

공작기계 주축계 열적거동에 관한 연구

김 종 관*, 김 상 복**, 이 중 기***, 김 화 정****

A Study on the Thermal Behavior of Machine Tool Spindle System

J. K. Kim*, S. B. Kim**, J. K. Lee***, H. J. Kim****

Abstract

According to the development of tool material and the improvement of machinability of cutting material like aluminium alloy, the higher spindle speed is needed. However, the higher speed causes the heat generation of bearings, the deformation of spindle unit parts, and the rotational accuracy of spindle to be worse. Therefore, it is essential to analyze and control the heat generation and the thermal behavior of spindle unit in order to have higher speed and better rotational accuracy.

This paper shows the analogy between the analyzation of heat generation and thermal behavior of high speed spindle system by finite element method and the test results of actual temperature rise through running test, and shows the necessity of cooling the spindle and inner ring side of bearings for the thermal balance of high speed spindle system.

Key words : heat generation(발열), thermal behavior(열적거동), rotational accuracy(회전 정밀도).

1. 서 론

절삭공구 재료의 발달과 에너지 절감을 위한 경량화로 자동차와 기계부품에 대한 비철금속 사용의 증가, 그리고 제어장치의 발전으로 그 동안 불가능하였던 자유곡면의 미소 블록에 대한 고속 추종이송이 가능하게 되어 이송속도가 고속화되고 있어 부품의 정밀도를 얻기 위하여 더욱

고속화된 주축의 개발이 요구되고 있다.

그러나, 주축이 고속화됨에 따라 베어링의 발열과 이에 따른 부품들의 열변형 때문에 주축의 회전정밀도와 수명이 급격히 저하되므로 주축계의 발열과 열적거동을 분석하고 이들을 적절히 제어하여 주축의 회전정밀도를 향상시키고 수명을 연장시키는 것이 필수적인 과제로 대두되고 있다.

* 조선대학교 기계공학부

** 조선대학교 대학원 기계공학과

*** 전주공업대학 금형설계과

**** 금호타이어 연구소

주축에서의 열 발생과 냉각에 의한 고속화대응 및 회전 정밀도의 개선에 관한 연구로, 구성요소의 온도분포와 열의 흐름에 관한 수학적 모델의 해석적 기법에 의한 열적 거동²⁾, 열적 폐루프 개념에 의한 주축계 열특성 해석³⁾, 하우징 월 구조의 주축계 열특성⁴⁾과 주축내의 열류분포 연구⁵⁾ 등이 있으며, 발열에 대한 보다 적극적인 대책으로 구성요소 또는 베어링에 가볍고 열특성이 우수한 비금속 재료를 사용⁶⁾, 주축을 프레온 등의 냉매를 사용하여 직접 냉각⁷⁾, 베어링의 발열이 주축으로 전달되는 것을 막는 어댑터를 사용⁸⁾ 하는 방법들이 보고되고 있다.

본 논문에서는 주축고속화 방법중 경제적인 방법인 그리스 윤활에 의한 세라믹 볼베어링을 채용하고 하우징에 오일 재킷 냉각하여 열적변형을 억제시킨 공작기계 주축1)을 2 차원 회전축 대칭으로 공구를 장착하지 않은 경우와 공구를 장착한 경우, 그리고 주축계 전체를 모델링하고 ANSYS의 FEM 열 해석방법을 통해서 온도분포를 해석하여 시뮬레이션한 결과와 실제 가동시험을 통한 온도상승 측정치를 비교·분석하여 이들의 상관관계를 고찰하고, 주축 설계단계에서 열적거동을 예측·최적화 하는 열적설계를 통하여 주축 고속화와 정밀도 향상에 기여하고자 한다.

2. 주축계의 발열과 열전도 해석이론

2.1 베어링의 발열이론

주축에 사용된 앵글러 볼 베어링에서의 발열은 볼의 스판 모멘트와 자이로 모멘트에 의한 발열과 작용 하중에 의한 발열, 그리고 윤활유(그리스)의 점도, 양, 회전수에 의해 결정되는 동마찰 토오크의 발열의 합으로 계산한다.

스핀 모멘트 M_s 에 의한 베어링 발열량 H_s 는, 회전 모멘트 M_g 에 각속도를 곱해 회전체의 에너지를 구하여 계산한다.

$$M_s = 3/8 \mu_s Q a E(k)$$

$$H_s = \frac{2\pi}{60} n_s M_s \quad 1)$$

여기서, μ_s : 미끄럼 마찰계수, Q : 볼에 작용하는 하중, a : 접촉타원의 장반경, $E(k)$: 접촉타원 장단반경비 k 를 파라미터로 하는 2종 완전타원적분, n_s : 주축 회전수

자이로 모멘트 M_g 에 의한 베어링 발열량 H_g 는,

$$M_g = J \omega_m \omega_R \sin \beta$$

$$H_g = \frac{2\pi}{60} (n_m + n_R) M_g \quad 2)$$

여기서, J : 볼의 관성모멘트, ω_m : 볼의 공전 각속도, ω_R : 볼의 자전 각속도, β : 볼의 자전각, n_m : 볼의 공전 회전수, n_R : 볼의 자전 회전수

작용 하중에 의한 발열량 H_I 과 윤활유의 점성마찰에 의한 발열량 H_v 는 Palmgren의 실험식에서,

$$M_I = f_I F_\beta d_m ,$$

$$H_I = \frac{2\pi}{60} n f_I F_\beta d_m \quad 3)$$

여기서, f_I : 베어링의 형식계수, F_β : 반경방향 하중이고,

$$M_v = 10^2 f_c (\nu n)^{2/3} d_m^3 (\nu n > 2000)$$

$$= 1.60 \times 10^4 f_c d_m^3 (\nu n \leq 2000) ,$$

$$H_v = \frac{2\pi}{60} n \cdot 10^2 f_c (\nu n)^{2/3} d_m^3 (\nu n > 2000)$$

$$= \frac{2\pi}{60} \cdot 1.60 \times 10^4 f_c d_m^3 (\nu n \leq 2000) \quad 4)$$

여기서, f_c : 베어링의 형식, 윤활법에 의한 정수, ν : 윤활유의 동점성계수(cSt), n : 주축 회전수이며, 총 발열량은 다음 식으로 나타낸다.

$$H_T = H_s + H_g + H_I + H_v \quad 5)$$

위 식에 의해 계산하여 얻어진 실험 주축의 발열량은 Table 2.1과 같다.

Table 2.1 Heat generation of spindle bearings

| 회전속도 (rpm) | 베어링 발열량 (W) | | 회전속도 (rpm) | 베어링 발열량 (W) | |
|---------------|-------------|-------|---------------|-------------|-------|
| | 앞 | 뒤 | | 앞 | 뒤 |
| 1000 | 2.92 | 2.51 | 7000 | 35.03 | 32.18 |
| 2000 | 6.71 | 5.89 | 8000 | 44.58 | 41.37 |
| 3000 | 10.6 | 9.38 | 9000 | 56.09 | 52.45 |
| 4000 | 17.22 | 15.6 | 10000 | 68.31 | 64.23 |
| 5000 | 25.42 | 19.58 | 11000 | 82.75 | 78.25 |
| 6000 | 29.49 | 24.4 | 12000 | 99.12 | 94.22 |

2.2 열전도 해석이론의 FEM 정식화

공작기계 주축계의 열적거동을 FEM으로 규명하기 위한 열전달계에 대한 지배 방정식은 열역학 제 1법칙으로부터 정상상태 조건하의 검사 체적에 대한 에너지 평형으로 규정된다.

$$-\nabla \cdot (K \nabla T) = q'''$$

이를 검사 체적 미분방정식으로 나타내면

$$\rho c \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \{v\}^T \{L\} T \right) + \{L\}^T \{q\} = q'''$$

여기서, ρ : 밀도, c : 비열, $\{L\}$: 벡터 연산자, $\{v\} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix}$: 열 전달 매개체의 속도 벡터, $\{q\}$: 열 유동 벡터이다.

다음으로, 온도 증감에 대한 열 유동 벡터의 관계에 Fourier's law를 사용하면,

$$\{q\} = -[D] \{L\} T$$

여기서, $[D] = \begin{bmatrix} K_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & K_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & K_{zz} \end{bmatrix}$ 는 전도 Matrix 이다. 위의 두 식으로부터,

$$\begin{aligned} \rho c \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \{v\}^T \{L\} T \right) \\ = \{L\}^T ([D] \{L\} T) + q''' \end{aligned}$$

이를 전개하여 선형 시스템으로 한정하고 3차원 직교좌표계(X, Y, Z)로 전개하면 다음과 같다.

$$K_X \frac{\partial^2 T}{\partial X^2} + K_Y \frac{\partial^2 T}{\partial Y^2} + K_Z \frac{\partial^2 T}{\partial Z^2} + q''' = 0$$

본 연구에서의 주축이 회전체이고 하우징도 원통형상이므로 2차원으로 단순화하면, 2차원 정상상태를 나타내는 FEM 열전도 지배 방정식은 다음과 같이 된다.

$$K_X \frac{\partial^2 T}{\partial X^2} + K_Y \frac{\partial^2 T}{\partial Y^2} + q''' = 0 \quad 6)$$

3. 주축계 온도분포 해석

주축계의 온도분포를 해석하기 위해 FEM 해석 소프트웨어인 ANSYS를 사용하였으며 모델링은 CAD를 이용하고 ANSYS 자체 solver를 이용하여 열전도 해석을 수행한 후 내장된 후처리기인 POST-1을 사용하여 후처리하였다.

3.1 대상주축의 명세

FEM 해석 및 실험을 위한 공작기계 주축은 수직 머시닝 센터(XM-2, BT#40)주축으로 그 명세는 Table 3.1과 같다.

Table 3.1 Specification of spindle system

| 기계명 | XM-2(수직 머시닝센터) | |
|------------|----------------|-------------|
| 주축 최고 회전수 | 12,000 rpm | |
| 주축 테이퍼 | BT #40 | |
| 모터 출력력 | 5.5 / 7.5kW | |
| 베어링 내경 | 앞 φ65 | 뒤 φ55 |
| 베어링 접촉각 | 15° | - |
| 전동체 직경(개수) | 볼 φ7.144 (28개) | 롤러 φ8 (20개) |
| 예 압 하 중 | 220 N | - |
| 윤활방식 | Grease 윤활 | |
| 냉각방식 | 오일 재킷 냉각 | |

실험 주축의 구조는 Fig. 3.1과 같이 앞쪽에 세라믹 볼을 사용한 앵글러 볼베어링 2개를 배면조합으로 배치하고 뒤쪽에 단열 롤러 베어링을 채용하였고, 냉각방법은 강제순환 오일 재킷 냉각이며, 베어링은 정위치예압 방식을 채택하였고, 주축과 모터를 커플링으로 직결한 구조로 하였다.

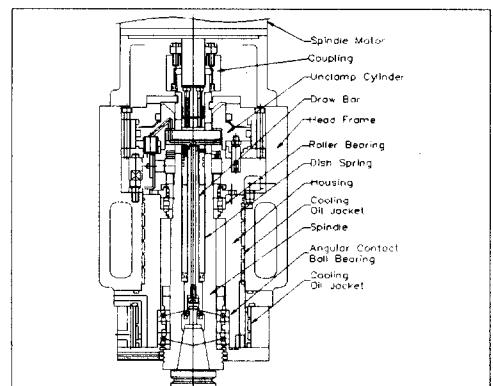


Fig. 3.1 The apparatus of spindle system

3.2 해석 주축계의 모델링

주축에 공구를 장착하지 않은 경우, 주축에 공구를 장착한 경우, 주축계 전체의 구성 부품들을 중심축에 대한 등가형상으로 단순화한 경우로 모델링 하였으며, 모델링한 주축과 주축계의 형상은 4절점 축대칭 Solid 요소인 PLANE 55요소를 사용하여 삼, 사각형 요소를 최적 배치하는 기법을 이용하여 Fig. 3.2~Fig. 3.4와 같이 메쉬를 생성하였으며 다음의 초기 조건하에서 모델링하여 주축계 전체모델의 경우 총 7454개의 요소와 7945개의 절점을 가진 해석모델을 작성하였다.

- 1) 주축계를 정상상태 열전도로 가정하였다.
- 2) 축대칭 모델로 하기 위하여 하우징 외부의 일부 부품의 형상을 등가의 원통으로 근사화하였다.
- 3) 주축계 경계는 공기와의 접촉으로 가정하였다.
- 4) 부품간의 접촉부는 열 저항이 없는 것으로 계산하였다.
- 5) 각 구성 요소의 재질별 열전도율을 Table 3.2와 같이 설정하였다.



Fig. 3.2 Mesh generation of spindle without tool



Fig. 3.3 Mesh generation of spindle with tool

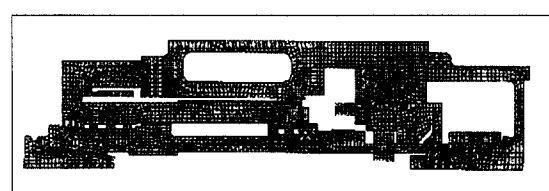


Fig. 3.4 Mesh generation of spindle system

Table 3.2 Thermal conductivity of components
(room temp. 20°C)

| 부 품 명 | 재 질 | 열전도율 W/m · k |
|-----------|--------------------------------|--------------|
| 주 축 | SCM415 | 48 |
| 주축 하우징 | SM45C | 47 |
| 기 타 부 품 | SM45C | 47 |
| 베어링 내륜·외륜 | SUJ2 | 46 |
| 베어링 볼 | Si ₃ N ₄ | 27 |
| 하우징 | SM45C | 47 |
| 공 기 | | 0.02624 |

3.3 FEM해석을 위한 물성치 계산

열전도 FEM해석을 위해 요구되는 입력조건인 사용재료의 재질 특성 값과 열전달율, 주축계 각 부위의 발열량, 그리고, 열전달율 등을 다음의 경계조건을 고려하여 계산한 후, 계산된 발열량으로 열전도 방정식에서 열전달율을 계산하여 모델에 입력하였다.

- 1) 내부 발열원은 실제 상태에서 회전에 의한 공기 마찰로 인해 미소하게 존재하므로 무시하였다.
- 2) 베어링의 발열량은 발열이론으로 계산하여 입력하였다.
- 3) 베어링에서 발열부는 내륜과 볼의 접촉부와 외륜과 볼의 접촉부로 하였다.
- 4) 외부와의 경계조건은 열전달율을 공기에 의한 자연대류로 계산하여 열방사율을 고려한 값을 입력하였다.
- 5) 하우징 오일 재킷부의 냉각은 오일에 의한 강제대류로 계산하였다.

Table 3.3 Calculated results of heat transfer rate of spindle components

| 해당 부분 | 열전달율 W/m ² · k | 해당 부분 | 열전달율 W/m ² · k |
|----------|------------------------------|----------|------------------------------|
| 앞 베어링 | 266.8 | 뒤 베어링 | 283.0 |
| 축 전단부 | 6.57 | 축 후단부 | 2.84 |
| 하우징 전부 | 4.68 | 하우징 후부 | 3.34 |
| 주축헤드 전단부 | 46.3 | 주축헤드 후단부 | 8.07 |

유한요소 해석을 위해서 주어진 열전도율 등의 물성치와 열전달율을 앞서 계산한 발열량을 대입하여 계산하고 대표로 최고 회전수 12,000rpm일 때의 결과를 Table 3.3에 나타내었다.

3.4 주축계 온도분포 해석

3.2절의 3가지 경우에 대한 모델링과 2.1절에서 계산된 발열량 값과 3.3절의 열전달률 등 물성 값을 입력하여 12,000rpm일 때 각각 해석한 결과 온도분포를 색상구분과 온도경계선으로 가시화 하여 Fig. 3.5~Fig. 3.7에 나타내었다.

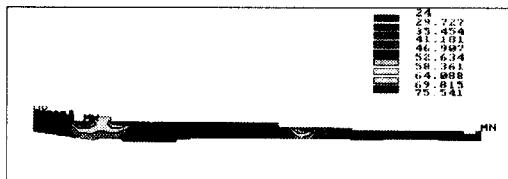


Fig. 3.5 Temperature distribution of spindle without tool

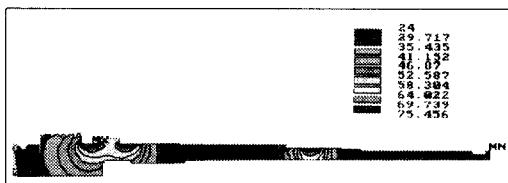


Fig. 3.6 Temperature distribution of spindle with tool

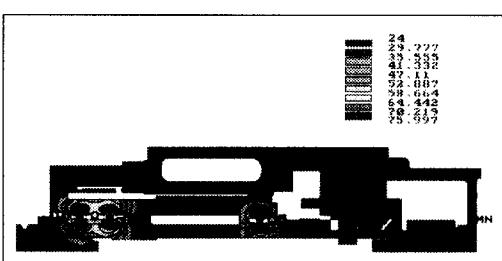


Fig. 3.7 Temperature distribution of spindle system

공구가 장착된 Fig. 3.6의 경우 테이퍼부에서 공기로 방열되는 것을 공구가 방해하기 때문에 공구가 장착되지 않은 Fig. 3.5의 경우보다 베어링 내륜방향의 주축 외경부의 온도가 더 높게 나타나고 있으며, 통상 공구가 장착된 상태로 사용하는 주축의 온도분포는 Fig. 3.7과 같다.

4. 주축계 온도상승 실험

4.1 온도상승 측정방법

FEM 해석된 결과와 주축가동에 따른 온도상승을 측정, 비교하기 위하여 Photo. 4.1과 같은 수직 머시닝센터 주축에 Fig. 4.1과 같이 베어링에 가장 가까운 Ⓐ, 플랜지 외경 Ⓑ, 냉각 재킷 외경부 Ⓒ, 베어링 플랜지 외경 Ⓓ, 프레임 외벽 Ⓔ 및 주축 내경 테이퍼의 온도를 측정하기 위한 Ⓕ로 선정하고 Ⓐ부터 Ⓕ까지는 열전대를 부착, Hybrid Recorder (HR-180N)를 설치하여 1,000rpm에서 12,000rpm 까지 1,000rpm간격으로 올리면서 각 회전수에서 온도 상승을 온도가 평형을 이룰 때까지 측정하였으며, 주축 테이퍼 Ⓕ의 측정은 주축 회전 중 비접촉레이저 온도 측정기(RAYRPM30L3SZU)로 각 회전수에서 온도상승이 평형을 이룬 후 측정하였다.

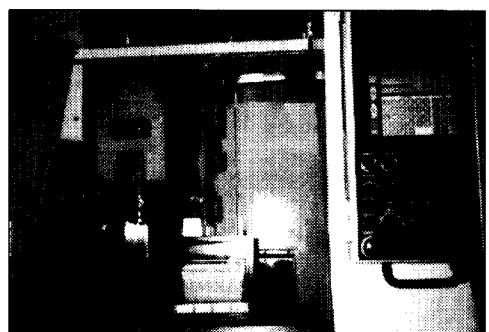


Photo. 4.1 The temperature measuring on XM-2

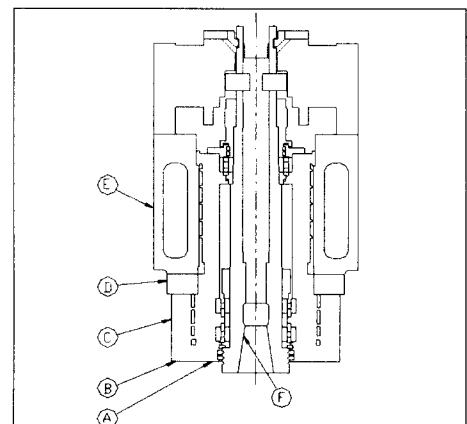


Fig. 4.1 Temperature measuring points

4.2 주축계 온도상승 실험결과

열전대를 부착시킨 주축 외부 5개소와 테이퍼부의 회전 수별 온도상승 측정결과는 Table 4.1과 같다.

주축 가동에 따라 6,000 rpm까지는 전체적으로 온도가 소폭 상승되었으나, 7,000rpm이후 상당한 상승을 보여 10,000rpm의 경우 Ⓐ에서 3.5°C, Ⓑ에서 6.5°C, Ⓒ에서 4.0°C, Ⓓ에서 3.8°C, Ⓔ에서 3.9°C, 테이퍼 Ⓕ에서 15°C 상승되어 베어링 내륜방향 열전도로 축 테이퍼부의 온도상승이 크게 나타났다.

12,000rpm의 경우 Ⓑ에서 8.6°C, Ⓒ에서 10.4°C, Ⓓ와 Ⓕ에서 7.8°C, Ⓔ에서 8.3°C, 테이퍼 Ⓕ에서 23°C로 10,000rpm보다 2배정도 상승되었다. 이는 그리스 윤활의 한계속도인 dmN 100만 부근에서 급격하게 온도가 상승된 것으로 보인다.

Table 4.1 Temperature rise of spindle system

| 회전수 (rpm) | 주축 외부 온도 (°C) | | | | | 주축 테이퍼 온도 (°C) | 실 온 (°C) |
|--------------|---------------|------|------|------|------|-------------------|-------------|
| | A | B | C | D | E | | |
| 초기치 | 20.0 | 20.4 | 20.4 | 20.4 | 20.5 | 20 | 18.6 |
| 1000 | 20.2 | 20.7 | 20.8 | 20.6 | 20.8 | 22 | 19.8 |
| 2000 | 20.3 | 21.2 | 21.1 | 21.1 | 21.1 | 23 | 19.3 |
| 3000 | 20.4 | 21.8 | 21.1 | 21.1 | 21.2 | 23 | 18.8 |
| 4000 | 20.6 | 22.0 | 21.2 | 21.2 | 21.6 | 23 | 18.2 |
| 5000 | 20.6 | 22.5 | 21.3 | 21.4 | 21.5 | 23 | 18.2 |
| 6000 | 20.7 | 23.0 | 21.4 | 21.9 | 21.8 | 23 | 18.1 |
| 7000 | 20.8 | 23.2 | 22.1 | 22.4 | 22.4 | 26 | 18.2 |
| 8000 | 22.4 | 23.4 | 23.0 | 23.4 | 23.2 | 29 | 18.0 |
| 9000 | 22.8 | 23.7 | 24.0 | 23.6 | 23.6 | 32 | 18.3 |
| 10000 | 23.5 | 26.9 | 24.4 | 24.2 | 24.4 | 35 | 18.0 |
| 11000 | 25.2 | 28.2 | 27.0 | 25.0 | 26.4 | 38 | 18.1 |
| 12000 | 28.6 | 30.8 | 28.2 | 28.2 | 28.8 | 43 | 18.1 |

5. 주축계 FEM해석과 온도상승 실험결과와의 비교 · 고찰

Fig. 5.1은 Ⓑ, Ⓒ에서 온도상승 측정과 FEM에 의한 해석결과를 비교한 것이다.

측정점 Ⓒ에서는 10,000rpm에서 2°C, 12,000rpm에서는 1°C 온도차로 FEM해석 결과가 높게 나타났으나, 이는 해석의 편의상 일부부품을 등가형상으로 근사화, Mesh model의 근사화, 경계조건의 불일치 등의 요인에서 나타난 오차로 생각된다.

Ⓑ에서도 2~3°C의 온도차를 나타내지만, 온도 상승의

변화추이는 유사한 결과를 나타내었다.

Fig. 5.2는 주축 내경 테이퍼 Ⓕ의 온도 상승 측정과 FEM해석 결과를 비교한 것으로 12,000rpm에서 5°C의 온도차를 나타내지만 유사한 온도상승 추이를 보여주고 있으며, 공구를 장착하지 않은 상태에서 23°C의 높은 온도상승을 보이고, 공구를 장착할 경우 Fig. 3.6의 FEM 해석결과에서는 더욱 높은 온도 상승을 보여주고 있다.

특히, 주축계 내부의 측정이 불가능한 부분에 대한 온도 상승 분포를 FEM해석한 결과 베어링 내륜이 조립되는 주축 외경의 온도가 75°C 이상의 고온으로 상승되어 주축을 고속화하기 위해서는 주축 베어링 내륜 및 주축의 냉각을 위한 대책이 강구되어야 할 것으로 판단된다.

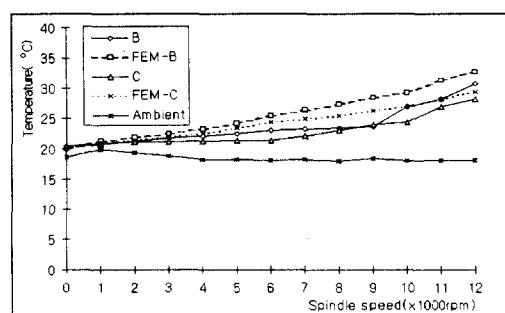


Fig. 5.1 Comparison between simulated and measured temperature on Ⓑ and Ⓒ points

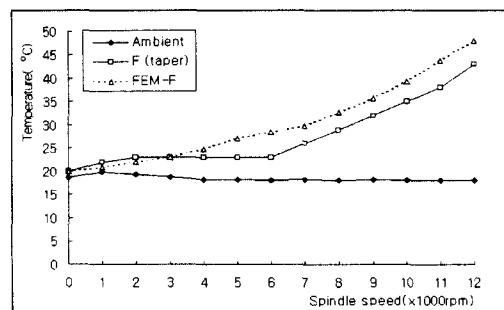


Fig. 5.2 Comparison between simulated and measured temperature on Ⓕ point

6. 결 론

공작기계 주축 베어링의 발열에 의한 주축온도 상승과 열적특성을 파악하여 주축 열적합 설계 방법을 제시하고

자 FEM해석과 실제 온도상승 실험을 통한 측정값과의 비교 및 고찰을 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) FEM해석에 의해서 베어링의 발열에 의한 주축과 주축계 전체의 온도분포 상태를 이해하기 쉽게 2차원으로 시뮬레이션하여 가시화 함으로 주축계의 각 부위에 대한 온도 상승 분포를 분석하였고 주축 온도상승 실험을 실시하여 FEM해석과 실제 온도상승의 추이가 근사함을 확인하였다.
- 2) 이를 통하여 주축의 공구장착 여부에 따른 온도상승 추이와 측정이 어려운 베어링 부근의 온도를 분석함으로 주축계 설계시 베어링의 선정과 냉각방법, 하우징을 변경 개선하는 등의 열적합 설계를 위한 방법을 제시하였다.
- 3) 실험 주축에 있어서 10,000rpm 이상 12,000rpm에서는 회전수가 증가함에 따라 온도 상승 폭이 크게 나타나 그리스 윤활의 한계를 확인 할 수 있었으며 12,000rpm 이상의 고속 주축을 위해서는 에어 오일방식 등의 윤활 방법 개선과 내외륜의 온도균형을 위한 주축냉각 또는 베어링 내륜 냉각 등의 대책을 채용하여야 됨을 확인하였다.

후기

이 논문은 한국과학재단 지역협력연구센터인 조선대학교 수송기계 부품 공장자동화 연구센터의 연구비 지원에 의해 연구되었음.

참고문헌

1. 김종관, 이중기, 김상복, "공구중량조건에 의한 주축변위 특성연구", 한국공작기계기술학회지, 제 5권, 제 4호, pp. 121-128, 1996.
2. F. Zawistowski, "Temperaturgeregelte Werkzeugmaschinen", Microtexnic, Vol.19, No.6, pp. 336, 1965.
3. 李宣珪, 新野秀憲, 桐生雅史, 伊東誼, "熱的閉ループ概念による工作機械主軸系の熱特性解析", 日本機械學會論文集(C編), 57卷, 538號, pp. 2085-2091, 1991.
4. 李宣珪, 新野秀憲, 伊東誼, "工作機械主軸系の軸受ハウジングおよびクイル構造の熱的特性", 日本機械學會論文集(C編), 57卷, 543號, pp. 3612-3617, 1991.
5. 千輝淳二, 垣野義昭, "工作機械の溫度制御に関する研究(第7報)", 日本精密工學會春季學術講演會論文集, pp. 83-84, 1987.
6. Y. Furukawa, "Development of ultra precision machine tool made of ceramics", Annals of the CIRP Vol. 35, No. 1, pp. 279, 1986.
7. 千輝淳二, 鮎澤恭一, 鈴木英史, 垣野義昭, "工作機械の溫度制御に関する研究(第2報)", 精密機械, 50卷, 6号, pp. 43-48, 1984.
8. 渡部健, 是田規之, 橋本律男, 水田桂司, "熱平衡壁板を利用した室温変動による工作機械の熱変位制御に関する研究", 日本精密工學會誌, Vol. 60, No.6, pp. 853-857, 1994.
9. T. Sata, "Analysis of thermal deformation of machine tool by the Finite Element Method", Annals of CIRP. Vol. 21. No.1 pp. 123, 1972.