

인코히어런트 삼각 홀로그래피의 해상도 분석에 관한 연구

김수길

호서대학교 전기전자제어공학부

김은수

광운대학교 전자공학과

이병호

서울대학교 전기공학부

(1999년 1월 15일 받음, 1999년 3월 29일 수정본 받음)

변형 삼각간섭계에 있어서 기록과 복원 시스템을 고려한 PSF를 구하였다. 그리고 변형 삼각간섭계와 Cochran 삼각간섭계의 해상도를 유도하였으며, 렌즈의 배율, 복원시에 사용되는 레이저의 파장, 그리고 홀로그래프의 크기에 따른 두 시스템의 해상도를 구하고 분석하였다. 또한, 인코히어런트 홀로그래피의 가능성을 입증하기 위하여 수은등을 이용한 인코히어런트 홀로그래프의 생성과 이를 이용한 광학적 복원 결과가 제시되었다.

I. 서 론

인코히어런트 홀로그래피는, 짧은 가간섭 길이 때문에 부피가 큰 물체를 기록하기 어려운, 레이저를 이용한 홀로그래피의 단점을 극복하기 위한 대안으로 연구되기 시작하였다. 이 방법은 레이저 홀로그래피와 달리 광원의 가간섭 길이에 거의 영향을 받지 않는다. 인코히어런트 광으로 홀로그래프를 기록할 수 있는 여러 가지 시스템이 제안되었으나, 구체적인 실험결과가 제시되지는 않았다.^[1] 인코히어런트 광을 이용한 홀로그래프의 생성실험결과는 1960년대의 Cochran에 의해 처음으로 발표되었다. Cochran은 한 개의 광분할기와 각각 두 개씩의 거울과 렌즈를 이용한 삼각간섭계를 구성하여 한 점 광원에 대한 인코히어런트 홀로그래프를 기록하고 복원한 결과를 발표하였다.^[2] 비슷한 시기에 Peters는 Cochran이 제안한 시스템을 이용하여 문자를 기록하고 복원하는 실험을 하였다.^[3] 그러나, 인코히어런트 홀로그래피는 물체가 복잡해짐에 따라 바이어스가 강해져서 콘트라스트가 떨어지는 단점이 있는데, 이에 대한 해결책이 제시되지 않아서 인코히어런트 홀로그래피는 상당기간 주목을 끌지 못하였다. 그러다가 1985년에 Sirat와 Psaltis가 이방성 결정인 방해석을 이용하여 인코히어런트 홀로그래프를 기록하고 복원할 수 있는 방법을 제안하였다.^[4] 이 방법은 이방성 물질에서 진행되는 ordinary wave와 extraordinary wave의 위상속도가 다르다는 사실을 이용하여 인코히어런트 홀로그래프를 기록하는 방법이다. 그리고 Mugnier와 Sirat은 인코히어런트 홀로그래프의 가장 치명적 결

함중의 하나인 바이어스와 공액영상을 LCLV(liquid crystal light valve)와 마스크 등을 이용하여 제거할 수 있는 방법을 제시하였다.^[5] 그러나 이 방법은 고가의 광학소자를 사용할 뿐만 아니라 바이어스와 공액영상을 제거하기 위해서는 두가지 시스템을 사용하여야 한다는 단점을 가지고 있다. 따라서, 이러한 단점을 없애기 위하여 복소홀로그래프의 실수부와 허수부를 동일한 시스템에서 구할 수 있는 변형 삼각간섭계가 제안되었고, 단일파장에 대한 점광원 홀로그래프를 기록하고 복원하는 실험을 통하여 바이어스와 공액영상이 제거될 수 있다는 것이 입증되었다.^[6-8]

본 논문에서는 이전의 연구에서 제안된 변형 삼각간섭계를 이용하여 인코히어런트 홀로그래프를 기록하고 복원하는 과정에서 포함되는 여러가지의 디바이스를 고려한 point spread function (PSF)를 유도한 다음에 변형 삼각간섭계의 해상도를 분석하고 또한, 인코히어런트 광원인 수은등을 이용하여 인코히어런트 홀로그래프의 생성과 복원에 대한 실험결과를 제시하였다.

II. 기록과 복원 시스템을 고려한 변형 삼각간섭계의 해상도

2.1. 변형 삼각간섭계^[6]

그림 1은 최근에 제안된 바이어스와 공액영상이 제거된 복소홀로그래프를 얻을 수 있는, 수동소자로 구성된 변형 삼각간섭계^[6,7]를 나타낸 것이다. 그림 1에서 LP1,2와 WP1,2는 각각 선형 편광기와 wave plate를 나타내며, L1과 L2는 초점거리가 각각 f_1 와 f_2 인 렌즈들이다. PBS는 편광 광분할기이며, LP1과 WP2는 x 축에 대하여 45도 회전되어있고 WP1의 slow

*본 논문은 한국학술진흥재단 '96 자유공모과제(96-001-E-0589) 지원에 의해 이루어짐.

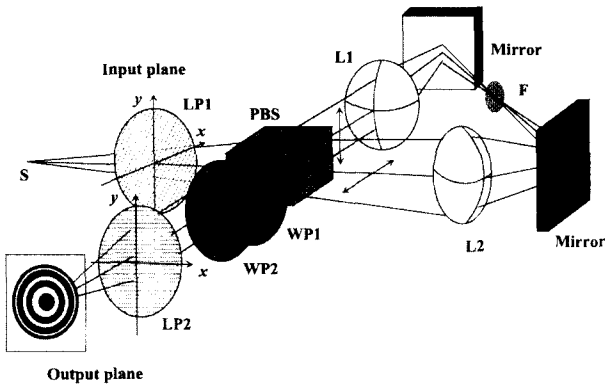


그림 1. 변형 삼각간섭계.

표 1. Wave plate의 4가지 조합에 의한 출력면에서의 PSF

wave plate	PSF
$\Gamma_1 = \frac{\pi}{2}$ 와 $\Gamma_2 = +\frac{\pi}{2}$	$I_{++}(x, y) = C^2\{1 + \cos\phi(x, y)\}$
$\Gamma_1 = \frac{\pi}{2}$ 와 $\Gamma_2 = -\frac{\pi}{2}$	$I_{--}(x, y) = C^2\{1 - \cos\phi(x, y)\}$
$\Gamma_1 = 0$ 와 $\Gamma_2 = +\frac{\pi}{2}$	$I_{+-}(x, y) = C^2\{1 - \sin\phi(x, y)\}$
$\Gamma_1 = 0$ 와 $\Gamma_2 = -\frac{\pi}{2}$	$I_{-+}(x, y) = C^2\{1 + \sin\phi(x, y)\}$

axis는 x축과 일치되어 있다. 그리고 LP2는 편광축이 x축 방향이며 F는 간섭필터이다.

변형 삼각간섭계에서 시계방향과 반시계방향으로 진행하는 빛이 출력면에서 더해지게 되는데, 출력면쪽에 위치한 wave plate를 이용하여 두 빛의 상대적인 위상차를 조절함으로써 출력면에서 표 1과 같은 4가지의 빛의 세기를 얻을 수 있다.^[6] 여기서, $C = \frac{k}{2\sqrt{2}\pi z_0}$, $\phi(x, y) = \frac{k}{2z_1}\{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 - (x_1^2 + y_1^2)\}$, $x_1 = \frac{x_0}{\alpha + \beta}$, $y_1 = \frac{y_0}{\alpha + \beta}$, $z_1 = \frac{z_0}{\alpha^2 - \beta^2}$, $\alpha = -\frac{f_1}{f_2}$, $\beta = -\frac{f_2}{f_1}$ 이다.

이렇게 구한 4가지 빛의 세기를 전자적으로 조작함으로써 식 (1)과 같은 복소홀로그래프 $H(x, y)$ 를 얻을 수가 있다.^[6]

$$H(x, y) = C^2 \exp[\pm i\phi(x, y)] \quad (1)$$

그림 1에서 입력면(input plane)의 원점에 대한 점 S의 좌표가 $(x_0, y_0, -z_0)$ 이며, 식 (1)은 바이어스와 공역영상이 제거된 복소홀로그래프를 나타낸다.

2.2. 기록과 복원시스템을 고려한 변형 삼각간섭계의 PSF

인코히어런트 홀로그래프를 기록하고 복원하는, 전체 홀로그래프 기록/복원 시스템에 대한 인코히어런트 PSF(point spread function)을 전개하기 위해서 한 점에 대한 동축 홀로그래프가 기록되는 것을 생각하자. 변형 삼각간섭계를 이용하여 기록된 점광원 홀로그래프는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} I_{\delta}(x, y; z_1) &= C^2 + C^2 \cos\phi(x, y) \\ &= C^2 + \frac{1}{2}C^2 \exp[i\phi(x, y)] + \frac{1}{2}C^2 \exp[-i\phi(x, y)] \\ &= C^2 + \frac{1}{2}V_{\delta}(x, y) + \frac{1}{2}V_{\delta}^*(x, y) \end{aligned} \quad (2)$$

식 (2)의 첫 번째 항은 초점거리가 무한대인 평면렌즈를 나타내고, 두 번째와 세 번째 항은 각각 초점거리가 $f=z_1$ 인 양과 음의 렌즈에 대응한다. 양과 음의 렌즈는 복원시 점 물체의 실상과 허상을 만들어낸다.

복원된 실상을 실험적으로 조사하는 것이 더 쉽기 때문에, 이 항만이 다음의 해석에서 토론될 것이다. 식 (2)의 두 번째 항을 사용하면, 복원된 실상의 빛의 세기는 식 (3)과 같이 쓸 수 있다.

$$I_{r,\delta} \approx \left| F^{-1} \left[F \left\{ \text{circ} \left(\frac{r}{a} \right) \exp \left(-\frac{r^2}{\omega_f^2} \right) V_{\delta}(x, y; z_1) \right\} H_z \right] \right|^2 \quad (3)$$

여기서, 복원시에 홀로그래프를 조명하는 빔은 넓은 가우시안(gaussian)이라고 가정한다. 즉, ω_f 는 a 에 비하여 크다. F는 Fourier 변환을 의미한다. 그리고 circ함수는 복원과정에서 이용할 수 있는 프린지 또는 Fresnel zones의 수를 고려하기 위해 포함된다. 제한된 프린지(fringe)의 수는 홀로그래프의 복원 과정에서 사용되는 LCD의 제한된 공간 해상도에 기인한다. 식 (3)에 대해 LCD가 반경방향에 대해 같은 공간 해상도를 가진다고 가정했다. $\text{circ} \left(\frac{r}{a} \right)$ 는 식 (4)와 같이 정의된다.

$$\text{circ} \left(\frac{r}{a} \right) = \begin{cases} 1, & r \leq a \\ 0 & r > a \end{cases} \quad (4)$$

여기서, $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$ 이고 a 는 실제의 LCD 반경방향의 크기로 제한된다. 마지막으로, 식 (3)에서 H_z 는 다음과 같이 정의된 공간 전달함수를 나타낸다.

$$H_z = \exp\{-i\pi\lambda z(f_x^2 + f_y^2)\} \quad (5)$$

여기서, 불필요한 상수는 생략되었고, z 는 조명된 홀로그래프에서 복원평면까지의 전파거리이며 정확히 거리 $f=z_1$ 와 같다.(배율이 1인 경우에) 그러므로 식 (2)를 인코히어런트 홀로그래프 이미징 시스템에 대한 인코히어런트 PSF로 간주할 수 있다.

식 (2)는 기록과 복원과정에서의 전체 배율이 1인 경우에 대한 PSF이다. 일반적으로 홀로그래프를 기록하고 복원하는 과정에서 홀로그래프의 크기는 임의적으로 변하게 되므로 PSF를 구할 때, 이를 고려하여야 한다. 배율을 고려하여 실상에 대한 PSF를 구하면, 식 (6)과 같이 쓸 수 있다.

$$V_{\delta}(x, y) = C^2 \exp \left[i \frac{k}{2z_1} \left\{ \left(\frac{x}{M} - x_1 \right)^2 + \left(\frac{y}{M} - y_1 \right)^2 - (x_1^2 + y_1^2) \right\} \right] \quad (6)$$

여기서, M 은 기록과 디스플레이 과정에서 발생하는 FZP의 임의의 배율을 설명하기 위해 포함되었다. 간단히 하기 위해

우리는 좌표 (x_1, y_1) 가 $(0,0)$ 로 주어지는 점광원 홀로그램을 고려한다. 그러면, V_δ 는 다음과 같이 된다.

$$V_\delta(x,y) = C^2 \exp \left[i \frac{k}{2z_1} \left(\left(\frac{x}{M} \right)^2 + \left(\frac{y}{M} \right)^2 \right) \right]$$

$$= C^2 \exp \left[i \frac{k}{2z_1} \left(\frac{r}{M} \right)^2 \right] \quad (7)$$

또한, 복원과정에서 사용되는 LCD에서 표현될 수 있는 FZP의 개수에 대한 고찰을 한다. 홀로그램에서 복원된 영상은 이용되는 홀로그램의 정보량에 따라서 그 질이 달라지게 되므로, 복원영상에 영향을 미치는 요소들에 대하여 고려할 필요가 있다.

원점에서 임의의 반경위치에서의 순간 공간주파수 ρ 는 $V\delta$ 의 위상항에 의해 FZP에 대해 결정될 수 있다. 그러면, 순간 공간 주파수 ρ 는 식 (8)과 같이 유도된다.⁹⁾

$$\rho = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial \phi}{\partial r} = \frac{r}{\lambda z_1 M^2} \quad (8)$$

그러므로 r 이 증가함에 따라 프린지의 공간주파수도 증가한다. 일반적으로 말하면, 식 (3)과 (4)에서의 a 의 값은 식 (8)에서 $r=a$ 로 놓음으로써 구해진다. 이때, ρ 는 LCD의 공간해상도와 같게 설정된다. 즉,

$$a = \lambda z_1 \rho M^2 \quad (9)$$

이리하여 LCD에 디스플레이된 점광원 홀로그램의 유효크기가 LCD의 공간해상도에 직접적으로 비례한다는 것을 알 수 있다. 여기에서 유효한 크기는 이용할 수 있는 공간해상도의 제한 때문에, 디스플레이된 홀로그램의 크기 a 는 LCD의 크기보다 작을 수 있다. 또한, 디스플레이된 FZP에서 관측할 수 있는 프린지의 수를 LCD 해상도의 함수로 평가할 수 있다. V_δ 의 위상항을 이용하면, n 번째 프린지(또는 최대값)의 위치 r_n 은 다음과 같다.

$$r_n = (2\lambda n z_1)^{1/2} M [m] \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (10)$$

여기서, $n=0$ 은 중심부의 최대값에 대응한다. 식 (8)에서 $r=r_n$ 으로 놓고 항들을 다시 배열하면 우리는 관측가능한 프린지의 수를 ρ 의 함수로서 다음과 같이 구할 수 있다.

$$n = \frac{\lambda z_1}{2} \rho^2 M^2 \quad (11)$$

여기서, 엄격하게 말하면 정수는 반올림한 값을 나타낸다. 결론적으로, 기록과 복원시에 사용되는 CCD와 LCD 등에 의한 배율을 고려하는 경우에 대한 PSF는 다음 식과 같이 표현될 수 있다.

$$I_\delta(x,y; z_1) = C^2 + C^2 \cos \phi_1(x,y) \quad (12)$$

여기서, $\phi_1(x,y) = \frac{k}{2z_1} \left\{ \left(\frac{x}{M} - x_1 \right)^2 + \left(\frac{y}{M} - y_1 \right)^2 - (x_1^2 + y_1^2) \right\}$ 이

다. 또한, LCD의 제한된 공간해상도로 인해 LCD에 표현될 수 있는 FZP의 fringe의 개수는 제한되며, LCD에 표현될 수 있는 fringe의 개수는 식 (11)과 같이 주어진다.

2.3. 변형 삼각간섭계의 이론적인 해상도와 시뮬레이션 결과
이 절에서 유도되는 변형 삼각 간섭계의 이론적인 해상도는 홀로그램의 기록과 디스플레이 과정에서 발생하는 FZP의 배율이 1이라고 가정하고 구한 결과들이다.

2.3.1. $\alpha - \beta = 1$ 인 경우에 대한 변형 삼각간섭계의 횡축방향과 종축방향의 해상도

Rayleigh의 조건(criterion)¹⁰⁾은 어떤 한점의 회절패턴의 중심의 최대치가 다른 점의 회절패턴의 첫 번째의 최소값과 일치한다면 두 점은 식별가능하다는 것이다. Rayleigh 조건으로부터 식 (13)과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$(x_0)_{\min} \approx 1.22\lambda \left(\frac{f}{d} \right) \quad (13)$$

여기서 $(x_0)_{\min}$ 은 두 점이 분해될 수 있는 최소한의 거리이며, f 와 d 는 각각 렌즈(또는 aperture)의 초점거리와 직경을 나타낸다. 식 (1)의 실수부와 허수부는 Fresnel zone plates(FZP)를 표현하는 것이며, FZP는 렌즈와 같은 역할을 한다. 따라서, 식 (1)의 FZP는 식 (14)와 같은 초점거리를 가지며,

$$f = z_1 = \left| \frac{z_0}{\alpha^2 - \beta^2} \right| \quad (14)$$

$\alpha - \beta = 1$ 인 경우에, FZP에서의 fringe의 개수¹¹⁾는 식 (15)와 같이 주어진다.

$$F = \frac{R^2}{\lambda f} = \frac{R^2}{\lambda z_0} |\alpha + \beta| = \frac{R^2}{\lambda z_0} \left| -\frac{f_1}{f_2} - \frac{f_2}{f_1} \right| = \frac{R^2}{\lambda z_0} \left| \frac{1}{m} + m \right| \quad (15)$$

여기서, m 은 시계방향의 배율이며, $m = -(1 + \sqrt{5})/2$ 이다. $\alpha - \beta = 1$ 인 경우에 식 (14)를 식 (13)에 대입하면, 변형 삼각간섭계의 횡축방향의 두 점사이의 분해가능한 최소한의 거리는 다음 식과 같이 주어진다.

$$(x_0)_{\min} \approx 0.61 \frac{\lambda z_0}{R |\alpha + \beta|} \quad (16)$$

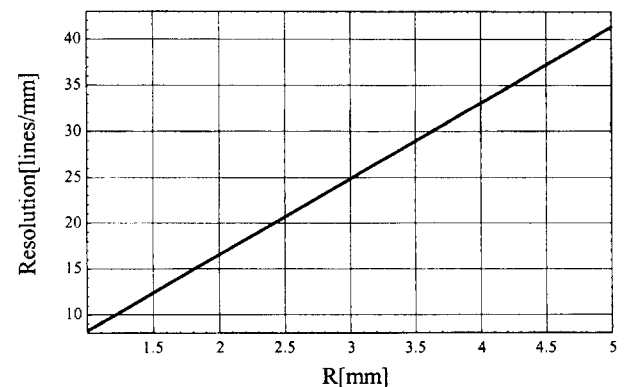


그림 2. 홀로그램 크기에 대한 횡축방향의 해상도.

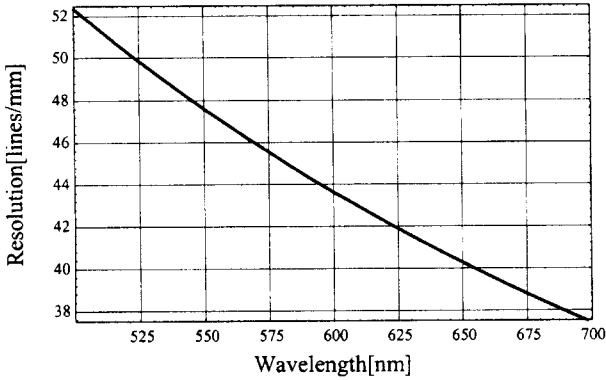


그림 3. 파장에 대한 횡축방향의 해상도.

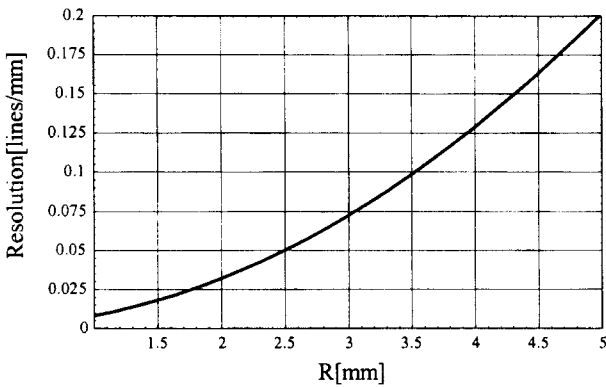


그림 4. 홀로그램 크기에 대한 종축방향의 해상도.

비슷한 방법으로, 식 (17)과 같은 종축방향의 분해가능한 최소한의 거리를 구할 수 있다.

$$(z_0)_{\min} \approx \frac{2\lambda z_0^2}{R^2|\alpha + \beta|^2} \quad (17)$$

$\alpha - \beta = 1$ 인 경우에, 식 (16)과 (17)의 역수는 변형 삼각간섭계의 횡축과 종축방향의 Rayleigh 해상도가 된다. 홀로그램 크기에 대한 횡축방향의 해상도는 그림 2와 같다. 이 그림에서 알 수 있는 바와 같이 홀로그램의 크기가 커지면, 횡축방향의 해상도가 증가한다. 파장에 따른 횡축방향의 해상도는 그림 3과 같이 주어진다. 홀로그램을 복원하는 파장이 증가함에 따

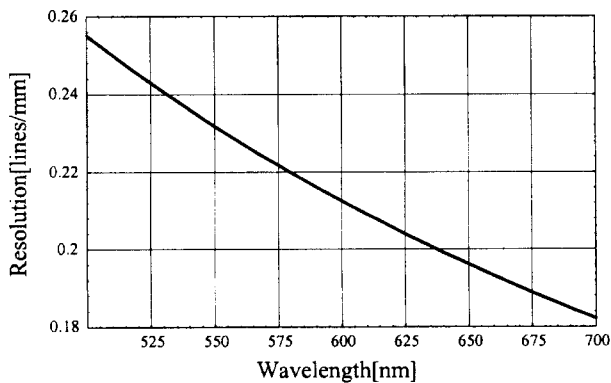


그림 5. 파장에 대한 종축방향의 해상도.

라서 횡축방향의 해상도는 감소하는 것을 알 수 있다.

홀로그램 크기와 파장에 대한 종축방향의 해상도는 각각 그림 4, 5와 같다. 횡축방향의 해상도와 마찬가지로 홀로그램의 크기가 증가함에 따라 해상도가 증가하고, 복원하는 빛의 파장이 커짐에 따라서 해상도는 감소한다.

2.3.2. $\alpha - \beta \neq 1$ 인 경우에 대한 변형 삼각간섭계의 횡축방향과 종축방향의 해상도

$\alpha - \beta \neq 1$ 인 경우에, FZP에서의 fringe의 개수는 식 (18)과 같이 주어진다.

$$F = \frac{R^2}{\lambda f} = \frac{R^2}{\lambda z_0} |\alpha^2 - \beta^2| = \frac{R^2}{\lambda z_0} \left| \frac{f_1^4 - f_2^4}{f_1^2 f_2^2} \right| \quad (18)$$

여기서, R 은 FZP가 기록되어 있는 홀로그램의 반경을 나타낸다. 식 (14)를 식 (13)에 대입하면 변형 삼각간섭계의 횡축방향의 분해가능한 최소한의 거리는 식 (19)와 같이 주어진다.

$$(x_0)_{\min} \approx 1.22\lambda \left| \frac{z_0}{2R(\alpha^2 - \beta^2)} \right| \quad (19)$$

식 (18)을 이용하여 식 (19)를 더 간단히 표현하면 식 (20)과 같이 된다.

$$(x_0)_{\min} \approx 0.61 \frac{R}{F} \quad (20)$$

비슷한 방법으로 종축방향의 해상도를 구하면 다음 식과 같이 유도된다.

$$(z_0)_{\min} \approx \frac{2R^2}{\lambda F^2} \quad (21)$$

따라서, 식 (20)과 (21)의 역수는 $\alpha - \beta \neq 1$ 인 경우에 변형 삼각간섭계에 있어서 각각 횡축방향과 종축방향의 Rayleigh 해상도이다.

2.3.3 Cochran 삼각간섭계의 해상도

바이어스 항을 무시하고 원점에 위치한 점광원을 고려하면, Cochran 삼각간섭계^[2]에서 얻어지는 홀로그램은 식 (22)와 같이 주어진다. 여기서, 상수항은 생략되어 있다.

$$H(x,y) = 2 \cos \left\{ \frac{k}{2z_1}(x^2 + y^2) \right\} \quad (22)$$

식 (22)는 식 (23)과 같이 실상과 허상의 두 개의 항으로 분리될 수 있다.

$$\begin{aligned} H(x,y) &= 2 \cos \left\{ \frac{k}{2z_1}(x^2 + y^2) \right\} \\ &= \exp \left[i \frac{k}{2z_1}(x^2 + y^2) \right] + \exp \left[-i \frac{k}{2z_1}(x^2 + y^2) \right] \end{aligned} \quad (23)$$

식 (23)과 같은 홀로그램을 복원하기 위해 평면파를 비추어주면, Fresnel 회절에 의해 홀로그램으로부터 거리 z 만큼 떨어진 곳에서의 복소진폭은 식 (24)와 같이 된다.

$$\begin{aligned}
 U(x,y,z) &= \frac{i}{\lambda z} \exp(-ikz) \iint_{\xi+\eta \leq R} H(\xi, \eta) \\
 &\quad \exp\left[-i\frac{k}{2z}\{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2\}\right] d\xi d\eta \\
 &= \frac{i}{\lambda z} \exp(-ikz) \iint_{\xi+\eta \leq R} \left[\exp\left\{i\frac{k}{2z_1}(\xi^2+\eta^2)\right\} \right. \\
 &\quad \left. + \exp\left\{-i\frac{k}{2z_1}(\xi^2+\eta^2)\right\} \right] \\
 &\quad \times \exp\left[-i\frac{k}{2z}\{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2\}\right] d\xi d\eta \quad (24)
 \end{aligned}$$

식 (24)를 간단히 하기 위해 z축방향의 성분에 대해서만 수식을 전개하면, 식 (24)는 식 (25)와 같이 주어진다.

$$\begin{aligned}
 U(0,0,z) &= \frac{i}{\lambda z} \exp(-ikz) \iint_{\xi+\eta \leq R} \left[\exp\left\{i\frac{k}{2z_1}(\xi^2+\eta^2)\right\} \right. \\
 &\quad \left. + \exp\left\{-i\frac{k}{2z_1}(\xi^2+\eta^2)\right\} \right] \times \exp\left[-i\frac{k}{2z}(\xi^2+\eta^2)\right] d\xi d\eta \quad (25)
 \end{aligned}$$

식 (25)를 극좌표계로 변환시키면 적분이 간단하게 되며, 극좌표계로 변환시킨 다음에 식 (25)에 대한 빛의 세기를 구하면 식 (26)과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned}
 I(0,0,z) &= \frac{k^2 R^4}{4z^2} \left[\left(\frac{\sin \frac{W}{4}}{\frac{W}{4}} \right)^2 + \left(\frac{\sin \frac{W_1}{4}}{\frac{W_1}{4}} \right)^2 \right] \\
 &\quad + \frac{k^2 R^4}{2z^2} \cos\left(\frac{k}{2z_1} R^2\right) \left(\frac{\sin \frac{W}{4}}{\frac{W}{4}} \right) \left(\frac{\sin \frac{W_1}{4}}{\frac{W_1}{4}} \right) \quad (26)
 \end{aligned}$$

여기서, $W = \frac{z-z_1}{z_1 z} kR^2$ 이고 $W_1 = \frac{z+z_1}{z_1 z} kR^2$ 이다. 수치해석을 통하여, 식 (26)에서 Rayleigh 종축방향의 해상도를 구할 수 있다.

Cochran 삼각 간섭계의 횡축방향의 해상도는 다음과 같이 유도할 수 있다. 식 (24)에서 극좌표계를 이용하여 거리 z에서의 반경방향에 따른 복소진폭을 구하면 식 (27)과 같다.

$$\begin{aligned}
 U(r,z) &= \frac{i}{\lambda z} \exp\left(-ikz - i\frac{kr^2}{2z}\right) \int_0^R 2\pi J_0\left(\frac{kr r_0}{z}\right) \\
 &\quad \times \left[\exp\left(i\frac{k}{2} D r_0^2\right) + \exp\left(-i\frac{k}{2} E r_0^2\right) \right] r_0 dr_0 \quad (27)
 \end{aligned}$$

여기서, $D = \left(\frac{1}{z_1} - \frac{1}{z}\right)$ 이고 $E = \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z}\right)$ 이다. 식 (27)에 대한

빛의 세기는 식 (28)과 같이 주어진다.

$$I(r,z) = |U(r,z)|^2 \quad (28)$$

식 (28)이 Cochran 삼각간섭계의 횡축방향의 해상도를 나타낸다.

2.3.4. 변형 삼각간섭계와 Cochran 삼각간섭계의 해상도에 대한 시뮬레이션 결과의 비교

식 (21)과 식 (26)으로부터 구한 변형 삼각간섭계와 Cochran 삼각간섭계에 있어서, 배율, 홀로그램의 크기, 그리고 파장에 따른 종축방향의 해상도가 각각 그림 6, 7, 8에 보여진다. 그림에서 실선과 점선은 각각 변형 삼각간섭계와 Cochran 삼각간섭계의 종축방향의 해상도를 나타낸다.

그림 6에서 홀로그램의 크기는 5 mm이며, 파장은 632.8 nm로 놓고 계산한 결과이다. 그림 6에서 $\alpha = 1$ (여기서, α 는 원래 음수이지만 편의상 양의 값으로 취급한다. 양의 값은 해상도의 계산결과에 영향을 미치지 않는다.)을 기준으로 왼쪽 부분에서는 α 가 감소할수록 해상도가 증가하고, 오른쪽 부분에서는 α 가 증가할수록 역시 해상도가 증가한다. $\alpha = 1$ 인 경우에는 종축방향의 해상도는 0이다. 이것은 $\alpha = 1$ 인 경우 식 (2)에서 변형 삼각간섭계의 간섭패턴을 나타내는 식에서 cosine 항이 상수값이 되어버리기 때문에 일정한 값을 가지는 바이어스만이 나타나고, 물체에 대한 정보를 나타내는 FZP가 사라지므로, 이 경우에는 물체의 해상도가 표현될 수 없다. 그림 7은 배율이 -0.6이고 파장은 632.8 nm인 경우에 대한 결과이다. 그림 8은 배율이 -0.6이며, 홀로그램의 크기는 5 mm인 경우에 대한 계산결과이다.

이러한 결과로부터 변형 삼각간섭계의 종축방향의 해상도는 배율과 홀로그램의 크기가 증가함에 따라 증가하는 반면에, 파장이 증가하면 감소한다. 그리고 공역영상 때문에, Cochran 삼각간섭계의 종축방향의 해상도는 변형 삼각간섭계의 종축방향의 해상도보다 나쁘다는 것을 알 수 있다.

식 (20)과 식 (26)으로부터 구한 배율, 홀로그램의 크기, 그리고 파장에 대한 변형 삼각간섭계와 Cochran 삼각간섭계의 횡축방향 해상도는 각각 그림 9, 10, 11과 같다. 배율과 홀로그램의 크기가 증가함에 따라 횡축방향의 해상도는 증가한

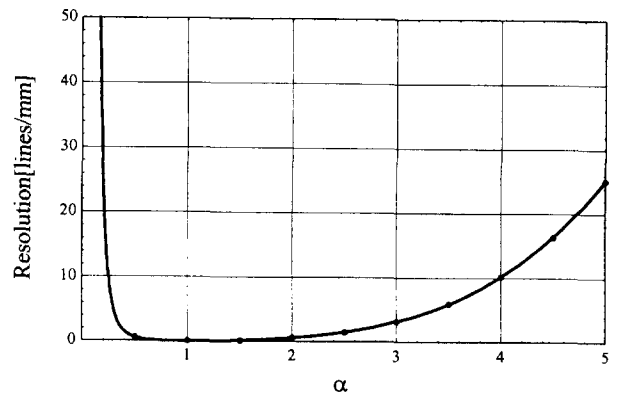


그림 6. 배율에 대한 종축방향의 해상도(실선과 점선은 각각 변형 삼각간섭계와 Cochran 삼각간섭계의 해상도를 나타낸다).

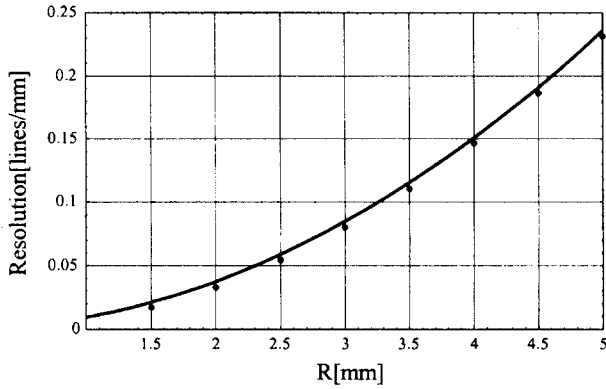


그림 7. 홀로그램 크기에 대한 종축방향의 해상도(실선과 점선은 각각 변형 삼각간섭계와 Cochran 삼각간섭계의 해상도를 나타낸다.).

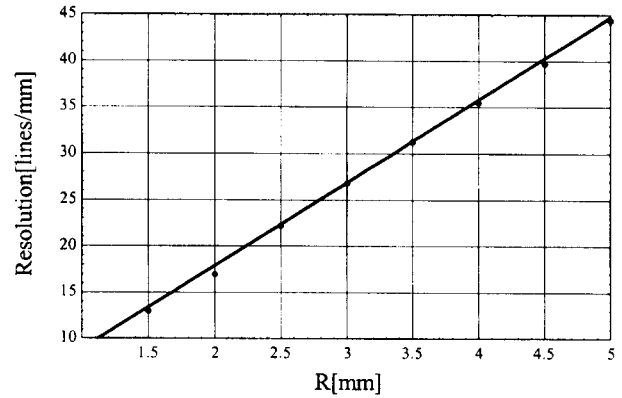


그림 10. 홀로그램 크기에 대한 횡축방향의 해상도(실선과 점선은 각각 변형 삼각간섭계와 Cochran 삼각간섭계의 해상도를 나타낸다.).

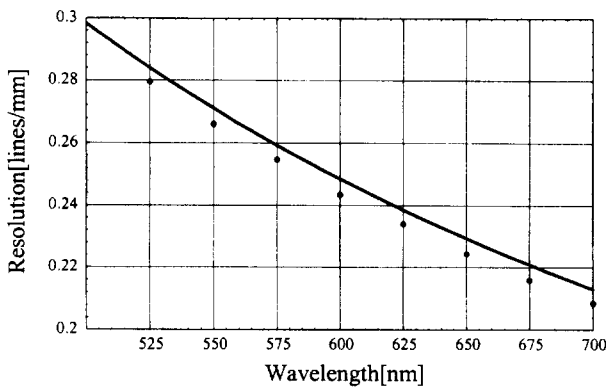


그림 8. 파장에 대한 종축방향의 해상도(실선과 점선은 각각 변형 삼각간섭계와 Cochran 삼각간섭계의 해상도를 나타낸다.).

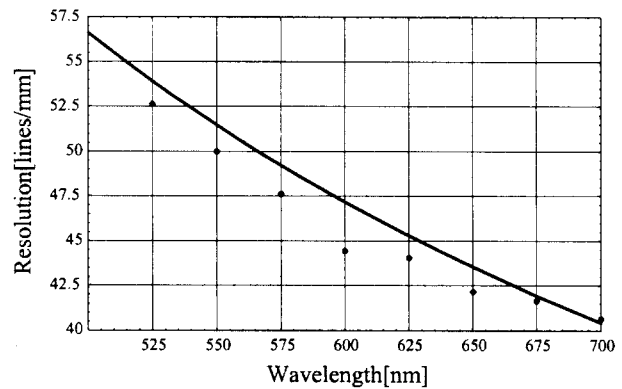


그림 11. 파장에 대한 횡축방향의 해상도(실선과 점선은 각각 변형 삼각간섭계와 Cochran 삼각간섭계의 해상도를 나타낸다.).

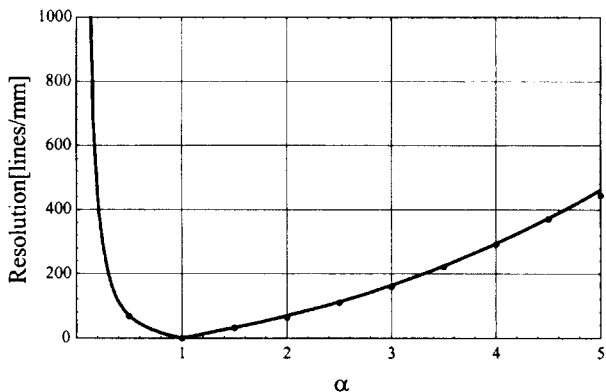


그림 9. 배율에 대한 횡축방향의 해상도(실선과 점선은 각각 변형 삼각간섭계와 Cochran 삼각간섭계의 해상도를 나타낸다.).

다. 그러나, 파장이 증가할 때, 횡축방향의 해상도는 감소한다. 종축방향의 해상도와 마찬가지로 횡축방향의 해상도도 공액영상 때문에 Cochran 삼각간섭계의 해상도가 변형 삼각간섭계의 해상도에 비해 떨어진다. 결론적으로 Cochran 삼각간섭계의 횡축과 종축방향의 해상도는 변형 삼각간섭계의 횡축과 종축방향의 해상도에 비해 떨어진다.

이러한 결과로부터, 변형 삼각간섭계와 Cochran 삼각간섭계의 종축방향과 횡축방향의 분해능은 홀로그램의 크기와 배율에 비례하고, 횡축방향의 해상도에 비해서 훨씬 나쁘다는 것을 알 수 있다. 또한, 인코히어런트 삼각 간섭계에 의해서 분해될 수 있는 3차원 물체의 분해가능한 최소한의 거리는 홀로그램의 크기에 반비례한다는 것을 알 수 있다.

2.3.5. 변형 삼각간섭계에 있어서 파장의 선포에 따른 해상도 가간섭 길이는 식 (29)와 같이 주어진다.^[12]

$$l = \frac{c}{\Delta f} \cong \frac{\lambda^2}{\Delta \lambda} \tag{29}$$

여기서, $\Delta \lambda$ 는 파장의 선포이다. 식 (1)과 (18)에서 광경로차는 다음 식과 같이 주어진다.

$$\Delta L = \frac{1}{2z_1}(x^2 + y^2) = \frac{1}{2z_1}r^2 = \frac{F\lambda}{2} \tag{30}$$

여기서, $(x_0, y_0) = (0, 0)$ 이다. 식 (29)와 (30)을 결합하면, 파장의 선포는 식 (31)과 같이 변형된다.

$$\Delta \lambda = \frac{2\lambda}{F} \tag{31}$$

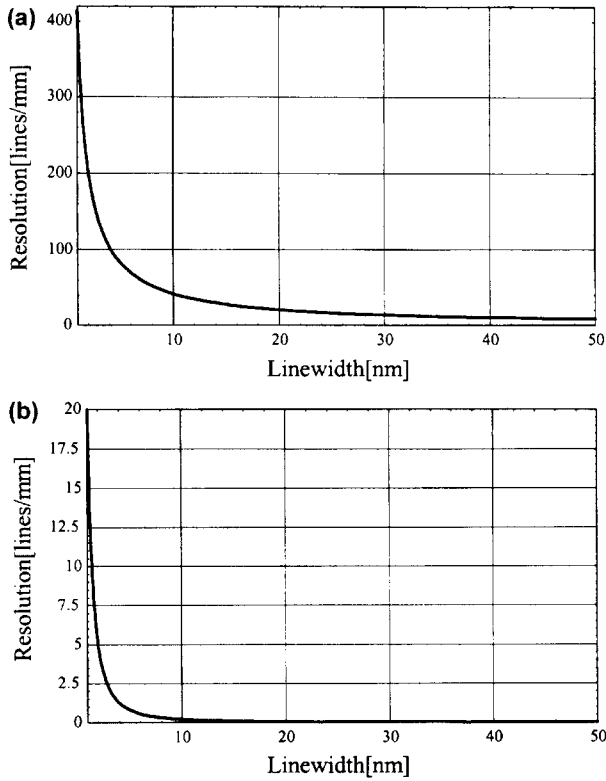


그림 12. 선폭에 따른 (a) 횡축과 (b) 종축방향에 대한 해상도.

따라서, 파장의 선폭에 따른 Rayleigh 횡축과 종축방향의 분해 가능한 최소한의 거리는 각각 식 (32)와 (33)에 의해 주어진다.

$$(x_0)_{\min} \approx 0.61 \frac{R}{F} = 0.61 \frac{R \Delta \lambda}{2 \lambda} \quad (32)$$

$$(z_0)_{\min} \approx \frac{2R^2}{\lambda F^2} = \frac{R^2 \Delta \lambda^2}{2 \lambda^3} \quad (33)$$

식 (32)와 (33)에서 파장의 선폭에 따른 횡축과 종축방향의 해상도는 그림 12와 같이 주어진다. 이 결과에서 파장의 선폭이 감소할수록 횡축과 종축방향의 해상도는 증가한다는 것을 알 수 있다. 그러므로, 인코히어런트 삼각간섭계의 해상도를 좋게 하기 위해서는 인코히어런트 홀로그램을 생성하는데 사용되는 광원의 파장의 선폭이 가능한 좁아야 한다.

III. 인코히어런트 홀로그램으로부터 복원된 점 물체의 크기

유한한 공간 해상도가 LCD에 디스플레이할 수 있는 물체의 복잡성을 제한한다는 사실외에도, LCD는 또한 그레이 레벨의 제한된 수 때문에 홀로그래픽 물체의 복잡성도 제한한다.

복원 후에 점광원 영상의 크기를 예측하기 위해서, LCD에 점광원의 홀로그램을 디스플레이한 후에 배율 M_{SLM} 을 결정해야 한다. 이것은 간단히 점광원 홀로그램 I_{hp} 을 다음과 같이 정규화된 1차원 FZP로 모델링함으로써 얻어진다.

$$I_{hp} \approx 1 + \cos \left[\frac{k}{2z_1} \left(\frac{x}{M_{SLM}} \right)^2 \right] \quad (34)$$

그러면 M_{SLM} 은 홀로그램이 LCD 뒤쪽에 놓여진 스크린 위에서 관측될 때, n 번째 최대값 또는 프린지의 위치 x_n 을 측정함으로써 결정된다. 해석적으로 M_{SLM} 은 다음식과 같이 주어진다.

$$M_{SLM} = \frac{x_n}{(2n \lambda z_1)^{1/2}} \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (35)$$

여기서, 가운데 프린지($n=0$)는 어떠한 유용한 정보도 제공하지 않는다. 그리고 M_{SLM} 은 LCD에 디스플레이된 점광원 홀로그램의 횡축방향의 배율을 나타낸다. 횡축과 종축방향의 배율을 관련시키는 유명한 결과(즉, $M_{long} = M_{lat}^2$)를 상기하면, LCD에서 복원 평면까지의 예측거리가 식 (36)과 같다는 것을 알 수 있다.

$$z M_{long} = z M_{lat}^2 = z M_{SLM}^2 \quad (36)$$

이런 거리를 적당한 크기로 줄이고 광학 테이블에서 공간을 보전하기 위해서, 점광원의 실상을 복원할 때 그림 13에 보여진 배치가 사용되었다.

그림 13에서 초점거리가 긴 렌즈 l_1 이 LCD앞에 놓여져 있다는 것을 알 수 있다. 이것은 사실 LCD(즉, 유효한 홀로그램 평면)에서 나오는 빛의 곡률반경을 크게하고 복원된 영상이 홀로그램에서 보다 짧은 거리 f' 에서 발생하도록 한다. 그리고 짧은 초점거리 l_2 는 복원된 영상을 측정할 수 있는 크기로 확대하기 위해 사용된다. 그 후에 확대된 실상은 필름(또는 CCD 카메라)에 기록된다. 그리고 나서 복원된 실상의 전체적인 배율을 결정하기 위해서 우리는 l_1 에서 나오는 파를 다음과 같은 복소수 형태로 쓴다.

$$\psi_{l_1} = \exp \left[-i \frac{k}{2z_1} \left(\frac{x}{M_{SLM}} \right)^2 \right] \exp \left(-i \frac{k}{2f_1} x^2 \right) \quad (37)$$

여기서, ψ_{l_1} 는 l_1 에서 나오는 파의 복소 진폭을 나타내고, f_1 는 렌즈 l_1 의 초점거리이고, 식 (37)의 첫 번째와 두 번째의 지수 항들은 각각 점광원 홀로그램(즉, 식 (6)의 V_δ 의 확대된 파)의 근사적인 복소표현과 x 축방향의 얇은 렌즈의 복소 위상변환을 나타낸다. 식 (37)의 지수 항들을 결합함으로써, 다음 식을 구할 수 있다.

$$\psi_{l_1} = \exp \left(i \frac{k}{2f'} x^2 \right) \quad (38)$$

여기서, $f' = z_1 \frac{M_{SLM}^2 f_1}{z_1 M_{SLM}^2 + f_1} = z_1 M'_{long}$ 이고 M'_{long} 은 유효한

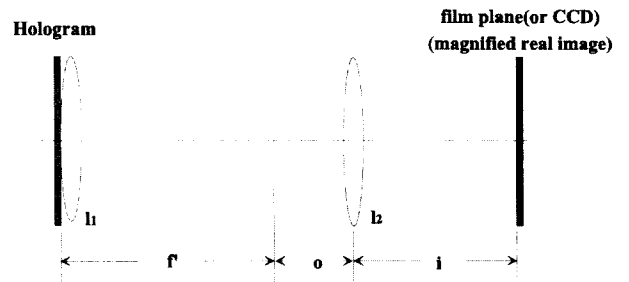


그림 13. 실상을 확대하기 위한 렌즈의 배치도.

복원된 실상의 종축방향의 배율이다. 필름면(또는 CCD카메라)에서 점광원의 실상의 전체적인 횡축방향의 배율은 식 (39)와 같이 주어진다.

$$M_{tot} = M_{l_2}(M'_{long})^{1/2} = M_{l_2} \left(\frac{M_{SLM}^2 f_1}{z_1 M_{SLM} + f_1} \right)^{1/2} \quad (39)$$

여기서, $M_{l_2} = \frac{l}{o}$ 은 렌즈 l_2 에 의한 배율이다. 식 (39)에서 각 변수들의 값이 주어지면, LCD를 이용하여 복원하는 점광원의 크기를 예측할 수 있다.

IV. 인코히어런트 홀로그래피의 생성과 복원 실험결과

인코히어런트 광을 이용하는 경우에 있어서 변형 삼각간섭계의 가능성을 시험하기 위해서, 중심파장이 546.1 nm인 수은등을 사용하여 하나의 점광원 홀로그래피를 생성하고 복원하는 실험을 수행하였다. 출력면에서의 간섭패턴 즉 홀로그래피 영상은 CCD 카메라에 의해 찍혔다. 546.1 nm에 대한 위상지연이 $\Gamma_1 = \frac{\pi}{2}$ 인 파장판(wave plate)이 없어서, 그림 1에서 파장

판 WP1이 없는 시스템을 실험장치로 사용하였다. 그림 14의 (a)와 (b)는 각각 표 1의 $I_{+,s}(x,y)$ 와 $I_{-,s}(x,y)$ 에 대응하는 점광원 홀로그래피를 나타낸다. 그림 14(c)는 바이어스가 제거된 sine 항을 보여준다. 이것은 그림 14의 (a), (b)에서 영상의 전자적인 조작에 의해 얻어진다. 이런 전자적인 결과를 시각적으로 보여주기 위해, 그림 14 (c)에서 이진값은 256 gray level로 변환되어서 이 결과에서는 음의 값을 가지지 않는다. 그림 15는 그림 14의 홀로그래피에서 복원된 영상을 보여준다. 이 영상들은 Fresnel-Kirchhoff integral^[13]에 의해 디지털적으로 계산된 것들이다. 바이어스가 제거된 홀로그래피에서(그림 14(c)) 복원된 영상(그림 15(b))은 바이어스가 있는 홀로그래피에서(그림 14(a)) 복원된 그림(그림 15(a))보다 더 선명하다는 것을 알 수 있다. 그림 15(a)에서 배경잡음은 바이어스때문에 생기는 것이다. 그런데, 그림 15(b)에서는 바이어스가 존재하지 않지만, 공액영상이 제거되지 않았기 때문에, 공액영상에 의한 잡음이 그림 15(b)에서는 존재한다는 것을 알 수 있다. 이 결과는 인코히어런트 홀로그래피에서 바이어스와 공액영상을 제거하기 위해 제안된 방법이 유효하다는 것을 입증한다.

하나의 점광원 홀로그래피의 광학적 복원이 또한 구현되었다. 복원에 사용된 코히어런트 광원은 He-Ne 레이저였다. 그

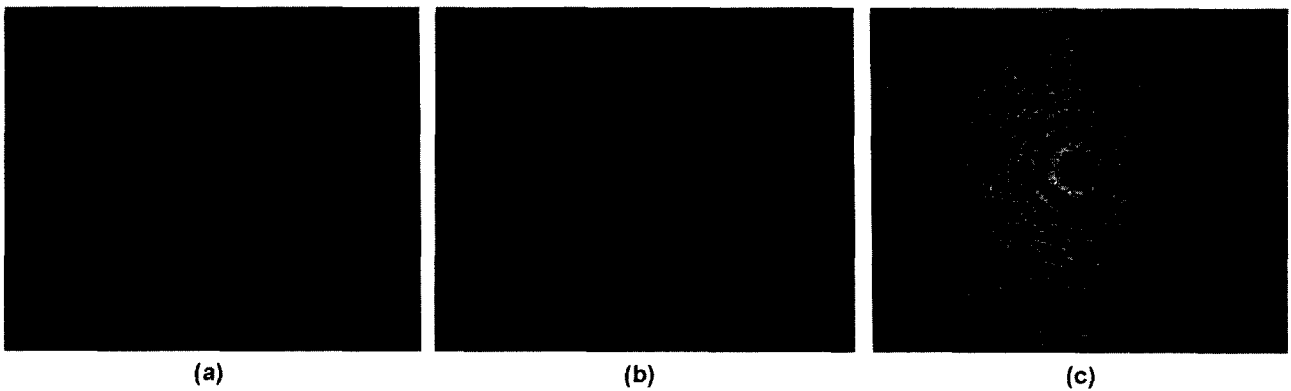


그림 14. 실험에 의해 변형 삼각간섭계에서 얻어진 간섭패턴 (a) $\Gamma_1 = 0, \Gamma_2 = \frac{\pi}{2}$ 인 경우의 점광원 홀로그래피 (b) $\Gamma_1 = 0, \Gamma_2 = -\frac{\pi}{2}$ 인 경우의 점광원 홀로그래피 (c) (b)에서 (a)를 뺀 영상.

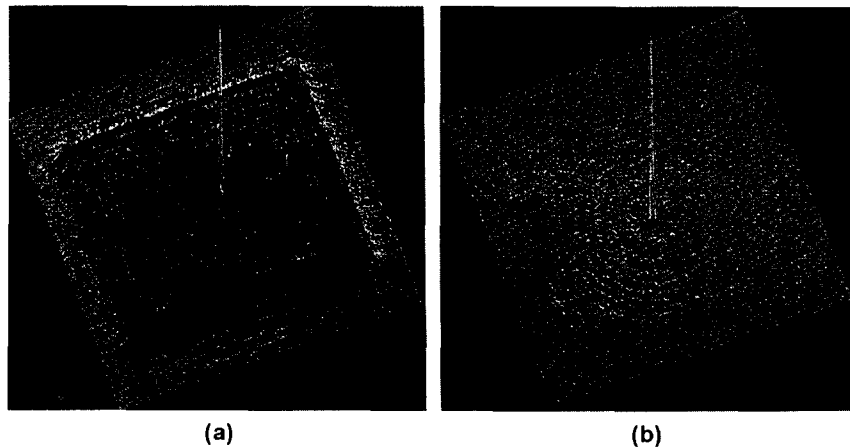


그림 15. 한 개의 점광원 홀로그래피에서 수치적으로 복원된 영상들.

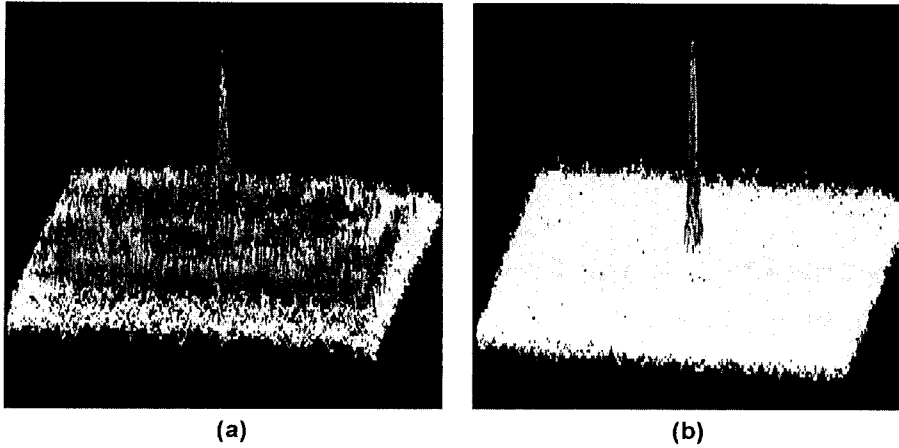


그림 16. (a) 바이어스가 존재하는 홀로그램에서 광학적으로 복원된 영상 (b) 바이어스가 제거된 홀로그램에서 광학적으로 복원된 영상.

림 16의 (a), (b)는 그림 14의 홀로그램으로부터 광학적으로 복원된 영상들이다. 홀로그램의 이진값들은 256 gray level로 양자화되어서 LCD로 전송되었다. 그림 16(a)에서, 바이어스에 의한 잡음이 복원영상에 존재하기 때문에 잘 볼 수 없다. 반면에 바이어스가 제거되었기 때문에, 복원영상 (b)는 (a)보다 더 선명하게 보인다는 것을 알 수 있다.

V. 결 론

본 논문에서는 변형 삼각간섭계에 있어서 기록과 복원시의 배율을 고려한 PSF를 구하였다. 그리고 $\alpha - \beta \neq 1$ 인 경우에 있어서 변형 삼각간섭계와 Cochran 삼각간섭계에 대하여, 배율에 관계되는 요소인 α , 홀로그램의 크기, 그리고 파장에 대한 횡축과 종축방향의 해상도를 구하였으며, $\alpha - \beta = 1$ 인 경우에 있어서 파장과 홀로그램의 크기에 대한 변형 삼각간섭계와 Cochran 삼각간섭계의 횡축과 종축방향의 해상도도 구하였다. 또한, 변형 삼각간섭계와 Cochran 삼각간섭계의 α , 홀로그램의 크기, 그리고 파장에 따른 해상도에 대한 시뮬레이션결과를 비교·분석하였다. 그리고 복원시에 관계되는 시스템에 대한 해석도 포함되었다. 또한, 인코히어런트 광인수준을 이용하여 점광원의 기록과 복원에 대한 실험결과를

제시하였다.

참고문헌

- [1] A. W. Lohmann, J. Opt. Soc. Am. **55**, 1555 (1965).
- [2] G. Cochran, J. Opt. Soc. Am. **56**, 1513 (1965).
- [3] P. J. Peters, Appl. Phys. Lett. **8**, 209 (1966).
- [4] G. Sirat and D. Psaltis, Opt. Lett. **10**, 4 (1985).
- [5] L. M. Mugnier and G. Y. Sirat, Opt. Lett. **17**, 294 (1992).
- [6] 김수길, 김은수, 이혁, 이병호, 전자공학회논문지 **A-33**, 144 (1996).
- [7] 김수길, 이병호, 김은수, 손정영, 한국광학회지 **8**, 99 (1997).
- [8] S.-G. Kim, B. Lee, and E.-S. Kim, Appl. Opt. **36**, 4784 (1997).
- [9] A. Ghatak and K. Thyagarajan, Optical Electronics (Cambridge university press, New York, 1989) Ch7.
- [10] P. P. Banerjee and T.-C. Poon, Principles of Applied Optics (R. D. Irwin, Boston, 1991).
- [11] G. Y. Sirat, J. Opt. Soc. Am. A **9**, 70 (1992).
- [12] F. L. Pedrotti and L. S. Pedrotti, Introduction to Optics (Prentice-Hall, New Jersey, 1993).
- [13] U. Schnars and W. Jüptner, Appl. Opt. **33**, 179 (1994).

A study on resolution analysis of incoherent trigangular holography

Soo-Gil Kim

School of Electrical Eng., Hoseo Univ., Asan 336-795, Korea

Eun-Soo Kim

Dept. of Electronic Eng., Kwangwoon Univ., Seoul 139-701, Korea

ByoungHo Lee

School of Electrical Eng., Seoul National Univ., Seoul 151-742, Korea

(Received January 15, 1999, Revised manuscript received March 29, 1999)

We found the point-spread function (PSF) including the recording and reconstruction systems of the modified triangular interferometer. We also derived the resolutions of the modified and Cochran's triangular interferometers, then the resolutions of both systems for amplification factor, wavelength, and hologram size were found and analyzed. Also, to demonstrate the feasibility of incoherent holography, the formation of an incoherent hologram using a mercury lamp and its optical reconstruction were presented.