sin^{-1}\{-\cos \alpha (L - y_0) / R\} \quad (5-1)$$

$P(\phi)d\phi$ 를 구하기 위하여 y축상의 적분범위를 피탄각 ϕ 의 범위에 따라 정리하면 표 5.와 같다.

표 5. 피탄각 ϕ 에 따른 적분 구간: CASE V

ϕ -range	Integration range along the y-axis
$0 \leq \phi \leq \alpha + \pi$	사격 불가
$\alpha + \pi \leq \phi \leq \alpha + 3\pi/2$	$P(\phi)d\phi$ 의 가정이 필요한 구간
$\alpha + 3\pi/2 \leq \phi \leq 2\pi - k_1$	$\frac{R \sin \phi}{\cos \alpha} + y_0 \leq y \leq L$ (부분 사격)
$2\pi - k_1 \leq \phi \leq 2\pi$	사격 불가

ϕ 범위별로 5개의 적분구간에 대하여 적분하면 $P(\phi)d\phi$ 의 표현식을 다음과 같이 구할 수 있다.

i) $0 \leq \phi \leq \alpha + \pi$

$$P(\phi)d\phi = 0 \quad (5-2)$$

ii) $\alpha + 3\pi/2 \leq \phi \leq 2\pi - k_1$

$$P(\phi)d\phi$$

$$\begin{aligned} &= \int_{\frac{R \sin \phi}{\cos \alpha} + y_0}^L N(\phi, y) d\phi dy \\ &= \int_{\frac{R \sin \phi}{\cos \alpha} + y_0}^L \left\{ -\frac{\cos \alpha (y - y_0)}{K \sin^2 \phi} d\phi \right\} dy \\ &= \frac{R^2}{2K \cos \alpha} \left(1 - \frac{\sin^2 k_1}{\sin^2 \phi}\right) d\phi \quad (5-3) \end{aligned}$$

iii) $\alpha + \pi \leq \phi \leq \alpha + 3\pi/2$

이 구간의 $P(\phi)d\phi$ 는 다음과 같이 가정한다. 즉, $\phi = \alpha + \pi$ 일때 $P(\phi)d\phi = 0$ 이고,

$$P(\phi)d\phi = \frac{R^2(\cos^2 \alpha - \sin^2 k_1)}{2K \cos^3 \alpha} d\phi \text{ 의 관계가}$$

$\phi = \alpha + 3\pi/2$ 일때 성립하도록 선형내삽하면 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$P(\phi)d\phi = -\frac{R^2(\cos^2\alpha - \sin^2k_1)(\alpha + \pi - \phi)}{\pi K \cos^3\alpha} d\phi \quad (5-4)$$

iv) $2\pi - k_1 \leq \phi \leq 2\pi$

$$P(\phi)d\phi = 0 \quad (5-5)$$

나. 비례계수 K 의 표현식

$P(\phi)d\phi$ 를 4개의 ϕ 범위별로 적분한 결과는 다음과 같다.

$$I_1 = \int_0^{\alpha+\pi} P(\phi) d\phi = 0 \quad (5-6)$$

$$I_2 = \int_{\alpha+\pi}^{\alpha+3\pi/2} P(\phi) d\phi = \int_{\alpha+\pi}^{\alpha+3\pi/2} \left\{ -\frac{R^2(\cos^2\alpha - \sin^2k_1)}{\pi K} \cdot \frac{(\alpha + \pi - \phi)}{\cos^3\alpha} \right\} d\phi = \frac{\pi R^2(\cos^2\alpha - \sin^2k_1)}{8K \cos^3\alpha} \quad (5-7)$$

$$I_3 = \int_{\alpha+3\pi/2}^{2\pi-k_1} P(\phi) d\phi = \int_{\alpha+3\pi/2}^{2\pi-k_1} \left\{ \frac{R^2}{2K \cos\alpha} \left(1 - \frac{\sin^2k_1}{\sin^2\phi} \right) \right\} d\phi = \frac{R^2}{2K \cos\alpha} \left\{ \left(\frac{\pi}{2} - \alpha - k_1 \right) - \frac{\sin k_1 \cos(\alpha + k_1)}{\cos\alpha} \right\} \quad (5-8)$$

$$I_4 = \int_{2\pi-k_1}^{2\pi} P(\phi) d\phi = 0 \quad (5-9)$$

$$I = \int_0^{2\pi} P(\phi) d\phi = \sum_{i=1}^4 I_i = 1 \text{ 의 관계식에 식}$$

(3-6)~(3-9)를 대입하여 정리하면 K 의 표현식을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$K = \frac{R^2}{2} \left\{ \frac{\pi - 2(\alpha + k_1)}{2\cos\alpha} - \frac{\sin k_1 \cos(\alpha + k_1)}{\cos^2\alpha} + \frac{\pi (\cos^2\alpha - \sin^2k_1)}{4\cos^3\alpha} \right\} \quad (5-10)$$

3. 예제(Examples)

5가지 경우(CASE I~V)에 대하여 유도한 DPV 표현식들의 특징과 유용성을 가늠해보기 위해 3종류의 수치예제를 택함으로써, 여러가지 상황에 있어서의 확률밀도를 계산하여 각 경우별로 비교 및 검토하였다. 확률밀도를 구하기 위해 FORTRAN 77 언어를 사용하여 간단한 계산프로그램을 만들었다. 수치계산을 위한 입력자료와 교전상황은 예제별로 구분하여 그 결과와 함께 상세히 기술하였고, 계산결과는 유도된 DPV 표현식들의 범위와 특징을 잘 파악할 수 있도록 그림으로 도시하였다.

3.1 예제 "1"

본 예제의 수치계산을 위한 교전모형을 그림 8에 도시하였다. 포의 최대사거리 R 은 2,000 m, 방어진차포열의 배치길이 L 은 1,000 m로 하였고, 점 P_1 까지의 거리는 1,500 m이다. 그림에서 점 P_1 을 중심으로 전차의 접근각 α 를 변화시켜가면서 그 때마다 확률밀도가 어떻게 달라지는가를 살펴보았다.

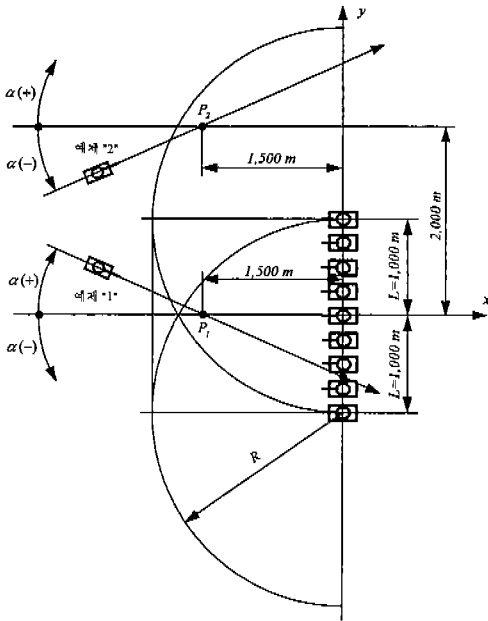


그림 8. 수치계산을 위한 교전모델 (예제 "1" 및 "2")

위 조건하에서의 $k(= \sin^{-1} L/R)$ 값은 30도이며, Whittaker는 이 값으로 피탄확률값을 계산하여 2차대전중 획득된 실측자료와 잘 일치함을 보였다[2, 4]. 우선 기존의 두가지 피탄분포인 카디오이드 분포(cardioid distribution)와 정면 분포(frontal distribution)의 확률밀도와 $\alpha = 0$ 인 경우(Whittaker의 결과와 동일)의 확률밀도를 상호 비교하였다.

그림 9에서 카디오이드 분포와 Whittaker의 결과가 서로 유사한 경향을 보이고 있음을 알 수 있다.

그림 10에 CASE I에 대하여 유도한 DPV 표현식을 이용하여 확률밀도를 계산하여 그 결과를 도시하였다. 접근각 α 를 0~33도 사이에서 변화시킬 때 확률밀도곡선이 어떻게 달라지는가를 살펴보았다. α 값이 커짐에 따라 확률밀도는 피탄각 0도를 기준

으로 더 이상 좌우 대칭형상이 되지 않게 된다. 또한 피탄각 $-180 \sim 0$ 도 사이의 확률밀도값은 줄어드는 반면, $0 \sim 180$ 도 사이의 확률밀도값은 상승하게 되는데, 이를 통해 전차의 공격선이 바뀌게 됨에 따른 피탄경향을 잘 나타내도록 DPV 표현식이 유도되었음을 알 수 있다. α 값이 34도가 되면 CASE I에서 CASE II로 피탄상황이 바뀌게 된다. 이와 같이 피탄상황이 변화할 때 CASE II에 대한 DPV식으로 구한 확률밀도 곡선은 CASE I에 대한 DPV식으로 구한 결과에 대하여 연속성이 있음을 볼 수 있으며, 특히 피탄각 $-150 \sim 0$ 도 범위에서의 확률밀도값은 0이 됨을 알 수 있다.

다음은 접근각 α 를 -30 도에서 30 도까지 변화시켜가면서 접근각에 대한 확률밀도곡선의 대칭성이 나타나는 가를 검토하였다. 아래의 그림 11.에서 보는 바와 같이 피탄각 0도를 중심으로 하여 대칭성이 잘 유지되고 있음을 알 수 있다.

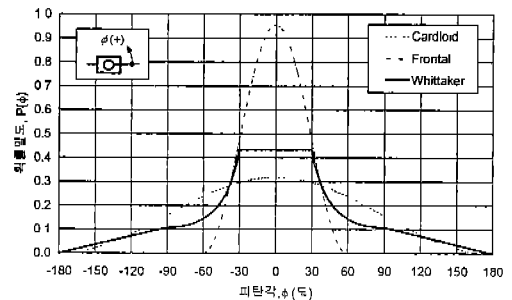


그림 9. 피탄 방향확률분포(DPV) 비교 (예제 "1")

그림 12.에는 CASE II에 대한 계산결과를 도시하였다. 전반적인 변화 형태는 그림 10.의 경우와 유사하나, 이 경우에는 피탄각 150도 부근의 확률밀도값이 커지게 된다. CASE III가 되는 접근각 64도에서의 결과는 CASE II의 결과와 연속되는 성질을 나

타내고 있음을 확인 할 수 있었다.

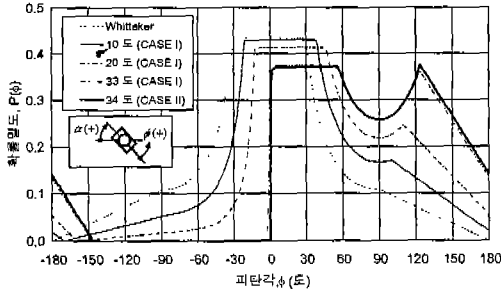


그림 10. 접근각 α 에 따른 DPV 변화: CASE I & II (예제"1")

CASE III에 대한 확률밀도곡선의 변화상황은 그림 13에 나타내었다. 그림에서 접근각이 증가함에 따라 피탄각 90도 부근의 확률밀도값이 커지게 된다. 접근각 α 가 90도가 되면 피탄각 90도를 중심으로 좌우 대칭형상이 되며, 이는 전차의 측면이 많이 피탄됨을 의미한다.

예제"1"의 결과들에 대한 변화상황을 한 눈에 알아 볼 수 있도록 접근각 α 가 0~90도사이에서 변할 때의 주요 결과들을 그림 14에 도시하여 서로 비교될 수 있게 하였다.

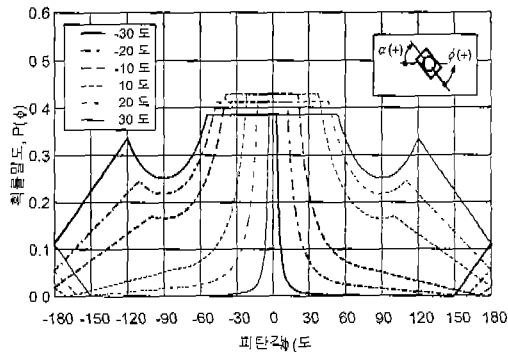


그림 11. 접근각 α 에 따른 DPV의 대칭성: CASE I (예제"1")

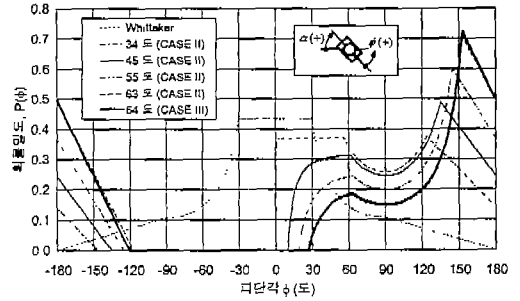


그림 12. 접근각 α 에 따른 DPV 변화: CASE II & III (예제"1")

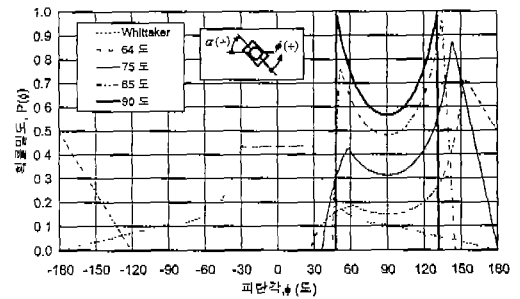


그림 13. 접근각 α 에 따른 DPV 변화: CASE IV (예제"1")

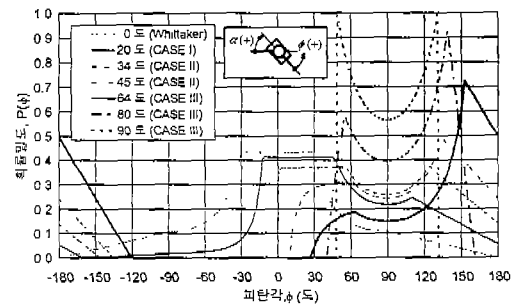


그림 14. 접근각 α 에 따른 DPV 변화: CASE I, II & III (예제"1")

이상의 결과를 검토해 본 결과 CASE IV와 CASE V를 제외한 3경우(CASE I, II, III)에 대하여 유도된 DPV식들은 합리적인 결과를 제시해 줄 수

있도록 잘 유도되었음을 알 수 있다.

3.2 예제“2”

본 예제의 수치계산을 위한 교전모델은 예제“1”과 마찬가지로 그림 8에 도시하였다. 포의 최대사거리 R 은 2,365 m, 방어전차 포열의 배치길이 L 은 예제 “1”과 마찬가지로 1,000 m로 하였고, 점 P_2 의 위치는 그림에서 보는 바와 같다. 점 P_2 를 중심으로 전차의 접근각 α 를 여러가지 값으로 변화시켜가면서 그 때마다 확률밀도곡선이 어떻게 달라지는가를 살펴보았다.

그림 15에 접근각의 범위가 0~60도인 경우의 결과를 나타내었다. 접근각 0~23도 범위에서는 피탄각 0~180도 범위로는 피탄되지 않음을 알 수 있으며, 확률밀도의 형상은 예제“1”의 경우와 비교해 볼 때 선형으로 가정한 부분의 비중이 상대적으로 큰 것을 알 수 있다. 접근각 23~33도 범위는 CASE IV로 피탄상황이 바뀌게 되며, 확률밀도곡선은 그림 10의 결과와 같은 경향을 나타낸다. 그러나 본 경우의 결과는 그림 10의 결과에 비해 피탄각 90도 부근의 확률밀도값이 상대적으로 상당히 작게 나타나고 있음을 볼 수 있다.

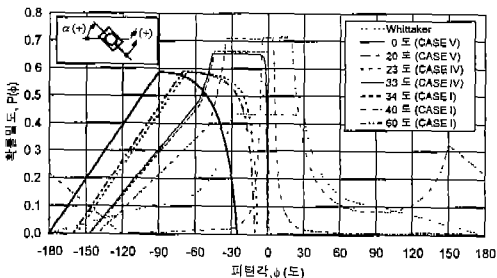


그림 15. 접근각 α 에 따른 DPV 변화: CASE I, IV & V (예제“2”)

접근각의 범위가 -40~0도인 경우의 결과를 그림 16에 도시하였다. 이 경우도 피탄각 -30~150도 범위에서는 피탄되지 않게 되며, 확률밀도의 형상은 그림 15의 결과와 비교해 볼 때 선형으로 가정한 부분의 비중이 상대적으로 작게 되는 특징이 나타나고 있다.

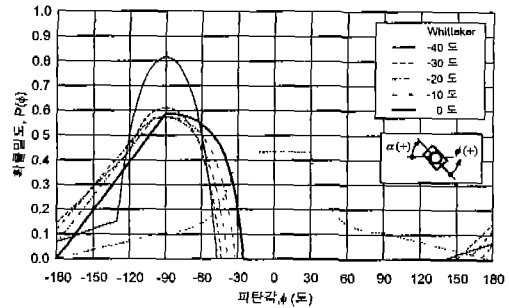


그림 16. 접근각 α 에 따른 DPV 변화: CASE V (예제“2”)

3.3 예제“3”

본 예제에서는 전차 전투상황을 시뮬레이션하는 경우에 본 연구에서 유도한 DPV식을 적용할 경우 기존의 피탄분포와 어떤 차이점이 있는가를 살펴보고자 하며, 이를 위한 교전모델을 그림 17에 도시하였다.

적군전차(red tanks)가 방어하고 청군전차(blue tanks)가 공격하는 경우의 방어전차포열의 배치길이 L 은 200 m가 되고, 청군전차가 방어하고 적군전차가 공격하는 경우의 L 은 400 m이며, 전차포의 최대사거리 R 은 양측 공히 2,000 m로 하였다. 교전개시거리(opening range)는 1,500 m로 최대사거리이내에 있다.

계산결과 얻어진 청군전차들의 확률밀도곡선을 그림 18. 과 19에 나누어 도시하고, 전차 교전시물레

이전시 주로 사용되고 있는 카디오이드분포 및 정면 분포와 비교하였다. 그림에서 보는 바와 같이 피탄각의 범위와 분포는 상당한 차이점을 나타내고 있다.

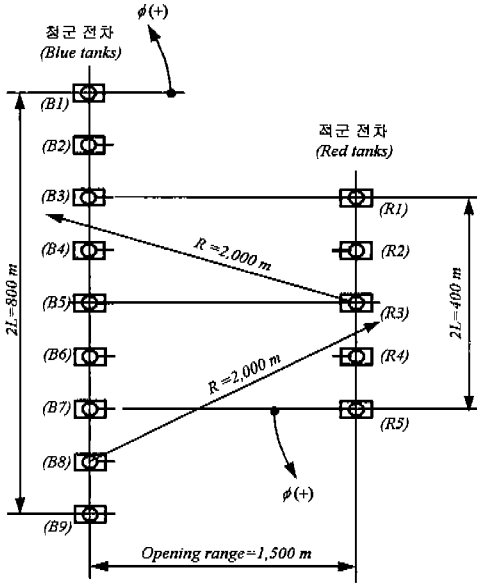


그림 17. 전차 전투시물레이션을 위한 교전모델 (예제“3”)

적군전차들에 대한 결과는 그림 20.에 나타내었다. 이 경우의 확률밀도곡선들은 카디오이드분포보다는 정면분포와 유사하기는 하나, R3전차를 제외한 나머지 전차들은 피탄각 0도에 대하여 대칭이 되지 않는 차이점이 잘 묘사되고 있음을 알 수 있다.

그림 21.에서는 L/R비의 차이에 기인한 청군전차와 적군전차의 확률밀도곡선의 상이함을 서로 비교하였다.

이상의 결과를 통해 본 연구에서 유도된 DPV식들을 전차전투효과도분석을 위한 교전시물레이션에 적용할 경우 각 전차별로 해당경우에 대한 DPV를 선택하면 합리적으로 피탄각을 결정할 수 있을 것으로 사료된다.

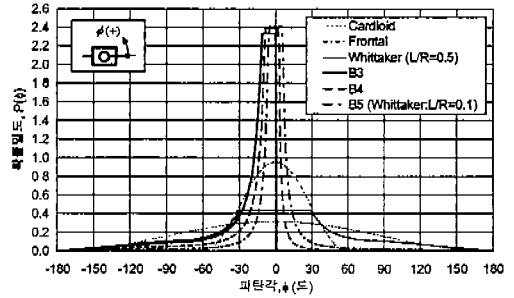


그림 18. 청군전차의 DPV: B3~B5 (예제“3”)

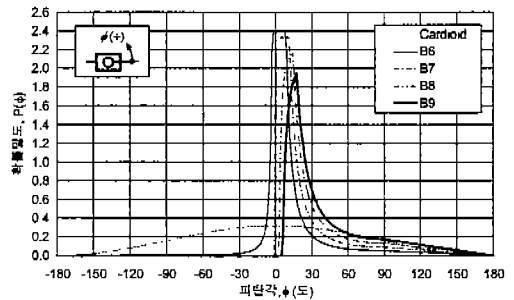


그림 19. 청군전차의 DPV: B6~B9 (예제“3”)

4. 결 론(Conclusions)

이상의 연구를 통하여 다음과 같은 4가지 결론을 얻을 수 있었다.

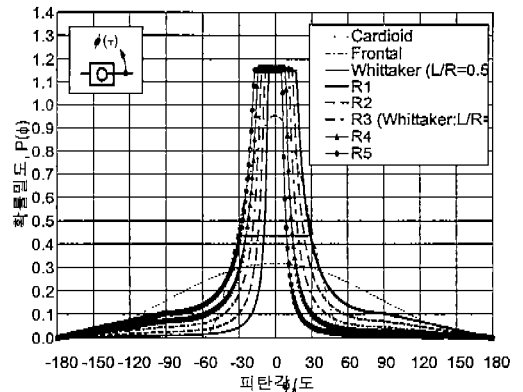


그림 20. 적군전차의 DPV: R1~R5 (예제“3”)

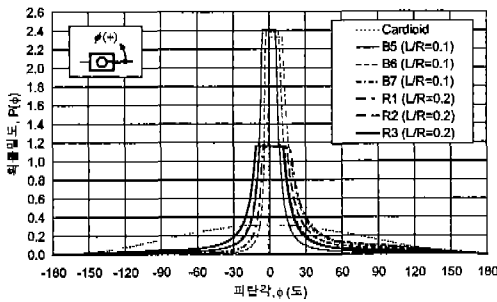


그림 21. 청군전차와 적군전차의 DPV 비교 (예제“3”)

- 4.1 전차의 기동방향 변화에 따른 전차의 피탄상황을 다섯 가지의 기본유형으로 분류하여 각각에 대한 비대칭 방향확률분포 (DPV) 표현식을 Whittaker의 유도방법에 근거하여 구하였다.
- 4.2 유도된 다섯 종류의 새로운 비대칭 DPV 표현식들은 Whittaker의 결과에 비해 보다 다양한 전투상황에 대한 확률밀도곡선을 제공해 줄 수 있으며, CASE I에 대한 DPV표현식은 특별한 경우($\alpha = 0, y_0 = 0$)에 Whittaker가 유도한 결과와 일치함을 보였다.
- 4.3 세가지의 수치예제를 통하여 여러가지 피탄상황에 있어서의 확률밀도를 계산하고, 그 결과를 기존의 대칭분포 및 각 경우별로 비교/검토함으로써 유도된 DPV표현식의 특징과 유용성을 확인하였다.
- 4.4 본 연구에서 유도한 DPV표현식들을 전차전투 효과도분석을 위한 교전시물레이션과정에 적용할 경우, 각 전차에 해당되는 피탄상황을 고려하여 DPV를 각각 구한 다음 이를 이용하여 전차동체에 대한 피탄각을 각 전차별로 합리적으로 결정할 수 있다.

참고문헌(References)

- [1] Held, M., Summary of Hardkill Defensive Aids Systems, Proceedings of the IInd European Armoured Fighting Vehicles Symposium, Shrivenham, 1997.
- [2] Bunn, F. L., The Sustained Combat Model: Tankwars II Programmers Manual, BRL-TR-3292, 1991.
- [3] Comstock, G. R., Schmidt, M. C., Harrington, L. D., and Burns, B. J., Groundwars 4.2 Reference Guide, AMSAA TR NO. 514, 1991.
- [4] Operational Research Group, Tank Armour Distribution Theory, Operational Research Group (Weapons and Equipment) Report No. 362, 1948.
- [5] Hogg, R. V., and Craig, A. T., *Introduction to Mathematical Statistics* (4th ed.), Macmillan Publishing Co., Inc., New York, 1978.
- [6] Kreyszig, E., *Advanced Engineering Mathematics* (5th ed.), John Wiley & Sons, Inc., New York, 1983.
- [98년 4월 28일 접수, 98년 11월 10일 최종수정]