

포화입력을 가진 비선형 시스템에 대한 슈퍼바이저 제어의 안정성 연구

정상화*, 차경래**, 류신호**

A Study on the Stability of Supervisory Control for Nonlinear System with Saturating Input

Sanghwa Jeong*, Kyoungrae Cha**, Sinho Ryu**

Abstract

In realistic control systems, the nonlinear saturation attributes of the control actuator due to physical limitations should be taken into account. This nonlinear saturation of actuators may cause not only deterioration of the control performance but also a large overshoot during start-up and shut-down. As the overshoot increases, the system may become oscillatory unstable. In this paper, the supervisor implementation which guarantees good performance for saturation operation and prevents reset wind up is presented. Moreover, the sufficient conditions of the stability for saturated system using supervisory control with a dynamic controller are provided in the continuous-time and in the discrete-time domain. Numerical example is illustrated to depict the efficiency of supervisory control for a typical saturated production-distribution system controlled by a discrete-time dynamic controller and to validate basic results by simulation.

Key Words : Nonlinear system(비선형시스템), Supervisory control(슈퍼바이저 제어), Dynamic controller(동적제어기), Actuator saturation(구동기 포화), Reset windup(리셋 와인드업)

Nomenclature

R	Set of real numbers	IAR	Actual Inventory at Retailer (<i>units</i>)
$R+$	Set of nonnegative real numbers { $x \in R : x \geq 0$ }	IDR	Desired Inventory at Retailer (<i>units</i>)
R^n	Vector space of dimension n in R	UOR, UOD	Unfilled Orders at Retailer and Distributor (<i>units</i>)
$R^{n \times m}$	Matrix space with elements of n rows and m columns in R	RRR	Requisitions(orders) Received at Retailer (<i>units / week</i>)
$Z+$	Set of nonnegative integers : {0,1,2,...}	RSR	Requisitions(orders) Smoothed at Retailer (<i>units / week</i>)
$Re[\cdot]$	Real-part of the complex eigenvalue [\cdot]	DRR	Delay in smoothing Requisitions at Retailer (<i>weeks</i>)
subscript c	Continuous time	AIR	Proportionality constant for Inventory at Retailer (<i>weeks</i>)
subscript d	Discrete time	DUR, DUD	Delay due to Unfilled orders at Retailer and Distributor (<i>weeks</i>)
BIBO	Bounded-Input Bounded-Output		
IESF	Integrated Error with State Feedback controller		
PDR	Purchasing rate Decision at Retailer (<i>units / week</i>)		

* 조선대학교 기계공학부, 수송기계부품 공장자동화 연구센터

** 조선대학교 대학원 기계공학과

1. 서 론

일반적으로 동적 시스템에서 구동기의 구동 범위는 제한되어 있기 때문에 구동기에 충분히 큰 신호가 입력될 때 구동기는 포화된다. 이러한 구동기의 포화는 시스템을 비선형화하며, 시스템의 성능에 지대한 영향을 미친다. 예를 들면, 산업생산공장에서 한정된 재고공간과 자본설비 및 노동생산성 등의 요인으로 생산능력은 최대한계를 가지며, 화공공정에서 제어밸브가 최대로 열리면 밸브는 포화된다. 또한 구동모터에서 허용최대 토크 이상은 작동될 수 없으며, 항공기에서 제어날개들은 공칭점으로부터 어떤 특정한 각도 이상 기울어질 수 없다. 이와같이 포화되는 구동기는 작동 초기와 말기에 큰 오버슈트(overshoot)를 야기시킬 뿐만 아니라, 시스템에 큰 초기조건, 플랜트의 외란, 시스템의 불확실성(uncertainty) 등이 존재할 때 현저한 성능저하를 초래한다. 즉 시스템의 응답속도는 감소되고, 시스템의 출력은 큰 기준입력에 도달하지 못하게 된다. 구동기 포화로 인한 큰 오버슈트는 포화 구동영역 안에서 적분기로부터 생기는 리셋 와인드업(reset windup or integrator windup)을 동반한다^(1,2,3). 결국에는 오버슈트가 증가함에 따라 시스템은 한계 사이클(limit cycle)을 갖거나 불안정하게 된다⁽⁴⁾. 이러한 배경으로 많은 연구자들이 포화된 시스템의 제어기 설계 단계에서부터 기본적으로 필요한 안정성(stability)과 강인성(robustness)을 보증하는 충분조건을 찾는 기초연구를 수행하였다. Glattfelder와 Schaufelberger⁽²⁾는 피드백 라인에 비선형 신호 제한기를 설치하여 반와인드업 회로(anti-reset windup circuit)를 제안하였다. 또한 Krikelis^(5,6)는 피드백 회로에 적분기들의 피드백 신호를 제한하는 지능적분기(intelligent integrator)를 고안하였다. 최근에 Walgama⁽⁷⁾는 여러가지 형태로 사용되고 있는 많은 반와인드업 보상기(anti-windup compensator)들은 일반화된 조건기법(generalized conditioning technique)을 이용하여 나타낼 수 있고, 이러한 조건기법은 선형 제어기들의 반와인드업 보상기들을 설계할 때 단일화하는 일반적인 구조를 제공한다고 주장하였다. 한편, Campo⁽⁸⁾는 AWBT(Anti-Windup and Bumpless Transfer) 기법을 수식화하고 주파수 영역에서 플랜트 입력이 한계(limitation)와 교체(substitution) 등이 이루어지는 선형 시불변 시스템에 적용이 가능한 일반적인 AWBT의 분석과 종합이론(analysis and synthesis theory)을 발전시켰다. 지

난 몇년동안 많은 연구자들^(4,9,10,11)은 시간영역에서 일반적인 제어기-출력 피드백 혹은 전 상태 피드백을 이용한 포화된 여러 시스템의 안정화에 관한 연구를 수행하였다. 특히 최근에는 Jeong⁽¹²⁾에 의하여 구동기가 포화된 비선형 시스템에 적용되는 슈퍼바이저 제어(supervisory control)가 제안되고 연속시간계에서 BIBO 안정성 등이 연구되었다. 이러한 많은 연구에도 불구하고, 아직도 다양한 제어기에 의해 제어되는 포화된 시스템의 안정화 영역을 넓히고 성능을 향상시키려는 연구가 진행중이다.

본 연구에서는 구동기가 포화된 시스템에서 시스템의 안정화 성능이 향상되고 구동기의 와인드업을 줄일 수 있는 슈퍼바이저 제어기법을 도입하여 설계하는 방법을 제시하였다. 또한 이 슈퍼바이저 제어기를 가진 시스템에서 이산시간계 동적 제어기에 의하여 제어될 때, 비선형 시스템의 안정화 영역을 확장할 수 있고, 제어기의 제어이득을 결정하는 설계방법을 시간영역상에서 유도하였다. 제안된 알고리즘의 타당성을 검증하기 위하여 단위공장 내의 비선형 생산-분배 시스템에 적용하여 시뮬레이션을 수행하였다.

2. 슈퍼바이저 제어기법

비선형 생산분배계에서 구동기가 포화될 때, 적분기 와인드업과 성능저하를 방지하기 위한 새로운 제어기법을 제안한다. 기본적인 개념은 플랜트의 구속받지 않은 모델과 같은 공칭 플랜트의 슈퍼바이저를 개발하는 것이다. 구동기가 포화된 시스템을 제어하는 슈퍼바이저 기술은 좋은 성능뿐만 아니라, 넓은 영역에서의 안정성을 보증한다. 구동기가 포화된 n 차 시불변 시스템은 다음과 같이 나타낼 수 있다

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bsat u(t), \quad x(0) = x_0 \quad (1)$$

여기서 $x(t) \in R^n$ 은 플랜트의 상태벡터이고, $u(t) \in R^m$ 은 구동기에 대한 제어입력벡터이다. 그리고, $sat u(t) \in R^m$ 은 플랜트에 대한 포화된 제어입력벡터이다. (A, B) 가 제어가능하고, A 와 B 의 크기는 각 시스템에 적당한 실수행렬이라고 가정한다.

포화함수는 다음과 같이 정의된다 (Fig. 1) :

$$\text{sat } u(t) = [\text{sat } u_1(t) \text{ sat } u_2(t) \cdots \text{sat } u_m(t)]^T$$

여기서

$$\text{sat } u_i(t) = \begin{cases} u_{ui} & u_i > u_{ui} \\ u_i(t) & u_{li} \leq u_i \leq u_{ui} \\ u_{li} & u_i < u_{li} \end{cases}$$

$i = 1, \dots, m$ 에 대하여, u_{ui} 는 u_i 의 최대한계이고, u_{li} 는 u_i 의 최소한계이다. 슈퍼바이저 다이내믹스는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\dot{\hat{x}}(t) = A \hat{x}(t) + B \hat{u}(t) \quad (2)$$

$$\hat{u}(t) = u(t) - f(x(t) - \hat{x}(t)) \quad (3)$$

여기서,

$\hat{x}(t) \in R^n$ 은 슈퍼바이저 상태벡터이고, $\hat{u}(t) \in R^m$ 은 슈퍼바이저의 제어입력벡터이다. $f \in R^{m \times n}$ 은 플랜트와 슈퍼바이저 사이의 에러 이득 행렬이다.

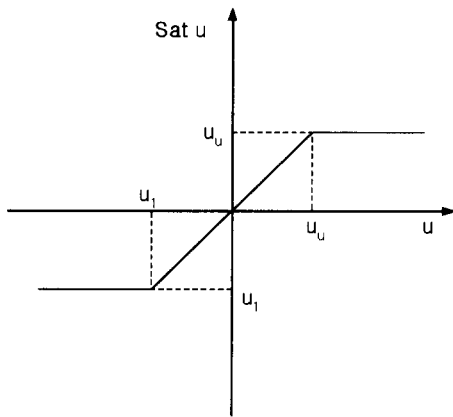


Fig. 1. Actuator saturation function

한편, 동적 제어기의 다이내믹스는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{x}_r(t) = Fx_r(t) + G\hat{x}(t) + Pr(t) \quad (4)$$

$$u(t) = Rx_r(t) - Q\hat{x}(t) \quad (5)$$

여기서 $x_r(t) \in R^q$ 는 동적 제어기의 상태벡터이고, $r(t) \in R^p$ 는 기준입력이다. F, G, R, Q 는 적당한 차원들의 행렬들이고, 동적 제어기 형태를 결정한다. 플랜트와 슈퍼바이저 사이의 에러를 $e_s(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ 라 놓으면, 에러 다이내믹스는 다음과 같다.

$$\dot{e}_s(t) = (A + Bf)e_s(t) + B(\text{sat } u(t) - u(t)) \quad (6)$$

식 (2), (3), (4), (5), (6)을 조합하면,

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \tilde{A}_c \tilde{x}(t) + \tilde{U}_c(t) + \tilde{P}r(t) \quad (7)$$

여기서

$$\tilde{A}_c = \begin{bmatrix} F & G & 0 \\ BR & A - BQ & -Bf \\ 0 & 0 & A + Bf \end{bmatrix},$$

$$\tilde{U}_c(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ B\{\text{sat } u(t) - u(t)\} \end{bmatrix},$$

$$\tilde{P} = \begin{bmatrix} P \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

그리고 $\tilde{x}(t) = [x_r(t) \ \hat{x}(t) \ e_s(t)]^T$ 이다.

Fig. 2에 구동기가 포화된 슈퍼바이저 제어의 블록선도를 나타내었다. 폐루프 시스템 행렬 \tilde{A}_c 의 특성으로부터 슈퍼바이저 에러 이득 행렬 f 는 \tilde{A}_c 와 독립적으로 선택될 수 있으며, F, G, R, Q 는 s-영역에서의 원하는 안정 영역에서 \tilde{A}_c 의 부분행렬에 대한 극점-배치기법에 의해

결정된다.

만약 연속적인 플랜트가 이산시간 제어기에 의해 제어된다면, 폐루프 시스템은 다음과 같이 나타낼 수 있다.⁽¹²⁾ :

$$\tilde{x}(k+1) = \tilde{A}_d \tilde{x}(k) + \tilde{U}_d(k) + \tilde{P}r(k) \quad (8)$$

여기서

$$\tilde{A}_d = \begin{bmatrix} I+F & G & 0 \\ \Theta R & \Phi - \Theta Q & -\Theta f \\ 0 & 0 & \Phi + \Theta f \end{bmatrix},$$

$$\tilde{U}_d(k) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Theta \{sat u(k) - u(k)\} \end{bmatrix},$$

$$\tilde{P} = \begin{bmatrix} P \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{x}(k) = [x_r(k) \quad \hat{x}(k) \quad e_s(k)]^T$$

같은 방법으로, 슈퍼바이저 에러이득 행렬 f 가 독립적으로 선택될 때, z -영역의 안정 영역 안에서 \tilde{A}_d 의 부분행렬의 극점-배치기법에 의해 F, G, R, Q 는 결정된다.

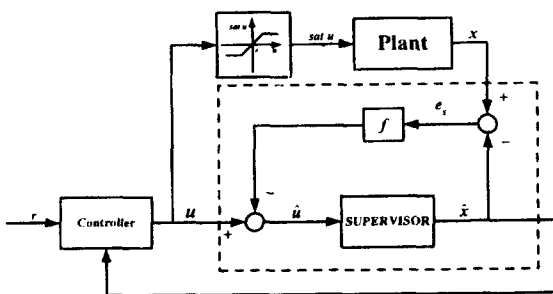


Fig. 2 Supervisory control with actuator saturation

3. 포화된 시스템에 대한 안정성

3.1 기초정리

행렬과 벡터 노름의 개념과 특성들은 포화된 시스템에 대한 안정성 조건을 나타내는데 이용된다. 이것에 대한 몇 개의 기초 정리를 나타내면 다음과 같다.

정의 3.1 ⁽¹⁵⁾

$x = (x_1, \dots, x_n) \in R^n$ 이고, $A = (a_{ij}) \in R^{n \times n}$

이라 하면, $\|x\| \triangleq \sum_{i=1}^n |x_i|$ 이고,

$\|A\| \triangleq \max_j \{ \sum_{i=1}^n |a_{ij}| \}$ 이다.

보조정리 3.1 ⁽¹⁵⁾

만약 $v_k \leq f_k + \sum_{0 \leq i \leq k} h_i v_i$, $k = 0, 1, 2, \dots$ 이

면, 그때 $v_k \leq f_k + \sum_{0 \leq i \leq k} [\prod_{i' \neq k} (1 + h_{j'})] h_i f_i$, $k = 0, 1, 2, \dots$ 이다.

여기서 $i = k-1$ 일 때 $\prod_{i' \neq k} (1 + h_{j'}) = 1$ 이다.

(a) 상수 h_M 에 대하여, $h_i \leq h_M$, $\forall i$ 이면, 그때 $v_k \leq f_k + h_M \sum_{0 \leq i \leq k} (1 + h_M)^{k-i-1} f_i$ 이다.

(b) 상수 f_M 에 대하여, $f_i \leq f_M$, $\forall i$ 이면, 그때 $v_k \leq f_M \prod_{i' \neq k} (1 + h_i)$ 이다.

보조정리 3.2 ⁽¹²⁾

만약 $A \in R^{n \times n}$ 이 대각화 가능하고, $i = 1, \dots, n$ 에 대하여 고유치 λ_i 를 가지고 있다면, $t \geq 0$, $\alpha \geq 0$ 일때 $\| \exp(At) \| \leq k \exp(-\alpha t)$ 를 만족하는 상수 $k \geq 1$ 가 항상 존재한다. 여기서 $i = 1, \dots, n$ 에 대하여

- $\alpha = \max_i \operatorname{Re}[\lambda_i(A)]$ 이다.

3.2 주요 결과

슈퍼바이저를 가진 연속시간계 동적 제어기에 의해 제어되는 포화된 시스템에서, 포화된 플랜트는

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B \operatorname{sat} u(t), \quad x(0) = x_0$$

에 의해 주어진다.

레귤레이터 설계 ($P=0$)에 대하여

$$x_s(t) = [x_r(t) \quad \hat{x}(t)]^T \text{와 } e_s(t) \text{에 의해 식(7)}$$

을 부분행렬에 따라 분리하면, $x_s(t)$ 는

$$\dot{x}_s(t) = A_s x_s(t) + B_s e_s(t), \quad x_s(0) = x_{s0} \quad (9)$$

로 된다. 여기서

$$\hat{x}(t) \in R^n, \quad x_r(t) \in R^q, \quad x_s(t) \in R^{n+q},$$

$$A_s(t) = \begin{bmatrix} F & G \\ BR & A - BQ \end{bmatrix}, \quad B_s = \begin{bmatrix} 0 \\ -Bf \end{bmatrix}$$

에러 다이내믹스 $e_s(t)$ 는

$$\dot{e}_s(t) = A_e e_s(t) + B(\operatorname{sat} u(t) - u(t)), \quad e_s(0) = e_{s0} \quad (10)$$

로 쓸 수 있다. 여기서

$$A_e = [A + Bf], \quad e_s = x(t) - \hat{x}(t), \quad e_{s0} \in R^n$$

위의 식으로부터, 연속시간계에서 포화된 시스템에 대하여 BIBO 안정성에 관한 다음의 정리를 구할 수 있다.

보조정리 3.3 (연속시간계 제어에 관한 BIBO 안정성) (12)

만약 F, G, R, Q, f 가 다음 조건을 만족하도록 선택되면, 슈퍼바이저를 가진 동적 제어기에 의해 제어되는 포

화된 시스템 (7)은 BIBO 안정하다.

(a) A, A_s, A_e 가 안정하다.

(b) $\alpha_s > k_s \|B\| \|f\|$

다음으로, 슈퍼바이저를 가진 이산시간계 동적 제어기에 의해 제어되는 포화된 시스템에서 레귤레이터 설계 ($P=0$)에 대하여 $x_s(k) = [x_r(k), \hat{x}(k)]^T$ 와 $e_s(k)$ 에 의해 식(8)을 부분행렬로 분해하면 $x_s(k+1)$ 은

$$x_s(k+1) = A_{ds} x_s(k) + B_{ds} e_s(k) \quad (11)$$

로 나타낼 수 있다.

여기서

$$x_s(k) \in R^{n+q}, \quad x_r(k) \in R^q, \quad \hat{x}(k) \in R^n$$

$$A_{ds} = \begin{bmatrix} I+F & G \\ \Theta R & \Phi - \Theta Q \end{bmatrix}, \quad B_{ds} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\Theta f \end{bmatrix}$$

에러다이내믹스 $e_s(k+1)$ 은

$$e_s(k+1) = A_{de} e_s(k) + \Theta(\operatorname{sat} u(k) - u(k)), \quad e_{s0} = e_{s0} \quad (12)$$

로 쓸 수 있다.

여기서

$$A_{de} = [\Phi + \Theta f], \quad e_s(k) = x(k) - \hat{x}(k), \quad e_{s0} \in R^n$$

위의 식으로부터 슈퍼바이저를 가진 이산시간계 동적제어기에 의해 제어되는 포화된 비선형 시스템의 점근 안정성에 관한 다음 정리를 구할 수 있다.

정리 3.1 (이산시간계 제어의 점근 안정성)

F, G, R, Q, f 가 다음 조건을 만족하도록 선택되면, 슈퍼바이저를 가진 이산시간계 동적 제어기에 의해 제어되는 포화된 시스템 (8)은 점근 안정하다.

- (a) A, A_{ds}, A_{de} 가 안정하다.
- (b) $0 < \tau_s + m_s \|\Theta\| \|f\| < 1$

증 명

(A,B) 안정화할 수 있다는 가정으로부터, 식(11)에서의 제어기행렬 F, G, R, Q 는 A_{ds} 의 안정성을 만족하도록 결정될 수 있다.

식 (11)의 해는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$x_s(k) = A_{ds}^k x_s(0) + \sum_{h=0}^{k-1} m_s \tau_s^{k-h-1} B_{ds} e(h) \tag{13}$$

여기서, $m_s > 0, 0 < \tau_s < 1, h=0, 1, 2, \dots$

A_{ds} 가 점근 안정하다고 가정하면 다음식을 만족한다. ⁽¹⁶⁾

$$0 < \|A_{ds}\|^k < m_s \tau_s^k \tag{14}$$

식 (13)을 양변에 노음을 취하고 식(14)를 이용하면

$$\|x_s(k)\| \leq m_s \tau_s^k \|x_s(0)\| + \sum_{h=0}^{k-1} m_s \tau_s^{k-h-1} \|\Theta\| \|f\| \|e(h)\| \tag{15}$$

한편,

$$\|e_s(k)\| = \|x(k) - \hat{x}(k)\| \leq \|\hat{x}(k)\| \leq \|x_s(k)\|$$

이므로 식 (15)를 다시 쓰면,

$$\|x_s(k)\| \leq m_s \tau_s^k \|x_s(0)\| + \sum_{h=0}^{k-1} m_s \tau_s^{k-h-1} \|\Theta\| \|f\| \|x_s(h)\|$$

로 된다. 여기에서 τ_s^{-k} 를 양변에 곱하면 다음과 같다.

$$\|x_s(k)\| \tau_s^{-k} \leq m_s \|x_s(0)\| + \sum_{h=0}^{k-1} m_s \tau_s^{-1} \|\Theta\| \|f\| \tau^{-h} \|x_s(h)\| \tag{16}$$

보조정리 3.1(b)를 이용하면 식 (20)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \|x_s(k)\| &\leq m_s \tau_s^k \|x_s(0)\| \prod_{h=0}^{k-1} (1 + m_s \tau_s^{-1} \|\Theta\| \|f\|) \\ &= m_s \|x_s(0)\| \prod_{h=0}^{k-1} (\tau_s + m_s \|\Theta\| \|f\|) \\ &= m_s \|x_s(0)\| (\tau_s + m_s \|\Theta\| \|f\|)^k \end{aligned} \tag{17}$$

그러므로, 만약 $0 < (\tau_s + m_s \|\Theta\| \|f\|) < 1$ 이면

$k \rightarrow \infty$ 에 따라 $x_s(k) \rightarrow 0$ 이 된다.

한편, 식(12)의 해는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$e_s(k) = m_e \tau_e^k e_s(0) + \sum_{h=0}^{k-1} m_e \tau_e^{k-h-1} \Theta (\text{sat } u(h) - u(h)) \tag{18}$$

여기서 $m_e > 0, 0 < \tau_e < 1, k=0, 1, 2, \dots$

윗식을 양변에 노음을 취하고 식(14)의 성질을 이용하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\|e_s(k)\| \leq m_e \tau_e^k \|e_s(0)\| + \sum_{h=0}^{k-1} m_e \tau_e^{k-h-1} \|\Theta\| \|(\text{sat } u(h) - u(h))\| \tag{19}$$

일반적으로 $e_s(0) = 0$ 이라 가정한다.

또한,

$$\|(\text{sat } u(h) - u(h))\| \leq \|u(h)\| \leq \|[R - Q]\| \|x_s(h)\|$$

이므로, 식 (19)를 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\|e_s(k)\| \leq \sum_{h=0}^{k-1} m_e \tau_e^{k-h-1} \|\Theta\| \|[R - Q]\| \|x_s(h)\| \tag{20}$$

식 (20)에 식 (17)을 대입하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \|e_s(k)\| &\leq \sum_{i=0}^{k-1} m_s \tau_e^{k-i-1} \|\Theta\| \| [R - Q] \| m_s \|x_s(0)\| (\tau_s + m_s \|\Theta\| \|f\|)^i \\ &= m_s \tau_e^{k-1} \|\Theta\| \| [R - Q] \| m_s \|x_s(0)\| \sum_{i=0}^{k-1} \tau_e^{-i} (\tau_s + m_s \|\Theta\| \|f\|)^i \end{aligned} \quad (21)$$

한편, $\sum_{i=0}^{k-1} \tau_e^i = \frac{1-\tau_e^k}{1-\tau_e}$ 이므로,

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^{k-1} \left(\frac{\tau_s + m_s \|\Theta\| \|f\|}{\tau_e} \right)^i &= \frac{1 - \frac{(\tau_s + m_s \|\Theta\| \|f\|)^k}{\tau_e^k}}{1 - \frac{\tau_s + m_s \|\Theta\| \|f\|}{\tau_e}} \\ &= \frac{1}{\tau_e^{k-1}} \cdot \frac{\tau_e^k - (\tau_s + m_s \|\Theta\| \|f\|)^k}{\tau_e - (\tau_s + m_s \|\Theta\| \|f\|)} \end{aligned} \quad (22)$$

가 된다.

식(22)를 식(21)에 대입하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \|e_s(k)\| &\leq m_s m_e \|\Theta\| \| [R - Q] \| \|x_s(0)\| \\ &(\tau_e^k - (\tau_s + m_s \|\Theta\| \|f\|)^k) \left(\frac{1}{\tau_e - \tau_s - m_s \|\Theta\| \|f\|} \right) \end{aligned} \quad (23)$$

그러므로, $0 < \tau_s + m_s \|\Theta\| \|f\| < 1$ 이면 식 (23)으로부터

$k \rightarrow \infty$ 일 때, $\|e_s(k)\| \rightarrow 0$ 으로 수렴한다.

4. 비선형 시스템에의 적용

4.1 공칭 포화된 시스템

일반 산업 생산공장에서 제품을 생산하여 분배하는 과정을 생산-분배시스템으로 모델링할 수 있으며 재고공간과 자본설비 및 노동생산성 등의 요인으로 생산능력의 최대 한계를 가진다. 본 연구에서는 간단한 단위공장에서 물건을 구매하고 조립하여 납품하는 과정을 모델링하고, 또한 단위공장의 구매율이 자본설비 등으로 제한되어 있을 때 최대구매제한을 갖고 있다고 하며, 이 시스템은 비선형 되는데, 이러한 시스템에서 효율적으로 재고량을 제어하기

위한 이산시간계 동적제어기를 가진 슈퍼바이저 제어기법을 적용하여 시뮬레이션을 하였다. 제안된 알고리즘을 적용하기 위하여 비선형 생산-분배 시스템에서의 공칭시스템을 고려하여 보면 다음과 같다. ⁽¹²⁾ :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B \text{sat } u(t) + C r(t),$$

여기서

$$x(t) = [IAR \ UOD \ UOR \ RSR]^T,$$

$$\text{sat } u(t) = \text{sat } PDR(t), \quad r(t) = RRR(t),$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1/DUD & -1/DUR & 0 \\ 0 & -1/DUD & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1/DUR & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1/DRR \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1/DRR \end{bmatrix}.$$

시스템 매개변수들은 $DUR=1$ 주, $DRR=DUD=DIR=2$ 주로 가정한다. 간단한 생산-분배 모델에서, 구매량 PDR 의 최대구매 한계는 130 units/week으로 가정한다. 피드포워드 루프와 스무딩 과정은 극점들이 안정 영역 내에 존재하는 한 안정성에 영향을 주지 않기 때문에, 포화된 시스템의 안정성을 고찰하기 위해 다음의 부분시스템을 고려하자.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B \text{sat } u(t),$$

여기서

$$x(t) = [IAR \ UOD]^T, \quad \text{sat } u(t) = \text{sat } PDR(t),$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0.5 \\ 0 & -0.5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Fig. 3에서 나타낸 바와 같이 동적인 제어기들 중의 하나인 이산시간계 IESF 제어^(12,13)를 최대구매제한을 갖

는 비선형 시스템에 적용하면, 제어기의 이득행렬 F, G, R, Q 는 다음과 같이 주어진다.

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ k_3 & 0 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} -k_1 & 0 \\ -k_2 & k_3 \end{bmatrix},$$

$$R = [0 \quad 1], \quad Q = [0 \quad k_4].$$

이것을 식(11)에 대입하여 A_{ds} 를 구하고, A_{ds} 의 폐루프 극점들을 z -평면에서 $z_d = 0.47, 0.50, 0.52, 0.55$ 에 배치하면, 제어기 이득은 $k_1 = 4.74 \times 10^{-2}$, $k_2 = 3.04 \times 10^{-1}$, $k_3 = 3.64 \times 10^{-1}$, $k_4 = 3.97$ 로 주어진다. 그러므로, A 와 A_{ds} 는 안정하고 $\tau_s = 0.55$ 이다.

슈퍼바이저는 이 시스템으로 충족되어진다. 에러 다이 나믹스들은 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{e}_s(t) = A_e e_s(t) + u_e(t),$$

여기서

$$e_s(t) = [e_1(t) \quad e_2(t)]^T, \quad e_1(t) = IAR(t) - IARs(t),$$

$$e_2(t) = UOD(t) - UODs(t)$$

$$A_e = \begin{bmatrix} 0 & 0.5 \\ fs_1 & 0.5(fs_2 - 1) \end{bmatrix}, \quad u_e(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ sat \ PDR(t) - F(t) \end{bmatrix}$$

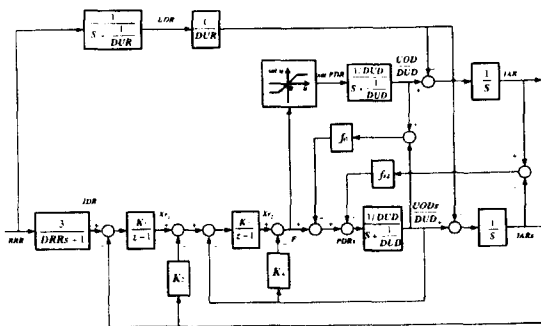


Fig. 3. Supervisory control of nonlinear production-distribution system controlled by discrete-time IESF control law

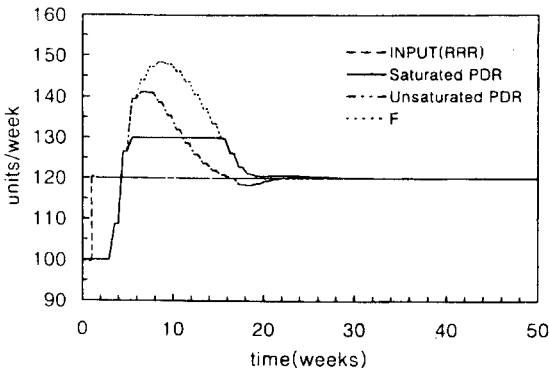
아래첨자 s 는 슈퍼바이저 보조상태를 나타내고, $F(t)$ 는 제어기 출력을 나타낸다. 극점 배치 기법을 이용함으로써, A_e 의 극점들은 z -영역 안의 원하는 안정 영역에 놓을 수 있다. 이 예에서, 슈퍼바이저 에러 극점들은 $z_s = -0.74, -0.67$ 에 배치하면, 여기에 대응하는 에러 이득들은 $fs_1 = -0.01, fs_2 = -0.2$ 가 된다.

정리 3.1에 나타낸 점근안정성에 관한 필요충분조건에 대입하면 다음과 같다.

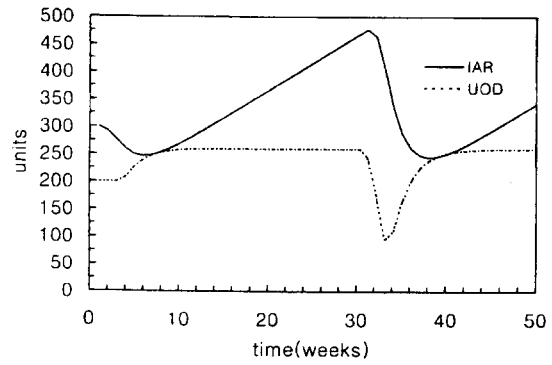
$$\tau_s + m_s \| \Theta \| \| f \| = 0.55 + 1 \cdot (0.2) = 0.75 < 1$$

그러므로, 위의 식은 정리 3.1를 만족하게 되어 슈퍼바이저를 가진 이산시간계 동적제어기에 의해 제어되는 이 포화된 시스템은 점근 안정하다. Fig. 3에 이 예의 블록 선도를 나타내었다. 일반적으로, 구매율은 실제 생산-분배 시스템에서 이산시간계에서 결정된다. 예제의 시뮬레이션을 위해 샘플링 시간은 1주로 가정하였다. 즉, 구매율은 매주 결정한다고 가정한다.

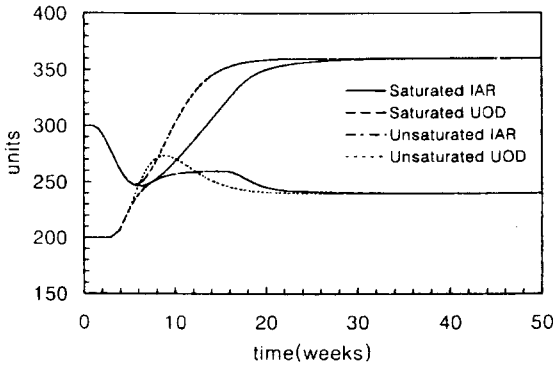
Fig. 4a는 소비자의 수요량 (RRR)이 100에서 120 units/week로 20% 상승할 때, 구매제한을 갖는 PDR 과 구매제한을 갖지 않는 PDR 을 비교한 것이다. Fig. 4b는 IAR 과 UOD 의 계단응답들을 나타내고 있으며, 구매제한을 갖지 않는 플랜트, 슈퍼바이저에 의하여 제어되고 최대구매제한을 갖는 플랜트, 슈퍼바이저가 없는 최대구매제한을 갖는 플랜트등 3가지 경우를 비교하였다. 슈퍼바이저 보조 상태 변수들은 구매제한을 갖지 않는 플랜트 변수 값들과 거의 일치하며, 다른 한편으로는, 이산시간계 IESF제어가 적용될 때, 슈퍼바이저를 부착하지 않는 공칭 포화된 시스템에 대한 계단응답은 Fig. 5에 나타내었다. 제어입력의 포화로 인하여 IAR 은 불안정하고, 제어기 출력 F 는 Fig. 5a에서 점선으로 나타난 바와 같이 바람직하지 않는 와인드업을 발생한다. Fig. 4와 Fig. 5를 비교해 볼때, 최대구매제한을 갖는 비선형 생산 분배 시스템은 슈퍼바이저 제어기법을 이용함으로써, 불안정한 시스템을 안정화시키며, 바람직하지 않는 와인드업을 제거할 수 있음을 알수있다.



(a)



(b)



(b)

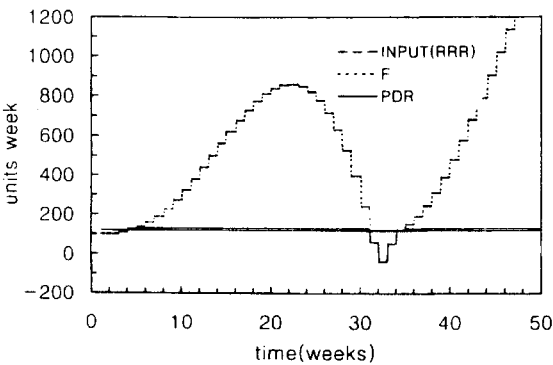
Fig. 4 Step response of saturated production-distribution controlled by discrete-time IESF control with supervisor

Fig. 5 Step responses of nominal saturated production-distribution system controlled by discrete-time IESF control law without supervisor

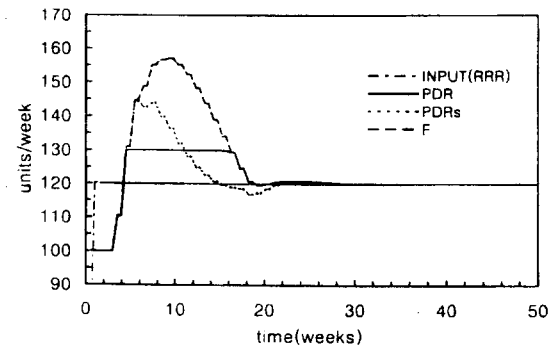
4.2 강인성 고찰

최대구매제한을 갖는 비선형 생산분배시스템에서 시간 지연상수 DUD 가 25%의 불확실성을 가지고 2.5주로 변화할 때, (공칭플랜트에서 $DUD=2$ 주) 시스템 강인성을 고찰하여 보자. 시간지연 상수의 최대 불확실성 $\Delta DUD = 0.5$ 주이며, 슈퍼바이저에 의하여 제어되는 이 시스템의 계단응답을 Fig. 6에 나타내었다.

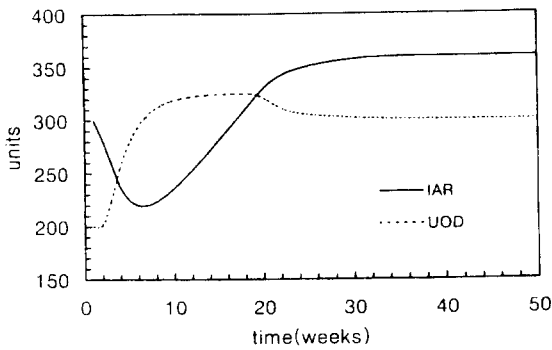
시뮬레이션의 결과는 플랜트 불확실성(Fig. 6)과 구동기 포화(Fig. 5)가 있는 동적 제어기 ($IESF$)에 의하여 제어되는 시스템에서, 제어입력 PDR 의 리셋 와인드업은 슈퍼바이저를 부착함으로써 제거될 수 있다는 것을 보여준다.



(a)



(a)



(b)

Fig. 6 Step responses of saturated production-distribution system with perturbation $\Delta DUD=0.5$ week

5. 결 론

본 연구에서는 구동기가 포화되는 비선형 시스템에서 적분기 와인드업과 시스템의 성능저하를 제거하기 위하여 슈퍼바이저 제어를 제안하였으며, 이산시간계에서 이 비선형 시스템에 대한 접근 안정성에 관한 충분조건을 유도하였다. 제안된 알고리즘을 검증하기 위하여 최대구매제한을 갖는 비선형 생산분배 시스템에 슈퍼바이저를 부착하여 이산시간계에서 시뮬레이션을 수행하였다. 시뮬레이션 결과는 불안정한 포화된 시스템은 슈퍼바이저 제어기법을 이용함으로써 안정화시킬 수 있음을 보여주고 있으며, 플랜트의 불확실성과 구동기의 포화로 인한 제어입력의 와인드업 현상도 슈퍼바이저 제어를 이용함으로써 제어할 수 있음을 검증하였다.

후 기

이 논문은 1997년 한국학술진흥재단의 공모과제(1997-002-E00039) 연구비에 의해서 연구되었음.

6. 참고 문헌

1. Astrom, K. J. and Wittenmark, B. Computer

Controlled Systems, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1984.

2. Glattfelder, A. H. and Schaufelberger, W., "Stability Analysis of Single Loop Control Systems with Saturation and Antireset-Windup Circuits", IEEE Trans. Automat. Control, vol. 28, pp. 1074-1081, 1983

3. Wang, W. J. and Chen, B. S., "Stability of Large - Scale Systems with Saturating Actuators", Internat. J. Control, vol. 47, pp. 827-850, 1988.

4. Su, T. J., Kuo, T. S. and Sun, Y. Y., "Robust, Stability of Linear Perturbed Discrete Large-Scale Systems with Saturating Actuators", Internat. J. Systems Science, vol. 21, pp. 2263-2272, 1990.

5. Krikelis, N. J. "State Feedback Integral Control with 'Intelligent' Integrators", Internat. J. Control, vol. 32, pp. 465-473, 1980.

6. Krikelis, N. J. and S. K. Barkas, "Design of Tracking Systems Subject to Actuator Saturation and Integrator Wind-Up", Internat. J. Control, vol. 39, pp. 667-682, 1984

7. Walgama, K. S., S. Ronnback and J. Sternby, "Generalization of Conditioning Technique for Anti-Windup Compensators", IEE Proc.-D, vol. 139, pp. 109-118, 1992.

8. Campo, P. J., M. Morari and C. N. Nett, "Multivariable Anti-Windup and Bumpless Transfer: A General Theory", Proc. Am. Control Conf. pp. 1706-1711, 1989

9. Kosut, R. L., "Design of Linear Systems with Saturating Linear Control and Bounded Status", IEEE Trans. Automat. Control, vol. 28, pp. 121-124, 1983

10. Chen, B. S. and S. S. Wang, "The Stability of

- Feedback Control with Nonlinear Saturating Actuator: Time Domain Approach", IEEE Trans. Automat. Control, vol. 33, pp. 483-487, 1988
11. Chen, B. S., Wang, S. S. and H. C. Lu, "Stabilization of Time-Delay Systems Containing Saturating Actuators", Internat. J. Control, vol. 47, pp. 867-881, 1988
12. Jeong, S. and C. J. Maday, "Supervisory Control of Production-Distribution Systems with Saturation decisions", Systems and Control Letters, vol. 22, pp. 245-256, 1994
13. Jeong, S. "On Robust Dynamic Controller Design", KSME Int. J., vol. 8, pp. 127-135, 1994
14. Jeong, S. "Analysis of Robust Stability and Performance for Two-Degree of Freedom Control Structure with Dynamic Controller", KSME Int. J., vol. 10, pp. 128-137, 1996
15. Desoer, C. A. and M. Vidyasagar, Feedback Systems: Input-Output Properties, Academic Press, New York, 1975.
16. Ogata, K, Discrete-Time Control System, Englewood cliffs, NJ, Prentice-Hall, 1987
17. Coppel, W. A. Stability and Asymptotic Behavior of Differential Equations, Heath, Lexington, MA, 1965
18. Jeong S. H. and C. J. Maday, "Dynamic Information Control for Multi-Echelon Production-Distribution Systems with Constrained Production Capacity", System Dynamics Review, vol. 12, No. 4, pp. 331-343, 1996