

반도체 광증폭기내의 Highly Nondegenerate Four-Wave Mixing에 의한 파장변환의 해석

우상규 · 이연호

성균관대학교 전기·전자 및 컴퓨터 공학부

(1999년 5월 7일 받음, 1999년 7월 28일 수정본 받음)

본 논문에서는 반도체 광증폭기내에서 four-wave mixing을 발생시키는 spectral hole burning을 더욱 정확하게 해석하기 위하여 밀도행렬을 기존의 방법에 비하여 정확하게 푸는 방법에 대하여 설명하고 이러한 밀도행렬에 대한 수치해석을 실시하여 그 해를 구한다. 이렇게 구한 결과를 통해 반도체 광증폭기내에서의 four-wave mixing에 의한 파장변환을 설명하는 결합 파동 방정식을 유도하고 이것의 해를 구하여 반도체 광증폭기에서의 파장변환이 어떻게 발생하는지를 설명하고 3차 섭동을 이용하여 계산된 기존의 결과와 비교한다.

I. 서 론

미래의 광대역 디지털 정보 시스템(Broadband Integrated Services Digital Network: B-ISDN)에서는 음성, 화상 및 각종 데이터들이 하나의 공통회선에 하나의 전송방식에 의하여 전송된다. 이 경우 전송회선의 용량 증가 뿐만 아니라 신호의 교환도 광신호 상태에서 빠른 속도로 수행될 필요가 있으므로 all-optical network의 구축이 매우 절실히 요구된다. 이러한 all-optical network에서는 광 시간분할 다중화 방식(Optical Time Division Multiplexing: OTDM) 및 광 파장분할 다중화 방식(Wavelength Division Multiplexing: WDM)과 이에 따른 교환 방식이 대표적으로 연구되고 있다.^[1] 이 중에서 특히 광 파장분할 다중화 방식은 하나의 LAN(Local Area Network)에서 사용되는 한정된 수의 파장들을 LAN과 LAN사이의 통신에 재사용(wavelength reuse)할 수 있게 하여주므로 최근에 매우 활발히 연구되어지고 있다. 이러한 광 파장분할 다중화 방식에서 하나의 파장을 다른 파장으로 변환시켜주는 파장변환기(wavelength converter)는 필수적이다.

현재까지 이러한 파장변환기에 대한 연구는 반도체 광증폭기(Semiconductor Optical Amplifier),^[2,51] 반도체 레이저(Semiconductor Laser)^[6-9] 혹은 광섬유내에서의^[10-11] 비선형 현상을 이용하여 파장변환을 구현하는데 집중되어 있다. 특히 반도체 광증폭기를 이용한 파장변환기는 그 크기가 작고, 다른 광소자와의 집적이 가능하므로 그 성능이 매우 안정적인 수 있다. 반도체 광증폭기를 이용한 파장변환기는 광증폭기 활성층내에서의 이득포화 현상(gain saturation)을 이용하거나,^[12-14] cross-phase modulation을 이용하거나,^[15-17] 혹은 four-wave mixing을 이용하여 구현될 수 있다.^[29-34] 그런데 반도체 광증폭기내에서의 four-wave mixing을 이용한 파장변환기는 다른 방법들과 비교하여 입력되는 신호 빔의 bit-rate 및 변조상태에 관계없이 파장변환을 이룰 수 있고, 다중채널 동작(multichannel operation)이 가능하고, 또한 그 이외에도

optical phase conjugation과 광 논리회로(optical logic gate)에 응용될 수 있기 때문에 최근에 국내,외에서 매우 활발히 연구되고 있다.^[29-35]

반도체 광증폭기내에서 four-wave mixing이 발생하는 원인으로 첫째로, 입력되는 펄스 빔과 프로브 빔 사이에 주파수 차이가 존재하면 frequency beating이 발생하고 이것은 다시 반도체 광증폭기 활성층내의 carrier 밀도를 변조시킨다. 이러한 carrier 밀도 변조는 활성층내의 electric susceptibility를 변화시켜서 이득 격자(gain grating)와 굴절률 격자(index grating)를 발생시킨다. 이러한 비선형 현상에 의하여 반도체 광증폭기에 입력되는 프로브 빔의 주파수에 대하여 파장변환된 신호 빔이 발생된다.^[18-19] 둘째로, 반도체 광증폭기내에서 carrier와 carrier 사이의 반응 혹은 carrier와 활성층 격자와의 반응에 의하여 온도변화가 발생하면 이것에 의하여 carrier 분포가 변하게 된다. 그리하여 광전이(optical transition)에 참여하는 에너지 상태의 밀도가 carrier 분포의 온도에 영향을 받게되어 입력되는 레이저 빔들 사이에 비선형 현상이 발생한다.^[20-22] 셋째로, 활성층내에서의 stimulated recombination에 의하여 carrier 분포상에 spectral hole burning이 발생하면 이것은 다시 활성층내의 electric susceptibility를 변화시켜서 비선형 현상을 발생시킨다.^[23-25] 이러한 비선형 현상들은 고유의 시간상수를 가지고 발생하는데 carrier 밀도 변조에 의한 파장변환은 약 160 ps, carrier heating에 의한 파장변환은 약 500 fs, spectral hole burning에 의한 파장변환은 약 110 fs의 시간상수를 가지고 발생된다. Spectral hole burning에 의한 four-wave mixing을 이용하면 최대 약 20 nm영역에서의 파장변환이 가능함을 Fourier limit에 의하여 알 수 있다.

반도체 광증폭기내의 four-wave mixing을 이용한 파장변환은 밀도행렬 방법(density matrix method)을 이용하여 해석할 수 있다.^[24-27] 이러한 방법에서는 반도체를 불균일하게 확장된(inhomogeneous broadening) 2준위계로 가정하여 해석하는데, 복잡하게 서로 연결되어 있는 행렬 요소를 해석적으로 구하기

위하여 3차 근사법(third order perturbation theory)가 이용되고 있다. 이러한 방법에 의하여 구하여진 해는 spectral hole burning에 의하여 발생하는 four-wave mixing과 파장변환을 근사적으로 이해하는데는 도움이 되지만 좀더 정확한 해를 구하기 위해서는 수치해석을 이용하여야 한다. 예를 들어 기존의 3차 근사법에 의한 해는 반도체 광증폭기를 통과하는 프로브 빔의 spectral hole burning 및 이득포화 현상(gain saturation)이 파장변환에 미치는 영향을 잘 설명하지 못하고 있다. 그리하여 본 논문에서는 첫째로 four-wave mixing을 발생시키는 spectral hole burning을 더욱 정확하게 해석하기 위하여 밀도행렬을 기존의 방법에 비하여 더욱 정확하게 푸는 방법에 대하여 설명하고 이러한 밀도행렬에 대한 수치해석을 실시하여 그 해를 구한다. 둘째로, 본 논문에서는 반도체 광증폭기내에서의 four-wave mixing을 컴퓨터 모의실험하여 파장변환이 어떻게 발생하는지를 설명하고 이 결과들을 기존의 결과와 비교한다.

II. 이 론

2.1. 반도체 광증폭기내의 비선형 전기분극

서로 다른 주파수를 가지는 펌프 빔과 프로브 빔이 반도체 광증폭기에 입력되면 점유확률밀도의 변화가 발생하는데 이것의 해석을 위하여 밀도행렬 방법이 이용된다. 이러한 밀도행렬을 풀면 반도체 광증폭기내에서 four-wave mixing을 발생시키는 비선형 전기분극을 다음과 같이 구할 수 있다. 즉 각주파수가 각각 ω_0 와 ω_1 인 펌프 및 프로브 빔이 반도체 광증폭기에 입사되면 비선형 현상에 의하여 각주파수가 ω_2 인 신호빔이 발생하므로 반도체 광증폭기내의 전계는 다음과 같이 가정된다.

$$\mathcal{E}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} [E_0 e^{ik_0 z - i\omega_0 t} + E_1 e^{ik_1 z - i\omega_1 t} + E_2 e^{ik_2 z - i\omega_2 t} + c.c.] \quad (1)$$

여기서 계산상의 편의를 위하여 반도체 광증폭기내의 빔들을 평면파로 가정하였다. 입사하는 펌프 빔의 세기가 다른 빔들 보다 매우 크다고 가정하면, $|E_0|^2 \gg |E_1|^2, |E_2|^2$, 반도체 광증폭기내의 빛의 세기는 다음의 식으로 주어진다.

$$|\mathcal{E}|^2 \approx \frac{1}{2} |E_0|^2 + \frac{1}{2} E_0 E_1^* \exp[i(k_0 - k_1)z - i(\omega_0 - \omega_1)t] + \frac{1}{2} E_0 E_2^* \exp[i(k_0 - k_2)z - i(\omega_0 - \omega_2)t] + c.c.$$

이 식에서 서로 다른 각 주파수들 사이의 차 및 서로 다른 파동수(wave number)들 사이의 차를 다음과 같이 정의한다. $\Omega \equiv \omega_1 - \omega_0 = \omega_2 - \omega_0$, $K \equiv k_1 - k_0 = k_2 - k_0$. 이들 식에 의하면 프로브 빔의 주파수는 펌프 빔의 주파수 보다 크고, 발생하는 신호 빔의 주파수는 펌프 빔의 주파수 보다 작다고 가정한다. 그러나 Ω 는 음의 값을 가질 수 있으므로, 이 경우에는 위에서 언급한 주파수 사이의 관계가 서로 반대가 된다. 이러한 빔들이 반도체 광증폭기에서 서로 혼합되면 반도체 광증폭기내의 활성층의 전도대역(conduction band) 및 가전대역(valence band)에서의 점유확률밀도가 변조되고 이것은 다음과

같은 전기분극을 발생시킨다.

$$\mathcal{P}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} [P_0 e^{ik_0 z - i\omega_0 t} + P_1 e^{ik_1 z - i\omega_1 t} + P_2 e^{ik_2 z - i\omega_2 t} + c.c.] \quad (2)$$

여기서 펌프, 프로브, 신호 빔의 전기분극 P_0, P_1, P_2 는 밀도행렬방법에 의하여 다음과 같이 구할 수 있다.

전도대역에서 가전대역 사이의 전이를 2준위계에서의 전이로 모형화할 때 Schrödinger picture에서 2준위계를 설명하는 파동함수는 여기준위(upper state) $|a\rangle$, 기저준위(lower state) $|b\rangle$, 그리고 각각의 진폭을 c_a, c_b 로 가정하면 다음과 같이 주어진다. $|\psi(t)\rangle = c_a(t)|a\rangle + c_b(t)|b\rangle$. 이 경우 해당되는 밀도연산자는 사영연산자로서 $\rho = |\psi\rangle\langle\psi|$ 로 정의된다. 그리하여 밀도행렬 요소들은 다음과 같이 주어진다. $\rho_{aa} = c_a c_a^*$, $\rho_{bb} = c_b c_b^*$, $\rho_{ab} = c_a c_b^*$, $\rho_{ba} = c_b c_a^* = \rho_{ab}$. 여기서 ρ_{aa} 는 시스템이 여기준위에 존재할 확률을 나타내고, ρ_{bb} 는 시스템이 기저준위에 존재할 확률을 나타내며, ρ_{ab} 는 a, b 레벨 사이에 전기 쌍극자 전이가 가능한 경우의 무차원 쌍극자 모멘트를 나타낸다. 이러한 밀도행렬 요소에 대한 운동방정식은 아래와 같이 주어진다.^[28]

$$\dot{\rho}_{ab} = -(i\Omega + \gamma)\rho_{ab} + \frac{i}{\hbar} \mathcal{V}_{ab}(\rho_{aa} - \rho_{bb}) \quad (3)$$

$$\dot{\rho}_{aa} = \lambda_a - \gamma_a \rho_{aa} - \left(\frac{i}{\hbar} \mathcal{V}_{ab} \rho_{ba} + c.c. \right) \quad (4)$$

$$\dot{\rho}_{bb} = \lambda_b - \gamma_b \rho_{bb} + \left(\frac{i}{\hbar} \mathcal{V}_{ab} \rho_{ba} + c.c. \right) \quad (5)$$

여기서 γ_a, γ_b 는 각각 a, b 레벨의 감쇠상수를 나타내고, λ_a, λ_b 는 각각 a, b 레벨로의 펌핑율을 나타낸다. 쌍극자 감쇠상수 $\gamma = \frac{1}{2}(\gamma_a + \gamma_b) + \gamma_{ph}$ 로 정의되며 여기서 γ_{ph} 는 온도에 의한 에너지 레벨의 랜덤시프트 및 감쇠에 의한 공진 주파수 변화를 Markov 근사화를 이용하여 평균을 취하였을 때 얻어지는 off-diagonal 행렬 요소의 감쇠율을 의미한다. \mathcal{V}_{ab} 는 섭동 에너지를 의미하며 전기쌍극자 모멘트 \mathcal{V} 에 의하여 아래와 같이 주어진다.

$$\mathcal{V}_{ab} = -\frac{\mathcal{E}}{2} [E_0 e^{ik_0 z - i\omega_0 t} + E_1 e^{ik_1 z - i\omega_1 t} + E_2 e^{ik_2 z - i\omega_2 t} + c.c.] \quad (6)$$

기존의 방법^[24]에서는 식(3)-(5)의 행렬 요소들을 각각 상수항과 작은 섭동항의 합으로 표시하여 이들 값을 구한다. 그러나 이러한 3차 근사법에 의한 해는 반도체 광증폭기에서 발생하는 이득포화 현상이 파장변환에 미치는 영향을 잘 설명하지 못하고 있다. 그리하여 본 논문에서는 우선 식(3)의 정확한 해를 구하고 이것을 이용하여 식(4)와 (5)의 해를 다음과 같이 구한다.

식(3)의 정확한 해는 다음과 같은 적분식으로 표시할 수 있다.

$$\rho_{ab} = \frac{i}{\hbar} \int_{-\infty}^t dt' e^{-i(\omega+r)(t-t')} \mathcal{V}_{ab}(\rho_{aa} - \rho_{bb}) \quad (7)$$

여기서 여기준위와 기저준위 사이의 점유밀도의 차이는 다음

과 같이 상수항과 beat 주파수 Ω 에 따라 변하는 항들의 합으로 가정한다.

$$\rho_{aa} - \rho_{bb} = (\rho_{aa}^o - \rho_{bb}^o) + \left\{ \frac{1}{2}(\rho_{aa}^1 - \rho_{bb}^1) e^{iKz-i\Omega t} + c.c \right\} \quad (8)$$

여기서 식(6)과 (8)의 곱이 식(7)에 대입되어야 하는데 우선 식(6)과 (8)의 곱을 계산하여 전개하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{ab}(\rho_{aa} - \rho_{bb}) = & -\frac{\mathcal{A}}{2} [E_0 e^{ik_0 z - i\omega_0 t} + E_1 e^{ik_1 z - i\omega_1 t} + E_2 e^{ik_2 z - i\omega_2 t} + c.c.] (\rho_{aa}^o - \rho_{bb}^o) \\ & -\frac{\mathcal{A}}{4} [E_0 e^{ik_1 z - i\omega_1 t} + E_1 e^{i(k_1 + K)z - i(\omega_1 + \Omega)t} + E_2 e^{ik_0 z - i\omega_0 t} \\ & + E_0^* e^{-ik_2 z - i + i\omega_2 t} + E_1^* e^{-ik_0 z - i + i\omega_0 t} + E_2^* e^{-i(k_2 - K)z + i(\omega_2 - \Omega)t}] \\ & (\rho_{aa}^1 - \rho_{bb}^1) \\ & -\frac{\mathcal{A}}{4} [E_0 e^{ik_2 z - i\omega_2 t} + E_1 e^{ik_0 z - i\omega_0 t} + E_2 e^{i(k_2 - K)z - i(\omega_2 - \Omega)t} \\ & + E_0^* e^{-ik_1 z + i\omega_1 t} + E_1^* e^{-i(k_1 + K)z + 1(\omega_1 + \Omega)t} + E_2^* e^{-ik_0 + i\omega_0 t}] \\ & (\rho_{aa}^1 - \rho_{bb}^1)^* \end{aligned} \quad (9)$$

그 다음 식(9)를 식(7)에 대입하여 적분하면 ρ_{ab} 에 대한 정확한 해를 구할 수 있다. 이 해는 18개 항들의 합으로 표시되는데 여기서 쌍극자 감쇠시간 $1/\gamma$ 가 밀도차이의 변화 및 파의 포락선보다 매우 작다고 가정하면 (rotating wave approximation) 이들은 아래와 같이 9개의 항으로 표시될 수 있다.

$$\begin{aligned} \rho_{ab} = & -i \frac{\mathcal{A}}{2\hbar} \left[\frac{E_0}{\gamma + i(\omega - \omega_0)} e^{ik_0 z - i\omega_0 t} + \frac{E_1}{\gamma + i(\omega - \omega_1)} e^{ik_1 z - i\omega_1 t} \right. \\ & \left. + \frac{E_2}{\gamma + i(\omega - \omega_2)} e^{ik_2 z - i\omega_2 t} \right] (\rho_{aa}^o - \rho_{bb}^o) \\ & -i \frac{\mathcal{A}}{4\hbar} \left[\frac{E_0}{\gamma + i(\omega - \omega_1)} e^{ik_1 z - i\omega_1 t} + \frac{E_1}{\gamma + i(\omega - \omega_1 - \Omega)} \right. \\ & \left. e^{i(k_1 + K)z - i(\omega_1 + \Omega)t} + \frac{E_2}{\gamma + i(\omega - \omega_0)} e^{ik_0 z - i\omega_0 t} \right] (\rho_{aa}^1 - \rho_{bb}^1) \\ & -i \frac{\mathcal{A}}{4\hbar} \left[\frac{E_0}{\gamma + i(\omega - \omega_2)} e^{ik_2 z - i\omega_2 t} + \frac{E_1}{\gamma + i(\omega - \omega_0)} e^{ik_0 z - i\omega_0 t} \right. \\ & \left. + \frac{E_2}{\gamma + i(\omega - \omega_0 + \Omega)} e^{i(k_2 - K)z - i(\omega_2 - \Omega)t} \right] (\rho_{aa}^1 - \rho_{bb}^1)^* \end{aligned} \quad (10)$$

그 다음 식(4)와 (5)로부터 ρ_{aa} , ρ_{bb} 를 구하기 위하여 식(6)과 (10)을 이용하여 $(i\hbar)\mathcal{P}_{ab}\rho_{ba}$ 를 먼저 계산하여야 한다. 이러한 계산의 결과는 매우 많은 수의 항들을 포함하게 되는데 반도체 광증폭기에 입사되는 펄스 빔의 세기가 프로브 및 신호 빔에 비하여 매우 크다고 가정하고 또한 시간에 따라 매우 빨리 변하는 항들은 시간 평균값을 구하는 도중에 사라진다고 가정하여 무시하면 다음과 같은 결과를 얻게된다.

$$\begin{aligned} \left(\frac{i}{\hbar} \mathcal{P}_{ab} \rho_{ab} + c.c \right) = & \left| \frac{\mathcal{A}}{2\hbar} \right|^2 \left[\frac{1}{\gamma - i(\omega - \omega_0)} + \frac{1}{\gamma + i(\omega - \omega_0)} \right] |E_0|^2 (\rho_{aa}^o - \rho_{bb}^o) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & + \left| \frac{\mathcal{A}}{2\hbar} \right|^2 \left[E_0^* E_1 \left\{ \frac{1}{\gamma + i(\omega - \omega_1)} + \frac{1}{\gamma - i(\omega - \omega_0)} \right\} \right. \\ & \left. + E_0 E_2^* \left\{ \frac{1}{\gamma - i(\omega - \omega_2)} + \frac{1}{\gamma + i(\omega - \omega_0)} \right\} \right] (\rho_{aa}^o - \rho_{bb}^o) e^{iKz - i\Omega t} + c.c \\ & + \frac{1}{2} \left| \frac{\mathcal{A}}{2\hbar} \right|^2 \frac{|E_0|^2}{\gamma + i(\omega - \omega_1)} e^{iKz - i\Omega t} (\rho_{aa}^1 - \rho_{bb}^1) + c.c \\ & + \frac{1}{2} \left| \frac{\mathcal{A}}{2\hbar} \right|^2 \frac{|E_0|^2}{\gamma - i(\omega - \omega_2)} e^{iKz - i\Omega t} (\rho_{aa}^1 - \rho_{bb}^1) + c.c \end{aligned} \quad (11)$$

그 다음 식(11)을 식 (4), (5)에 대입하여 시간에 대해 상수인 항들을 정리하면 밀도 반전을 구할 수 있다.

$$(\rho_{aa}^o - \rho_{bb}^o) = \frac{N}{1 + I\mathcal{S}} \quad (12)$$

여기서 $N \equiv \lambda_a/\gamma_a - \lambda_b/\gamma_b$, $I \equiv |E_0|^2/I_s = |E_0 \mathcal{A}/\hbar|^2 T_1 T_2$, $\mathcal{S} = \gamma^2/\gamma^2 + (\omega - \omega_0)^2$, $T_1 = \frac{1}{2}(1/\gamma_a + 1/\gamma_b)$, $T_2 = 1/\gamma$. 그 다음 비슷한 방법으로 위의 식(11)에서 $e^{-i\Omega t}$ 를 포함하는 항들을 정리하면 다음과 같다.

$$(\rho_{aa}^1 - \rho_{bb}^1) = -H \frac{F}{|E_0|^2} (\rho_{aa}^o - \rho_{bb}^o) \quad (13)$$

여기서

$$H \equiv \frac{\Gamma\gamma}{1 + \Gamma\gamma^2 \left\{ \frac{1}{\gamma + i(\omega - \omega_1)} + \frac{1}{\gamma - i(\omega - \omega_2)} \right\}} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} F \equiv & \left[E_0 E_1^* \left\{ \frac{1}{\gamma + i(\omega - \omega_1)} + \frac{1}{\gamma - i(\omega - \omega_0)} \right\} \right. \\ & \left. + E_0^* E_1 \left\{ \frac{1}{\gamma - i(\omega - \omega_2)} + \frac{1}{\gamma + i(\omega - \omega_0)} \right\} \right] \end{aligned} \quad (15)$$

$$\Gamma = I \frac{1 - i\Omega T_2}{1 - i2\Omega T_1 T_2 - \Omega^2 T_1 T_2} \quad (16)$$

여기서 구한 식(12)와 (13)을 식(10)에 대입하면 off-diagonal 요소 ρ_{ab} 를 계산할 수 있다. 이것으로부터 반도체 광증폭기내에 형성되는 전기분극을 아래의 식으로 구할 수 있다.

$$\mathcal{P}(t) = \int D(\omega) [\mathcal{A} \rho_{ab} + \mathcal{A} \rho_{ba}] d\omega \quad (17)$$

이식에서 $D(\omega)$ 는 단위 부피당의 상태밀도를 의미한다. 이러한 전기분극은 반도체 광증폭기내에 입사하는 세 개의 빔에 영향을 미치는데 이것을 각각의 빔에 해당하는 전기분극의 합으로 표시할 수 있다.

$$\mathcal{P}(t) = \sum_{i=0}^{i=2} \left(\frac{1}{2} P_i e^{ik_i - i\omega_i t} + c.c \right) \quad (18)$$

식(17)과 (18)을 비교하면 펄스, 프로브, 신호 빔에 대한 복소 전기분극을 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$P_o = -i \frac{\mathcal{A}^2}{\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} D(\omega) \left\{ E_0 \frac{(\rho_{aa}^o - \rho_{bb}^o)}{\gamma + i(\omega - \omega_0)} + \frac{E_2}{2} \frac{(\rho_{aa}^1 - \rho_{bb}^1)}{\gamma + i(\omega - \omega_0)} + \frac{E_1}{2} \frac{(\rho_{aa}^1 - \rho_{bb}^1)^*}{\gamma + i(\omega - \omega_0)} \right\} d\omega \quad (19)$$

$$P_1 = -i \frac{\rho^2}{\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} D(\omega) \left\{ E_1 \frac{(\rho_{aa}'' - \rho_{bb}'')}{\gamma + i(\omega - \omega_1)} + \frac{E_0 (\rho_{aa}' - \rho_{bb}')^*}{2 \gamma + i(\omega - \omega_1)} \right\} d\omega \quad (20)$$

$$P_2 = -i \frac{\rho^2}{\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} D(\omega) \left\{ E_2 \frac{(\rho_{aa}'' - \rho_{bb}'')}{\gamma + i(\omega - \omega_2)} + \frac{E_0 (\rho_{aa}' - \rho_{bb}')^*}{2 \gamma + i(\omega - \omega_2)} \right\} d\omega \quad (21)$$

이 식들의 적분을 계산하기 위해서는 단위 부피당의 상태밀도를 알아야한다. 그러나 이것은 매우 복잡한 여러 가지 물리적인 현상들이 포함되어야 하므로, 예를 들면 exciton effect, charge screening 등, 본 논문에서는 다음과 같은 방법을 사용한다. 즉 반도체 광증폭기내에 펌프 빔만 존재한다고 가정하면 이 빔에 대한 electric susceptibility는 식(19)로부터 다음과 같이 주어진다.

$$\chi_o = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ -i \frac{\rho^2}{\epsilon_0 \hbar} D(\omega) \frac{(\rho_{aa}'' - \rho_{bb}'')}{\gamma + i(\omega - \omega_0)} \right\} d\omega \Rightarrow \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ -i \left(\frac{\pi \rho^2 D(\omega) N}{\epsilon_0 \hbar} \right) \frac{1}{\pi} \frac{1}{1 + I} \frac{1}{\gamma + i(\omega - \omega_0)} \right\} d\omega \quad (22)$$

이 식의 괄호의 값을 $\bar{f}(\omega) \equiv \pi \rho^2 D N / \epsilon_0 \hbar$ 로 정의하고 이것을 테일러전개를 이용하여 $\bar{f}(\omega_0) + \bar{f}'(\omega_0)(\omega - \omega_0)$ 로 표시한 후 복소평면에서의 경로적분을 이용하면 펌프 빔의 electric susceptibility의 허수값을 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\text{Im}[\chi_o] = -\bar{f}(\omega_0) \frac{1}{\sqrt{1+I}} \quad (23)$$

그런데 이러한 electric susceptibility의 허수값은 입사하는 빔의 이득과 $g(\omega) = -(\omega^2/c^2 k) \text{Im}[\chi_o]$ 의 관계가 있으므로 식(23)의 $\bar{f}(\omega_0)$ 는 펌프 빔의 이득과 일정한 관계가 있다는 것을 알 수 있다. 그리하여 식(23)에 주어진 $1/\sqrt{1+I}$ 는 기존의 레이저 이론에서 잘 알려진 것처럼 불균일하게 확장된 계에서의 이득 포화 현상(gain saturation effect)를 설명한다는 것을 알 수 있다. 그리하여 여기서 정의된 $\bar{f}(\omega)$ 를 이용하면 복소 전기분극을 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$P_0 = -i \frac{\epsilon_0}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E_0 \frac{\bar{f}(\omega)}{\gamma + i(\omega - \omega_0)} \frac{1}{1 + I} d\omega + i \frac{\epsilon_0}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E_0 \frac{1}{2} \frac{|E_2|^2}{|E_0|^2} \frac{\bar{f}(\omega)}{\gamma + i(\omega - \omega_0)} H \left\{ \frac{1}{\gamma - i(\omega - \omega_0)} + \frac{1}{\gamma + i(\omega - \omega_0)} \right\} \frac{1}{1 + I} d\omega + i \frac{\epsilon_0}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E_0 \frac{1}{2} \frac{|E_1|^2}{|E_0|^2} \frac{\bar{f}(\omega)}{\gamma + i(\omega - \omega_0)} H^* \left\{ \frac{1}{\gamma - i(\omega - \omega_1)} + \frac{1}{\gamma + i(\omega - \omega_0)} \right\} \frac{1}{1 + I} d\omega + i \frac{\epsilon_0}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E_0 \frac{1}{2} \frac{E_1 E_2}{|E_0|^2} \frac{\bar{f}(\omega)}{\gamma + i(\omega - \omega_0)} H \left\{ \frac{1}{\gamma + i(\omega - \omega_1)} + \frac{1}{\gamma - i(\omega - \omega_0)} \right\} \frac{1}{1 + I} d\omega + i \frac{\epsilon_0}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E_0 \frac{1}{2} \frac{E_1 E_2}{|E_0|^2} \frac{\bar{f}(\omega)}{\gamma + i(\omega - \omega_0)} H^* \left\{ \frac{1}{\gamma + i(\omega - \omega_1)} + \frac{1}{\gamma - i(\omega - \omega_0)} \right\} \frac{1}{1 + I} d\omega \quad (24)$$

$$P_1 = -i \frac{\epsilon_0}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E_1 \frac{\bar{f}(\omega)}{\gamma + i(\omega - \omega_1)} \frac{1}{1 + I} \left[1 - \frac{H}{2} \left\{ \frac{1}{\gamma + i(\omega - \omega_1)} + \frac{1}{\gamma - i(\omega - \omega_0)} \right\} \right] d\omega + i \frac{\epsilon_0}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E_2 \frac{E_0}{|E_0|^2} \frac{1}{2} \frac{\bar{f}(\omega)}{\gamma + i(\omega - \omega_1)} \frac{H}{1 + I} \left\{ \frac{1}{\gamma - i(\omega - \omega_2)} + \frac{1}{\gamma + i(\omega - \omega_0)} \right\} d\omega \quad (25)$$

$$P_2 = -i \frac{\epsilon_0}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E_2 \frac{\bar{f}(\omega)}{\gamma + i(\omega - \omega_2)} \frac{1}{1 + I} \left[1 - \frac{H^*}{2} \left\{ \frac{1}{\gamma + i(\omega - \omega_2)} + \frac{1}{\gamma - i(\omega - \omega_0)} \right\} \right] d\omega + i \frac{\epsilon_0}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E_1 \frac{E_0}{|E_0|^2} \frac{1}{2} \frac{\bar{f}(\omega)}{\gamma + i(\omega - \omega_2)} \frac{H^*}{1 + I} \left\{ \frac{1}{\gamma - i(\omega - \omega_1)} + \frac{1}{\gamma + i(\omega - \omega_0)} \right\} d\omega \quad (26)$$

이들 식은 본 논문의 주요 결과의 하나로 기존의 이론에 비하여 반도체 광증폭기내에서의 four-wave mixing과 파장변환을 좀더 정확하게 설명하는데 사용된다. 위의 식들에서 알 수 있는 것처럼 밀도 차이의 작은 섭동항($\rho_{aa}' - \rho_{bb}'$), 혹은 H 가 입사하는 각각의 빔의 전기분극에 작은 섭동을 일으켜서 반도체 광증폭기내에서 four-wave mixing을 발생시킨다는 것을 알 수 있다. 이러한 함수 H 는 입사하는 펌프 빔의 세기와 포화 세기와의 비에 비례하므로 반도체 광증폭기내의 포화가 four-wave mixing과 어떠한 관계를 가지는지를 정확하게 계산할 수 있다.

2.2. 결합파동방정식

반도체 광증폭기내에서 점유확률밀도의 변조에 의한 전기분극이 발생하면 이것은 다시 광증폭기내에서 four-wave mixing을 발생시킨다. 이것을 해석하기 위하여 Maxwell 방정식으로부터 유도되는 결합파동방정식을 풀어야한다. 위의 식(1)에서 정의한 반도체 광증폭기내의 전계가 빨리 변하지 않는다고 가정(Slowly Varying Envelope Approximation)하면 입사하는 빔의 전계와 반도체 광증폭기내에서 발생된 전기분극은 다음과 같은 관계를 가지게 된다.

$$2ik \frac{dE_i}{dz} = -\omega^2 \mu_o P_i \quad (27)$$

식(1), (24), (25), (26)을 식(27)에 대입하여 정리하면 다음과 같이 반도체 광증폭기내의 펌프, 프로브, 신호 빔이 만족시켜야하는 결합파동방정식을 구할 수 있다.

$$\frac{\partial E_1}{\partial z} = \frac{1}{2\pi} (h_{11} E_1 - h_{12} E_2^*) \quad (28)$$

$$\frac{\partial E_2}{\partial z} = \frac{1}{2\pi} (h_{22} E_2 - h_{21} E_1^*) \quad (29)$$

$$\frac{\partial E_0}{\partial z} = \frac{1}{2\pi} (h_{00} - h_{01} - h_{02}) E_0 - \frac{1}{2\pi} (h_{012} + h_{021}) E_0^* \quad (30)$$

여기서 h_{ij} 는 식(24)-(26)에 표시된 각각의 적분을 의미한다.

III. 모의실험

본 논문에서는 반도체 광증폭기에서의 Highly Nondegenerate Four-Wave Mixing (HND FWM)에 의한 파장변환을 모의실험하기 위하여 첫째로 식(28)-(30)의 수치적인 해를 구한다. 이를 위하여 우선 h_{ij} 에 포함된 적분을 컴퓨터를 이용하여 복소수 평면상에서 경로적분하여 계산한다. 둘째로 이들 값들을 식(28)-(30)에 대입하여 파장변환된 신호 빔을 계산한다. 이것을 위하여 반도체 광증폭기를 빔의 진행방향을 따라 10등분한 후

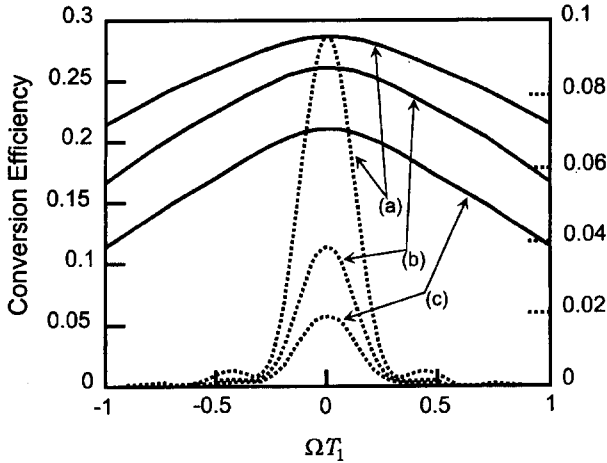


그림 1. Detuning 주파수 Ω 의 변화에 대한 출력 신호 빔 세기 대 입력 프로브 빔 세기의 비(Conversion Efficiency). 가로축은 population relaxation time T_1 으로 정규화됨. 여기서 (a), (b), (c)는 각각 펌프 빔의 세기가 $10.0 \times 10^{10} \text{ W/m}^2$, $5.0 \times 10^{10} \text{ W/m}^2$, $3.0 \times 10^{10} \text{ W/m}^2$ 이다. 실선은 정확한 밀도행렬의 해에 의한 계산의 결과이고 점선은 3차 근사법을 이용한 밀도행렬의 해에 의한 파장변환 효율을 나타낸다. 실선은 왼쪽 세로축에 표시된 값을 사용하고 점선은 오른쪽 세로축의 값을 사용.

주어진 한 영역에서 위의 미분방정식을 유한차분법을 이용하여 풀고 그 해를 경계조건으로 가정하여 반도체 광증폭기내의 다음 영역에서의 전계를 구한다. 이러한 모의실험을 위하여 반도체 광증폭기의 길이를 $250 \mu\text{m}$ 로 가정하고 반도체 광증폭기의 포화 세기는 $1.0 \times 10^{11} \text{ W/m}^2$ 로 가정하고 population relaxation time T_1 과 dipole relaxation time T_2 는 각각 0.3 ps와 0.1 ps로 가정하였다.^[24]

그림 1에서는 반도체 광증폭기의 소신호 이득(small signal gain)을 $16,000 \text{ m}^{-1}$ 으로 가정하고 펌프 빔의 파장을 1550 nm로 가정한 후 서로 다른 펌프 빔 세기에 대하여 detuning 주파수 Ω 를 변화시키면서 파장변환 효율을 계산한 그림이다. 그림에서 가로축은 Ω 에 T_1 을 곱한 값으로 정규화하였다. 실선은 본 논문에서 구한 밀도행렬의 해 및 전기분극을 이용하여 계산한 파장변환 효율을 나타내고, 점선은 기존의 방법으로 계산한 파장변환 효율을 나타낸다.^[24] 이들을 비교하면 펌프빔이 약한 경우 정확한 계산에 의한 파장변환 효율이 근사적인 기존의 방법보다 약 3배 정도 크다는 것을 알 수 있다. 이것은 기존의 방법에서 이용되는 3차 근사법(the third-order perturbation method)가 반도체 파장변환기내에서 발생하는 전기분극을 근사적으로 계산하기 때문이다. 즉 본 논문의 (24)-(26)에서 계산된 전기분극들은 함수 H 와 $1/(1+I\mathcal{L})$ 을 포함하고 있는데 기존의 이론에서 사용되는 근사법에 의하면 $H \approx \Gamma\gamma$, $1/(1+I\mathcal{L}) \approx 1-I\mathcal{L}$ 이 된다. 그러나 이러한 함수들은 전기분극에 매우 큰 영향을 미칠 수 있다. 예를 들면 식(14)로부터 $H = \omega = \omega_1 + i\gamma\sqrt{1+I}$ 과 $\omega = \omega_2 - i\gamma\sqrt{1+I}$ 에서 극점을 갖게되고 $1/(1+I\mathcal{L})$ 은 $(\omega = \omega_0) \pm i\gamma\sqrt{1+I}$ 에서 극점을 갖게된다. 그러므로 기존의 근사화 방법에서는 이러한 극점들의 영향이 전기분극에 미치는 영향이 완전히 무시되어 파장변환 효

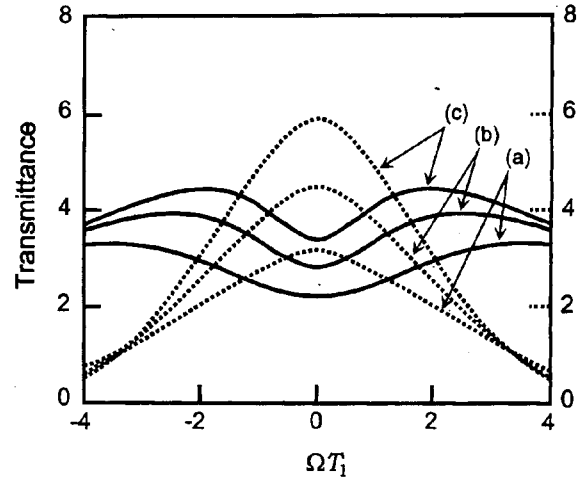


그림 2. Detuning 주파수 Ω 의 변화에 대한 출력 프로브 빔 세기 대 입력 프로브 빔 세기의 비(Transmittance). 가로축은 population relaxation time T_1 으로 정규화됨. 여기서 (a), (b), (c)는 각각 펌프 빔의 세기가 $10.0 \times 10^{10} \text{ W/m}^2$, $5.0 \times 10^{10} \text{ W/m}^2$, $3.0 \times 10^{10} \text{ W/m}^2$ 이다. 실선은 본 논문에서 유도된 밀도행렬의 해에 의한 계산의 결과이고 점선은 3차 근사법을 이용한 밀도행렬의 해에 의한 프로브 빔의 transmittance를 나타낸다.

율이 작은 값으로 계산될 수 있다. 이러한 기존 이론의 근사화로 인하여 본 논문에서 제시한 정확한 해에 weak saturation을 가정하여도 기존의 해와 일치하지 않게 된다. 펌프 빔의 세기와 파장변환 효율과의 관계를 살펴보면, 기존의 방법에서는 펌프 빔의 세기가 증가할수록 파장변환 효율의 증가폭이 커지지만 정확한 계산결과에 의하면 펌프 빔의 세기가 증가할수록 파장변환 효율의 증가폭이 감소한다는 것을 알 수 있다. 이것은 기존의 근사화 방법이 함수 H 와 $1/(1+I\mathcal{L})$ 에 포함된 포화 현상을 무시하였기 때문이다.

그림 2는 서로 다른 펌프 빔 세기에 대하여 detuning 주파수의 변화에 대한 프로브 빔의 출력과 입력의 비(transmittance)를 계산한 그림이다. 그림 1과 마찬가지로 실선은 정확한 계산의 결과이고 점선은 기존의 방법에 의한 계산 값이다. 이 그림의 가로축은 ΩT_1 으로 정규화되었다. 이 그림에서 정확한 계산결과들은 detuning 주파수 Ω 가 0인 근처에서 dip(spectral hole burning)이 발생하는 것을 보여주지만 기존의 방법에 의한 계산결과들은 이러한 dip이 발생하는 것을 보여주지 못한다. 이러한 차이는 그림 1과 동일하게 설명될 수 있다. 즉 기존의 방법에서는 전기분극에 포함되어야 하는 포화 현상이 무시되었기 때문이다.

그림 3은 서로 다른 펌프 빔의 세기에 대하여 반도체 광증폭기의 소신호 이득이 변할 때 파장변환 효율을 계산한 그림이다. 그림의 가로축은 소신호 이득을 나타내며 decibel로 표시되었다. 이 계산에서 detuning 주파수는 2 THz로 고정되어 있다. 이 그림은 소신호 이득이 작은 영역에서는 펌프 빔 세기의 변화에 대하여 파장변환 효율의 변화가 증가하지만 소신호 이득이 큰 영역에서는 펌프 빔 세기의 변화에 대하여 파장변환 효율의 변화가 감소하는 것을 보여준다. 이러한 현상은

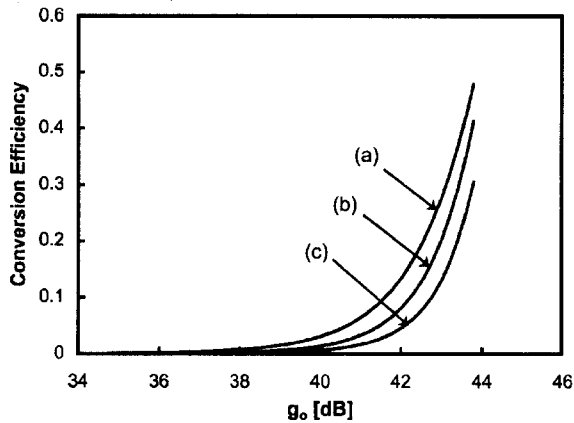


그림 3. 소신호 이득 g_0 의 변화에 따른 파장변환 효율. (a), (b), (c)는 각각 펌프 빔의 세기가 $10.0 \times 10^{10} \text{ W/m}^2$, $5.0 \times 10^{10} \text{ W/m}^2$, $3.0 \times 10^{10} \text{ W/m}^2$ 이다.

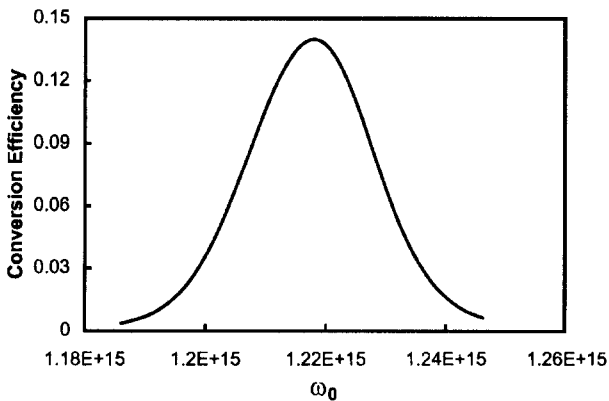


그림 4. 펌프 빔의 주파수 ω_0 가 gain profile의 중심 주파수 $\omega_c = 1.216 \times 10^{15} [\text{rad/sec}]$ 에 대하여 상대적으로 변할 때의 파장변환 효율.

반도체 광증폭기에서 발생하는 포화 현상으로 잘 설명될 수 있다.

그림 4는 gain profile의 중심 주파수 ω_c 를 $1.216 \times 10^{15} [\text{rad/sec}]$ (중심 파장 1550 nm)로 고정하고 half-width를 $1.0 \times 10^{13} [\text{rad/sec}]$ 로 고정한 후 펌프 빔의 각 주파수 ω_0 를 ω_c 에 대해서 변화시키면서 파장변환 효율을 계산한 결과이다. 이 경우 detuning 주파수는 $6.28 \times 10^{12} [\text{rad/sec}]$ 로 고정되었다고 가정하였다. 이러한 계산의 결과에 의하면 펌프 빔의 주파수 ω_0 가 gain profile의 중심 주파수 ω_c 에 일치할 때 파장변환 효율이 최대가 된다는 것을 알 수 있다.

IV. 결 론

본 논문에서는 반도체 광증폭기내의 highly nondegenerate four-wave mixing에 의하여 발생하는 파장변환을 더욱 정확하게 해석하기 위하여 밀도행렬을 정확하게 푸는 방법을 제시하였다. 그 다음 이러한 밀도행렬의 정확한 해를 이용하여 반도체 광증폭기에서 발생하는 파장변환을 모의실험하였다. 본 논문의 정확한 해와 기존의 3차 근사법에 의한 밀도행렬의 해를

비교하면 다음과 같다. 본 논문에서 유도한 밀도행렬의 정확한 해는 반도체 광증폭기내에서 발생하는 전기분극에 점유밀도의 포화를 나타내는 2개의 복소수 함수 H 와 $1/(1+I\mathcal{L})$ 가 포함되지만 3차 근사법을 이용한 기존의 해에서는 이들이 근사화되어 포화현상이 무시된다. 그러나 이들 함수는 복소 평면에서 극점을 가지고 있기 때문에 이들이 반도체 광증폭기내의 전기분극, 혹은 four-wave mixing에 미치는 영향이 무시될 수 없다. 이러한 사실은 반도체 광증폭기를 통과하는 프로브 빔의 transmittance를 계산하여 증명하였다. 즉 기존의 계산에서는 프로브 빔의 transmittance에 spectral hole burning의 영향이 나타나지 않지만 본 논문의 계산결과는 반도체 광증폭기를 통과한 프로브 빔의 스펙트럼에서 detuning 주파수가 영인 지점에서 dip이 발생하여 이들이 spectral hole burning에 의하여 발생한다는 것을 보여준다. 그 다음 본 논문에서는 이러한 밀도행렬의 해를 이용하여 반도체 광증폭기내에서 발생하는 파장변환을 설명하는 결합파동방정식을 유도하였고 이것을 수치해석에 의한 해를 구하여 파장변환을 모의실험하였다.

감사의 글

본 연구는 서울대학교 반도체 공동연구소의 교육부 반도체 분야 학술연구조성비(과제번호 ISRC 97-E-3021) 및 과학재단 특정기초연구(96-0102-07-01-3)의 일부 지원에 의하여 수행되었습니다.

참고문헌

- [1] Kerry. J. Vahala, IEEE LEOS Newsletter, p. 20, October, (1995).
- [2] L. F. Tiemeijer, Appl. Phys. Lett. **59**, 499 (1991).
- [3] M. C. Tatham, G. Sherlock, and L. D. Westbrook, IEEE Photon. Technol. Lett., **5**, 1303 (1993).
- [4] S. Murata, A. Tomita, J. Shimizu, and A. Suzuki, IEEE Photon. Technol. Lett., **3**, 1021 (1991).
- [5] J. Zhou, N. Park, K. J. Vahala, M. A. Newkirk, and B. I. Miller, Appl. Phys. Lett., **65**, 1897 (1994).
- [6] R. Nietzke, P. Panknin, W. Elsasser, and E. O. Gobel, IEEE J. of Quantum Electron., **25**, 1399 (1989).
- [7] H. Kuwatsuka, H. Shoji, M. Matsuda, and H. Ishikawa, Electron. Lett., **31**, 2108 (1995).
- [8] J. Minch, C. S. Chang, and S. L. Chuang, Appl. Phys. Lett. **70**, 1360 (1997).
- [9] H. Kuwatsuka, H. Shoji, M. Matsuda, and H. Ishikawa, IEEE J. of Quantum Electron., **33**, 2002 (1997).
- [10] K. Inoue, T. Hasegawa, K. Oda, and H. Toba, Electron. Lett., **29**, 1708 (1993).
- [11] T. Hasegawa, K. Inoue, and K. Oda, IEEE Photon. Technol. Lett., **5**, 947 (1993).
- [12] T. Durhuus, B. Mikkelsen, C. Joergensen, S. L. Danielsen, and K. E. Stubkjaer, J. Lightwave Tech., **14**, 942(1996).
- [13] C. Joergensen, T. Durhuus, C. Braagaard, B. Mikkelsen, and K. E. Stubkjaer, IEEE Photonics Tech. Lett. **5**, 657 (1993).

- [14] J. M. Wiesenfeld, B. Glance, J. S. Perino, and A. H. Gnauck, *IEEE Photonics Tech. Lett.*, **5**, 1300 (1993).
- [15] T. Durhuus, C. Joergensen, B. Mikkelsen, R.J.S. Pedersen, and K.E. Stubkjaer, *IEEE Photon. Tech. Lett.*, **6**, 53 (1994).
- [16] C Janz, F Poingt, F Pommereau, F Gaborit, D Ottenwalder, I Guillemot, B Dagens, M Renaud, *Electron. Lett.*, **34**, 1848 (1998).
- [17] F. Ratovelomanana, N. Vodjdani, A. Enard, G. Glastre, D. Rondi, R. Blondeau, C. Joergensen, T. Durhuus, B. Mikkelsen, *IEEE Photon. Tech. Lett.*, **7**, 992 (1995).
- [18] F. Favre, D. Le Guen, *IEEE J. of Quantum Electron.*, **26**, 858 (1990).
- [19] T. Mukai, T. Saitoh, *IEEE J. of Quantum Electron.*, **26**, 865 (1990).
- [20] K. Kikuchi, M. Amano, C. E. Zah and T. P. Lee, *Appl. Phys. Lett.*, **64**, 548-550 (1994).
- [21] A. Uskov, J. Mork, M. Mark, M. C. Tatham, and G. Sherlock, *Appl. Phys. Lett.*, **65**, 644 (1994).
- [22] J. Zhou, N. Park, J. W. Dawson, K. J. Vahala, M. A. Newkirk and B. I. Miller, *Appl. Phys. Lett.*, **63**, 1179 (1993).
- [23] A. D'Ottavi, E. Iannone, A. Mecozzi, S. Scott, and P. Spano, *Appl. Phys. Lett.*, **64**, 2492 (1994).
- [24] G. P. Agrawal, *J. Opt. Soc. Am. B*, **5**, 147 (1988).
- [25] A. Uskov, J. Mork and J. Mark, *IEEE J. of Quantum Electron.*, **30**, 1769 (1994).
- [26] R. F. Kazarinov, C. H. Henry, and R. A. Logan, *J. Appl. Phys.*, **53**, 54 (1982).
- [27] G. P. Agrawal, *IEEE J. of Quantum Electron.*, **23**, 860 (1987).
- [28] P. Meystre, M. Sargent III, *Elements of Quantum Optics*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2nd ed. (1991).
- [29] Zhou, Park, Dawson, Vahala, Newkirk, Miller, *IEEE Photon. Tech. Lett.*, **6**, 50 (1994).
- [30] Kothari, Daniel, Blumenthal, *IEEE J. of Quantum Electron.*, **32**, 1810 (1996).
- [31] Geraghty, Lee, Vahala, Verdiell, Ziari, Mathur, *IEEE Photon. Tech. Lett.*, **9**, 452 (1997).
- [32] Ottavi, Girardin, *IEEE J of selec. Topics in QE*, **3**, 522 (1997).
- [33] Tomkos, Zacharopoulos, Syvridis, Sphicopoulos, Caroubalos, Roditi, *Appl. Phys. Lett.*, **72**, 2499 (1998).
- [34] Zhu, Tishinin, Uppal, Dapkus, *Electron. Lett.*, **34**, 87 (1998).
- [35] 방준학, 서완석, 이성은, COOC '98(제5회 광전자공학 학술회의), 219 (1998).

Analysis of wavelength conversion by highly nondegenerate four-wave mixing in a semiconductor optical amplifier

Sang Kyu Woo and Yeon Ho Lee

School of Electrical and Computer Engineering, Sungkyun Rwan University, Suwon, 440-746, Korea

(Received May 7, 1999, Revised manuscript received July 28, 1999)

The density matrix is solved more rigorously, compared with the third-order perturbation method used in the conventional theory, for a semiconductor laser amplifier. Then the coupled wave equations are derived to explain the wavelength conversion due to the spectral hole burning in the semiconductor optical amplifier. It is shown that our results can explain the effect of saturation of the population density on the electric polarization, which affects the four-wave mixing and wavelength conversion, better than the conventional theory where the third-order perturbation is used.