

# DEA의 효율성 평균 차이에 대한 비모수적 검증\* - 부트스트랩 접근법 -

민재형\*\* · 김진한\*\*

## A Nonparametric Test on Mean Difference of DEA Efficiency Estimates\* - Bootstrapping Approach -

Jae H. Min\*\* · Jin Han Kim\*\*

### ■ Abstract ■

This paper presents a nonparametric method to test if the mean difference of DEA efficiency estimates between two groups statistically exists. A proposed method employs a bootstrapping approach to generating BCC efficiency estimates through Monte Carlo simulation resampling process. For the purpose of demonstration, we empirically apply the proposed method to the Korean bank industry and compare its result with the result by the traditional deterministic DEA method. The nonparametric statistical hypothesis testing procedure in this study, which considers not only stochastic variability of the DEA data, but also random radial deviations off the efficient frontier, serves as a useful tool for objectively evaluating whether the mean difference of DEA efficiency estimates between groups is statistically significant.

## 1. 서 론

유사한 활동을 영위하는 의사결정단위들(DMUs : decision making units)의 상대적 효율성을 측정

하는 DEA(data envelopment analysis)가 Charnes et al.[13]에 의해서 제시된 이후 이 기법에 대한 많은 이론적 확장과 응용연구가 수행되어 왔다[15, 38]. DEA에 대한 이러한 관심은 동일한 목적을 위

\* 본 논문의 심사를 맡아 좋은 조언을 하여 주신 익명의 두분 심사자께 감사한다.

\*\* 서강대학교 경영대학

해 활용되어온 기존의 계량경제학적 방법론에 비해 차별화 되는 몇 가지 특성에 기인한다고 할 수 있다. 우선 DEA와 계량경제학적 방법론의 가장 큰 차이점은 DEA가 비모수적인 기법이라는 것이다. 따라서 모수적 분석을 시도할 때 요구되는 자료와 오차항에 대한 엄격한 정규성 가정이 필요하지 않은 장점이 있다. 또한 DEA는 생산성과 효율성을 측정하는데 필요한 투입물과 산출물에 대한 가격 정보를 요구하지 않으며, 더 나아가 참조기술이라 불리우는 투입물과 산출물의 함수관계를 사전에 정의할 필요도 없다.<sup>1)</sup>

그러나 이러한 DEA의 장점에도 불구하고 DEA가 계량경제학적인 방법에 비해 구체적으로 다루고 있지 못한 부분도 존재하는데, 이것은 DEA 분석을 통해 추정된 효율성에 대한 통계적 추론 문제, 그리고 DEA 분석에 이용된 자료 자체의 확률적 변동성에 대한 문제라고 할 수 있다. DEA에 의해 분석된 의사결정단위의 효율성에 대한 통계적 추론은 DEA의 효율성 추정치가 점추정치(point estimates)라는 관점에서 수행될 필요가 있으며, 이러한 통계적 추론 과정은 DEA에 의한 분석 결과를 더욱 풍부하게 만들어 준다는 차원에서 요구되는 사안이다[40]. 그리고 자료 자체의 확률적 변동성에 기인한 확률적 DEA의 고려는 수집된 확정적 정보에만 의존하여 DEA 분석을 시도하는 차원에서 벗어나 자료와 효율적 경계에 확률성을 부여함으로써 DEA의 분석결과를 더욱 신뢰할 수 있는 추정치로 만들어 준다는 차원에서 요구되는 문제이다[10]. 그러나 이러한 통계적 추론과 확률적 DEA의 문제는 그 중요성에도 불구하고 기존의 연구에서는 이 두 가지를 동시에 고려하여 해결하고자 하는 노력이 미흡했다.

이에 비해 계량경제학적 방법론에서는 자료의 확률적 변동에 기인하여 발생하는 효율적 경계의 확률성을 고려한 연구들이 지속적으로 제시되고 있다[3,9,21]. 비록 확률성을 고려한 모형의 분석 결

과가 확정적 모형보다 나은 결과를 제공한다고 확신할 수는 없을지라도 통계적으로 신뢰할만한 분석결과를 제공하기 위해 통계적 추론을 시도하는 경우 기존의 확정적 모형으로는 이러한 문제의 해결이 불가능하다는 점에 주목할 필요가 있을 것이다.

DEA 모형에 대한 확률성의 고려와 이에 따른 통계적 추론은 다양한 분야에 효과적으로 접목될 수 있다. 기존의 DEA 분석은 주로 의사결정단위들의 상대적 효율성 추정, 규모의 수익효과 검증, Malmquist 지수를 측정하는데 사용되어 왔으나, 이와 더불어 효율성 측정 연구의 중요한 대상 중 하나는 집단간 또는 기간별로 효율성에 차이가 발생하는지를 검증하는 것이다. 집단간 효율성 차이에 대한 검증은 유사한 운영활동을 수행하는 의사결정단위들이 규모나 관리 행태, 지역 등과 같은 특성에 따라 효율성의 차이가 실제로 존재하는지를 결정하는 문제이다. 그리고 기간별 효율성의 차이 검증은 특정 정책의 도입에 따른 효율성의 변화, 정부의 규제가 효율성에 미치는 영향, 효율성의 상승과 하락 등과 같이 효율성의 기간별 변화와 관련된 효율성의 차이를 밝혀내는 문제와 관련되어 있다. 이러한 연구 분야는 DEA의 활용 가치를 더욱 높일 수 있는 기회를 제공할 뿐만 아니라 기존의 확정적 DEA 모형보다 확장된 정보를 제공한다는 측면에서 중요하게 고려되어야 할 분야이다.

그러나 기존에 수행된 의사결정단위들의 특성별 효율성 차이에 대한 연구들은 그 차이의 정도만을 보여 주는 수준에 머무르고 있다. 또한 기간별 효율성 차이에 관한 연구의 경우에도, 기존의 Charnes et al.[14]과 Brockett & Golany[12]의 기간별 효율성 차이에 대한 검증과 동일한 방법으로 특정 프로그램에 의해서 영향을 받은 의사결정단위들의 집합과 그렇지 않은 의사결정단위들의 집합 사이의 효율성 차이에 대한 검증과 효율성 서열에 기초한 기간별 차이 검증만을 수행함으로써 기

1) 두 방법론의 자세한 비교는 Bjurek et al.[11]을 참조.

간별로 진정한 차이가 존재하는지에 대한 결과를 합리적으로 제시해 주지 못하고 있다.

한편 집단별 효율성 차이를 검증하기 위한 방법 으로서는 두 집단간의 비효율성 추정치들의 비율을  $F$ 분포로 가정하여 분석하는 Banker[5]의 검증 방법과 비효율성 분포에 대한 가정을 설정하지 않고 Kolmogorov-Smirnov 또는 Mann-Whitney 검증을 수행하는 방법들이 제시된 바 있다[36]. 그러나 이러한 방법들은 비효율적 의사결정단위들의 비율로 이루어진 통계량이 각각 독립적인 분포를 보이지 않는 경우와 고려되는 의사결정단위의 수가 작을 경우에는  $F$ 분포를 따르지 않을 수 있다는 문제점을 갖고 있으며, 한 집단의 비효율성 추정치가 다른 집단의 비효율성 추정치보다 확률적으로 매우 큰 경우에만 적용될 수 있는 단점을 갖고 있다.

일반적으로 기존의 DEA 분석을 통해 도출된 효율성 추정치를 이용하여 집단별 또는 기간별 평균 차이를 검증하는 작업은 다음의 네 가지 이유로 인해 어렵게 인식된다. 첫째, DEA는 각 의사결정단위들의 효율성이 가장 우호적으로 평가되도록 효율성을 상대적으로 추정하기 때문에 각 집단간 효율성의 차이가 크지 않은 것이 일반적이다. 특히, 고려하는 의사결정단위의 수가 투입요소와 산출요소의 수에 비해 상대적으로 적은 경우에는 대부분의 의사결정단위들이 효율적으로 판명되기 때문에 집단간 효율성의 평균 차이는 거의 나타나지 않을 수밖에 없게 된다. Zhang & Bartels의 연구[45]에서도 검증되었듯이 표본의 크기에 따라 집단의 효율성 평균의 크기는 민감하게 영향을 받게 되어 집단간 효율성 평균을 비교하는데 있어 표본의 크기도 함께 고려하여야 하는 어려움이 따르게 된다. 둘째, DEA에 의해 도출된 효율성 추정치들은 0에서 1사이의 한정된 값을 갖기 때문에 집단간 효율성 평균 차이를 분석하기 위해  $t$ -검증과 같은 일반적인 차이 검증 방법을 적용하는데 한계가 있다. 셋째, 의사결정단위의 수가 투입요소와 산출요소의 수에 비해 적은 경우, 효율성 추정치의 서열에 기

초하여 비모수적 통계분석을 시도할 수도 있으나, 효율적 의사결정단위들의 우선순위를 선정하는 기존의 Cook et al.[16], Andersen & Petersen[4], Doyle & Green[18], Sinuany-Stern et al.[42], Tofallis[44]의 방법들은 김진한의 연구[1]에서 비교 분석한 바와 같이 방법에 따라 각기 다른 우선순위를 제공하는 문제점을 갖고 있다. 따라서 어느 방법에 의해 효율성의 우선순위를 선정하느냐에 따라 서열 통계량이 달라지게 되므로 그 검증 결과가 일치하지 않을 수 있다. 넷째, DEA에 의해서 분석된 효율성 추정치들의 진정한 분포를 알기 어렵다는 문제가 있다. 만약 효율성 추정치들의 분포에 대한 어느 정도의 정보가 주어져 있다면 이에 기초하여 근사적인 통계분석을 시도할 수도 있으나, 다수의 투입요소와 다수의 산출요소가 존재하는 경우 효율성 추정치의 분포는 거의 알려지지 않고 있다.

집단간 효율성 평균 차이를 검증하는데 발생하는 이러한 어려움들은 새로운 접근방법을 요구하고 있으며, 본 연구에서는 이를 위해 비모수적 통계추론방법인 부트스트랩(bootstrap)을 이용하여 집단간 효율성 평균 차이의 존재 여부를 객관적으로 검증하는 절차를 제시하고자 한다. 본 연구에서 제시하는 방법은 위에서 언급한 평균 차이 검증시 발생하는 네 가지 문제점을 해결할 수 있을 뿐만 아니라 효율성 추정치들의 진정한 분포에 대한 사전 지식을 요구하지 않으며, 수집된 효율성 추정치들로 구성된 표본의 분포가 경험적 분포로서 진정한 효율성 분포를 적절히 반영한다는 단순한 가정하에 통계적 추론을 수행할 수 있는 장점을 갖고 있다. 또한 분석시에 자료의 변동성을 고려할 뿐만 아니라 효율적 경계에 확률성을 부여함으로써 효율성 추정치들의 확률적 변동에 의해 나타나는 오차의 크기를 분석에 반영할 수 있는 유용성을 갖고 있다.

본 연구의 구성은 다음과 같다. 제1절 서론에 이어 제2절에서는 DEA의 효율성 추정에 대한 기존 연구 결과를 요약하고 기존 연구의 문제점을 파악

한다. 제3절에서는 본 연구에서 제시하는 부트스트랩을 이용한 효율성 평균 차이의 비모수적 검증 절차를 설명한다. 이 절차는 크게 효율성 추정치의 부트스트랩 과정, 그리고 가설검정 과정으로 구성되어 있다. 제4절에서는 우리 나라 은행들을 대상으로 본 연구에서 제시하는 비모수적 검증 방법의 적용연구를 수행한다. 구체적으로 우리 나라 은행을 시중은행과 지방은행의 두 집단으로 구분하여 집단간의 효율성 평균 차이를 기존의 DEA 방법과 본 연구에서 제시한 방법을 각각 이용하여 분석한 후 그 결과를 비교함으로써 본 연구에서 제시하는 검증 방법의 유용성을 논의한다. 마지막으로 제5절은 결론부분으로 본 연구의 결과를 요약하고 향후 연구방향을 제시한다.

## 2. DEA의 효율성 추정

고려하는 의사결정단위들의 기술적 효율성을 측정하기 위해서는 효율성을 결정하는 투입요소와 산출요소가 존재하여야 하며, 두 요소사이의 함수관계를 나타내는 효율적 경계(또는 생산함수)가 정의되어야 한다. DEA에서는 파레토의 최적 효율성 개념에 근거하여 가장 우수한(즉, DEA에 의해 기술적 효율성이 1로 판명된) 의사결정단위들로 구분선형함수형태의 효율적 경계(efficient frontier)를 구성하고, 다수의 투입요소와 산출요소의 자유가처분성 가정 하에 비효율적인 의사결정단위들이 효율적 경계에 도달하기 위해 축소할 수 있는 투입물의 최대 양과 확대할 수 있는 산출물의 최대 양을 각각 평가할 수 있도록 한다. DEA는 이 크기를 방사적 거리(radial distance)의 개념으로써 측정하며, 각 의사결정단위의 효율성을 효율적 경계에 도달하기 위한 거리의 비율로서 측정한다. 이러한 DEA는 오직 투입물과 산출물의 실물단위 크기만을 거리의 개념으로 환산하여 의사결정단위들의 상대적 효율성을 측정·비교할 뿐만 아니라 비효

율적 단위를 효율적 단위로 만들기 위한 지침과 비효율적 단위의 비효율성 정도를 평가하는데 기준이 되는 효율적 의사결정단위들의 집합인 참조집합, 그리고 의사결정단위의 규모의 수익효과라는 부수적인 정보도 제공해 준다. 따라서 이 모형은 투입물과 산출물의 가격정보가 불명확하고 효율적 경계를 사전에 규정하기 어려운 공공분야와 서비스 분야의 생산성과 효율성 측정에 이용될 뿐만 아니라 벤치마킹, 규모의 수익효과 측정<sup>2)</sup>등에도 자주 활용되고 있다.

DEA에 의한 의사결정단위들의 효율성 측정 방법을 보다 구체적으로 설명하면 다음과 같다. 평가 대상이 되는  $n$ 개의 의사결정단위  $j(j=1, \dots, n)$ 가 존재하고, 각 의사결정단위  $j$ 에 대한 투입요소와 산출요소를 각각 행렬  $X$ 와  $Y$ 로 표기하자. 여기서,  $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ 은  $m \times n$  투입요소 행렬을 나타내고  $Y = (Y_1, Y_2, \dots, Y_n)$ 은  $s \times n$  산출요소 행렬을 나타낸다. 따라서 DEA 분석에 고려되는 투입요소는  $m$ 개, 산출요소는  $s$ 개를 가정한다. 이 때, 각 의사결정단위  $j$ 의 생산가능집합  $F_j$ 는 식 (1)과 같이 정의한다.

$$F_j = \{ (Y_j, X_j) | X_j \text{는 } Y_j \text{를 산출할 수 있다} \}, \\ j = 1, \dots, n. \quad (1)$$

그리고  $n$ 개의 생산가능집합  $F_j$ 의 교집합을  $F$ 라 표기하면  $F$ 는 모든 의사결정단위들의 생산가능집합을 의미하며, 이는 동일한 투입량에 대해서 가장 큰 산출량을 보이는 의사결정단위들 또는 동일한 산출량에 대해서 가장 작은 투입량을 보이는 의사결정단위들의 교집합으로 구성된다. 즉, 이 생산가능집합  $F$ 은 생산가능집합의 가장 우수한 경계상에 존재하는 의사결정단위들로 이루어지며, 이것을 효율적 경계라고 한다. 그리고 이 생산가능집합  $F$ 에 대해서는 다음의 세 가지 공준이 필요하다[6].

첫째는 볼록성 공준으로, 만약  $(Y_j, X_j) \in F$ 이

2) DEA의 활용 범위에 대한 자세한 내용은 Charnes et al.[15]을 참조.

고  $z \geq 0$ 이  $z^T \mathbf{1} = 1$ (여기서  $\mathbf{1}$ 은 1이라는 원소로 구성된  $n \times 1$  행렬)을 만족시키는 비음의  $n \times 1$  상수행렬이라면  $(z_j Y_j, z_j X_j) \in F$ 가 유지됨을 의미한다.

둘째, 생산가능함수의 가치분성(disposability) 공준으로, 이 공준은 비효율적 단위를 효율적 단위와 구분하기 위해 필요한 공준이다.

셋째는 규모의 수익불변 공준으로, 만약  $(Y, X) \in F$ 이면 임의의 상수  $k > 0$ 에 대해서  $(kY, kX) \in F$ 를 만족함을 의미한다.

이러한 세 가지 공준하에 효율적 경계와 각 의사결정단위  $j$  사이의 거리를 측정하기 위해서 DEA는 식 (2)와 같은 선형계획모형을 이용한다.

$$\hat{\theta} = \min \{ \theta : Y_j \leq \theta Y_z, \theta X_j \geq X_z, z^T \mathbf{1} = 1 \} \quad (2)$$

여기서,  $z$ 는 비음의 원소로 구성된  $n \times 1$  행렬이고  $\mathbf{1}$ 은 1로 구성된  $n \times 1$  행렬이다. 또한  $Y_j$ 는 의사결정단위  $j$ 의 산출요소를 의미하는  $s \times 1$  분할 행렬이고,  $X_j$ 는 의사결정단위  $j$ 의 투입요소를 나타내는  $m \times 1$  분할 행렬이다.<sup>3)</sup>

식 (2)의 DEA 모형은 수집된 투입물 정보와 산출물 정보를 이용하여 (즉, 표본자료를 이용하여) 각 의사결정단위의 효율성을 점추정 한다는 관점에서 확정적인 효율성 추정모형이다. 즉, 식 (2)의 선형계획모형을 의사결정단위의 수만큼  $n$ 번 분석하여 효율성 추정치  $\hat{\theta}$ 가 1의 값을 갖게 되면 해당 의사결정단위는 효율적 단위로 평가되고 그렇지 않은 경우에는 그 의사결정단위는 비효율적 단위로 평가받게 된다.

그러나 이러한 확정적 DEA 모형의 중요한 단점은 투입물과 산출물 자료의 확률적 변동성을 고려하지 못한다는 것이다. 자료의 확률적 변동성은 효율적 경계에도 영향을 미치게 되며 이에 따라 효율

성 추정치의 확률적 변동 부분은 고려될 필요가 있다. 최근 들어, 이러한 문제를 해결하기 위한 연구가 높은 관심을 갖고 수행되고 있는데, 그 중 Retzlaff-Roberts & Morey[37]처럼 투입 및 산출 요소에 대한 가격 정보가 알려진 경우 목표계획법을 적용한 연구도 있지만 많은 연구들은 기회제약 계획법(chance constrained programming)을 적용하여 효율성 추정치의 확률적 변동을 고려하고 있다. 예를 들어, Land et al.[26]은 주어진 투입물과 산출물만의 확률적 변동성을 고려하여 효율적 경계를 구성하고자 기회제약계획법을 적용하였고, Olesen & Petersen[32]은 기회제약계획법을 이용하여 다수의 투입물과 산출물에 대하여 신뢰구간을 설정함과 함께 기회제약적 효율성 추정치를 제시하였으며, Cooper et al.[17]은 결합기회제약조건(joint chance-constraints)을 이용하여 효율성 추정치의 확률적 특성을 파악하였다. 그러나 이러한 기존의 연구들은 자료의 확률적 변동성이 효율성 추정에 미치는 영향에 대해서는 특별한 정보를 제공해 주지 못하고 있으며, 단지 의사결정단위들의 효율성 추정치를 보수적으로 평가하는 역할만 수행한다는 비판을 받을 수 있다.

자료의 확률적 변동성은 의사결정단위의 수가 적은 경우에 특히 중요하게 고려될 필요가 있다. 그 이유는 의사결정단위의 수가 적으면 적을수록 각 의사결정단위의 효율성을 차별화 시키지 못하는 DEA의 속성 때문이다. 이처럼 자료의 확률적 변동성과 의사결정단위의 수는 밀접한 관계에 있기 때문에 평가대상이 되는 의사결정단위의 수가 투입요소와 산출요소의 수에 비해 비교적 적을 경우에는 기회제약계획법과는 다른 접근방법을 통해서 자료의 확률적 변동성을 고려할 필요성이 제기되며, 최근 들어 이러한 방법에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다[22,23,28,41]. 이러한 접근방법은 비모수적 추론방법인 부트스트랩(bootstrap)을 DEA

3) 식 (2)의 DEA 모형은 Banker et al.[6]에 의해서 제시된 BCC 모형으로 규모의 수익불변공준을 완화한 규모의 수익변동모형이다. 만약, Charnes et al.[13]의 CCR 모형을 이용하여 규모의 수익불변하에 의사결정단위들의 효율성을 측정하고자 한다면 식 (2)에서  $z^T \mathbf{1} = 1$ 이라는 제약조건을 삭제하면 된다.

의 효율성 추정에 이용하는 것으로, 이 방법의 중요한 장점 중 하나는 수집된 표본의 경험적 분포가 모집단의 분포를 적절히 반영하고 있다면 의사결정단위의 수가 적을 지라도 효율성 추정치에 대한 신뢰구간은 적절히 제공될 수 있으며, 이러한 분석 결과는 의사결정자에게 보다 신뢰할 수 있는 효율성 추정치 정보를 통계적으로 제공할 수 있다는 것이다. 이처럼 DEA 분석에서 부트스트랩 기법의 적용은 DEA에 의해 도출된 효율성 추정치에 대한 통계적 해석의 범위를 확장시키는 연구로 이해될 수 있다.<sup>4)</sup>

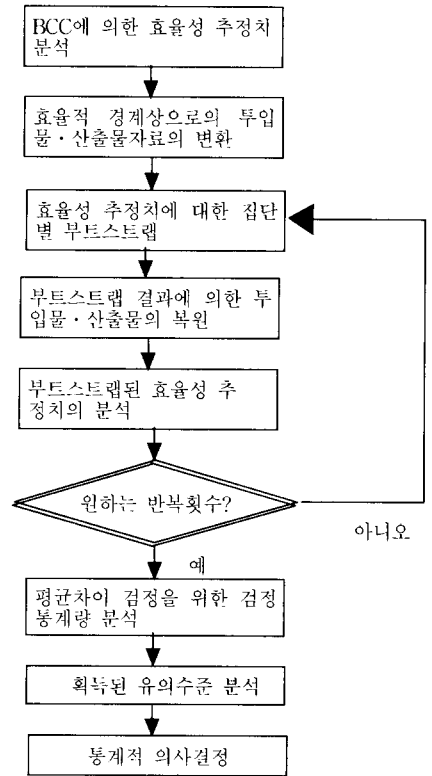
즉, 부트스트랩 기법은 작은 표본의 문제를 해결하고, 통계적으로 신뢰할 수 있는 효율성 추론 결과를 제공하며, 자료의 확률적 변동성 문제를 총체적으로 해결할 수 있는 기법으로, 본 연구의 목적인 집단간 효율성 평균차이 검증에도 유용하게 활용될 수 있다.

### 3. 부트스트래핑에 의한 효율성 평균차이 검증 절차

부트스트래핑은 모집단의 진정한 분포가 알려져 있지 않거나 확신할 수 없는 경우, 모집단을 적절히 반영할 수 있는 표본을 추출하고 이 표본에 대한 반복적인 복원추출(sampling with replacement)을 수행함으로써 경험적 분포를 획득하고 이를 통해 모집단의 분포를 추정하는 방법으로, 이 방법은 유사한 취지를 갖는 Jackknife 기법보다 더 유용한 방법으로 알려져 있다[31].

본 연구에서는 이러한 부트스트랩 방법을 효율성 추정치들의 집단간 평균 차이의 존재 여부를 검증할 목적으로 이용한다. 본 연구에서 제시하는 집단간 평균 차이 검증 절차를 흐름도로 나타내면

[그림 1]과 같다. 집단간 평균 차이 검증을 위한 단계들 중 추출된 효율성 추정치들의 부트스트랩은 Löthgren & Tambour[28]가 제시한 방법을 기초로 하며, 효율성 평균 차이에 대한 가설검정을 위해서는 Efron & Tibshirani[20]에 의해 논의된 검정 기법을 적용한다. [그림 1]의 흐름도는 집단간 효율성에 차이가 있는지를 검증하는 절차를 나타내고 있지만 여기서 집단을 기간으로 고려한다면 동일한 논리에 의해서 기간별로 효율성의 차이가 있는지의 여부도 검증할 수 있다.



[그림 1] 집단간 효율성 평균차이 검증 절차의 흐름도

4) 단일 산출물이 존재하는 경우 효율적 경계상의 DEA 추정량들이 일관성을 유지하며, 다양한 밀도함수에 대해서도 이러한 특성을 갖는다는 Banker[5]의 연구, 그리고 분석된 효율성 추정치를 이용하여 회귀분석을 실시한 Sueyoshi[43]와 Lovell et al.[29]의 연구들은 효율성 추정치에 대한 통계적 특성을 발견하고자 한 연구이며, 단순 통계량을 제공하고자 한 연구로 분류할 수 있다. 그러나 이러한 기존의 연구들은 앞서 지적하였듯이 평가대상이 되는 의사결정단위의 수가 적을 경우, DEA에 의한 의사결정단위들의 효율성 추정에는 이미 편의가 발생할 수 있다는 문제점에 대해서는 그 해결책을 제시하지 못하고 있다[24].

[그림 1]의 흐름도를 구체적으로 설명하면 다음과 같다.  $n$ 개의 의사결정단위  $j$  ( $j=1,2,\dots,n$ )가 두 집단  $A$ 와  $B$ 로 분류된다고 가정하자. 여기서 집단  $A$ 는 효율성 추정치  $\widehat{\theta}_A$  ( $i=1,2,\dots,p$ )로 구성된 집단이고, 집단  $B$ 는 효율성 추정치  $\widehat{\theta}_B$  ( $k=1,2,\dots,q$ )로 구성된 집단으로  $p+q=n$ 이다.

<단계 1> 규모의 수익변동을 가정한 BCC 모형, 즉 식 (2)를 이용하여 전체 의사결정단위들의 효율성 추정치  $\widehat{\theta}$ 을 분석한다.

의사결정단위들의 효율성 추정치를 분석하는데 있어서 이처럼 규모의 수익변동을 가정한 BCC 모형을 적용하는 이유는 BCC 모형의 추정치가 규모의 수익불변을 가정한 CCR 모형의 추정치보다 진정한 효율적 경계선이 규모의 수익불변 형태를 보이지 않을 경우에도 일관성을 유지하는 보편성을 갖기 때문이다[25]. 이 단계에서 분석된 BCC 모형의 효율성 추정치는 부트스트랩의 대상이 된다.

<단계 2> <단계 1>에서 도출한 효율성 추정치  $\widehat{\theta}_j$  ( $j=1,2,\dots,n$ )을 이용하여 각 의사결정단위의 투입물과 산출물을 식 (3)과 같이 변형한다.

$$(\widehat{X}_j^F, Y_j) = (X_j \cdot \widehat{\theta}_j, Y_j) \quad (3)$$

앞의 식 (2)를 이용하여 추정한 각 의사결정단위의 효율성  $\widehat{\theta}_j$ 는 투입기준 BCC 모형에 의한 추정치이다. 따라서 분석된 효율성 추정치를 이용하여 투입물의 일정 비율을 감소시키는 투입물의 변형을 식 (3)과 같이 수행하는데 이러한 작업은 투입물의 축소를 통해서 비효율적으로 판명된 단위들을 효율적 단위로 만들어 주기 위함이다. 식 (3)은 모든 의사결정단위들을 DEA에서 추정한 효율적 경계에 위치하도록 하며 그 때의 투입물과 산출물의 크기를 제공한다.

<단계 3> <단계 1>에서 분석한 효율성 추정치들  $\widehat{\theta}_j$  ( $j=1,2,\dots,n$ )을 이용하여 집단별로 각각  $p$ 개와  $q$ 개의 부트스트랩된 효율성 ( $\phi_{A_i}^*$ ,  $\phi_{B_k}^*$ )을 재추출한다. 이러한 부트스트랩은 각 집단별로 효율성 추정치들이 추출될 확률을 모두 동일하게 하여 복원추출형태의 몬테칼로 시뮬레이션을 수행하여 해결한다.

<단계 4> <단계 3>의 부트스트랩된 효율성 추정치를 이용하여 <단계 2>에서 식 (2)를 통해 변형시킨 투입물과 산출물을 식 (4)와 같은 방법으로 재변형시킨다. 이러한 변형은 부트스트랩된 효율성 추정치를 반영하여 투입물을 원래의 크기로 환원시키는 절차이다.

$$(X_j^*, Y_j^*) = (X_j^F / \phi_{A_i}^*, Y_j), j \in i$$

$$(X_j^*, Y_j^*) = (X_j^F / \phi_{B_k}^*, Y_j), j \in k. \quad (4)$$

식 (4)에서  $\phi_{A_i}^*$ 와  $\phi_{B_k}^*$ 는 부트스트랩을 통해 추출된 집단  $A$ 와  $B$ 의 효율성 추정치로, 이 단계는 부트스트랩에 의해서 의사결정단위들의 투입물과 산출물을 최종적으로 재추출하는 과정이다. 이 단계에서 추출한 의사결정단위들의 가상의 투입물과 산출물 자료는 경험적 분포를 이용하여 진정한 모집단을 모방한 것이다.

<단계 5> <단계 4>에서 재추출된 의사결정단위들의 투입물을 이용하여 식 (5)의 투입기준 BCC 모형에 적용한다. 두 집단간 효율성 평균차이의 존재 여부를 검정하는 것이 본 절차의 목적이므로 새로이 부트스트랩된 효율성 추정치  $\widehat{\theta}_{A_i}^*$ 과  $\widehat{\theta}_{B_k}^*$ 을 식 (5)를 이용하여 두 집단 각각에 대해서 다시 추정한다.

$$\widehat{\theta}_{A_i}^* =$$

$$\min \{ \widehat{\theta}_{A_i}^* : Y_j \leq Yz, \widehat{\theta}_{A_i}^* X_j^* \geq X^* z, z^T \mathbf{1} = 1 \}, j \in i$$

$$\widehat{\theta}_{B_i}^* = \min\{\widehat{\theta}_{B_i}; Y_j \leq Yz, \widehat{\theta}_{B_i} X_j^* \geq X^*z, z^T \mathbf{1} = 1\}, j \in k \quad (5)$$

<단계 6> <단계 3>에서 <단계 5>까지의 과정을  $H$ 번 반복하여 실시한다. 여기서  $H$ 는 부트스트랩의 수행횟수가 된다.<sup>5)</sup>

지금까지의 단계는 Löthgren & Tambour[28]가 제시한 DEA 효율성 추정치의 부트스트랩 방법<sup>6)</sup>을 확장하여 하나의 집단이 아니라 두 집단에 대해서 부트스트랩을 수행하도록 수정한 방법이다. 이 방법을 통해서 각 집단별로 부트스트랩 수행 횟수 만큼 의사결정단위들의 효율성 추정치가 가상적으로 발생된다.

<단계 7> 지금까지의 과정을 통해서 추출된  $H$ 개의 부트스트랩된 효율성 추정치  $\widehat{\theta}_{A_i}^*$ 와  $\widehat{\theta}_{B_k}^*$ 을 이용하여 식 (6)과 같은 검정통계량  $\kappa(\cdot)$ 을 도출한다.

$$\kappa(\widehat{\theta}^{*h}) = \frac{\overline{\widehat{\theta}_A^*} - \overline{\widehat{\theta}_B^*}}{\sqrt{\frac{\overline{\sigma_1^{2*}}}{p} + \frac{\overline{\sigma_2^{2*}}}{q}}}, h = 1, 2, \dots, H. \quad (6)$$

여기서,  $\overline{\sigma_1^{2*}} = \sum_{i=1}^p (\widehat{\theta}_{A_i}^* - \overline{\widehat{\theta}_A^*})^2 / (p-1)$ ,  $\overline{\sigma_2^{2*}} = \sum_{k=1}^q (\widehat{\theta}_{B_k}^* - \overline{\widehat{\theta}_B^*})^2 / (q-1)$ 이고,  $\overline{\widehat{\theta}_A^*}$ 와  $\overline{\widehat{\theta}_B^*}$ 는 부트스트랩된 효율성 추정치  $\widehat{\theta}_{A_i}^*$ 와  $\widehat{\theta}_{B_k}^*$ 의 평균으로, 식 (6)의 검정통계량은 두 집단의 효율성 분산이 동일하다는 가정이 필요하지 않

은 통계량이다.

<단계 8> <단계 7>의 검정통계량을 이용하여 획득된 유의수준(achieved significance level : ASL)을 분석한다. 획득된 유의수준이란 두 집단간 평균 차이가 존재하지 않는다는 귀무가설 하에 식 (6)으로 계산된 검정통계량이 <단계 1>에서 BCC 모형을 이용하여 도출한 관찰된 효율성 평균 차이의 표준화된 값(즉, BCC 모형을 이용하여 도출한 효율성의 두 집단간 평균 차이를 해당 표준오차로 표준화한 값)보다 크게 나타날 확률을 의미하는 것이다. 따라서 이 값이 작으면 작을수록 귀무가설에 반대되는 증거가 강하게 제시된다고 말할 수 있다.

식 (7)은 이러한 획득된 유의수준을 근사화하는 식으로 식 (6)을 이용하여 계산된 검정통계량이 실제 관찰된 효율성 추정치의 집단간 평균 차이의 표준화된 값 보다 크게 나타나는 표본의 수( $\#\{\cdot\}$ )를 부트스트랩 수행 횟수에 대한 비율로 정의한 것이다.<sup>7)</sup> 부트스트랩 수행 횟수  $H$ 가 크면 클수록 식 (7)에 의해 계산된 획득된 유의수준은 실제 확률에 근접하게 된다.

$$ASL_{boot} = \left[ \# \left\{ \kappa(\widehat{\theta}^{*h}) \geq \frac{(\overline{\widehat{\theta}_A^*} - \overline{\widehat{\theta}_B^*})}{\sqrt{\frac{\overline{\sigma_1^{2*}}}{p} + \frac{\overline{\sigma_2^{2*}}}{q}}} \right\} \right] / H \quad (7)$$

여기서,  $\overline{\sigma_1^{2*}} = \sum_{i=1}^p (\widehat{\theta}_{A_i} - \overline{\widehat{\theta}_A^*})^2 / (p-1)$ ,  $\overline{\sigma_2^{2*}} = \sum_{k=1}^q (\widehat{\theta}_{B_k} - \overline{\widehat{\theta}_B^*})^2 / (q-1)$ 이며,  $\overline{\widehat{\theta}_A^*}$ 와  $\overline{\widehat{\theta}_B^*}$ 는 BCC 모형에 의해 도출된 효율성 추정치  $\widehat{\theta}_{A_i}$ 와  $\widehat{\theta}_{B_k}$ 의 평균이다.

5) 여기서 부트스트랩은 1000번 이상 수행하는 것이 부트스트랩을 통한 효율성 추정치의 안정성을 위해 바람직하다[20].  
 6) 효율성 추정치들을 부트스트랩하는 이러한 방법은 이후 Löthgren[27]의 모의실험을 통하여 Simar[40] 및 Simar & Wilson[41]의 偏倚 수정방법(bias-corrected approach)과 비교되었으며, 그 우월성이 검증된 바 있다. 따라서 이 방법에 의한 부트스트랩 추론 결과의 신뢰성은 이미 검증된 바 있으며, 비모수적 방법으로 도출한 효율성 추정치들의 부트스트랩은 그 타당성을 갖는다고 말할 수 있다.  
 7) <단계 7>과 <단계 8>의 검정통계량과 획득된 유의수준에 대한 자세한 설명은 Efron & Tibshirani[20]를 참조.



<단계 9> 이 단계는 통계적 의사결정의 단계로 식 (7)에 의해 계산된 획득된 유의수준이 사전에 의사결정자가 설정한 유의수준( $\alpha$ )보다 작으면 두 집단간 효율성 추정치의 평균 차이가 존재하지 않는다는 귀무가설  $H_0$ 를 기각하고, 획득된 유의수준이 설정한 유의수준보다 크면 귀무가설  $H_0$ 를 채택한다.<sup>8)</sup>

지금까지 언급한 <단계 1>에서 <단계 9>까지의 일련의 절차는 [그림 1]에 나타난 두 집단간 평균 차이 검증 절차를 구체적으로 설명하고 있다. 상기 절차에서는 Löthgren & Tambour[28]가 제시한 DEA 효율성 추정치의 부트스트랩 알고리즘(LT-algorithm)을 이용하였는데, <단계 3>에서 <단계 5>까지의 절차를 약간 변형하면 Simar & Wilson[41]이 제시한 알고리즘(SW-algorithm)을 적용할 수도 있다. 두 알고리즘의 가장 큰 차이점은 SW-algorithm이 <단계 3>에서 원래의 투입물 자료를 부트스트랩 할 때 경험적 분포의 스무딩(smoothing) 절차<sup>9)</sup>를 거친다는 점과 <단계 5>에서  $\hat{\theta}_{(A, B)} \mathbf{X}_j^* \geq \mathbf{X}^* \mathbf{z}^{10)}$ 을 이용하지 않고  $\hat{\theta}_{(A, B)} \mathbf{X}_j \geq \mathbf{X}^* \mathbf{z}$ 을 이용한다는 점을 들 수 있다.

#### 4. 적용 사례

본 절에서는 제3절에서 제시한 절차를 실제 자료에 적용하여 집단간 효율성 평균 차이의 존재 여부를 검증한다. 적용 대상은 우리 나라의 25개 은

행으로 이를 시중은행과 지방은행 두 집단으로 구분하여 집단간 효율성 평균에 있어 차이가 있는지를 기존의 DEA 방법과 본 연구에서 제시한 방법을 각각 적용하여 그 결과를 비교한 후 본 연구에서 제시한 방법의 유용성을 논의한다. 자료는 1997년 한국은행 은행감독원에서 공표한 1996년도 은행경영통계자료<sup>11)</sup>이다.

#### 4.1 투입요소와 산출요소의 정의

DEA 분석을 수행하기 위해서는 우선 평가대상이 되는 의사결정단위들의 효율성을 결정하는 투입요소와 산출요소를 정의하여야 한다. DEA 연구의 주요 적용대상이었던 은행 산업의 투입요소와 산출요소에 대해서는 기존의 연구[8,10,19,30,33,35,39]에서 많이 다루고 있으나, 학자들마다 이에 대한 다양한 정의를 내리고 있어 투입요소와 산출요소의 선정에 대해서는 견해의 일치를 보이고 있지 않다. 투입요소로는 노동, 자본, 기타 비용 등과 같은 요소를 선정하는 것이 타당하다는 의견이 지배적이지만, 산출요소의 선정은 다소 상이하게 나타나고 있다. 이러한 견해의 차이는 은행의 역할을 경우에 따라 중개자 기능과 생산자 기능으로 분류하기 때문에 기인한다고 볼 수 있다. 중개자 접근법은 은행을 재무 서비스의 중개자로 간주하는 개념으로 이자비용과 총 생산비용을 주 산출요소로 보는 반면, 생산자 접근법은 은행을 예금과 대부 서비스를 생산하는 생산자로 간주하는 개념으로 예금과 대부 서비스의 수를 주 산출요소로 정의하고 있다.

8) 본 연구에서 수행하는 가설검정은 단측검정으로, 두 집단간 효율성 평균차이가 있다는(즉, 어느 한 집단의 효율성 평균이 다른 집단의 효율성 평균보다 크다는) 통계적으로 의미 있는 증거가 없는 한 두 집단간 효율성 평균 차이가 존재하지 않는다는 귀무가설을 기각할 수 없게 된다.

9) 확률밀도함수는 연속형 함수이지만 부트스트랩에 의한 경험적 분포함수는 몬테카를로 시뮬레이션을 통해 추출된 유한한 표본의 분포임으로 이산형 함수이다[31]. 따라서 이러한 차이를 조정하기 위해서 SW-algorithm에서는 스무딩 절차를 포함하고 있다. 그러나 추출된 표본의 수가 증가할수록 계단형으로 표현되는 경험적 분포함수는 연속형 함수형태로 접근한다는 사실과 LT-algorithm이 SW-algorithm보다 우수한 결과를 보인다는 실험결과[27]에 근거하여 본 연구에서는 적용이 보다 간편한 LT-algorithm을 이용하였다.

10)  $\hat{\theta}_{(A, B)}$ 은 집단 A와 B의 부트스트랩된 효율성 추정치를 의미함.

11) 한국은행 은행감독원, 「은행경영통계」, 업무자료 97-5, 1997.

본 연구에서는 이러한 두 가지 접근법을 포괄하여 투입요소와 산출요소를 선정하는 것을 기본 입장으로 취하나 주로 생산자 접근법을 따르도록 한다. 생산자 접근법을 취하는 일차적 이유는 은행산업의 생산성 측정을 강조하기 위함이며, 이차적 이유는 서비스 부문에 있어서 산출 측면의 비용을 정확히 측정하는 것이 매우 어렵기 때문이다.

본 연구에서는 요소의 수를 투입요소 3개, 산출요소 2개로 설정하였다. 이렇게 요소의 수를 제한한 이유는 평가대상이 되는 의사결정단위(은행)의 수를 고려하여 의사결정단위들의 효율성 판별력을 증가시키기 위함이다. 그러나 본 연구에서 선정한 투입요소와 산출요소는 기존연구에서 설정한 요소들을 포괄하고자 하였다. 구체적으로, 본 연구에서는 투입요소로서 종업원 수, 업무용 고정자산, 총 이자비용 등 세 가지 요소를 선정하였다. 노동 요소로는 비용단위인 인건비와 물량단위인 종업원 수를 고려할 수 있는데 측정상의 문제로 종업원 수를 노동 요소로서 고려하였다. 자본 요소로는 업무용 고정자산과 총 이자비용을 고려하였다. 이 중 업무용 고정자산에는 토지, 건물, 동산, 건설가계정, 임차보증금, 무형고정자산을 포함시킴으로써 자본 요소인 점포 수와 기타 요소인 건물의 크기까지 고려할 수 있는 폭넓은 투입요소로서의 역할을 하도록 하였다. 총 이자비용은 은행의 영업활동에서 발생하는 예금관련 이자와 기타 지급이자, 수수료, 유가증권 관련 비용 등으로 구분할 수 있는데, 본 연구에서는 이들을 종합하여 이미 노동과 업무용 고정자산으로 고려한 인건비, 물건비 등의 경비를 제외한 총 비용의 개념으로 정의하였다.

한편 산출요소로는 예수금과 이자수익을 고려하였다. 예수금은 요구불예금과 저축성예금을 포함한 원화예수금, 수입부금, 양도성 예금증서, 외화예수금, 은행계정, 금전신탁, 금외신탁을 합계한 금액으

로 평가하고, 이자수익은 대출 관련 수익, 기타 수입이자, 유가증권 관련 수익, 외화 관련 수익을 포함한 총 수익으로 평가한다. 대부액의 크기도 은행의 중요한 산출요소로서 고려할 수 있으나, 이자수익으로 포함시킨 대출 관련 수익과 기타 수입이자에 이 요소가 반영되었기 때문에 총 수익 항목으로서 이를 동시에 측정하고자 하였다.

따라서 각 의사결정단위(은행)는 종업원, 업무용 고정자산을 투입하여 예수금이라는 산출물을 생산한다. 또한 은행의 수익성 활동을 강조하기 위해서 총 이자비용이라는 비용 개념과 총 이자수익이라는 수익개념을 은행의 관리활동과 자산 투자활동으로 인한 성과로 간주하여 전자를 투입요소에, 후자를 산출요소에 각각 포함시켰다.

## 4.2 분석자료 및 결과

본 연구에서 분석에 사용한 자료는 <표 1>과 같다. <표 1>은 한국은행 은행감독원에서 발표한 1996년도 우리 나라 25개 은행들의 경영 상황을 나타내는 자료로, 은행 1에서 은행 15까지 15개의 은행은 시중은행을 나타내며, 은행 16에서 은행 25까지 10개의 은행은 지방은행을 나타낸다. <표 1>의 수치는 앞에서 선정한 투입요소 3개와 산출요소 2개에 대한 각 은행의 통계 자료이다.

<표 1>의 자료를 이용하여 각 은행의 상대적 효율성을 도출한 결과는 <표 2>와 같다. 이 분석 결과는 식 (2)에 기초한 투입기준 DEA 모형의 분석 결과이다. <표 2>를 보면 CCR 모형과 BCC 모형에 의하여 각각 도출된 의사결정단위들의 기술적 효율성 추정치와 CCR 분석에 근거한 비효율적 단위들의 참조집합, 그리고 BCC 분석에 근거한 의사결정단위들의 규모의 효율성 결과가 요약되어 있다.<sup>12)</sup>

12) <표 2>에서 참조집합이란 CCR 모형을 통하여 비효율적인 단위로 평가받은 (즉, CCR 모형의 분석 결과 상대적 효율성이 1보다 작게 나타난) 의사결정단위가 효율적인 단위가 되기 위하여 벤치마킹 하여야 하는 효율적 경계(efficient frontier)상에 위치한 의사결정단위들의 집합을 말하는 것으로, 여기서는 CCR 모형에 의해 비효율적으로 판별된 각 은행과 가장 유사한 투입·산출물 구조를 갖는 효율적인 은행들의 집합을 말한다. 예를

〈표 1〉 1996년도 우리 나라 은행별 통계 자료

은행	종업원수 (명)	업무용 고정자산 (억원)	총비용 (억원)	예수금 (억원)	총수익 (억원)
1	8666	11169	20154	288695	25869
2	7591	9977	17874	280433	23135
3	8074	9447	21190	261464	25237
4	8246	9815	18511	274657	23657
5	7760	7651	17662	228049	19745
6	8309	13496	23455	296930	29067
7	12823	16458	20714	297200	28837
8	4622	8654	15239	211259	19566
9	2113	2670	4217	70810	5680
10	2163	2888	3810	72126	5028
11	1798	2188	2940	46790	3961
12	1833	2304	2722	39653	3665
13	1589	3066	5053	113296	6464
14	1493	2536	3780	106164	4943
15	1739	2027	2842	40660	3704
16	3182	3720	5549	79549	7972
17	3111	2518	5365	67568	7421
18	1604	1724	2648	31052	3545
19	1857	2717	3514	43106	4612
20	723	441	597	9057	890
21	2585	3210	4562	48469	5927
22	1111	1352	1663	20833	2295
23	971	899	1638	18533	2268
24	2249	2658	3404	44081	5157
25	929	859	1568	18145	2067

자료원 : 한국은행 은행감독원, 「은행경영통계」, 업무자료 97-5, 1997.

〈표 2〉의 분석 결과를 보면 CCR 효율성에서는 시중은행의 평균이 0.9613으로 지방은행의 평균 0.9570보다 약간 높은 것으로 나타났다. 그러나 이러한 차이를 가지고 과연 시중은행의 효율성이 지방은행의 효율성보다 높다고 말할 수 있는지는 의문이다. 즉, 기존의 DEA 분석을 통하여 의사결정 단위들의 효율성 추정치를 계산하고 집단별로 그 평균을 계산하여 차이가 존재할 때 (즉, 표본평균의 차이가 존재할 때) 이것이 집단간에 존재하는 진정한 효율성 차이라고 객관적으로 주장할 수 있는 근거는 기존의 DEA 분석에서는 제공하고 있지 못하다. 특히, 은행 산업에 있어 규모의 수익이 존

재한다는 가정 하에 분석한 BCC 효율성을 보게 되면 시중은행과 지방은행간의 효율성 평균 차이는 0.0036으로 매우 근소하여 이 차이가 자료의 변동성에 의해 나타난 것인지 아니면 진정한 효율성 차이 때문에 나타난 것인지에 대한 명확한 증거를 제시하기란 더욱 어렵다.

〈표 2〉 CCR과 BCC 모형의 분석결과

은행	CCR효율성	참조집합	BCC효율성	규모의 효율성
1	0.9616	8,17,24	1.0000	0.9616
2	0.9728	8,13,17,24	1.0000	0.9728
3	1.0000		1.0000	1.0000
4	0.9586	8,13,17,24	1.0000	0.9586
5	0.9709	13,14,17	1.0000	0.9709
6	0.9765	8	1.0000	0.9765
7	0.9389	13,14,24	1.0000	0.9389
8	1.0000		1.0000	1.0000
9	0.9727	13,14,17,24	0.9734	0.9992
10	0.9327	14,20,24	0.9330	0.9996
11	0.9258	14,17,20,24	0.9283	0.9973
12	0.9131	14,20,24	0.9132	0.9998
13	1.0000		1.0000	1.0000
14	1.0000		1.0000	1.0000
15	0.8961	14,17,20,24	0.9006	0.9950
시중은행 평균	0.9613		0.9765	0.9846
16	0.9993	8,13,17,24	1.0000	0.9993
17	1.0000		1.0000	1.0000
18	0.9260	8,17,24	0.9311	0.9945
19	0.9183	8,13,24	0.9328	0.9844
20	1.0000		1.0000	1.0000
21	0.8974	8,17,24	0.8981	0.9992
22	0.9167	14,20,24	0.9665	0.9484
23	0.9797	8,17,24	1.0000	0.9797
24	1.0000		1.0000	1.0000
25	0.9330	8,17,24	1.0000	0.9330
지방은행 평균	0.9570		0.9729	0.9838

이러한 문제를 해결하기 위하여 제3절에서 제시한 부트스트랩 방법을 적용하여 집단간 효율성 평균 차이가 통계적으로 존재하는지를 검증해 보았다. 구체적으로 시중은행 15개와 지방은행 10개의 BCC 효율성 추정치를 이용하여 〈표 1〉의 투입물

들어, 은행 25의 경우 효율적인 단위가 되기 위해 모범으로 삼아야 할 은행은 은행 8, 17, 24임을 나타낸다. CCR 모형과 BCC 모형을 이용한 DEA 분석 결과(기술적 효율성, 참조집합, 규모의 효율성 등)에 대한 구체적인 설명은 민재형·김진한[2]을 참조.

자료를 변형시킨 후 집단별(즉, 시중은행과 지방은행)로 부트스트랩된 15개와 10개의 효율성 추정치에 기초하여 투입물의 크기를 재환원 하였다. 여기서 총 25개의 재추출된 표본을 구한 후 최종적으로 식 (5)에 의해서 각 의사결정단위별로 부트스트랩된 효율성 추정치를 산출하게 된다. 이러한 반복은 총 1,000회 수행되었다. 한편, 효율성 추정치의 부트스트랩시 이용한 난수는 Press et al.[34]의 *Numerical Recipes*에서 구하였으며, 일련의 BCC 모형(선형계획모형)의 분석을 위해서는 *LINDO (Linear Interactive and Discrete Optimizer)*를 이용하였다. 이러한 부트스트랩 과정을 통해 산출된 각 의사결정단위의 효율성 통계량은 <표 3>에 요약되어 있다.

<표 3> 부트스트랩에 의한 은행별 효율성 추정치

은행	평균	표준편차	최소값	최대값
1	0.9949	0.0127	0.9466	1.0000
2	0.9993	0.0031	0.9829	1.0000
3	1.0000	0.0000	1.0000	1.0000
4	0.9854	0.0277	0.9074	1.0000
5	0.9898	0.0207	0.9279	1.0000
6	1.0000	0.0000	1.0000	1.0000
7	1.0000	0.0000	1.0000	1.0000
8	1.0000	0.0000	1.0000	1.0000
9	0.9845	0.0262	0.9170	1.0000
10	0.9844	0.0268	0.9123	1.0000
11	0.9859	0.0269	0.9061	1.0000
12	0.9894	0.0223	0.9273	1.0000
13	1.0000	0.0000	1.0000	1.0000
14	1.0000	0.0000	1.0000	1.0000
15	1.0000	0.0000	1.0000	1.0000
시중은행평균	0.9942			
16	1.0000	0.0000	1.0000	1.0000
17	1.0000	0.0000	1.0000	1.0000
18	0.9786	0.0301	0.8996	1.0000
19	0.9989	0.0049	0.9726	1.0000
20	1.0000	0.0000	1.0000	1.0000
21	0.9827	0.0274	0.9077	1.0000
22	0.9814	0.0288	0.9022	1.0000
23	0.9924	0.0172	0.9338	1.0000
24	0.9915	0.0167	0.9407	1.0000
25	0.9911	0.0196	0.9289	1.0000
지방은행평균	0.9916			

<표 3>에는 각 은행별로 부트스트랩된 BCC 효율성의 평균과 표준편차, 그리고 최소값과 최대값이 요약되어 있다. <표 3>의 BCC 효율성 평균과 <표 2>의 BCC 효율성 추정치를 비교해 보면, <표 2>에서는 효율적인 의사결정단위로 평가받은 (즉, 효율성이 1인) 의사결정단위가 전체적으로 16개였으나 <표 3>의 부트스트랩한 결과를 보면 그 수가 10개로 축소되었음을 알 수 있다. 이것은 부트스트랩을 이용한 분석 결과가 의사결정단위들의 우선순위를 평가하는데 보다 변별력 있는 정보를 제공할 수 있음을 보여준다.<sup>13)</sup>

다음으로 본 연구에서 보여주고자 하는 두 집단간 효율성 평균 차이에 대한 통계적 검정을 위해 <표 3>의 결과를 이용하여 검정통계량과 획득된 유의수준(ASL)을 도출하였다. 획득된 유의수준을 구하기 위해 우선 부트스트랩에 의해 산출된 효율성 추정치를 이용하여 수행된 부트스트랩의 수만큼 검정통계량을 구하였다(제3절의 <단계 7> 참조). 이 검정통계량과 표준화된 두 집단간 BCC 효율성 평균 차이에 기초하여 최종적으로 획득된 유의수준이 계산되었으며, 그 결과 획득된 유의수준은 0.244로 나타났다(제3절의 <단계 8> 참조). 따라서 이 경우 만약 의사결정자가 사전에 유의수준을, 예를 들어, 0.05로 설정하였다면, 시중은행과 지방은행간의 효율성 평균 차이가 존재하지 않는다는 귀무가설은 기각할 수 없게 된다(제3절의 <단계 9> 참조).

이러한 결과는 시중은행과 지방은행 두 집단간 BCC 효율성 평균 차이가 원래의 0.0036(<표 2> 참조)에서 부트스트랩 과정을 거친 후 0.0026(<표 3> 참조)으로 축소된 것을 통해서도 어느 정도 예측될 수 있을 것이다. 그러나 여기서 중요한 점은 부트스트랩 과정을 통하여 우리는 집단간 효율성 평균 차이가 존재하는지의 여부를 단순히 집단간

13) 한편, 부트스트랩을 이용한 분석에서는 효율적인 단위로 평가받은 의사결정단위들의 효율성 우선순위로 결정할 수 있는데, 이는 효율성 추정치들의 신뢰구간을 추정함으로써 가능하다. 그러나 신뢰구간 추정은 본 연구의 목적이 아니므로 더 이상 논의하지 않는다. 여기에 관심있는 독자는 Simar & Wilson[41], Löthgren & Tambour[28], Gstach[23], Ferrier & Hirschberg[22]을 참조하기 바란다.

효율성 평균 차이(즉, 표본평균의 차이)를 구함으로써 주관적으로 판단하는 것이 아니라 특정 신뢰 수준 하에서 통계적으로 판단할 수 있다는 것이다. 결론적으로, 본 연구에서 제시한 집단간 효율성 평균 차이에 대한 검정 절차는 분석자의 주관적 판단을 배제하고 객관적 정보에 근거하여 결론을 유도할 수 있도록 하는 방법으로서의 중요한 의미를 가지고 있다.

본 적용 사례는 본 연구에서 제시한 집단간 평균 효율성 차이 검정 절차를 실제 자료에 적용하고 그 결과를 보여주기 위해 수행되었다. 비록 본 적용 사례에서는 원래 시중은행과 지방은행 두 집단간 효율성 평균 차이가 거의 존재하지 않았기 때문에 부트스트랩에 의한 효율성 평균 차이도 검정 결과 존재하지 않는다는 결론이 나왔지만, 어느 정도 효율성 차이가 존재하는 두 집단에 대하여 본 연구에서 제시한 방법을 적용하면 그 차이가 과연 자료의 변동성 때문에 나타난 것인지 아니면 그 차이가 집단간 특성에 기인한 의미 있는 차이인지를 통계적으로 판단할 수 있는 장점을 지니고 있다.

## 5. 결 론

DEA 분석에 있어서 집단간 효율성의 평균 차이를 검증하는 작업은 매우 중요한 의미를 갖고 있다. 규모, 형태 등과 같은 기준에 따라 의사결정단위들을 그룹화하고 그룹간에 효율성 평균 차이가 있는지를 검증하는 작업은 동일 산업내에서 규모나 형태와 같은 조직 특성이 효율성에 미치는 영향을 파악할 수 있도록 하며, 집단을 기간으로 생각하면 기간별로 효율성의 평균 차이를 종단면적으로 평가할 수 있도록 하여 특정 정책의 도입이 효율성에 미치는 영향을 파악할 수도 있게 한다.

그러나 이러한 분석을 수행하기 위해서는 집단간이나 기간별로 효율성의 차이를 객관적으로 검증할 수 있는 방법론이 요구된다. 본 연구에서는 이를 위해 부트스트랩을 이용한 검증 방법을 제시하고 이를 실제 자료에 적용하여 본 방법의 유용성

을 논하였다. 본 연구에서 제시한 방법은 Brockett & Golany[12]가 두 기간간 효율성의 차이를 검증하기 위해 제시하였던 서열통계량에 기초한 비모수적 분석 방법보다 자료의 확률적 변동성과 확률적 거리함수의 추정을 이용한 보다 정밀한 검증 방법이라고 평가할 수 있다. 또한 집단간의 효율성 차이를 검증하기 위해 비효율적 단위들의 비율에 대해  $F$ 분포를 가정하는 방법보다 표본 수의 영향을 작게 받는다는 점을 강조할 수 있다. 결론적으로 본 연구에서 제시한 집단간 효율성의 평균차이 검증 방법은 DEA 분석의 한 단점이라고 할 수 있는 의사결정단위들의 상대적 평가로 인한 효율성 차이의 모호성을 통계적인 검증 절차를 통해서 객관적으로 해결할 수 있음을 보여 주었으며, 집단간 평균 차이의 존재 여부를 유의수준별로 결정할 수 있도록 함으로써 상황에 따라 융통성 있는 의사결정을 내릴 수 있다는 점도 중요하게 받아들여져야 할 것이다.

본 연구와 관련한 추후 연구 방향으로는 본 연구에서 제시한 방법을 적용하여 집단간 효율성의 평균 차이가 통계적으로 존재할 경우, 그 차이의 원인이 무엇인지를 규명하는 것이다. 개별 의사결정단위들의 효율성에 차이가 존재할 때 그 원인을 밝히는 것이 중요한 연구주제이듯이 집단간 효율성 평균 차이의 원인을 구체적으로 밝히는 것도 중요한 연구주제로 제안될 수 있을 것이다.

## 참 고 문 헌

- [1] 김진한, "비모수적 생산성 측정을 이용한 서비스 기업의 성과평가모형에 관한 연구", 박사학위논문, 서강대학교 대학원, 1998.
- [2] 민재형·김진한, "DEA를 이용한 손해보험회사의 효율성 측정에 관한 연구", 『한국경영과학회지』, 제23권, 제2호(1998), pp.201-217.
- [3] Aigner, D. J. A. K. Lovell and P. Schmidt, "Formulation and Estimation of Stochastic Frontier Production Function Models," *Jour-*

- nal of Econometrics*, Vol.6(1977), pp. 21-37.
- [4] Andersen, P. and N. C. Petersen, "A Procedure for Ranking Efficient Units in Data Envelopment Analysis," *Management Science*, Vol.39(1993), pp.1261-1264.
- [5] Banker, R. D., "Maximum Likelihood, Consistency and DEA : A Statistical Foundation," *Management Science*, Vol.39(1993), pp.1265-1273.
- [6] Banker, R. D., A. Charnes and W. W. Cooper, "Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis," *Management Science*, Vol.30(1984), pp.1078-1092.
- [7] Banker, R. D., "Hypothesis Tests Using Data Envelopment Analysis," *The Journal of Productivity Analysis*, Vol.7(1996), pp. 139-159.
- [8] Barr, R. S., L. M. Seiford and T. F. Siems, "An Envelopment-analysis Approach to Measuring the Managerial Efficiency of Banks," *Annals of Operations Research*, Vol.45(1993), pp.1-19.
- [9] Bauer, P. W., "Recent Developments in the Econometric Estimation of Frontiers," *Journal of Econometrics*, Vol.46(1990), pp.39-56.
- [10] Berger, A. N. and D. B. Humphrey, "Efficiency of Financial Institutions : International Survey and Directions for Future Research," *European Journal of Operational Research*, Vol.98(1997), pp.175-212.
- [11] Bjurek, H., L. Hjalmarsson and F. R. Førsund, "Deterministic Parametric and Nonparametric Estimation of Efficiency in Service Production : A Comparison," *Journal of Econometrics*, Vol.46(1990), pp.213-227.
- [12] Brockett, P. L. and B. Golany, "Using Rank Statistics for Determining Programmatic Efficiency Differences in Data Envelopment Analysis," *Management Science*, Vol.42(1996), pp.466-472.
- [13] Charnes, A., W. W. Cooper and E. Rhodes, "Measuring the Efficiency of Decision Making Units," *European Journal of Operational research*, Vol.2(1978), pp.429-444.
- [14] Charnes, A., W. W. Cooper, E. Rhodes, "Evaluating Program and Managerial Efficiency : An Application of Data Envelopment Analysis to Program Follow Through," *Management Science*, Vol.27(1981), pp.668-697.
- [15] Charnes, A., W. W. Cooper, A. Y. Lewin and L. M. Seiford(eds.), *Data Envelopment Analysis : Theory, Methodology, and Applications*, Kluwer Academic Publisher, 1994.
- [16] Cook, W. D., M. Kress and L. M. Seiford, "Prioritization Models for Frontier Decision Making Units in DEA," *European Journal of Operational Research*, Vol.59(1992), pp.319-323.
- [17] Cooper, W. W., Z. Huang, V. Lelas, S. Li, O. B. Olesen, "Chance Constrained Programming Formulations for Stochastic Characterizations of Efficiency and Dominance in DEA," *Journal of Productivity Analysis*, Vol.9(1998), pp.53-79.
- [18] Doyle, J. and R. Green, "Efficiency and Cross-efficiency in DEA : Derivations, Meanings and Uses," *Journal of the Operational Research Society*, Vol.45(1994), pp. 567-578.
- [19] Drake, L. and B. Howcroft, "Relative Efficiency in the Branch Network of a UK Bank : An Empirical Study," *OMEGA*, Vol. 22(1994), 1994, pp.83-90.
- [20] Efron, B. and R. J. Tibshirani, *An Intro-*

- duction to the Bootstrap, Monographs on Statistics and Applied Probability*, No.57, Chapman & Hall, 1993.
- [21] Färe, R., S. Grosskopf and C. A. Knox Lovell, *Production Frontiers*, Cambridge University Press, 1994.
- [22] Ferrier, G. D. and J. G. Hirschberg, "Bootstrapping Confidence Intervals for Linear Programming Efficiency Scores : With an Illustration Using Italian Banking Data," *Journal of Productivity Analysis*, Vol.8 (1997), pp.19-33.
- [23] Gstach D., "Another Approach to Data Envelopment Analysis in Noisy Environments : DEA+," *Working Paper No.39* (1997), Vienna University of Economics.
- [24] Kittelsen, S. A. C., "Monte Carlo Simulations of DEA Efficiency Measures and Hypothesis Tests," *The Fifth European Workshop on Efficiency and Productivity Measurement*, Oct. 9-11(1997), Copenhagen.
- [25] Kneip, A., B. U. Park and Simar, "A Note on the Convergence of Nonparametric DEA Efficiency Estimates," *CORE Discussion Paper 9603*(1996), Center for Operations Research and Econometrics, Universite Catholique de Louvain.
- [26] Land, K. C., C. A. K. Lovell and S. Thore, "Chance Constrained Data Envelopment Analysis," *Managerial and Decision Economics*, Vol.14(1993), pp.541-554.
- [27] Löthgren, M., "How to Bootstrap DEA Estimators : A Monte Carlo Comparison," *Working Paper No.223*(1998), Stockholm School of Economics.
- [28] Löthgren, M. and M. Tambour, "Bootstrapping the DEA-based Malmquist Productivity Index," *Working Paper No.78* (1996), Stockholm School of Economics.
- [29] Lovell, C. A. K., L. C. Walters and L. L. Wood, "Stratified Models of Education Production Using Modified DEA and Regression Analysis," pp.329-351. in Charnes, A., W. Cooper, A. Y. Lewin, L. M. Seiford (eds.), *Data Envelopment Analysis : Theory, Methodology and Applications*, 1994.
- [30] Mlima, A. P., "Efficiency of Swedish Banking Industry : an Application of Data Envelopment Analysis," *The Fifth European Workshop on Efficiency and Productivity Analysis*, Oct. 9-11(1997), Copenhagen.
- [31] Mooney, C. Z. and R. D. Duval, *Bootstrapping : A Nonparametric Approach to Statistical Inference*, Sage University Paper Series on Quantitative Applications in the Social Sciences, 07-095, 1993.
- [32] Olesen, O. and N. C. Petersen, "Chance-Constrained Efficiency Evaluation," *Management Science*, Vol.41(1995), pp.442-457.
- [33] Pastor, J. M., F. Pérez and J. Quesada, "Efficiency Analysis in Banking Firms : An International Comparison," *European Journal of Operational Research*, Vol.98(1997), pp.395-407.
- [34] Press, W. H., S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling and B. P. Flannery, *Numerical Recipes in Fortran : The Art of Scientific Computing*, Cambridge University Press, 2nd ed., 1992.
- [35] Rangan, N., R. Grabowski, H. Y. Aly and C. Pasurka, "The Technical Efficiency of US Banks," *Economics Letters*, Vol.28(1988), pp.169-175.
- [36] Reed, L. and E. Thanassoulis, "Testing for the Nature of Returns to Scale in Data Envelopment Analysis," *Research Papers*

- No.273(1997), Warwick Business School Research Bureau.
- [37] Retzlaff-Roberts, D. L. and R. C. Morey, "A Goal-programming Method of Stochastic Allocative Data Envelopment Analysis," *European Journal of Operational Research*, Vol.71(1993), pp.379-397.
- [38] Seiford, L. M., "A Bibliography of Data Envelopment Analysis(1978-1996)," *Working Paper*(<http://www-vms.ecs.umass.edu/~sqpl/deabib.html>), 1997.
- [39] Sherman, H. D. and F. Gold, "Bank Branch Operating Efficiency : Evaluation with Data Envelopment Analysis," *Journal of Banking and Finance*, Vol.9(1985), pp.297-315.
- [40] Simar, L., "Aspects of Statistical Analysis in DEA-Type Frontier Models," *Institut de Statistique and CORE Discussion Paper* (1995), Université Catholique de Louvain, Belgium.
- [41] Simar, L. and P. W. Wilson, "Sensitivity Analysis of Efficiency Scores : How to Bootstrap in Nonparametric Frontier Models," *Institut de Statistique and CORE Discussion Paper*(1995), Université Catholique de Louvain, Belgium.
- [42] Sinuany-Stern, Z., A. Mehrez and A. Barboy, "Academic Departments Efficiency via DEA," *Computers and Operations Research*, Vol.21(1994), pp.543-556.
- [43] Sueyoshi, T., "Stochastic Frontier Production Analysis," *European Journal of Operational Research*, Vol.74(1994), pp.466-478.
- [44] Tofallis, C., "Improving Discernment in DEA using Profiling," *OMEGA*, Vol.24 (1996), pp.361-364.
- [45] Zhang, Y. and R. Bartels, "The Effect of Sample Size on the Mean Efficiency in DEA with an Application to Electricity Distribution in Australia, Sweden and New Zealand," *Journal of Productivity Analysis*, Vol.9(1998), pp.187-204.