

시스템 결합이 광학적 무작용 검출에 미치는 영향

장주석

부경대학교 정보통신공학과

(1998년 12월 2일 받음, 1999년 3월 4일 수정본 받음)

편광에 기초한 Mach-Zehnder 간섭계 구조의 무작용 검출 시스템에 있어서, 두 가지 시스템의 결합, 즉 시스템 손실과 광자 검출기의 낮은 양자효율이 무작용 검출의 성능에 미치는 영향을 분석하였다. 이들 두 시스템 결합 모두가 얻을 수 있는 최대 검출효율을 제한하지만, 시스템 손실이 작을 때에는 양자효율은 덜 중요해짐을 보인다. 그리고 시스템 손실과 양자효율이 주어졌을 때, 얻을 수 있는 최대 검출효율을 예측하였다.

I. 서 론

최근에 빛의 입자성을(광자를) 이용하여, 불투명한 물체와 광자와의 상호작용 없이 그 물체의 존재유무를 검출할 수 있는 무작용 검출 시스템이 연구되고 있다.^[1-5] Elitzur와 Vaidman은, Mach-Zehnder 간섭계에서 광자의 간섭성 때문에, 물체의 존재 여부를 광자의 직접적 작용없이 알아내는 것이(무작용 검출이) 원리적으로 가능함을 주장하였고,^[1] van Voorthuysen은 이러한 현상이 실제로 일어날 수 있음을 시사하는 실험을 수행한 바 있다.^[2] 그러나 이들 방식에서는 이 현상이 발생할 가능성은 50% 이하이다. 그런데, Kwiat등은 양자 Zeno 효과를 이용함으로써 무작용 검출이 원리적으로 100% 가능한 시스템을 연구하였다.^[3,4] 양자 시스템은 이를 기술하는 파동방정식에 따라 그의 양자상태가 시간적으로 변해가는데(즉, 어떤 한 상태에 존재하는 불확실성이 시간의 흐름에 따라 증가해 가는데), 이 양자상태를 결정하는 측정행위를 충분히 높은 빈도로 반복하면 불확실성이 증가하지 못해 다른 상태로의 천이가 불가능해 진다. 즉, 이 시스템의 양자상태를 반복해서 관측하는 행위는 이 때의 관측된 상태에서 더 이상 변하지 못하도록 하는 효과를 갖는데, 이것이 양자 Zeno 효과이다.^[6,7] 검출하고자 하는 물체가 투명도를 가질 경우에도, 양자 Zeno 효과를 이용한 시스템에서는 100% 무작용 검출이 가능함이 예측된 바 있다.^[8-10]

앞의 논의에서는 시스템의 손실이나 광자 검출기의 양자효율과 같은 시스템의 결합이 전혀 고려되지 않았다. 본 논문에서는, 양자 Zeno 효과에 기초한 Mach-Zehnder 간섭계 구조의 광학적 무작용 검출 시스템을 예시적으로 선택하여, 이들 두 가지 시스템 결합이 무작용 검출에 미치는 영향을 자세히 분석하였다(이 분석은 참고문헌^[3,4]의 Michelson 간섭계 구조에도 마찬가지로 적용된다).

II. 시스템 구조 및 동작 원리

2.1. 시스템 구성

해석하고자 하는 시스템을 그림 1에 나타내었다.^[8-10] 빔의 진행방향을 z축, 시스템의 위쪽방향을 y축이라 하고 수평방향을 x축이라고 정의하자. 입사되는 광자의 편광은 수평편광(P 편광)이다. 반파장 지연판($\Psi/2$ plate)의 slow 축이 x축에 대해 $\Psi/2$ 만큼 회전되어 있어서, 입사되는 광자의 편광을 Ψ 만큼 회전시킨다. 두 개의 편광 빔 분할기 PBS1과 PBS2 및 두 개의 거울 M1과 M2가 편광에 기초한 Mach-Zehnder 간섭계를 구성하고 있다. PBS1은 입력 광자의 편광을 수평성분(P 편광 성분 혹은 x축 성분)과 수직편광 성분(S 편광 성분 혹은 y축 성분)으로 분할하며 PBS2에서는 둘이 다시 합해져 본래의 입력 편광의 방향이 재생되도록 한다. 이를 위해, 거울 M2는 압전소자 위에 설치되어 있고, 두 편광 성분의 위상경로 차가 π 가 되도록 제어한다. (수평편광 성분의 광자가 M2에서 한번 반사한다는 것과 +x축 방향에 유의하라.) 출력 광자는 적절히 기울어진 세 개의 거울 M3, M4 및 M5를 써서 다시 반파장 지연판의 다른 한 지점으로 되돌아 온다. 이 때 케환되는 광자의 진행 방향은 입력 광자의 진행 방향과 평행하다. 이 광자는 홀수번 거울(M3-M5)에 반사되므로 x 축으로부터 $-\Psi$ 만큼 회전된다. 반파장 지연판의 slow 축은 이 케환 광자의 편광 방향에 대해 $3\Psi/2$ 만큼 회전되어 있으므로, 이 지연판은 케환 광자를 slow 축에 대해 3Ψ 만큼 회전시킨다. 이는 결과적으로 케환 광자의 편광이 x축으로부터 2Ψ 만큼 회전된 모양이다. 이와 같이하여 간섭계를 N번 통과한 광자가 출력될 때, 이것의 편광은 $N\Psi$ 가 된다. 여기서 $\Psi = \pi/2N$ 로 두어 처음 수평으로 편광된 입력 광자가 간섭계를 N번 순환한 다음에 수직편광 광자로 바뀌도록 한다.

네 개의 렌즈 L1-L4의 초점거리는 f 로 동일하고, 한번의 순환경로 길이는 $8f$ 이다. 이들 렌즈는 모두 등간격으로 $2f$ 만큼씩 떨어져 있어서 N번 순환하는 광자들의 Fourier 면과 image 면을 반복해서 만들어 낸다. 여기서 Fourier면은 여러 개의 광자 경로가 중첩되는 지점을, image면은 이들이 분리되어 집속되는 지점을 뜻한다. 수직 편광 경로에 있는 하나의 Fourier면 A1이 검출하고자 하는 물체가 놓이는 곳이다.

앞으로 설명하겠지만, 물체의 존재 여부는 출력 광자의 편

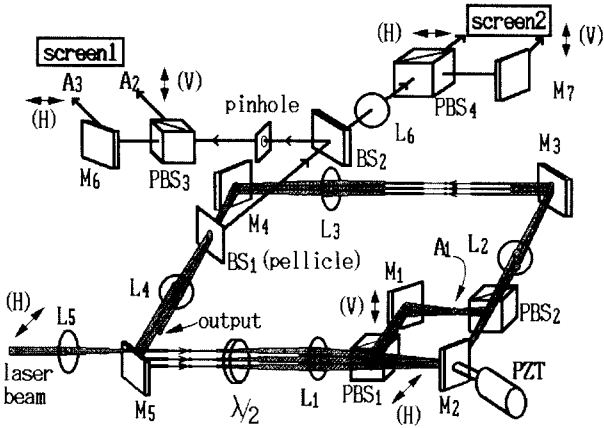


그림 1. 편광에 기초한 Mach-Zehnder 간섭계 구조의 무작용 검출 시스템.

광이 단순히 수평인가 혹은 수직인가로 판정된다. 따라서, 그림 1에는 나타내지 않았지만, 출력 광자의 편광 상태가 이들 두 편광 상태 가운데 어느 것인가를 한 개의 편광 빔 분할기와 두 개의 광자 검출기로 조사할 수 있다. 검출기 하나는 편광 빔 분할기 뒤의 수평편광 경로에 두어 출력 광자가 수평인가를 조사하고, 다른 하나는 수직편광 경로에 두어 수직인가를 조사한다.

2.2. 시스템 모델링

이 시스템의 동작 및 출력 특성을 Jones 행렬과 벡터^[11,12]로 쉽게 조사할 수 있다. Jones 연산에서는, 편광이 (x,y) 평면에 놓이는 평면파 $\mathbf{E} = E_x \mathbf{a}_x + E_y \mathbf{a}_y$ 는 다음과 같은 벡터로 표현된다.

$$\begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |E_x| e^{j\psi_x} \\ |E_y| e^{j\psi_y} \end{bmatrix} \quad (1)$$

여기서 E_x 와 E_y 는 각각 복소 벡터 전체 \mathbf{E} 의 x와 y축으로의 성분이고, \mathbf{a}_x 와 \mathbf{a}_y 는 각 축으로의 단위 벡터이다. 또 ψ 들은 위상 지연을, j 는 $\sqrt{-1}$ 을 나타낸다. 수평편광의 입력광자를 Jones 벡터 $\mathbf{v}_0 = v_{0x} \mathbf{a}_x + v_{0y} \mathbf{a}_y$ 로 나타내면 $[1 \ 0]^T$ 가 된다. 위 첨자 t 는 벡터의 전치를 나타낸다. 균일 평면파의 빔 전력은 $(1/2) \iint |\mathbf{v}_0|^2 dx dy$ 이다. 이는 $|\mathbf{v}_0|^2$ 에 비례하므로, 빔 전력을 단순히 $|\mathbf{v}_0|^2$ 으로 나타내기로 한다. 그리고 광자 하나에 대한 $|\mathbf{v}_0|^2$ 은 1로 정규화시켰다. 따라서 $|\mathbf{v}_0|^2 = |v_{0x}|^2 = 1$ 은 수평(즉, x)편광의 광자가 단위시간 구간마다 평균적으로 1개씩 시스템에 입사됨을 의미한다.

광자가 각 광학 소자들을 통과할 때마다 겪는 변화는 2×2 Jones 행렬로 표현된다. x축에 대해 $\pi/4N$ 만큼 회전되어 있는 반파장 지연판의 Jones 행렬은

$$\mathbf{M}_{1/2} = \begin{bmatrix} \cos \frac{\pi}{2N} & \sin \frac{\pi}{2N} \\ \sin \frac{\pi}{2N} & -\cos \frac{\pi}{2N} \end{bmatrix}$$

이 된다.^[11,12] A1면에 빛의 세기 투과도가 T 이고 위상지연이

ϕ 인 평탄한 물체가 존재할 때, 물체는 수직편광 경로에만 영향을 미치므로, 간섭계의 Jones 행렬은

$$\mathbf{M}_{int} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{T} e^{j\phi} \end{bmatrix} \quad (3)$$

이 된다. 그리고 흡수개의 거울이 있는 제한 경로의 Jones 행렬은

$$\mathbf{M}_{fb} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

이 된다. 시스템의 손실을 고려하기 위해 편광에 무관한 가산적인 손실소자를 도입하자. 이 소자의 손실인자 즉, 입사파의 진폭에 대한 출력파의 진폭의 비를 α 라고 표시하기로 한다. 광자가 이 시스템을 한번 순환할 때 겪는 손실을 Jones 행렬로 나타내면 $\mathbf{M}_{loss} = \alpha \mathbf{I}$ 이며, 여기서 \mathbf{I} 는 2×2 단위 행렬을 뜻한다. 따라서 이 시스템의 한번 순환에 대한 Jones 행렬 \mathbf{M} 은

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_{loss} \mathbf{M}_{fb} \mathbf{M}_{int} \mathbf{M}_{1/2} = \alpha \begin{bmatrix} \cos \frac{\pi}{2N} & \sin \frac{\pi}{2N} \\ -\sqrt{T} e^{j\phi} \sin \frac{\pi}{2N} & \sqrt{T} e^{j\phi} \cos \frac{\pi}{2N} \end{bmatrix} \quad (5)$$

이다.

2.3. 동작 원리

광자가 시스템을 순환할 때 그의 Jones 벡터를 계산함으로써 편광상태와 진폭 및 위상이 어떻게 변하는지를 추적할 수 있다. 입사된 광자가 시스템을 k 번 순환하였을 때, 그의 Jones 벡터는

$$\mathbf{v}_k = \mathbf{M}^k \mathbf{v}_0 \quad (6)$$

가 된다. 만약 입력면 A1 지점에 아무런 물체도 없다면 (즉, $T=1, \phi=0$),

$$\mathbf{M}^k = \alpha^k \begin{bmatrix} \cos \frac{k\pi}{2N} & \sin \frac{k\pi}{2N} \\ -\sin \frac{k\pi}{2N} & \cos \frac{k\pi}{2N} \end{bmatrix} \quad (7)$$

가 된다. 식 (6)과 (7)로부터 k 가 증가함에 따라 광자의 편광 방향이 점차 회전함을 볼 수 있다. 출력 광자의 Jones 벡터는 $\mathbf{v}_k = [0 \ -\alpha^k]^T$ 가 된다. 이는 수직(y) 편광이다. 그리고 출력측에서, 이 수직편광의 광자를 발견할 확률은 $|\mathbf{v}_k|^2 = |v_{ky}|^2 = \alpha^{2k}$ 이다. 무손실 시스템에서는 $\alpha=1$ 이므로 이 확률은 1이 된다.

반면에 A1에 $T=0$ 인 불투명한 물체가 놓여 수직편광 경로를 막는다면,

$$\mathbf{M}^k = \alpha^k \begin{bmatrix} \cos \frac{k\pi}{2N} & \sin \frac{k\pi}{2N} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

이 된다. 이 경우, 광자의 편광상태는 $\mathbf{v}_k = [\alpha^k \cos(\pi/2N) \ 0]^T$ 이 되고, k 에 관계없이 항상 수평 편광상태를 유지함을 볼 수 있

다. 이것은 바로 “양자 시스템을 반복적으로 측정하는 행위
가, 그의 양자상태가 시간적으로 바뀌는 것을 방지한다.^{[6,7]”}
라는 양자 Zeno 효과를 상기시킨다. 이때 출력 측에서 광자를
발견할 확률은 $|\mathbf{v}_N|^2 = \alpha^{2N} \cos^{2N}(\pi/2N) \equiv P_{suc}$ 이 된다. 우선 이
질에서는 무손실($\alpha=1$)을 가정하자. 그러면, A1에 놓인 물체
가 불투명하므로 P_{suc} 는 광자가 시스템을 N 번 순환하는 동안
에 한번도 그 물체에 부딪히지 않고 수평편광 경로만을 택하
였을 확률이 된다.

광자가 시스템을 k 번 순환한 다음, 반파장 지연판을 통과한
바로 뒤의 (즉, 간섭계 바로 앞에서의) 편광상태를 \mathbf{u}_k 로 표시
하자. 즉,

$$\mathbf{u}_k = \mathbf{M}_{1/2} \mathbf{v}_k \tag{9}$$

이다. 그러면 광자가 물체에 부딪힐 확률 P_{fail} 은, $\alpha=1$ 일 때,
 $\sum_{k=0}^{N-1} |\mathbf{u}_k|^2 = 1 - \cos^{2N}(\pi/2N) = 1 - P_{suc}$ 가 된다. 그러므로 출력광
자의 편광상태가 수직인지 수평인지를 조사해 봄으로써 물체
의 존재 여부를 알 수 있다. 주목할 것은 이 때, 광자가 물체
에 부딪힐 확률 $1 - \cos^{2N}(\pi/2N)$ 은 순환 회수 N 이 커지면 0에
수렴한다는 점이다. 무작용 검출 시스템의 검출효율은

$$\eta \equiv \frac{P_{suc}}{P_{suc} + P_{fail}} = P_{suc} \tag{10}$$

로 정의된다. 즉 $\alpha=1$ 일 때 η 는 $\cos^{2N}(\pi/2N)$ 이고, N 이 ∞ 이
면 η 는 1이 된다. 이것이 100% 검출효율을 갖는 무작용 검출
의 원리이다.^[3] 그리고 $\alpha=1$ 일 때에는, 투명도가 있는 물체의
경우일지라도, $\sqrt{Tei\theta}$ 가 1에 가깝지 않다면 N 이 ∞ 일 때
100% 무작용 검출이 가능하다.^[8-10]

III. 시스템 결합의 영향

현실적으로 시스템에 사용되는 소자들에서 광자가 흡수될
수 있다. 이러한 시스템 손실이 존재하는 경우, 즉 $\alpha < 1$ 인 경
우를 생각하기로 한다. 그리고 출력측에서 수직 및 수평 편광
을 조사하기 위해 사용되는 수평 및 수직 편광의 광자 검출기
의 양자효율을 각각 η_{qH} 및 η_{qV} 라 하자. 이들 양자효율 역시
실질적으로 1이 될 수 없다.

3.1. 반복실험 전략에서의 성공확률 및 실패확률 계산

일반적으로 무작용 검출이 성공하기 위해서는 먼저 다음
두 조건을 만족해야 한다: 물체가 수직편광 경로의 입력면 A
1에 있을 때, (a) 광자가 N 번 순환하는 동안에 수평편광 경로
만을 택하였을 것과 (b) 손실 소자에 의해 흡수되지 않고 출
력측에 도달하였을 것 두 가지이다. 광자가 k 번째 순환에서,
간섭계의 수평편광 경로를 택할 확률을 P_{uHk} , 수직편광 경로
를 택할 확률을 P_{uVk} 라 하자. 그러면 $P_{uHk} = |\mathbf{u}_{kx}|^2 / |\mathbf{u}_k|^2 = |\mathbf{u}_{kx}|^2 / (|\mathbf{u}_{kx}|^2 + |\mathbf{u}_{ky}|^2)$ 이고 $P_{uVk} = |\mathbf{u}_{ky}|^2 / |\mathbf{u}_k|^2$ 이다. 식 (6), (8) 및 (9)
에서 $\mathbf{u}_k = \alpha^k \cos^k(\pi/2N) [\cos(\pi/2N) \sin(\pi/2N)]^k$ 이므로 $P_{uHk} = \cos^2(\pi/2N)$ 이고 $P_{uVk} = \sin^2(\pi/2N)$ 이다. 이들은 손실 α 에는 무
관하다.

일반적으로, 무작용 검출이 성공할 확률, 즉 조건 (a)와 (b)
를 동시에 만족시킬 확률은

$$P_{suc} = \prod_{k=0}^{N-1} \alpha^2 P_{uHk} = \alpha^{2N} \prod_{k=0}^{N-1} P_{uHk} \tag{11}$$

이다. 광자가 간섭계의 수직편광 경로를 선택하는 순간 무작
용 검출은 실패하므로, 실패확률은

$$P_{fail} = P_{uV0} + P_{uH0} \alpha^2 P_{uV1} + P_{uH0} \alpha^2 P_{uH1} \alpha^2 P_{uV2} + \dots + \left(\prod_{k=0}^{N-2} \alpha^2 P_{uHk} \right) P_{uV,N-1} \tag{12}$$

로 주어진다. 손실이 있으므로 광자가 손실 소자에 흡수되어
버릴 확률, 즉 무효확률이 존재한다. 이는

$$P_{void} = P_{uH0}(1 - \alpha^2) + P_{uH0} \alpha^2 P_{uH1}(1 - \alpha^2) + P_{uH0} \alpha^2 P_{uH1} \alpha^2 P_{uH2}(1 - \alpha^2) + \dots + \left(\prod_{k=0}^{N-2} \alpha^2 P_{uHk} \right) P_{uH,N-1}(1 - \alpha^2) \tag{13}$$

이다. 명백히 $P_{suc} + P_{fail} + P_{void} = 1$ 이 만족된다. 그리고 또 한가
지 고려해야 할 것은, 일반적으로 물체가 완전히 불투명하지
않으면, 출력되는 광자의 편광은 일반적으로 수평 편광이 되
지 않고 타원편광이 된다는 점이다.^[9,10] 이는 광자가 물체를
통과하지 않았더라도, 통과할 가능성이 있었다는 점이 출력
광자의 편광에 영향을 주기 때문이다. 따라서 이러한 물체가
있을 때에도 올바르게 검출되기 위해서는, 출력 광자가 편광
을 조사하기 위한 편광 빔 분할기의 수평편광 경로를 택해야
만 한다. 이 확률을 단순히 P_H 라 표기하자.

이제 무작용 검출 실험을 1회 실시하는 경우를 생각하자.
출력 광자가 물체와의 상호작용 없이 출력에 나왔다고 할지
라도 광자검출기에서 이를 검출하지 못하면 이 실험은 또한
무효가 된다. 그리고 물체가 투명도가 있을 때, 물체와 상호작
용 없이 N 번 시스템을 순환한 타원 편광의 출력광자가 편광
빔 분할기의 수직편광 경로를 택할 가능성이 있다. 이 광자가
양자효율이 η_{qV} 인 광자 검출기에서 검출되지 않는다면 역시
실험은 무효이다. 반면에 이 광자가 검출되어 버리면, 물체가
존재하지 않는다고 판단하게 된다. 이 틀린 결과를 얻는 경우
에는, 비록 물체와 광자와의 상호작용은 없었지만, 실험이 실패
한 것으로 간주한다. 이러한 모든 가능성을 고려하였을 때,
1회의 실험이 성공할 확률을 $P_{suc,s}$, 실패할 확률을 $P_{fail,s}$, 그리
고 무효가 될 확률을 $P_{void,s}$ 라 표기하면,

$$P_{suc,s} = \eta_{qH} P_H P_{suc} \tag{14}$$

$$P_{fail,s} = P_{fail} + \eta_{qV} (1 - P_H) P_{suc} \tag{15}$$

$$P_{void,s} = P_{void} + (1 - \eta_{qH}) P_H P_{suc} + (1 - \eta_{qV}) (1 - P_H) P_{suc} \tag{16}$$

가 된다. 물체가 불투명한 경우에는 P_H 가 1이므로, 식 (14)-
(16)에서 η_{qV} 의 영향은 없어지고 η_{qH} 만 중요하다. 또, η_{qH} 와
 η_{qV} 가 주어졌을 때, 식 (11)~(16)에서 시스템 손실이 증가하면
(α 가 감소하면) $P_{void,s}$ 는 증가하고 $P_{suc,s}$ 와 $P_{fail,s}$ 는 모두 감소함
을 알 수 있다. 그러나 $P_{suc,s}$ 가 $P_{fail,s}$ 보다 더 빨리 감소하므로,

시스템 손실이 무작용 검출의 성능에 나쁜 영향을 미친다.

입력면 A1에 물체가 없는 경우는 논의할 필요가 없다. 왜냐하면, 이 경우 물체와 광자가 상호 작용할 위험은 없고 출력력은 항상 수직 편광이 되어, η_{qH} 가 0이 아닌 한, 아래에서 설명할 반복실험을 통해 언제나 물체가 존재하지 않는다는 것을 올바르게 감지해 낼 수 있기 때문이다.

실험이 무효일 경우에는 우리는 물체의 존재 여부에 대해 아무런 정보를 얻지 못한다. 이 문제의 간단한 해결방법은, 광자가 두 개의 광자 검출기 가운데 하나에서 검출될 때까지, 실험을 반복하는 것이다.^[3] 이와 같은 반복실험 전략에서 물체와 광자의 상호작용 없이 물체가 올바르게 검출될 확률 $P_{suc,r}$ 은

$$P_{suc,r} = \sum_{i=0}^{\infty} P_{void,s}^i P_{suc,s} = \frac{P_{suc,s}}{1 - P_{void,s}} \quad (17)$$

가 되고, 반면에 실패할 확률은

$$P_{fail,r} = \sum_{i=0}^{\infty} P_{void,s}^i P_{fail,s} = \frac{P_{fail,s}}{1 - P_{void,s}} \quad (18)$$

이다. 따라서 $P_{suc,r} + P_{fail,r} = 1$ 이고, $P_{void,r} = P_{void,s}^{\infty} = 0$ 이다. 주목할 것은 비 $P_{suc,r} / P_{fail,r}$ 과 $P_{suc,s} / P_{fail,s}$ 는 똑 같다는 점이다. 이 비를 성공/실패 비 $R_{S/F}$ 로 표기하기로 한다. 식 (14)와 (15)로부터, $P_H \approx 1$ 이면 $R_{S/F}$ 는 η_{qH} 에 비례함을 알 수 있다. 반복실험 전략에서 이 시스템의 무작용 검출 효율은, 식 (10), (14), 그리고 (15)로부터

$$\eta = P_{suc,r} = \frac{P_{suc,s}}{P_{suc,s} + P_{fail,s}} = \frac{R_{S/F}}{R_{S/F} + 1} \approx \frac{\eta_{qH} P_{suc}}{\eta_{qH} P_{suc} + P_{fail}} \quad (19)$$

가 된다. 여기서 식 (19)의 마지막 근사식은 $P_H \approx 1$ 일 때 성립하는 것이다. 주목할 것은 $P_{fail} = 0$ 일 때에는 $\eta_{qH} < 1$ 일지라도 100% 검출효율이 얻어진다는 점이다.

3.2. 최대 검출효율의 계산

불투명 물체를 검출함에 있어서 얻을 수 있는 최대 검출효율을 계산해 보자. 식 (11)~(16)으로부터

$$P_{suc,s} = \eta_{qH} \alpha^{2N} \cos^2\left(\frac{\pi}{2N}\right) \quad (20)$$

$$P_{fail,s} = \sin^2\left(\frac{\pi}{2N}\right) \frac{1 - \alpha^{2N} \cos^2(\pi/2N)}{1 - \alpha^2 \cos^2(\pi/2N)} \quad (21)$$

$$P_{void,s} = (1 - \alpha^2) \cos^2\left(\frac{\pi}{2N}\right) \frac{1 - \alpha^{2N} \cos^2(\pi/2N)}{1 - \alpha^2 \cos^2(\pi/2N)} + (1 - \eta_{qH}) \alpha^{2N} \cos^2\left(\frac{\pi}{2N}\right) \quad (22)$$

를 얻는다. N 이 ∞ 로 커지면, 물체가 투명도를 가질 때에도 $P_{suc,s}$, $P_{fail,s}$ 그리고 $P_{void,s}$ 는 식 (20)~(22)와 접근적으로 같아진다. $\eta_{qH} = 1$ 일 때, 여러 가지 α 값에 대해 $P_{suc,s}$, $P_{fail,s}$, $P_{void,s}$ 그리고 $R_{S/F}$ 를 그림 2에 나타내었다. 만약 η_{qH} 가 1보다 작으면 그림 2(a)와 (d)의 세로축 값들이 η_{qH} 비율 만큼씩 감소한다. 그림 2(b) 혹은 식 (21)은 η_{qH} 에 무관하다. 그림 2(d)에서 볼 수

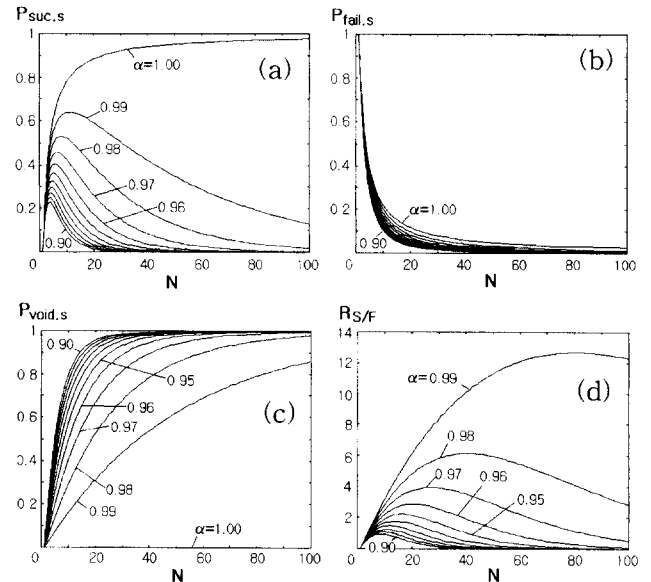


그림 2. 검출하고자 하는 물체가 불투명할 때, (a) $P_{suc,s}$, (b) $P_{fail,s}$, (c) $P_{void,s}$ 그리고 (d) $R_{S/F}$.

있는 것처럼, 주어진 α 에 대해, $R_{S/F}$ 가 최대가 되는 (따라서 검출 효율 η 가 최대가 되는) 최적 N 이 존재한다. 이 최적 N , 즉 N_{opt} 를 다음과 같이 찾을 수 있다.

먼저 시스템의 손실이 매우 작은, 그러나 완전히 0이 아닌 경우, 즉 $\alpha \rightarrow 1$ 로 수렴해 가고 따라서 $N \rightarrow \infty$ 이 되는 경우를 생각하자. 이 경우에는 식 (20)과 (21)로부터 계산한 $R_{S/F}$ 의 $\cos^{2N}(\pi/2N)$ 를 $1 - \pi^2/4N$ 으로, $\cos^2(\pi/2N)$ 를 $1 - \pi^2/4N^2$ 으로, 그리고 $\sin^{2N}(\pi/2N)$ 를 $\pi^2/4N^2$ 으로 대치시켜 $R_{S/F}$ 의 근사식을 사용할 수 있다. 이 근사식의 분자와 분모 각각에서 $N \rightarrow \infty$ 일 때 상대적으로 무시할 수 있는 항을 제거하면

$$R_{S/F} = \frac{P_{suc,s}}{P_{fail,s}} \approx \left(\frac{\eta_{qH}}{\pi^2} \right) \frac{4(1 - \alpha^2)N^2 \alpha^{2N} + \pi^2 \alpha^2 \alpha^{2N}}{1 - \alpha^{2N}} \quad (23)$$

을 얻게 된다. 미분식 $dR_{S/F}/dN = 0$ 으로부터 α 와 N 의 관계식

$$N^2 - \frac{2(1 - \alpha^{2N})}{\ln(1/\alpha^2)} N + \frac{\pi^2 \alpha^2}{4(1 - \alpha^2)} = 0 \quad (24)$$

을 얻게 된다. 식 (24)의 두 근은

$$N = \frac{1 - \alpha^{2N}}{\ln(1/\alpha^2)} \left\{ 1 \pm \left[1 - \frac{\pi^2 \alpha^2 (\ln(1/\alpha^2))^2}{4(1 - \alpha^2)(1 - \alpha^{2N})^2} \right]^{1/2} \right\} \quad (25)$$

이다. α 가 1에 접근하면 N 도 무한정 커지므로, 이때의 α^{2N} 의 수렴 값은 1이 되지 못한다고 가정하자. (이 가정의 타당성을 나중에 확인할 것이다.) 그러면 식 (25)의 괄호속 마지막 항의 수렴값은, $\ln(1/\alpha^2) = \sum_{k=1}^{\infty} (1 - \alpha^2)^k / k$ 이므로

$$\lim_{\alpha \rightarrow 1, N \rightarrow \infty} \frac{\pi^2 \alpha^2 (\ln(1/\alpha^2))^2}{4(1 - \alpha^2)(1 - \alpha^{2N})^2} = 0 \quad (26)$$

이 된다. 식 (25)와 (26)으로부터 α 와 최적 N 과의 타당한 관계는

$$N = \frac{1 - \alpha^{2N}}{\ln(1/\alpha)} \quad (27)$$

이다. 식 (27)의 해를 \hat{N}_{opt} 으로 나타내면

$$\hat{N}_{opt} = \frac{K}{\ln(1/\alpha)} \quad (28)$$

이고, 여기서 K 는

$$K = 1 - e^{-2K} \quad (29)$$

을 만족하는 무리수 상수이다. 간단한 수치 계산을 해보면 $K = 0.796812 \dots$ 이다. 식 (28)과 (29)로부터 $\alpha^{2\hat{N}_{opt}} = e^{-2K} = 1 - K = 0.203187 \dots$ 이므로, 앞에서의 가정이 타당함을 알 수 있다. 그런데 일반적으로 α 가 감소하면 식 (28)의 오차가 점점 증가할 것임을 예측할 수 있다. 한가지 예로 $\alpha \rightarrow 0$ 이면 식 (28)은 0이 되지만, N 이 1 이상의 양의 정수이어야 하므로 실제의 N_{opt} 는 명백히 1이다. 이 오차를 보정하기 위하여 식 (28)에 1을 더하여 최종적으로

$$N_{opt} \approx 1 + \frac{K}{\ln(1/\alpha)} \quad (30)$$

를 얻는다. 단, 식 (30)의 N_{opt} 는 우변에 가장 가까운 정수 값으로 한다. α 가 1에 가까울 때에 식 (30)과 같은 보정은

$\hat{N}_{opt} \gg 1$ 이므로 문제가 되지 않는다. 근사없이 직접 수치적 계산을 통해 N_{opt} 을 구해본 결과, 식 (30)은 $\alpha > 0.2$ 이면 (물론 0근처에서도) 꽤 정확함을 알 수 있었다.

$N = N_{opt}$ 일 때 얻어지는 최대 $R_{S/F}$ 와 η 를 각각 $R_{S/F,max}$ 와 η_{max} 로 표기하자. 이들을 α 의 함수로 그림 3에 나타내었다. $\eta_{qH} \neq 1$ 이라도, α 가 1에 접근하면 $R_{S/F,max}$ 가 급격히 증가하고, 따라서 η_{max} 는 1에 수렴함을 볼 수 있다. 예를 들어 빛 세기의 손실인자 $\alpha^2 = 0.95$ 인 경우를 보자. 이 정도의 손실인자 값은 무반사 코팅이 잘 된 광소자들과 유전체 거울을 사용한다면 얻을 수 있다. 이 경우 $N_{opt} = 40$ 이다. 그리고 $\eta_{qH} = 1$ 일 때에는 $R_{S/F,max} \approx 4.6$ 이고 따라서 $\eta_{max} \approx 0.82$ 이며, 만약 $\eta_{qH} = 0.5$ 가 되면 $R_{S/F,max} \approx 2.36$ 이고 따라서 $\eta_{max} \approx 0.70$ 이 된다.

4. 결 론

결론적으로, 시스템의 손실을 무시할 수 없을 때에는 원리적으로도 100% 무작용 검출 효율을 얻을 수 없으며, 또한 광자 검출기의 양자 효율이 검출 효율에 영향을 미치는 요소가 됨을 예측하였다. 일반적으로 시스템 손실과 광자 검출기의 양자효율 모두 검출효율에 나쁜 영향을 주지만, 시스템 손실이 무시될 수 있을 정도로 작을 때에는 광자 검출기의 양자효율은 중요하지 않다. 주어진 손실 인자와 광자 검출기의 양자효율이 주어졌을 때, 이론적으로 얻을 수 있는 최대 검출 효율을 예측하였다. 본 논문에서는 광자가 검출될 때까지 실험을 반복하는 '반복실험 전략'을 채택하였지만, 시스템 결점의 영향을 받지 않거나 적어도 이 영향을 덜어줄 수 있는 새로운 시스템을 발견하는 것이 흥미로운 연구 주제가 될 것이다.

감사의 글

수치계산을 도와준 본 연구실의 신동학에게 감사한다. 본 연구는 한국과학재단 핵심 전문 연구비 (981-0914-069-1) 지원으로 수행되었으며 지원에 감사드린다.

참고문헌

- [1] A. C. Elitzur and L. Vaidman, Found. Phys. **23**, 987 (1993).
- [2] E. H. D. M. van Voortthuysen, Am. J. Phys. **64**, 1504 (1996).
- [3] P. G. Kwiat, H. Weinfurter, T. Herzog, A. Zeilinger, and M.A. Kasevich, Phys. Rev. Lett. **74**, 4763 (1995).
- [4] P. G. Kwiat, H. Weinfurter, T. Herzog, A. Zeilinger, and M.A. Kasevich, Annals of the New York Academy of Sciences **755**, 383 (1995).
- [5] P. G. Kwiat, H. Weinfurter, and A. Zeilinger, Sci. Am. **275**, Nov., 52 (1996).
- [6] B. Misra and E. C. G. Sudarshan, J. Math. Phys. **18**, 756 (1977).
- [7] A. Peres, Am. J. Phys. **48**, 931 (1980).
- [8] J.-S. Jang, Conference on Laser and Electro-Optics, Pacific Rim'97, Chiba, Japan, July 14-19, 1997, Paper

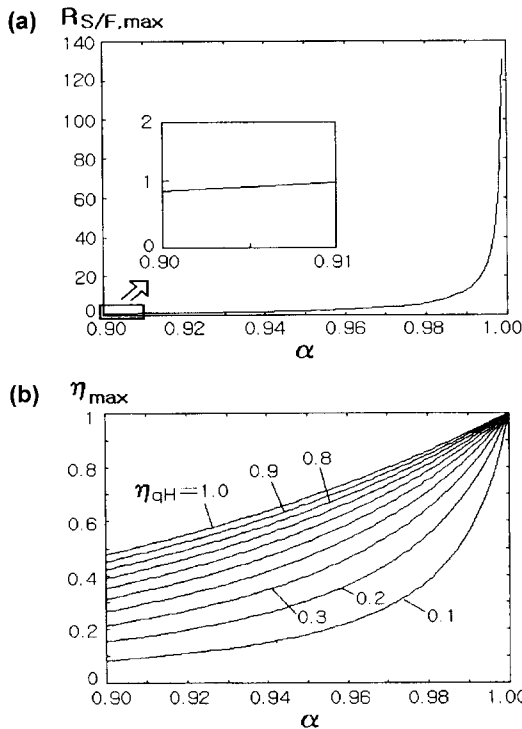


그림 3. (a) 주어진 손실 인자 α 에 대해 얻을 수 있는 최대 성공/실패 비 $R_{S/F,max}$ ($\eta_{qH} = 1$ 임). 광자 검출기의 양자효율 $\eta_{qH} \neq 1$ 일 때에는 세로축 값이 η_{qH} 의 비율로 감소한다, (b) 이론적으로 얻을 수 있는 및 최대 무작용 검출효율 η_{max} .

No. p. 92.
[9] 장주석, 한국광학회지 **8**, 420 (1997).
[10] J.-S. Jang, Phys. Rev. A **59**, 2322 (1999).

[11] R. C. Jones, J. Opt. Soc. Am. **31**, 488 (1941).
[12] A. Yariv, Optical Electronics (Saunders College Publishing, Fort Worth, 1991).

Effects of system imperfections on optical interaction-free measurements

Ju-Seog Jang

Dept. of Telematics Engineering, Pukyong National University, Pusan 608-737, Korea

(Received December 2, 1998, Revised manuscript received March 4, 1999)

In an interaction-free measurement system with the polarization-based Mach-Zehnder interferometer structure, effects of two system imperfections, i.e., the system loss and the low quantum efficiency of photon detectors, on the system performance are analyzed. Although both the two system imperfections limit the maximal detection efficiency that can be achievable, we show that the quantum efficiency of photon detectors is less important when the system loss becomes small. In addition, for given system losses and quantum efficiencies, we derive the maximal detection efficiencies that can be achievable.