韓國經營科學會誌
第24卷 第3號
1999年 9月

순 방사형 물류체계에서 수송장비의 보유대수 결정과 분배정책 : 복합포아송과정을 따를 경우

서순근* · 이병호**

On Fleet Sizing and Distribution Policy of Transportation Equipments in Pure Hub-and-Spoke Networks : The Case of Compound Poisson Process

Sun-Keun Seo* · Byung-Ho Lee**

■ Abstract ■

Fleet sizing and empty equipment redistribution are two of the most critical problems in managing a fleet of equipment over a transportation network. Where the demand pattern followed the compound Poisson process(CPP) which can be generated one or more at a time under homogeneous Poisson process(HPP), this paper presented a mathematical model to determine control parameters of a decentralized distribution policy and fleet size in case of the pure hub-and-spoke system, a popular form of a logistics system, and validated this model by simulation. That is, where the number of demanded equipments followed geometric and binomial distributions, respectively, cost models on the pure hub-and-spoke logistics system with deterministic transportation times, which could be solved analytically, were established and analyzed.

We also compared the deterministic case with stochastic one that the transportation time follows some probability distributions.

1. 서 론

오늘날 기업은 무한 경쟁, 정보시대, 고객중심의 시장경제 등으로 기업의 내외부환경 변화를 정확하게 예측하고 유연하게 대응하는 것만이 국경없는 세계시장에서 경쟁력을 가질 수 있다. 제3의 이

* 동아대학교 공과대학 산업시스템공학과
** 부산정보대학 기계산업계열 공업경영 전공

익원인 물류는 이러한 환경변화와 더불어 기업의 경쟁력 강화를 위해 점점 더 중요한 요인으로 등장하고 있다. 물류의 합리화와 효율화에 의해 최적 물적흐름을 달성할 수 있으며, 이를 통하여 물류비용의 절감과 서비스 수준의 향상이 이루어져 기업이윤을 증대시킬 수 있다. 따라서 새로운 이익을 발생시킬 수 있는 가능성이 높은 분야 중 하나가 물류비 절약이라 할 수 있으며 이 물류비 중에서도 수송비가 73.8 %라는 절대적 비중을 차지하고 있고[1], 그 중에서는 도로수송비가 가장 큰 비중을 차지하고 있다. 그러나 기업은 일반적으로 제품들을 싣고 운반하는 장비들에 대해서만 관심을 가지고 있어 하역후의 빈 수송장비의 효율적 이용에 대한 총체적인 문제들은 해결하지 못하고 있다. 빈 수송장비의 이동은 전체 수송장비이동의 45%~50%가 되므로[1], 이러한 수송장비의 경제적인 보유대수 결정과 운영관리가 매우 중요하다. 빈 수송장비의 이동률이 높다는 것은 공급지에서 제품 등을 수송장비에 적재하여 수요지에서 하역을 한 후 특수한 경우를 제외하고는 대부분이 빈 수송장비가 공급지로 다시 되돌아가는 경우가 많기 때문이다.

특히 Du & Hall[5]은 수송네트워크로 널리 이용되는 하나의 센터와 다수의 터미널로 이루어진 방사형물류체계(Hub-and-Spoke network)에서 센터 및 각 터미널에서의 요구되어지는 수송장비의 품절확률을 근사적으로 만족하는 분배정책과 보유대수의 결정방법을 제시하였지만 동일한 기간에 품절된 수송장비의 대수를 고려하지 않고 있어 실제적으로 발생할 수 있는 품절에 의한 손실을 과소평가하고 있으며, 재고를 고려하지 않음으로써 보유대수를 과대 추정할 수 있다. 전술된 연구의 이런 약점을 경감시키기 위해 서순근과 이병호[2]는 관련비용 즉, 빈 수송장비의 운행비, 재고유지비, 품절비와 수송장비 투자비를 최소화하는 수송장비의 보유대수의 결정과 각 터미널에서의 빈 수송장비의 재주문점 또는 회수재고점을 설정하는 방법을 제공하고 제시된 모형의 타당성을 시뮬레이션과 수치실험을 통하여 입증하였다.

그러나 상기의 두 연구에서는 빈 수송장비의 수요가 1회 1대만 발생하는 정상포아송과정(Homogeneous Poisson Process : 이하 HPP)을 따른다는 가정하에서 빈수송장비의 관리를 위한 근사수리모형을 제시하고 있으므로 적용범위가 제한되어 있다.

이에 본 논문은 제조 또는 분배시스템의 물류체계에서 실제로 존재가능성이 높은 형태인 순 방사형체계(pure hub-and-spoke system), 즉 적재하여 들어오는 수송장비 수요만 존재하는 과잉터미널과 적재하여 나가는 수송장비 수요만 존재하는 부족터미널로 이루어진 시스템에서 센터와 모든 터미널사이의 적재된 장비의 도착과정은 독립포아송과정을 따르는데, 수요는 한번에 한 대씩 보다는 여러 대 발생할 경우로 확장하여, 빈수송장비의 재분배정책과 보유대수를 결정할 수 있는 비용을 고려한 새로운 수리모형을 수립하고자 한다. 그리고 이를 시뮬레이션 전용프로그램인 ARENA로 시뮬레이션를 실시하여 제시된 모형의 결과와 비교하므로서 근사 수리모형에 의한 해석적 방법의 타당성을 입증하고 이를 이용한 수치실험을 실시하여 제시된 모형의 제반 특성을 파악한다.

그리고 센터와 터미널간의 운송시간이 확정적일 경우는 근사수리모형의 수립이 가능하지만 실제의 수송시스템에서의 운송시간은 확률적으로 변하는 것이 일반적이다. 운송시간이 여러가지 확률분포(지수분포, 일양분포, 정규분포)를 따를 경우에 시뮬레이션을 수행하여 확정적인 경우와 비교분석을 하고자 한다.

관련 연구중에서 Crainic과 Laporte[3]은 수송시스템의 화물수송계획과 운용에 관한 모형을 다음의 세가지 경우로 구분하였다. 즉, 전략적 모형에는 입지계획, 네트워크설계, 여러 가지 국지적 계획모형 등이 있고 전술적모형에는 서비스 네트워크 설계, 장비 운행경로문제, 보유대수 크기 결정, 터미널 보유정책 등이 있다. 그리고 운용적 모형에는 서비스 스케쥴링, 작업자 스케쥴링, 자원의 배

치 등이 있다.

본 연구는 전술적 모형에 해당되는데, Turnquist[9]는 이 중에서 수송장비의 보유대수결정에 관한 연구를 확률요소의 포함여부에 따라 확률적과 확정적으로, 출발지와 목적지의 수에 따라 단일 대 단일(one-to-one), 단일 대 다수(one-to-many), 다수 대 다수(many-to-many)모형으로 분류하였다. 확정적 모형의 유용성은 미래 장비의 과부족에 관한 예측의 정확성에 의존하므로 수요가 불확실한 상황에는 적용가능성이 떨어진다. 대상수송장비는 주로 철도차량이 관심이 되고 있었는데, Dejax와 Crainic[4]은 불확실한 수요하에서 철도시스템에서 빈 차 재분배과정의 형태를 기술하는 시뮬레이션 모형을 개발하였으며 Turnquist와 Jordan[10]는 불확실한 수요하에서 빈 철도차량의 재분배를 위한 포괄적 확률적 모형을 제시하였고 Powell, Sheffi와 Thiriez[6]는 Turnquist와 Jordan의 결과를 일반화하였다.

2. 순방사형 물류체계의 근사모형

2.1 가정 및 기호

2.1.1 가정

- 터미널은 과잉과 부족터미널로 구분되며 각 터미널의 수요는 한쪽 방향으로만 존재한다.
- 센터와 모든 터미널 사이의 적재된 수송장비들의 1회 도착과정은 독립포아송과정을 따르며 1회 수요발생시 다수 대가 요구될 수 있다.
- 높은 서비스 수준을 보증하기 위하여 품절확률은 낮게 설정된다.
- 센터와 터미널들사이 이동시간은 확정적이다.
- 이월주문된 수송장비들에 대한 배정은 선입선출(FCFS : first-come-first-server)법을 기초로 한다.
- 수송발생에 따른 수송요구는 항상 가득 채운 수송장비의 형태로 한다.
- 품절된 수송장비 수요는 이월주문된다.

2.1.2 기호

K : 터미널 수.

$M(M^*)$: 시스템 내의 수송장비의 (최적)보유 대수.

τ_i : 터미널 i에서 센터로 이동하는 시간.

σ_i : 센터에서 터미널 i로 이동하는 시간.

λ_i : 터미널 i에서 센터로 향하는 순 부족 터미널의 수요발생률(대/단위기간).

μ_i : 센터에서 터미널 i로 향하는 순 과잉 터미널의 수요발생률(대/단위기간).

r_{1i} : 과잉터미널 i에서의 요구 품절확률.

r_{2i} : 부족터미널 i에서의 요구 품절확률.

r_0 : 센터에서의 요구 품절확률.

b_{1i} : 과잉터미널 i에서 빈 수송장비의 1 회당 운행비용.

b_{2i} : 부족터미널 i에서 빈 수송장비의 1 회당 운행비용.

h_{1i} : 과잉터미널 i에서 빈 수송장비의 재고유지비.

h_{2i} : 부족터미널 i에서 빈 수송장비의 재고유지비.

h_0 : 센터에서의 빈 수송장비의 재고유지비.

π_{1i} : 과잉터미널 i에서의 단위당 품절비.

π_{2i} : 부족터미널 i에서의 단위당 품절비.

π_0 : 센터에서의 단위당 품절비.

α_i : 기하분포를 따를 경우 터미널 i에서의 2대 이상 수요가 발생할 확률이며, $1-\alpha_i$는 한 대의 수요가 발생할 확률.

m_i : 이항분포를 따를 경우 터미널 i에서 1회당 최대 수송장비 수요.

p_i : 이항분포를 따를 경우 터미널 i에서 수요발생확률.

A : 운반수단의 단위기간 환산 투자비.

$AC_i(t)$: t시간까지 센터에서 터미널 i로 선적되어 보내어진 수송장비 대수의 합.

$AT_i(t)$: t시간까지 터미널 i에서 센터까지 선적되어 보내어진 수송장비 대수의 합.

$TC_i(t)$: t시간까지 센터에서 터미널 i로 보내어진 (선적 및 빈)수송장비 대수의 합.

$TT_i(t)$: t시간까지 터미널 i에서 센터로 보내어진 (선적 및 빈) 수송장비대수의 합.

$I_i(t)$: t 시각에 터미널 i에서의 빈 수송장비의 순 재고량(net stock). $I_i^+(t)$는 t 시각에 터미널에 있는 빈 수송장비의 수이고 $I_i^-(t)$는 터미널 i에서 이월주문된 수송장비의 수를 나타내며 $I_i(t) = I_i^+(t) - I_i^-(t)$가 된다.

R_i : 순 부족터미널 i에서 재주문재고점(re-order inventory position).

$IP_i(t)$: t시점에서 터미널 i의 재고점(inventory position)이며 다음과 같이 구할 수 있다.

즉, t시각에 터미널 i에서의 빈 수송장비의 순 재고량[$I_i(t)$]

+ 센터에서 터미널 i로 이동 중인 수송장비 수 [$TC_i(t) - TC_i(t-\sigma_i)$]
+ 센터에서 터미널 i로 선적하기 위해 이월주문된 수
+ 터미널 i에 의해 요청된 빈 수송장비의 이월주문된 수

$IC_i(t)$: t 시점에 터미널 i에 의하여 점유된 수송장비의 수

즉, 센터에서 적재하여 터미널로 오고 있는 수 [$TC_i(t) - TC_i(t-\sigma_i)$]

+ 터미널에 있는 빈 수송장비의 수 [$I_i^+(t)$]
+ 터미널에서 적재하여 센터로 가고 있는 수 [$TT_i(t) - TT_i(t-\tau_i)$]
+ 센터에서 터미널로 선적하여 보내기 위한 이월주문된 수
+ 터미널에서 요청된 빈 수송장비의 이월주문된 수

2.2 순 방사형 물류체계

방사형 물류체계는 하나의 센터와 여러 개의 터미널로 구성되어 있다. 방사형 물류시스템에서 수송장비의 흐름은 "다수-단일"과 "단일-다수"모형에 따르며 일반적인 수송 네트워크에서 이런 방사형 물류시스템의 형태가 종종 발생한다. 물류시스템을 구축하는 문제는 공급지에서 소비지로 수송장비가 이동되는 망의 구조를 결정하는 것이다. 이것이 결정되면 구체적으로 수송장비의 종류, 수송장비의 수, 보내어질 터미널의 위치를 결정하여 수송서비스의 형태와 수송장비를 운영하는 방법을 결정하는 것이다.

대부분의 제조기업의 물류체계는 각 생산 현장에서 생산된 제품을 물류센터로 이송하고 물류센터에서 각 도매점으로 분배하는 정책을 채용하고 있으므로 본 논문에서는 각 터미널들의 적재 수송장비의 수요가 한 쪽 방향으로만 가능한 순 방사형 시스템을 대상으로 삼고자 한다. 이러한 모형에 대한 분석을 하는 것은 현실적으로 많이 접할 수 있기 때문인데 예를 들면 내륙수송시의 컨테이너, 농수산물, 식품류, 부패성이 있는 제품, 반품이 되지 않는 제품등의 이동에서 많이 볼 수 있다.

그리고 방사형 물류시스템에서 터미널에서의 수송장비의 부족과 과잉 조건을 고려하여 터미널들을 적재 수송장비의 도착률에 따라 분류하면 단위기간당 터미널로 물품을 선적하여 도착하는 수송장비의 도착률이 터미널 밖으로 물품을 선적하여 빠져 나가는 율보다 큰 터미널인 과잉터미널과 단위기간당 터미널로 물품을 선적하여 도착하는 수송장비의 도착률이 터미널 밖으로 물품을 선적하여 빠져 나가는 율보다 적은 터미널인 부족터미널로 구분하는데 본 논문에서는 과잉터미널 중에서

터미널 밖으로 선적되어 나가는 수송장비가 없는 순 과잉터미널(pure surplus terminal)과 부족터미널 중에서 터미널로 선적되어 들어오는 수송장비가 없는 순 부족터미널(pure shortage terminal)으로만 이루어진 물류체계에 대해서 다루기로 한다.

2.3 빈 수송장비 관리정책

Du와 Hall[5]은 1회 수요발생시 1대만 요구하는 정상 포아송과정하에서 다단계 재고시스템의 재고정책을 수송장비 분배정책에 활용하고 있다. 즉, 어떤 터미널에서 빈 수송장비의 순 재고(net stock)는 해당 시점에서의 빈 수송장비재고와 선적요구가 있었으나 빈 수송장비가 없어 이월주문된 수송장비수와의 차를 말한다. 터미널에서 t시점에 빈 수송장비가 품절될 확률은 순 재고가 0이하가 될 확률이 되며, 주어진 품절 확률이 만족되도록 주문시점을 결정하게 되는 재고수준을 재주문점이라 하고, 재고가 재주문점에 도달하면 빈 수송장비를 요청하게 된다. 따라서 본 논문에서 채택된 빈 수송장비의 분배정책은 여러가지 재고모형 중에서 재고수준이 r또는 그 이하로 떨어지게 되면 Q만큼을 주문하게 되는 (r,Q)시스템을 이용하며 여기서 Q는 주문시기와 관계없이 일정한 값을 취한다.

2.3.1 과잉터미널에서의 빈 수송장비 재고관리정책

과잉터미널에서의 빈 수송장비 재고관리정책은 선적하여 도착하는 수송장비가 선적하여 출발하는 수송장비보다 많으므로 터미널에 잔류하는 빈 수송장비를 적정 수준이 넘지 않도록 관리하여야 한다. 과잉터미널의 재고관리정책은 수송장비 재고를 회수재고수준으로 유지하기 위하여 과잉의 빈 수송장비를 센터로 되돌려 보내게 된다. 따라서 각 과잉터미널은 보유할 수 있는 빈 수송장비의 최대 크기를 나타내는 회수재고수준(return stock level)을 정한다. 이와 같이 빈 수송장비 재고관리정책을 적용할 경우 과잉터미널에서의 빈 수송장비 순 재고는 결코 회수재고수준보다 클 수 없게 되므로 빈 수송장비가 관리상태 이상으로 많아지는 것을 방지하게 되지만 어떤 순간에 선적하여 출발하여야 할 수송장비의 수가 도착하는 수송장비보다 많아지게 되면 순 재고는 음수가 되므로 과잉터미널에서 수송장비의 품절이 일어날 수도 있다. 따라서 품절에 의한 손실을 줄이기 위한 적절한 회수재고수준을 결정하는 것이 중요한 결정사항이 되는 것이다.

그러나 순 방사형 시스템의 경우 과잉터미널에서의 적재 수송장비의 센터로의 이송 수요($\lambda_i \equiv 0$)가 발생하지 않기 때문에 회수재고수준은 항상 0이 되고, 품절도 발생하지 않게 된다. 따라서 본 논문에서 고려하고 있는 제 비용들이 발생하지 않게 되어 r_{1i}, b_{1i}, h_{1i}, π_{1i}등은 회수재고수준에 영향을 미치지 않는다.

2.3.2 부족터미널에서의 빈 수송장비 재고관리정책

부족터미널에서의 빈 수송장비 재고관리정책은 선적하여 도착하는 수송장비가 선적하여 출발하는 수송장비보다 적기 때문에 터미널에 부족하게 되는 빈 수송장비 재고를 적정 수준으로 유지하기 위하여 센터로 빈 수송장비를 주문하여야 한다. 부족터미널의 빈 수송장비 재고관리정책은 순재고보다 재고점(inventory position)을 제어변수로 선택하여, 빈 수송장비가 부족터미널에서 센터로 보내지 않으며 적재된 수송장비의 도착률이 적재된 수송장비의 출발률보다 적기 때문에 항상 재고점이 재주문재고점 아래로 떨어지게 되므로, 미래의 수송장비 품절을 방지하기 위하여 재주문재고점 이하로 재고점이 떨어질 경우 센터에 보충 수송장비를 요청하게 된다. 따라서 각 부족터미널에서는 재고점 ($IP_i(t)$)을 적정 수준이상으로 유지하기 위한 재주문재고점을 정한다.

그리고 방사형 물류체계의 센터에서는 만약 빈 수송장비가 있으면 터미널로 보내며 만약 보유하

고 있지 않을 경우는 주문을 받았다가 빈 수송장비를 보유하게 되면 보낸다. 이러한 빈 수송장비 재고정책을 이용할 경우 부족터미널에서의 재고점은 항상 재주문재고점보다는 결코 적어질 수 없게 되므로 미래의 빈 수송장비재고 부족을 방지하게 된다. 그러나 어떤 시점에서 터미널에서 선적하여 출발해야 하는 수송장비의 수가 너무 많이 발생하게 되면 주문한 빈 수송장비가 도착하기 전에 순 재고가 음수가 될 수 있으므로 이때 수송장비의 품절이 발생하게 된다. 따라서 부족터미널에서는 품절에 의한 손실을 적게하기 위하여 적절한 재주문재고점을 설정하는 것이 중요한 결정사항이 된다.

2.3.3 결정변수와 도출 절차

본 논문은 다단계 재고시스템에 적용되는 빈 수송장비 분배정책을 채택하였으며 순방사형 물류체계에서 결정하여야 할 기본 의사결정변수는 센터에서 최소의 수송장비 보유규모와 부족터미널에서의 재주문재고점이다. 이와 같이 수송장비 보유규모에 관한 의사결정과 이러한 수송장비들을 어떻게 센터와 각 터미널에서 활용할 것인지를 동시에 고려하여야 하므로 결정변수들을 정하는 것은 단순한 문제가 아니며 수송시스템의 특성에 따라 여러가지 방법들이 적용될 수 있다.

여기서 채택된 분산정책(decentralized policy)은 주어진 품절확률을 만족하면서 총비용을 최소화하는 수송규모와 부족터미널에서의 재주문재고점을 센터와 터미널에서 독립적으로 결정하기 위함이다. 이런 정책은 다단계 재고시스템에서 수행가능한 많은 방법들중의 하나로서 방사형체계에서의 수송규모, 재주문재고점을 복잡한 계산없이도 결정할 수 있으며 분산형태이기 때문에 운영정책의 적용이 용이하다[2,5].

또한 만약 센터에서 품절이 없다면 여러 터미널들의 변수들은 서로 독립으로 간주할 수 있으므로 센터의 품절확률이 낮은 경우에 다음과 같은 절차에 의해서 부족터미널의 빈 수송장비 분배정책과 순방사형 체계의 수송장비 보유대수를 결정할 수 있다.

단계 1 : 각 부족터미널에서 주어진 품절확률을 만족하면서 비용을 최소화하는 재주문재고점을 결정한다.

단계 2 : 각 터미널에서 점유되는 수송장비의 평균과 분산을 구한다.

단계 3 : 센터에서 주어진 품절확률을 만족하면서 관련비용을 최소화하는 보유대수를 결정한다.

2.4 부족터미널에서 확률적 분석

일반적인 부족터미널의 재고점 $IP_i(t)$는 재주문재고점 R_i보다 항상 같거나 많지만, 화물을 실은 수송장비의 유입이 없는 순부족터미널에서는 $IP_i(t) < R_i$가 되는 순간 항상 센터에서 빈수송장비가 해당 부족터미널로 보내지므로 순부족터미널의 재고점 $IP_i(t)$는 항상 R_i로 일정하게 유지된다. 그리고 센터에서의 품절확률이 무시할 수 있을 정도로 적을 때 부족터미널의 순재고는 다음과 같이 쓸 수 있으므로[2]

$$I_i(t) = R_i - [AC_i(t) - AC_i(t-\sigma_i)]$$

$k \geq 0$일 때 순재고가 k가 될 확률은 다음과 같다.

$$P\{I_i(t) = k\} = P\{AC_i(t) - AC_i(t-\sigma_i) = R_i - k\}$$

2.5 수송장비의 점유보유대수

t시점에서 과잉터미널 i에 의하여 점유된 수송장비의 수 $IC_i(t)$는 센터에서의 품절이 무시될 수 있을 정도로 작을 때 t시점에 터미널 i로 오고있는 수송장비의 수 $\{AC_i(t) - AC_i(t-\sigma_i)\}$와 t시점에 터미널 i에 있는 빈 수송장비의 수 $I_i^-(t)$, 터미널 i에서 센터로 가고 있는 빈 수송장비 및 적재 수송장비의 수 $\{TT_i(t) - TT_i(t-\tau_i)\}$의 합

이 되며 식 (1)의 관계가 성립하므로[5],

$$I_i^+(t)+\{TT_i(t)-TT_i(t-\tau_i)\}$$
$$=I_i^-(t-\tau_i)+\{AC_i(t-\sigma_i)-AC_i(t-\sigma_i-\tau_i)\} \quad (1)$$

$IC_i(t)$의 평균 및 분산은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E[IC_i(t)] &= E[AC_i(t)-AC_i(t-\sigma)] \\ &\quad + E[I_i^+(t)]+E[TT_i(t)-TT_i(t-\tau_i)] \\ &= E[AC_i(t)-AC_i(t-\sigma_i-\tau_i)] \\ &\quad + E[I_i^+(t-\tau_i)] \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} Var[IC_i(t)] &= Var\{AC_i(t)-AC(t-\sigma_i-\tau_i)\} \\ &\quad + Var\{I_i^+(t-\tau_i)\} \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 $[AC_i(t)-AC_i(t-\sigma)]$는 $I_i^-(t-\tau_i)$와는 독립이다.

그리고 $I_i^+(t-\tau_i)=0$이므로 순 과잉터미널에서 점유된 수송장비의 평균 및 분산은 식 (2)와 (3)으로 부터 다음과 같이 간략화할 수 있다.

$$E[IC_i(t)]=E[AC_i(t)-AC_i(t-\sigma_i-\tau_i)] \quad (4)$$

$$Var[IC_i(t)]=Var\{AC_i(t)-AC(t-\sigma_i-\tau_i)\} \quad (5)$$

또한 과잉터미널과 유사하게 센터에서의 품절이 무시할 수 있을 정도로 적을 경우에 t시점에서 순 부족터미널 i에 의하여 점유된 수송장비의 수는 $TC_i(t)-TC_i(t-\sigma_i)$, $I_i^+(t)$, $TT_i(t)-TT_i(t-\tau_i)$의 합으로 표시할 수 있고 다음의 관계가 성립한다[5].

$$IP_i(t) = TC_i(t)-TC_i(t-\sigma_i)+I_i(t) \quad (6)$$

$$I_i^-(t)+[TT_i(t)-TT_i(t-\tau_i)]$$
$$=I_i^-(t-\tau_i)+[(AT_i(t)-AT_i(t-\tau_i)] \quad (7)$$

그리고 순 부족터미널의 재주문점이 항상 R_i를 유지하게 되고 $I_i^-(t)$와 $[TT_i(t)-TT_i(t-\tau_i)]$는 독립이므로 $IC_i(t)$의 평균과 분산은 식 (8)과 (9)와 같이 된다.

$$\begin{aligned} E[IC_i(t)] &= E[IP_i(t)]+E[I_i^-(t)] \\ &\quad + E[TT_i(t)-TT_i(t-\tau_i)] \\ &= R_i+E[I_i^-(t-\tau_i)] \\ &\quad + E[AT_i(t)-AT_i(t-\tau_i)] \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} Var[IC_i(t)] &= Var[I_i^-(t-\tau_i)] \\ &\quad + Var[AT_i(t)-AT_i(t-\tau_i)] \end{aligned} \quad (9)$$

따라서 전체 시스템내에 있는 수송장비 규모의 분포는 터미널의 수가 많을 경우 각 터미널이 점유한 수송장비의 합을 정규분포에 근사시킬 수 있다.

3. 복합포아송도착과정하의 비용모형

본 절에서는 적재 수송장비 수요가 정상 포아송과정(HPP)을 따라서 발생된다는 가정을 일반화하여 수요의 발생 대수가 1회 하나 이상 발생할 수 있는 복합포아송과정(Compound Poisson Process; 이하 CPP)을 따를 경우 순 방사형체계를 대상으로 분석하고자 한다.

일반적으로 수송시스템에서 발생하는 수송장비 수요의 형태는 한번에 하나씩 발생하기 보다는 화물의 양에 따라 한번에 다수의 수송장비 수요가 요구되는 것이 일반적이다. 따라서 본 절에서는 이러한 수요형태를 반영하기 위하여 t시점에서의 수요 $X(t)$가 다음과 같은 복합포아송과정 즉, 수요발생시점은 평균 λt인 포아송과정을 따라서 발생하고 한번 수요가 발생할 때의 요구대수 Y_i가 평균 $E[Y]$와 분산 $Var(Y)$을 가지는 분포를 따르는 경우에 관하여 분석하고자 한다.

$$X(t) = \sum_{i=1}^{N(t)} Y_i, \quad t \ge 0 \quad (10)$$

식 (10)에서 $Y_i \equiv 1$이 항상 성립하면 일반적인

HPP의 형태가 된다.

식 (10)에서 $N(t)$와 $\{Y_i\}$는 상호독립이 성립하므로 $X(t)$의 평균과 분산 및 누적분포함수는 다음과 같다.

$$E[X(t)] = E[Y] \cdot \lambda t,$$

$$Var[X(t)] = [Var(Y) + (E[X])^2]\lambda t$$

$$\begin{aligned}\Pr\{X(t) \le j\} &= \Pr\left\{\sum_{i=1}^{N(t)} Y_i \le j\right\} \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \Pr\left\{\sum_{i=1}^{N(t)} Y_i \le j \,\middle|\, N(t) = n\right\} \cdot \frac{(\lambda t)^n e^{-\lambda t}}{n!} \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\lambda t)^n e^{-\lambda t}}{n!} F^n(j) \qquad (11)\end{aligned}$$

단, $F^{(n)}(j) = \Pr\{Y_1 + \cdots + Y_n \le j\}$

$$F^{(o)}(j) = \begin{cases} 1 & \text{for } j \ge 0 \\ 0 & \text{for } j < 0 \end{cases}$$

중합특성(convolution property)를 고려하면 Y_i에 관한 분포의 후보가 될 수 있는 것은 포아송, 이항, 기하분포 등이 가능하다. 본 절에서는 Y_i가 기하분포와 이항분포를 따를 때, 해석적 접근이 가능한 순 방사형 물류시스템에 관하여 모형을 수립하고 분석하였다.

3.1 1회 수송발생대수가 기하분포를 따르는 경우

Y_i의 분포가 평균 $\frac{1}{1-\alpha}$인 기하분포를 따를 때 기하확률변수의 합 $\sum_{i=1}^{n} Y_i$의 분포는 음이항분포(negative binomial distribution)를 따르게 되므로 식 (12)가 성립한다.

$$\Pr\{Y_i = y\} = (1-\alpha)\alpha^{y-1}, \quad y = 1, 2, \cdots$$

$$\Pr\{X(t) \le j\} = e^{-\lambda t} + \sum_{n=1}^{j} \frac{(\lambda t)^n e^{-\lambda t}}{n!} \sum_{i=n}^{j} \binom{i-1}{n-1} (1-\alpha)^n \alpha^{i-n} \qquad (12)$$

i번째 터미널의 1회 수요 요구대수가 평균 $\frac{1}{1-\alpha_i}$인 기하분포를 따르는 경우 터미널에서의 수송장비 순 재고가 k가 될 확률을 식 (11)을 이용하여 식 (13)으로서 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}P\{I_i(t) &= k; R_i\} \\ &= P\{AT_i(t) - AT_i(t-\sigma_i) = R_i - k\} \\ &= \Pr\{AT_i(t) - AT_i(t-\sigma_i) \le R_i - k\} \\ &\quad - \Pr\{AT_i(t) - AT_i(t-\sigma_i) \le R_i - k - 1\}\end{aligned}$$

$$= \begin{cases} \displaystyle\sum_{n=1}^{R_i-k} \frac{(\lambda_i t)^n e^{-\lambda_i t}}{n!} \sum_{j=n}^{R_i-k} \binom{j-1}{n-1} (1-\alpha_i)^n \alpha_i^{j-n} \\ \displaystyle\quad - \sum_{n=1}^{R_i-k-1} \frac{(\lambda_i t)^n e^{-\lambda_i t}}{n!} \left[\sum_{j=n}^{R_i-k-1} \binom{j-1}{n-1} (1-\alpha_i)^n \alpha_i^{j-n}\right] & R_i - k \ge 1 \\ e^{-\lambda_i t} & R_i = k \end{cases} \qquad (13)$$

순 방사형 시스템에서 부족터미널에서 수송장비의 품절이 일어날 확률은 식 (14)와 같고, 부족터미널에 의하여 점유된 수송장비의 평균과 분산은 식 (8)과 (9)를 이용하면 식 (15)와 (16)과 같다.

$$\begin{aligned}P\{I_i(t) < 0\} &= \sum_{k=1}^{\infty} P\{AT_i(t) - AT_i(t-\sigma_i) = R_i + k\} \\ &= \sum_{x=R_i+1}^{\infty} P\{AT_i(t) - AT_i(t-\sigma_i) = x\} \qquad (14)\end{aligned}$$

$$E[IC_i(t)] = R_i + \sum_{k=1}^{\infty} kP\{AT_i(t) - AT_i(t-\sigma_i) = R_i + k\} + \frac{\lambda_i \tau_i}{1-\alpha_i} \qquad (15)$$

$$Var[IC_i(t)] =$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} k^2 P\{AT_i(t) - AT_i(t-\sigma_i) = R_i + k\}$$

$$-\Big[\sum_{k=1}^{\infty} kP\{AT_i(t)-AT_i(t-\sigma_i)=R_i+k\}\Big]^2 + \frac{(1+\alpha_i)\lambda_i\tau_i}{(1-\alpha_i)^2} \quad (16)$$

과잉터미널의 경우 점유된 수송장비의 평균과 분산은 식 (4)와 (5)로부터 식 (17)과 식(18)과 같이 된다.

$$E[IC_i(t)] = \frac{(\sigma_i+\tau_i)\mu_i}{1-\alpha_i} \quad (17)$$

$$Var[IC_i(t)] = \frac{(\sigma_i+\tau_i)(1+\alpha_i)\mu_i}{(1-\alpha_i)^2} \quad (18)$$

부족터미널의 경우에 빈 수송장비의 운행비용, 재고유지비용, 품절비용이 발생하게 되는데 이러한 비용은 재주문재고점에 따라서 비용이 크게 달라질 수 있다. 그러므로 센터에서 품절확률이 적다면 각 터미널에서 상태변수들은 근사적으로 독립이 되므로 각 부족터미널에서 세가지 비용의 합이 최소가 되는 재주문재고점을 터미널별로 독립적으로 결정할 수 있다[2]. 비용이 최소가 되는 재주문재고점이 결정되더라도 실제 발생하는 각 터미널에서의 수송장비 품절확률이 너무 높아진다면 시스템이 상당히 비효율적일 수 있으므로, 요구품절확률(r_{2i})을 넘지 않는 제약조건하에서 최소비용을 구현할 수 있도록 정식화하였다.

식 (19)는 부족터미널에서의 목적함수로 빈 수송장비 운행시에 발생하는 운행비용, 재고로 인해 발생하는 재고유지비용, 그리고 품절비용이 포함되어 있다.

$$K_2(R_i) = b_{2i}\lambda_i E[Y] + h_{2i}\sum_{x=0}^{R_i} xP\{I_i(t)=x\,;\,R_i\} + \pi_{2i}\sum_{x=1}^{\infty} xP\{I_i(t)=-x\,;\,R_i\} \quad (19)$$

여기서 순 부족터미널의 경우 유입되는 적재차량이 없으므로 항상 R_i를 유지하게 되므로 첫항은 R_i의 결정과는 관련이 없게 되며 둘째와 셋째 항은 $P\{I_i=k;\,R_i\}$를 이용하여 구할 수 있다.

따라서 부족터미널에서 주어진 품절확률을 만족하는 비용모형은 다음과 같이 된다.

$$\text{Minimize } K_2(R_i) = b_{2i}\lambda_i E[Y] + h_{2i}\sum_{x=0}^{R_i}(R_i-x)P\{AT_i(t)-AT_i(t-\sigma_i)=x\} + \pi_{2i}\sum_{x=R_i+1}^{\infty}(x-R_i)P\{AT_i(t)-AT_i(t-\sigma_i)=x\}$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{x=R_i+1}^{\infty}(x-R_i)P\{AT_i(t)-AT_i(t-\sigma_i)=x\} \le r_{2i} \quad (20)$$

만약 제약식을 만족하면서 부족터미널에서의 비용모형인 식 (20)을 최소화하는 재주문재고점 R_i를 결정하는데 있어 재주문재고점 R_i이 클수록 품절확률이 작아지기 때문에 최적 $R_i(R_i^*)$을 다음과 같이 결정할 수 있다. 먼저 재고수준이 (R_i+1)일때의 비용 $K_2(R_i+1)$과 재고수준이 R_i일 때의 비용 $K_2(R_i)$를 계산하여 그 차이 $\Delta K_2(R_i)$를 구한 후, 이 차이가 처음으로 양수가 되는 $\Delta K_2(R_i^{'}-1) < 0 < \Delta K_2(R_i^{'})$를 만족하는 $R_i^{'}$를 찾는다. 그리고 제약식을 만족하는 최소 R_i를 $R_i^{''}$로 두면 R_i^*는 $\max(R_i^{'}, R_i^{''})$가 된다.

한편 부족터미널의 비용모형 식 (20)에서 π_{2i}가 0이 되면 품절확률만을 만족하는 즉, 재고관리에서 서비스수준만을 고려하는 특수한 경우의 모형이 된다.

3.2 1회 수요발생대수가 이항분포를 따르는 경우

기하분포는 Y_i의 후보 분포중에서 단순한 형태이지만 1회의 수요발생시 발생 수송장비의 수가 무한히 커질수 있다. 따라서 발생 수송장비의 대수에 제한이 있는 이항분포를 이용할 수 있으나 Y_i는 1 이상의 값을 가져야 하므로 다음과 같이 Y_i-1이 이항분포를 따른다는 가정하에서 적용

하고자 한다.

Y_i-1의 분포가 $B(m-1,p)$ 단, m > 1인 이항분포를 따를 경우 이항확률변수들의 합 $\sum_{i=1}^{n}(Y_i-1)$의 분포는 $B(n(m-1),p)$인 이항분포를 따른다는 것이 알려져 있으므로 식 (21)이 성립한다.

$$\Pr\{X(t)\le j\}=e^{-\lambda t}+\sum_{n=1}^{j}\frac{(\lambda t)^n e^{-\lambda t}}{n!}\sum_{i=0}^{j-n}\binom{nm-n}{i}p^i(1-p)^{n(m-1)-i} \tag{21}$$

i번째 터미널의 '수요요구대수 -1'이 평균 $m_i p_i$인 이항분포 따르는 경우 터미널에서의 수송장비 순 재고가 k가 될 확률은 식 (11)을 이용하면 식 (22)에 의하여 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}P\{I_i(t)=k:R_i\}&=\Pr\{AT_i(t)-AT_i(t-\sigma_i)\le R_i-k\}\\&\quad-\Pr\{AT_i(t)-AT_i(t-\sigma_i)\le R_i-k-1\}\\&=\sum_{n=1}^{R_i-k}\frac{(\lambda_i t)^n e^{-\lambda_i t}}{n!}\sum_{j=0}^{R_i-k-n}\binom{nm_i-n}{j}p_i(1-p_i)^{nm_i-n-j}\\&\quad-\sum_{n=1}^{R_i-k-1}\frac{(\lambda_i t)^n e^{-\lambda_i t}}{n!}\sum_{j=0}^{R_i-k-1-n}\binom{nm_i-n}{i}p_i(1-p_i)^{nm_i-n-j}\end{aligned} \tag{22}$$

순 방사형시스템에서 부족터미널에서 수송장비 품절이 일어날 확률은 식 (23)과 같고, 부족터미널에 의하여 점유된 수송장비의 평균과 분산은 식 (8)과 (9)로부터 식 (24), (25)와 같이 된다.

$$\begin{aligned}\Pr\{I_i(t)<0\}&=\sum_{x=R_i+1}^{\infty}P\{AT_i(t)-AT_i(t-\sigma_i)=x\}\\&=1-\Pr\{AT_i(t)-AT_i(t-\sigma_i)\le R_i\}\\&=1-\Big[e^{-\lambda_i t}+\sum_{n=1}^{R_i}\frac{(\lambda t)^n e^{-\lambda t}}{n!}\sum_{l=0}^{j-n}\binom{nm_i-n}{l}p_i^l(1-p_i)^{nm_i-n-l}\Big]\end{aligned} \tag{23}$$

$$\begin{aligned}E[IC_i(t)]&=R_i+\sum_{k=1}^{\infty}kP\{AT_i(t)-AT_i(t-\sigma_i)\\&=R_i+k\}+\lambda_i\tau_i\{(m_i-1)p_i+1\}\end{aligned} \tag{24}$$

$$\begin{aligned}Var[IC_i(t)]&=\sum_{k=1}^{\infty}k^2P\{AT_i-AT_i(t-\sigma_i)=R_i+k\}\\&\quad-\Big[\sum_{k=1}^{\infty}kP\{AT_i-AT_i(t-\sigma_i)=R_i+k\}\Big]^2\\&\quad+\lambda_i\tau_i[(m_i-1)p_i(1-p_i)+\{(m_i-1)p_i+1\}^2]\end{aligned} \tag{25}$$

과잉터미널에 의하여 점유된 수송장비의 평균과 분산은 식 (4)와 식 (5)로부터 식 (26)과 식 (27)과 같이 된다.

$$E[IC_i(t)]=(\sigma_i+\tau_i)\mu_i\{(m_i-1)p_i+1\} \tag{26}$$

$$\begin{aligned}Var[IC_i(t)]&=(\sigma_i+\tau_i)\mu_i[(m_i-1)p_i(1-p_i)\\&\quad+\{(m_i-1)p_i+1\}^2]\end{aligned} \tag{27}$$

그리고 부족터미널에서 재주문재고점을 설정하기 위한 비용 모형 $K_2(R_i)$은 $P\{I_i(t)=k:R_i\}$만을 이항분포의 경우로 대체하여 식 (20)과 동일하게 구할 수 있다.

3.3 센터의 비용모형

센터에서 발생하게 되는 비용요소들로는 보유하고 있는 수송장비에 대한 초기투자비에 관련된 감가상각에 따른 비용, 센터에서 재고로 유지할 때 소요되는 재고유지비용, 각 터미널의 주문 요청시에 서비스를 할 수 없을 때 발생하는 품절비용(독촉비, 벌과금, 미래이익상실비용, 긴급시에는 수송장비를 임대한 비용) 등으로 구성되며, 이런 비용을 수리적으로 표현하면 식 (28)과 같이 표현할 수 있고 이 비용식의 값을 최소로 하는 수송장비의 크

기를 결정해야 한다. 그러나 실제 발생하는 센터에서의 수송장비 품절확률이 너무 높아진다면 시스템이 상당히 비효율적일 수 있으므로, 2.5절에서 센터의 수송장비 품절확률이 낮은 경우에 필요 보유대수의 평균과 분산을 산출하고 있고 각 터미널에서 빈 수송장비의 재고정책을 독립적으로 결정할 수 있으므로 요구품절확률 r_0를 넘지 않는 제약조건하에서 본 물류체계의 수송장비의 보유대수를 결정하였다. 다음 목적함수식에서 첫번째 항은 수송장비 투자비를 한 단위기간으로 환산한 비용이며, 두번째 항은 단위기간당 재고유지비에 센터에 있는 수송장비의 수를 곱한 센터에서의 재고유지비용을 나타내며, 세번째 항은 단위기간당 품절비용에 평균품절수량을 곱한 품절비용이다.

$$\text{Minimize } K_3(M)$$
$$= AM + h_0\int_{-\infty}^{M}(M-x)f(x)dx$$
$$+ \pi_0\int_{M}^{\infty}(x-M)f(x)dx \tag{28}$$
$$\text{s.t. } \int_{M}^{\infty}f(x)dx = 1-F(M) \le r_0$$

여기서 $f(x)$는 각 터미널에 의하여 점유된 수송장비의 합 ($\sum I(i(t))$)의 분포로서 터미널의 수가 충분히 많을 경우 중심극한정리에 의하여 정규분포에 근사시킬 수 있고, 평균 $\sum_{i=1}^{K} E\{IC_i(t)\}$는 식 (4)와 식 (8)에 의해서 구할 수 있으며, 분산 $\sum_{i=1}^{K} Var\{IC_i(t)\}$는 식 (5)와 식 (9)에 의하여 구할 수 있다. 식 (28)을 최소화하기 위하여 미분하면 식 (29)와 같이 M'를 구할 수 있으므로 M'의 제약식 만족여부만 고려하면 된다.

$$F(M') = \frac{\pi_0 - A}{\pi_0 + h_0}$$
$$M' = F^{-1}\left(\frac{\pi_0 - A}{\pi_0 + h_0}\right) \tag{29}$$

단, $\sum IC_i(t) \sim N\left[\sum_{i=1}^{K} E\{IC_i(t)\},\ \sum_{i=1}^{K} Var\{IC_i(t)\}\right]$

즉, 센터에서의 비용함수는 두번 미분한 값이 항상 양수이므로 아래로 볼록한 함수이기 때문에 제약식을 만족하는 값과 비교하여 최적해 M^*를 설정할 수 있다.

그리고 제시된 모형의 부족터미널의 재주문점과 물류체계의 보유대수를 구하기 위하여 Fortran언어로 프로그램을 작성하였다.

4. 수치실험

4.1 HPP인 경우

16개의 터미널로 이루어진 순 방사형 체계의 센터와 터미널간의 이동시간, 터미널의 수송비, 재고유지비, 품절비, 센터의 투자비, 재고유지비, 품절비, 센터와 각 터미널의 품절확률이 <표 1>에 정리되어 있다. 먼저 HPP인 경우 수리모형에서 도출될 결과(<표 2>)와 제시된 모형의 근사정확도를 파악하기 위하여 시뮬레이션 전용언어인 ARENA

〈표 1〉 수치실험의 입력 자료

터미널 수 : 16 (과잉 8, 부족 8)					
순 과잉터미널 (r_{1i} : 2%)			순 부족터미널 (r_{2i} : 5%)		
터미널	이동시간 (일)	수요발생률 μ_i	터미널	이동시간 (일)	수요발생률 λ_i
T_{11}	1	4	T_{21}	1	4
T_{12}	1	5	T_{22}	2	4
T_{13}	1	5	T_{23}	1	5
T_{14}	1	6	T_{24}	1	5
T_{15}	2	4	T_{25}	2	5
T_{16}	2	5	T_{26}	2	5
T_{17}	2	5	T_{27}	1	6
T_{18}	2	6	T_{28}	2	6
터미널 비용	수송비(b_{1i}, b_{2i}) : 25(τ_i, $\sigma_i = 1$), 40(τ_i, $\sigma_i = 2$) (천원/회)				
	재고유지비(h_i) : 5(천원/일)				
	품절비(π_i) : 90(천원/일)				
센터 비용	투자비(A) : 3(천원/일)				
	재고유지비(h_0) : 3(천원/일)				
	품절비(π_0) : 135(천원/일)				
센터	품절확률 (r_0) : 4 %				

(V2.2)로 모형화한 후 실험한 결과를 <표 3>에 정리하였다.

〈표 2〉 터미널에서의 재주문재고점과 센터에서의 최적보유대수(HPP인 경우)

부족 터미널									센터
터미널	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	최적보유대수
재주문 재고점	8	13	9	9	15	15	10	18	301

<표 3>에서 센터 및 각 터미널의 비용측면에서 시뮬레이션 결과와 비교하면 거의 정확하게 일치함을 파악할 수 있으므로 본 논문에서 제시된 근사수리모형에 의한 방법의 유용성을 파악할 수 있다.

〈표 3〉 HPP인 경우의 시뮬레이션과의 비교

구 분	부족터미널		센 터		합 계
수리모형	운행비	1300.00	투자비	903.00	2544.24
	재고유지비	188.36	재고유지비	70.95	
	품절비	51.67	품절비	30.26	
시뮬레이션 모형	운행비	1302.43	투자비	903.00	2601.25
	재고유지비	196.47	재고유지비	81.44	
	품절비	64.62	품절비	53.29	

4.2 CPP인 경우

<표 1>과 동일한 조건하에서 기하분포를 따를 경우 모든 터미널에서 발생확률 $1-\alpha_i=0.5$, 즉 모든 터미널에서 1회 평균 수요대수가 2로 동일한 경우를 근사수리모형과 시뮬레이션을 이용한 결과가 <표 4>와 표 <표 5>에 주어져 있다.

1회 요청시의 수요가 1인 <표 3>의 수치실험 결과를 비교해 보면 총비용이 2배를 초과함을 알 수 있으며, 근사수리모형의 결과와 실제 시스템을 모형화하여 시뮬레이션한 결과가 거의 일치하므로 수송장비 수요대수가 한번에 한 대이상 발생하는 기하분포를 따르더라도 순 방사형 시스템의 경우 본 연구의 근사수리모형으로서 수송장비의 규모와 재주문재고점을 결정할 수 있음을 알 수 있다 (여러 가지 경우를 실험한 결과 중 한 경우의 결과만 포함시킴).

〈표 4〉 기하분포를 따를 경우 시뮬레이션과의 비교

구 분	부족터미널		센 터		합 계
수리모형	운행비	2600.00	투자비	1905.00	5377.70
	재고유지비	484.69	재고유지비	173.99	
	품절비	139.88	품절비	74.14	
시뮬레이션 모형	운행비	2598.24	투자비	1905.00	5417.57
	재고유지비	515.25	재고유지비	182.27	
	품절비	137.25	품절비	79.56	

α_i의 영향을 검토하기 위해 재주문점과 보유대수를 HPP인 경우와 비교하면 수송장비 규모와 재주문재고점이 <표 5>와 같이 모두 2배를 조금 초과된 것을 알 수 있다.

〈표 5〉 기하분포를 따를 경우 재주문재고점과 최적보유대수

($\alpha_i=0.5$ for $\forall_i$)

부족 터미널									센 터
터미널	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	최적보유대수
재주문 재고점	17	29	20	20	34	34	23	39	635

그리고 <표 1>에 주어져 있는 자료를 대상으로 하여 모든 터미널이 m_i와 p_i가 3과 0.5로 동일한 (즉 평균수요 2) 이항분포를 따를 때의 근사수리모형 및 시뮬레이션 결과에 대한 비교결과가 <표 6>에 정리되어 있는데 두 결과가 거의 일치하므로 수송장비 수요가 이항분포를 따라 한번에 한 대 이상 발생하더라도 순 방사형 시스템의 경우 본 연구에서 제시한 수리모형에 따라 수송장비의 규모 및 재주문재고점을 결정할 수 있음을 파악하였다.

이항분포에서의 발생확률 m_i, p_i의 변화에 따른 영향을 알아보기 위하여 이들의 여러가지 값들

〈표 6〉 이항분포를 따를 경우 시뮬레이션과의 비교

	부족터미널		센 터		합 계
수리모형	운행비	2600.00	투자비	1836.00	5165.77
	재고유지비	409.43	재고유지비	150.87	
	품절비	106.07	품절비	63.40	
시뮬레이션 모형	운행비	2598.21	투자비	1836.00	5209.99
	재고유지비	418.41	재고유지비	172.47	
	품절비	110.45	품절비	74.45	

에 대해서 수치실험을 한 결과가 <표 7>에 주어져 있는데, $m_i\,p_i$가 일정하면 R_i와 M^*에 큰 영향을 미치지 않음을 파악할 수 있으며 HPP인 경우와 비교하면 기하분포인 경우와 유사하게 재주문점과 수송장비 보유대수가 모두 2배를 조금 초과하는 것을 알 수 있다.

〈표 7〉 m_i와 p_i의 변화에 따른 재주문재고점과 센터에서의 최적보유대수

$\{ (m_i-1)p_i = 1 \ \text{for} \forall_i \}$

구 분	부족터미널에서의 재주문재고점(R_i)								최적 보유대수 (M^*)
	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	
$m_i=3$ $p_i=0.5$	16	27	18	18	32	32	21	37	612
$m_i=4$ $p_i=1/3$	18	28	20	20	32	32	22	38	617
$m_i=6$ $p_i=0.2$	17	28	19	19	32	32	21	38	618
$m_i=11$ $p_i=0.1$	17	27	19	19	31	31	21	37	612

4.3 확률적 수송시간인 경우의 비교분석

센터-터미널간 운송시간을 확정적이라고 가정할 경우에는 시스템의 근사수리모형의 수립이 용이하지만 실제 대부분의 수송시스템에서의 운송시간은 확률적으로 변하는 것이 일반적이다. 따라서 본 절에서는 운송시간을 확정적이라고 가정하고 수송시스템을 모형화하여 분석했을 때 발생할 수 있는 위험을 분석하기 위하여 운송시간이 여러 가지 확률분포를 따를 경우에 시뮬레이션을 수행하여 확정적인 경우와 비교 분석하였다.

본 절에서 운송시간의 분포는 다음과 같은 세가지 분포로 가정하였다.

(i) 운송시간이 지수분포를 따르는 경우 즉,
센터 → 터미널 이동시간 : EXP(평균 $= \sigma_i$)
터미널 → 센터 이동시간 : EXP(τ_i)

(ii) 운송시간이 일양분포를 따르는 경우 즉,
센터 → 터미널 이동시간 :
Uniform $(\sigma_i - \beta\sigma_i, \sigma_i + \beta\sigma_i)$
터미널 → 센터 이동시간 :
Uniform $(\tau_i - \beta'\tau_i, \tau_i + \beta'\tau_i)$
단, $0 < \beta$, $\beta' < 1$

(iii) 운송시간이 정규분포를 따르는 경우 즉,
센터 → 터미널 이동시간 : $N\{\sigma_i, (\beta\sigma_i/3)^2\}$,
터미널 → 센터 이동시간 : $N\{\tau_i, (\beta'\tau_i/3)^2\}$,
단, $0 < \beta, \beta' < 1$

운송시간이 지수분포를 따르는 경우는 일반적으로 대기모형에서 널리 활용되고 있기 때문에 채택하였으나 실제로 지수분포는 극단적으로 작은 값이 발생할 가능성이 크기때문에 실제의 운송시간으로 고려하기에는 적합하지 않다. 일양분포의 경우는 최소운송시간($\sigma_i - \beta\sigma_i$)과 최대운송시간($\sigma_i + \beta\sigma_i$) 사이에서 일정하게 발생한다고 간주할 수 있으므로 채택하였다. 그리고 정규분포는 실제 운송시간분포를 가장 잘 설명해 줄 수 있는 분포이기는 하지만 운송시간의 변화 폭이 크다. 따라서 본 연구에서는 극단값의 발생을 피하기 위하여 운송시간이 포함될 확률 $P\{(1-\beta)\,\sigma_i <$ 이동시간 $< (1+\beta)\,\sigma_i\}$이 0.9973이 되도록 설정하면 표준편차가 $\frac{\beta\sigma_i}{3}$인 경우가 되므로 $N\{\sigma_i, (\beta\sigma_i/3)^2\}$를 적용할 수 있다.

운송시간이 위의 세가지 분포를 따라서 확률적

〈표 8〉 확률적 운송시간인 경우와의 발생비용 비교

구 분		확정적	지수분포	일양분포	정규분포
CPP-기하 ($\alpha_i=0.5$)	부족터미널	3250.74	3257.20	3325.25	3282.23
	센터	2166.83	2045.58	2154.45	2165.32
	합계	5417.57	5302.78	5479.70	5447.55
CPP-이항 ($m_i=3$, $p_i=0.5$)	부족터미널	3127.07	3244.02	3147.32	3256.14
	센터	2082.92	1998.45	2145.45	2014.89
	합계	5209.99	5242.65	5292.77	5271.03

으로 변할 경우의 영향을 살펴보기 위하여 <표 1>에 주어져 있는 값들을 입력자료로 하여 $\beta(\beta')=0.3$일 경우 시뮬레이션을 수행하여 확정적 운송시간의 경우의 시뮬레이션 결과와 비용측면에서 비교한 것이 <표 8>이다. 운송시간이 확률적으로 변하더라도 큰 영향이 없음을 알 수 있다. 즉, 확률적으로 어느 정도 변하는 경우에 평균을 확정적 운송시간으로 설정하여 빈 수송장비의 분배정책과 보유대수를 결정하더라도 무리가 없음을 알 수 있다.

5. 결 론

고객지향, 세계지향, 품질경쟁력 강화 같은 전략적 경영이 중시되고 있는 요즈음의 경제여건하에서 관심이 집중되고 있는 물류부문 중에서도 특히 수송비가 차지하는 비율이 매우 높기 때문에 기업은 지금까지 제품을 싣고 운반하는 수송장비들에 대해서는 관심이 많았지만 전체 장비이동의 반을 거의 차지하고 있는 하역후 빈 수송장비의 효율적 이용에 관한 관심과 이에 따른 연구는 활발하지 못한 편이다.

이에 본 논문은 실제 물류체계에서 자주 접할 수 있는 형태인 터미널들의 적재 수송장비의 수요가 한쪽 방향으로만 가능한 순 방사형 물류체계에서 적재 수송장비 수요가 1회 1대만 발생하는 HPP일 경우의 연구[2]를 확장하여 1회 1대 이상 발생하는 복합 포아송과정을 따를 경우에 수송장비의 재고유지비와 품절비, 투자비등의 합을 최소화하는 센터에서의 수송장비 보유규모와 부족터미널에서의 재주문재고점을 결정하는 근사수리모형을 구축하였다.

제시된 근사 수리모형의 타당성을 구축된 시뮬레이션 모형과 비교하여 입증하였으며 수리모형을 이용한 수치실험을 실시하여 모형의 특성을 파악하였다. 1회 수요 발생대수가 기하 및 이항분포를 따르는 CPP인 경우의 결정변수는 HPP인 경우의 결정변수와 1회 수요 발생대수의 평균을 곱한 결과를 이용하더라도 큰 차이가 없음을 파악하였다.

또한 순 방사형체계에서 센터와 터미널간의 운송시간이 확정적이라고 가정하고 모형화하였을 때 발생할 수 있는 위험을 분석하기 위하여 운송시간이 여러가지 확률분포인 경우와 비교하였는데 확률적 운송시간의 평균을 이용하여 빈 수송장비의 분배정책과 보유대수를 결정하더라도 무리가 없음을 알 수 있었다.

따라서 본 논문은 1회에 다수 수송장비의 수요가 발생할 수 있는 순 방사형물류체계의 근사적 수리모형을 구축하므로서 체계의 운용에 꼭 필요한 결정변수를 용이하게 설정할 수 있는 절차를 제공하였으며 이는 순방사형 물류체계보다 복잡한 물류체계에 유용하게 활용할 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

[1] 남익현, 「한국기업의 물류관리 실태와 물류합리화 전략」, 대한상공회의소 경제연구총서 서울, 1995.

[2] 서순근, 이병호, "방사형 물류체계에서 수송장비의 보유대수 결정과 분배정책", 「산업공학」,

제11권, 제1호(1998), pp.55-66.

[3] Crainic. T. G and G. Laporte, "Planning Models for Freight Transportation", *European Journal of Operational Research*, (1997), pp.409-438.

[4] Dejax. P. J and T. G. Crainic,"A Review of Empty Flows and Fleet Management Models in Freight Transportation", *Transportation Science*, Vol.21, No.4(1987), pp.227-247.

[5] Du. Y and R. Hall. "Fleet Sizing and Empty Equipment Redistribution for Center-Terminal Transportation Networks", *Management Science*, Vol.43, No.2(1997), pp.145-157.

[6] Powell. W. B, Y. Sheffi. and S. Thiriez, "The Dynamic Vehicle Allocation Problem with Uncertain Demands", *The Ninth International Symposium on Transportation and Traffic Theory*(1984), pp.357-374.

[7] Ross. S. M, *Introduction to Probability Models*, fifth edition, Academic Press, San Diego(U.S.A), pp.356-372, 1993.

[8] System Modeling Corporation, *ARENA User's Guide*, Sewickley(USA), 1995.

[9] Turnquist. M. A, "Research Opportunities in Transportation System-Characteristics and Operations", *Transportation Research*, Vol. 19A, No.5/6(1985), pp.357-366.

[10] Turnquist. M. A and W. C. Jordan, "Fleet Sizing under Production Cycles and Uncertain Travel Times", *Transportation Science*, Vol.20, No.4(1986), pp.227-236.