

# 단일 구동부를 갖는 2축 도립진자의 자세제어

## Posture Control of Double Inverted Pendulum with a Single Actuator

이 건 영  
(Keon Young Yi)

**Abstract :** In this paper, the double inverted pendulum having a single actuator is built and the controller for the system is proposed. The lower link of the target pendulum system is hinged on the plate to free for rotation in the specified range( $10^\circ$ ) on the x-z plane. The upper link is connected to the lower link through a DC motor. The double inverted pendulum built can be kept upright posture by controlling the position of the upper link even though it has no actuator in lower hinge. The algorithm to control the inverted pendulum consists of a state feedback controller within a linearizable range and a fuzzy logic controller coupled with a nonlinear feedback compensator for the rest of the range. Conventional state feedback control is employed, and the fuzzy controller is responsible for generating the reference joint angle of the upper link for the nonlinear feedback compensator which drives a DC motor to generate an indirect torque to the lower joint. As a result, we can get the upright posture of the proposed pendulum system. Simulations and experiments are conducted to show the validity of the proposed controller.

**Keywords :** double inverted pendulum, under actuated, state feedback control, fuzzy control, posture control

### I. 서론

본 연구의 목적은 두발 보행 로봇의 개발 및 보행 자세 제어를 위한 알고리즘 개발에 있으며, 이를 위하여 제작된 제어대상인 2축 도립 진자 시스템은 한발로 지탱 중인 보행 로봇을 모델로 한 것이다.

최근까지 도립 진자 시스템의 제어에 대한 많은 연구들이 발표되었으며, 다수의 연구 결과들이 보행 로봇의 개발 및 제어에 적용되었다. Hemami와 Welmer[1]은 도립 진자 시스템을 두발 보행 로봇의 단순화된 모델로 삼아 안정성, 주기적 동작, 이동에 대한 알고리즘을 개발하였다. Hemami와 Katbab[2]는 곧바로 서있는 사람의 몸체 움직임을 지면 반작용 힘과 억제 토크가 수학적으로 계산되는 피드백 시스템으로서 해석하여, 이 시스템의 일반적인 안정성 측면을 고려한 억제된 도립 진자 시스템 모델을 제시하였다. 도립 진자 시스템을 제어하기 위한 모델링에 관한 연구와 더불어, 많은 제어 방안들도 제시되었다. Golliday와 Hemami[3]은 2 자유도를 갖는 보행 로봇 모델에 대하여 자세 안정성을 유지하는 일반적인 선형 피드백 제어를 제시하였다. 제시된 선형 피드백 제어기는 극점의 재배치를 통한 시스템 안정화를 하며, 정밀(rigid) 또는 완화된(loose) 오차조건 제어를 통하여 시스템의 외부 입력의 개수를 감소시키는 방안이 연구되었다. Wei, Dayawansa 그리고 Levien[4]는 제한된 이동 거리를 갖는 도립 진자 시스템에 대하여 비선형 제어기를 제시하였다. Hemami와 Wyman[5]은 억제된 동적 시스템(constrained dynamic system)의 모델과 제어기를 제시하였으며, 3축의 보행 로봇 모델에 대하여

도립된 자세에서의 움직임을 시뮬레이션 하였다. Kajita와 Tani[6]은 보행 로봇에 적용한 선형 도립 진자 모드 제어를 실용화하여 보행 로봇의 거친 바닥 면 보행을 가능케 하였다.

보행 로봇의 자세제어에 응용되는 2축 이상의 도립진자에 관한 연구는 기존의 카트 형식의 도립진자보다는 도립진자의 하단부가 지면과 접촉하는 점이 한곳에 고정되는 하부 구동부(under-actuated)를 갖는 도립진자, 즉 아크로바트(acrobot) 자세제어에 관한 연구가 주종을 이룬다. Berkemeier와 Fearing[7]의 하부 구동 2축 도립 진자에 대하여 비선형 추적 제어기를 제시하였으며, 실험을 통하여 보행 로봇의 다리 움직임 제어에 대하여 적용 가능성을 보였으며, Spong[8][9]은 부분 선형화를 통한 하부구동 기구 시스템 제어 및 아크로바트의 스윙업 제어문제를 다루었다. 이들의 연구는 본 연구와 유사하나, Spong의 연구에서는 상·하부 관절의 회전 제약이 없는 경우로 한정하여 제어하였으며, Berkemeier와 Fearing은 도립진자를 경사면에 기댄 상태에서 특정 초기조건(sliding gait)의 자세에서의 반복 동작만을 제어 목표로 하였다.

본 연구는 Yi[10]와 Zheng[11]에 대한 후속 연구로, 사람의 발목관절의 유연성(제한된 구간에 도달하면 강성을 갖음[12]~[14])을 회전에 제약조건이 있는 아크로바트로 모델링하고 이를 효과적으로 제어해 보임으로써 구동 장치가 없는 발목 관절을 갖는 보행 로봇의 제어를 위한 유용한 제어 메커니즘 및 이를 위한 제어기를 제시하는데 역점을 두었다.

본 논문의 전반부는 제어대상인 하부 구동 2축 도립 진자 시스템구조와 한발로 지탱중인 두발 보행 로봇의 모델과의 관련성 및 수학적 모델링을 다루며, 본문에서는 제작된 도립 진자 시스템을 제어하기 위한 제어기를

접수일자 1998. 8. 3., 수정완료 : 1999. 4. 20.

이건영 광운대학교 전기공학과

※ 본 논문은 1997학년도 광운대학교 교내 학술연구비 지원에 의하여 연구하였습니다.

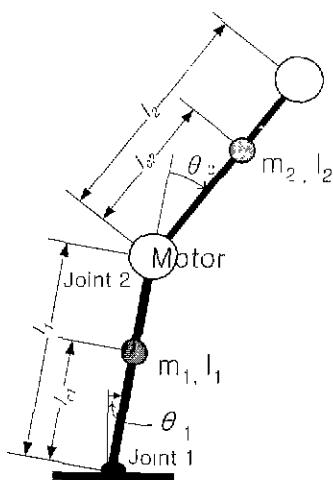


그림 1. 2축 도립 진자 시스템의 개략도.

Fig. 1 Schematic diagram of the double inverted pendulum system.

제시하는데, 상태 피드백 제어기는 근사화된 선형 모델이 얻어지는 선형화 구간, 즉, 수직 도립 자세 부근에서 동작하며, 비선형 피드백 보상기와 결합된 퍼지제어기는 이 선형화 구간 밖에서의 제어를 담당한다. 끝으로, 모의 실험 및 실험을 통하여 제시된 제어기의 타당성을 보여준다.

## II. 2축 도립진자

제어 대상인 2축 도립 진자 시스템은 그림 1과 같다. 하단 링크는 x-z 평면에 대하여 회전이 자유롭게 고정 판에 연결되며,  $10^\circ$ 의 제한 구간을 갖는데, 이는 일정 범위에서는 유연성을 갖으나 이 범위를 벗어나지 못하도록 제약을 가하는 사람 발목 관절의 특성을 적용한 것이다.

관절 구동을 위한 오직 하나의 모터가 두 링크 사이에 부착되어 있으며, 시스템의 설계파라미터는 표 1과 같다. 표에서  $l_1$ 과  $l_2$ 는 각 링크의 길이를 나타내며, COG의 길이인  $l_{c1}$ 과  $l_{c2}$ 는 각 관절과 무게 중심까지의 길이를 나타낸다. 링크 1의 무게  $m_1$ 은 링크와 모터의 무게 합을 나타내며  $m_2$ 는 관절 2의 관성을 증가시키기 위하여 구동되지 않는 모터를 부착한 링크의 무게 합이다. 관성 모멘트  $I_1$ 과  $I_2$ 는 링크를 관절의 막대로, 모터를 접질량으로 간주하여 각각 계산되었으며,  $I_1$ 의 경우 모터 회전자의 관성은 상대적으로 작아 무시하였다.

표 1. 제어 시스템의 매개 변수.

Table 1. Parameters of the target system.

파라미터	링크 1	링크 2
길이(m)	$l_1 = 0.195$	$l_2 = 0.190$
COG 거리(m)	$l_{c1} = 0.162$	$l_{c2} = 0.173$
무게(kg 중)	$m_1 = 0.419$	$m_2 = 0.606$
관성계수( $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ )	$I_1 = 0.0002$	$I_2 = 0.00032$

### 1. 제어 대상 시스템의 모델링

제어 대상 시스템의 수학적 모델은 라그랑지 방정식으로부터 다음과 같이 얻어진다.

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_i} = \tau_i, \quad i=1,2 \quad (1)$$

$$L = T - V \quad (2)$$

여기서,  $T, V$ 는 각각 도립 진자의 운동에너지 및 위치에너지를 나타내며,  $L$ 은 라그랑지안이다.

(1)과 (2)로부터 다음과 같은 도립 진자의 동적 방정식이 얻어진다.

$$D(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + g(\theta) = \tau \quad (3)$$

여기서,  $\theta$ 는 관절각 벡터이며,  $D(\theta), C(\theta, \dot{\theta})$ 는 각각 관성 행렬 및 구심력과 코리올리력 행렬을 나타내며,  $g(\theta)$ 는 중력항 벡터이다. 토크  $\tau$ 는 각 관절에 인가되는 제어 입력을 나타내며, 하부 관절에는 구동 장치가 없으므로  $\tau_1$ 은 “0”이다.  $\tau_2$ 는 도립 진자의 전체 COG가 안정한 범위에 유지되도록  $\theta_2$ 를 조정하는 제어 입력이다.

2축 도립 진자 시스템의 경우 동적 방정식은 (3)으로부터 다음과 같이 얻어진다

$$d_{11}\ddot{\theta}_1 + d_{12}\ddot{\theta}_2 + 2h\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 + h\dot{\theta}_2^2 + f_1\dot{\theta}_1 + g_1 = \tau_1 \quad (4)$$

$$d_{21}\ddot{\theta}_1 + d_{22}\ddot{\theta}_2 - h\dot{\theta}_1^2 + f_2\dot{\theta}_2 + g_2 = \tau_2 \quad (5)$$

여기서  $f_1, f_2$ 는 각 관절의 마찰계수이고,

$$d_{11} = m_1 l_{c1}^2 + m_2(l_1^2 + l_{c2}^2 + 2l_1l_{c2}\cos\theta_2) + I_1 - I_2$$

$$d_{12} = d_{21} = m_2(l_{c2}^2 + l_1l_{c2}\cos\theta_2) + I_2$$

$$d_{22} = m_2 l_{c2}^2 + I_2$$

$$h = -m_2 l_1 l_{c2} \sin\theta_2$$

$$g_1 = -(m_1 l_{c1} + m_2 l_1)g \sin\theta_1 - m_2 l_{c2} g \sin(\theta_1 + \theta_2)$$

$$g_2 = -m_2 l_{c2} g \sin(\theta_1 + \theta_2)$$

이며, 각 계수는 표 1로 주어진다.

### 2. 근사화 모델

앞장에서 유도된 모델은 관절 1에 제어 입력  $\tau_1$ 이 없기 때문에 도립 진자의 자세를 제어하는데 직접 적용할 수 없다. 따라서, 관절 2에 대한 입력  $\tau_2$ 에 대한 식으로 다시 표현하면 (4), (5)로부터 다음과 같이 표시된다.

$$(d_{11} - d_{21})\ddot{\theta}_1 + (d_{12} - d_{22})\ddot{\theta}_2 + N_1(\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, h) = -\tau_2 \quad (6)$$

여기서  $N_1$ 은 다음의 관계식으로 표시되는 비선형 항이다.

$$N_1(\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, h) = 2h\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 + h\dot{\theta}_1^2 + h\dot{\theta}_2^2 + f_1\dot{\theta}_1 - f_2\dot{\theta}_2 + g_1 - g_2 \quad (7)$$

각 관절의 위치 및 각속도를 상태변수  $X = [\dot{\theta}_1 \ \theta_1 \ \dot{\theta}_2 \ \theta_2]^T$  라 놓고 도립 자세 부근에서 근사화된 상태방정식

은  $\theta_1 \geq 0$ ,  $\dot{\theta}_2 \geq 0$ ,  $\theta_1^2 \geq 0$ ,  $\theta_2^2 \geq 0$ , 그리고  $\theta_1 \dot{\theta}_2 \geq 0$ 의 관계로부터 다음과 같이 표시된다

$$\ddot{X} = AX + Br \quad (8)$$

여기서,

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ a_5 & a_6 & a_7 & a_8 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = [b_1 \ 0 \ b_2 \ 0]^T$$

$$a_1 = -(m_2 l_{c2}^2 + I_2) f_1 / t$$

$$a_2 = \{(m_2 l_{c2}^2 + I_2) \phi_1 - m_2 l_1 l_{c2} \phi_2\} / t$$

$$a_3 = (m_2 l_{c2}^2 - m_2 l_1 l_{c2} + I_2) f_2 / t$$

$$a_4 = -m_2 l_1 l_{c2} \phi_1 / t$$

$$a_5 = (m_2 l_{c2}^2 - m_2 l_1 l_{c2} + I_2) f_1 / t$$

$$a_6 = \{m_1 l_{c1}^2 + m_2 (l_1^2 + l_1 l_{c2}) + I_1\} \phi_2 / t$$

$$- \{m_2 (l_{c2}^2 + l_1 l_{c2}) + I_2\} \phi_1 / t$$

$$a_7 = -\{m_1 l_{c1}^2 + m_2 (l_1 + l_{c2})^2 + I_1 + I_2\} f_2 / t$$

$$a_8 = \{m_1 l_{c1}^2 + m_2 (l_1^2 + l_1 l_{c2}) + I_1\} \phi_2 / t$$

$$b_1 = -(m_2 l_1 l_{c2} + m_2 l_{c2}^2 + I_2) / t$$

$$b_2 = \{m_1 l_{c1}^2 + m_2 (l_1 + l_{c2})^2 + I_1 + I_2\} / t$$

$$\phi_1 = (m_1 l_{c1} + m_2 l_1) g$$

$$\phi_2 = m_2 l_{c2} g$$

$$I = m_1 m_2 l_{c1}^2 l_{c2}^2 + m_2 l_{c2}^2 I_1$$

$$+ (m_1 l_{c1}^2 + m_2 l_1^2) I_2 + I_1 I_2$$

이때,  $A$ 와  $B$  행렬 원소를 구하는데 사용된 계수는 앞서 사용된 계수와 동일하며, 각 관절의 마찰계수는  $f_1 = 0.0009$  및  $f_2 = 0.0017$ 로 하였다. 이 마찰계수는 도립진자를 도립시키지 않은 상태에서 자유 진자운동을 시킬 때의 실험 및 시뮬레이션에 의한 운동특성을 비교하여 실험적으로 산정한 것이다.

### III. 제어 알고리즘

앞장에서 유도된 모델은 두 개의 불안정한 극점을 갖는다. 이는 상태 피드백 제어를 통한 극점이동으로 이 시스템을 안정하게 제어할 수 있으나, 이 제어 방법은 대상 모델이 선형화 구간 내에 있을 때만 유효하다. 그러므로 본 연구에서는 도립진자의 자세가 이 구간밖에 위치하는 경우 퍼지-비선형 피드백 보상기를 사용하여 도립 진자의 자세를 선형화 구간으로 진입시켜 상태 피드백 제어가 계속되도록 제어기를 그림 2와 같이 재구성하였다.

그림에서 상태 피드백 제어기(SFC)는 도립진자가 (8)

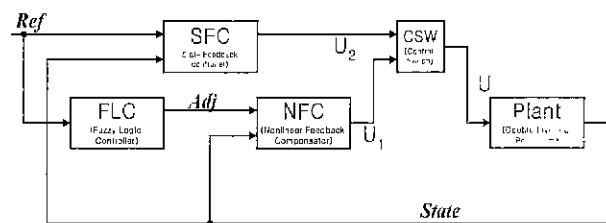


그림 2 제어기의 구성도.

Fig. 2. The block diagram of the controller.

로 모델링되는 경우(선형 근사화 가능 구간)에 제어를 담당하며, 그 구간 외의 구간에서는 퍼지제어기(FLC) 및 비선형 피드백 보상기(NFC)에 의하여 도립진자가 선형 피드백 제어기의 제어 가능 구간으로 재 진입하도록 제어된다. 그림 2의 제어 전환기(CSW)는 제어기 선택 논리 스위치로 두 관절 모두 작은 각일 경우( $2^\circ$  : 각을 수록 좋으나 너무 작을 경우 SFC의 동작 기회가 적어 도립자세 유지가 어렵다.) SFC의 출력(U1)이 제어입력이 되도록 하며, SFC의 제어 과정에서 관절각이 일정한 크기를 초과하면( $12^\circ$  : 선형화 근사화 가능 구간내의 임의의 자세를 초기값을 주어 SFC 만으로 제어하는 과정에서 가장 큰 관절각 범위로 설정한다.) 퍼지제어기 출력(U2)으로 제어입력을 다시 선택한다. 즉, 두 관절각의 상태 및 현재 동작중인 제어기를 토대로 적절한 제어기를 선택하는 기능을 갖는다.

#### 1. 상태피드백 제어기

(8)과 같이 주어진, 불안정한 근을 갖는 시스템은 다음과 같이 이득 벡터  $k$ 를 갖는 상태 피드백을 사용하여 제어 대상의 특성 근을 임의의 안정한 위치로 이동시켜 제어할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX - B(kX - r) \\ &= [A - Bk]X + Br \end{aligned} \quad (9)$$

여기서  $r$ 은 기준 입력으로 여기서는 도립자세 유지를 목표로 하는 경우이므로 “0”이다.

해석의 편의를 위해서, 목표 극점을 동일하게 하여  $\lambda$ 라 놓으면 상태피드백을 가한 시스템의 특성방정식은 다음과의 관계를 만족한다.

$$\det(sI - A + Bk) = (s + \lambda)^4 \quad (10)$$

이를 우변 다항식의 계수(최고차항의 계수는 제외)로 구성되는 벡터  $L$ 을 이용하여 양변의 동일차항의 계수의 관계식을 나타내면

$$L = A_p k + B_p \quad (11)$$

여기서,

$$L = [4\lambda \quad 6\lambda^2 \quad 4\lambda^3 \quad \lambda^4]^T$$

$$A_p = \begin{vmatrix} b_1 & 0 & b_2 & 0 \\ a_3 b_2 - a_7 b_1 & b_1 & a_5 b_1 - a_1 b_2 & b_2 \\ a_4 b_2 - a_8 b_1 & a_3 b_2 - a_7 b_1 & a_6 b_1 - a_2 b_2 & a_5 b_1 - a_1 b_2 \\ 0 & a_1 b_2 - a_8 b_1 & 0 & a_6 b_1 - a_2 b_2 \end{vmatrix}$$

$$B_p = \begin{bmatrix} -a_7 - a_1 \\ a_1 a_7 - a_2 - a_3 a_5 - a_8 \\ a_2 a_7 - a_3 a_6 + a_1 a_8 - a_4 a_5 \\ a_2 a_8 - a_4 a_6 \end{bmatrix}$$

위의 식에서  $a_i, b_j$ 는 (8)에 주어진 행렬  $A, B$ 의 원소들이다. (11)을  $k$ 에 대하여 재정리하면, 다음과 같이 상태 피드백 이득을 구할 수 있다.

$$k = A_p^{-1}(L - B_p) \quad (12)$$

그러나, 앞서 언급된 바와 같이 (9)의 상태 피드백 제어는 도립진자가 거의 도립 자세를 취할 때만 유효하다. 즉, 이 범위 밖에서는 (8)과 같은 근사화된 모델을 사용하지 못한다. 따라서 도립진자의 자세가 이 범위밖에 있는 경우에는 근사화되지 않은 (4), (5)식으로부터  $\theta_2$  만으로 구성된 다음의 동적 방정식을 이용하여  $\theta_2$ 의 위치를 제어하여 간접적으로  $\theta_1$ 을 제어해야 한다. 이를 위한  $\theta_2$  만으로 구성된 동적 방정식은 다음과 같다.

$$(d_{22} - \frac{d_{12}^2}{d_{11}}) \ddot{\theta}_2 - N_2(\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \theta_1, \theta_2) = \tau_2 \quad (13)$$

여기서  $N_2$ 는 다음으로 표시되는 비선형 항을 나타낸다.

$$\begin{aligned} N_2(\theta_1, \dot{\theta}_2, \theta_1, \theta_2) = & 2h \frac{d_{12}}{d_{11}} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + h \frac{d_{12}}{d_{11}} \dot{\theta}_2^2 + h \dot{\theta}_1^2 \\ & + f_1 \frac{d_{12}}{d_{11}} \dot{\theta}_1 - f_2 \dot{\theta}_2 + \frac{d_{12}}{d_{11}} g_1 - g_2 \end{aligned} \quad (14)$$

상부관절의 자세를 제어하기 위하여 위의 비선형 항과  $\theta_2$ 의 원하는 궤적( $\theta_{2d}$ )으로 구성된 제어입력  $U$ 로 다음과 같은 제어기를 구성한다.

$$\tau_2 = (d_{22} - \frac{d_{12}^2}{d_{11}}) U - N_2(\theta_1, \dot{\theta}_2, \theta_1, \theta_2) \quad (15)$$

$$U = \ddot{\theta}_{2d} + 2\xi\omega_n \hat{\theta}_2 + \omega_n^2 \tilde{\theta}_2 \quad (16)$$

여기서,  $\hat{\theta}_2$ 는 관절 2의 위치 오차로서, 기준 각도와 측정각도의 오차, 즉,  $\theta_{2d} - \theta_2$ 이다.

이 제어입력으로부터 링크 2의 위치는 다음과 같이 안정하게 임의의 목표위치로 제어될 수 있다.

$$\ddot{\theta}_2 + 2\xi\omega_n \hat{\theta}_2 + \omega_n^2 \tilde{\theta}_2 = 0 \quad (17)$$

여기서,  $\xi$ 와  $\omega_n$ 은 설계자가 임의로 설정할 수 있는 제동비와 고유 주파수이다.

이제, 다시 도립 진자의 자세에 역점을 두고 논의해보자. 앞서 언급한 바와 같이 관절 1에 구동장치가 없음에도 불구하고, 상단 링크의 기준 위치를 조정함으로서 링크 전체의 무게중심을 하단 링크의 회전축과 수직인  $\theta_1$ 의 기준 축(그림 1)을 기준으로 좌측 또는 우측으로 이동시켜 하부관절의 위치를 조절할 수 있다. 이를 위한  $\theta_2$ 의 기준 위치는 다음 장에서 제시될 퍼지제어기에 의하여 구해진다.

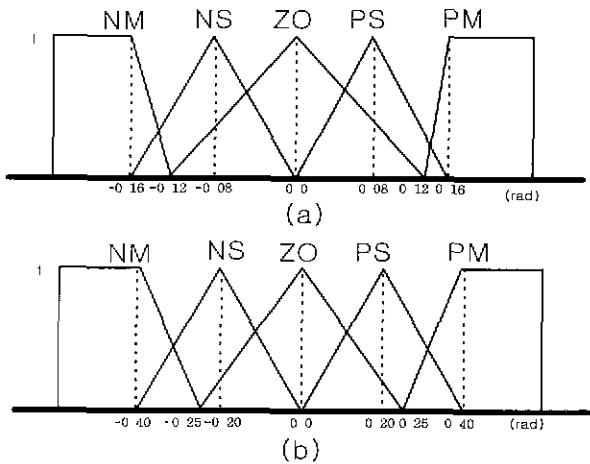


그림 3 (a)  $\theta_1$ 의 소속함수, (b)  $\theta_2$ 의 소속함수.

Fig. 3. (a) The input membership function of  $\theta_1$ , (b) The input membership function of  $\theta_2$ .

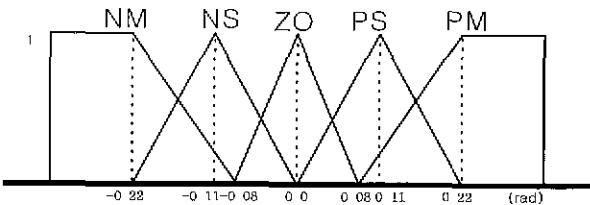


그림 4. 출력  $\theta_{2d}$ 의 소속함수.

Fig. 4. The output membership function for  $\theta_{2d}$ .

## 2 퍼지 논리 제어기

제시된 퍼지제어기는 두 링크의 위치( $\theta_1, \theta_2$ )를 입력으로 하여, 하단 링크를 도립시키는 간접 토오크를 발생시키는 관절 2의 기준 위치를 설정하는 역할을 한다. 각 링크의 측정 입력에 대한 소속함수들은 그림 3과 같다. 소속함수들의 구성은 이등변 삼각형법을 사용하였으며 [15], 중앙에 비하여 측면이 밀집되게 배열하였다. 이는, 도립 자세 부근에서보다는 그 이외의 나머지 범위에서는 적절한 제어 특성(도립자세 부근에서 작은 속도로 이동하여 선형화 가능 구간으로 전입시키기 위함)을 얻기 위함이며, 이로 인하여 도립자세 근처에서 발생할 수 있는 진동은(미세한 퍼지제어가 이루어지지 못하여 발생함) 앞장에서 제시한 상태 피드백 제어기로 전환하여 제어하여 방지한다.

출력의 소속함수의 배열을 다른 형태로 구성되었다. 즉, 중앙부분이 양 측면보다 좁게 구성되어 있는데, 이는 수직 도립 자세 부근에서 세밀한 제어를 하여 선형화 제어 가능부분 전입시 각 링크의 각속도를 “0”에 가깝게 하기 위함이다.

퍼지제어기 규칙은 표 2와 같다. 이 추론 규칙은 퍼지화된 각 링크의 각도를 입력으로 하여 전체 무게중심이 기준 축에서 면 경우(두 관절각이 같은 방향으로 기울어진 경우) 큰 값의 링크 2 기준 위치를 출력하도록 구성하였다.

비퍼지화는 퍼지 추론의 네 개의 결과로부터 무게 중

표 2. 퍼지 제어 규칙

Table 2. The fuzzy control rules

$\theta_2$	NM	NS	ZO	PS	PM
$\theta_1$	PM	PM	PM	PS	ZO
NM	PM	PM	PS	ZO	NS
ZO	PM	PS	ZO	NS	NM
PS	PS	ZO	NS	NM	NM
PM	ZO	NS	NM	NM	NM

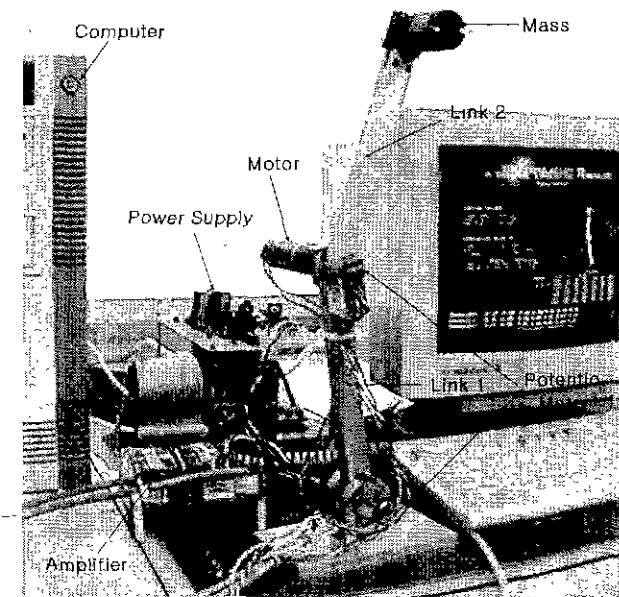


그림 5. 2축 도립 진자 시스템.

Fig. 5. The double inverted pendulum system.

심 법에 의하여 계산되며, (16)의 제어입력 산출에 필요한 링크 2의 기준 위치를 정한다. 관절 2의 기준 각속도 및 기준 각각속도도 같은 방식으로 정할 수 있으나, 본 연구에서는 계산 시간을 고려하여 모두 "0"으로 하였다.

#### IV. 모의실험 및 실험

제시된 제어기의 타당성을 검토하기 위해서, 수학적 모델에 대한 시뮬레이션 및 실험이 수행되었다. 도립 진자 시스템의 매개변수는 표 1과 같으며, 설계 파라미터인 (10)의 고유값, (16)의 제동비 및 고유주파수는 각각 -5, 1 및 25로 하였다.

제시된 제어기의 특성을 검토하기 위해서 여러 상황의 초기 조건에 대하여 모의실험이 실행되었으며, 실험에서는 그림 5에서 보이는 것과 같은 초기 조건을 설정하였다( $\theta_1 \approx -10^\circ$ ,  $\theta_2 \approx 20^\circ$ ).

실험 장치의 구성은 그림 5와 같다. 제어 시스템은 Axiom사의 AX5411 A/D-D/A 변환기를 장착한 32-bit 386DX-33 컴퓨터, Advanced Motion Control 사의 모터 구동용 모듈(5A5)을 이용한 토오크 모드로 동작하도록 설계된 증폭기, 전원 공급장치 및 2축 도립진자로 구성되어 있다. 관절의 각도를 측정하기 위해서 두 개의

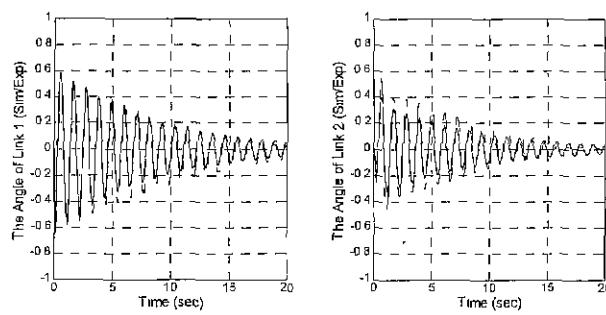


그림 6. 마찰계수 추정을 위한 2축 진자의 자유진동.

Fig. 6. Free motion of the 2 link pendulum to estimate the friction coefficients.

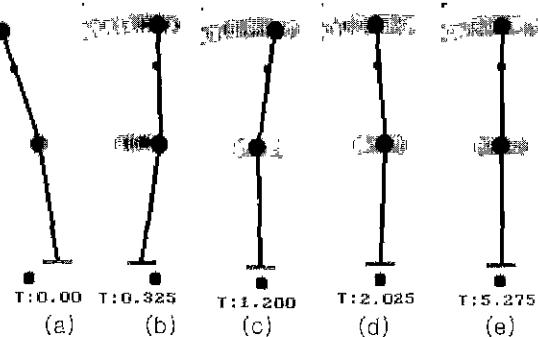


그림 7. 도립 진자의 도립 과정.

Fig. 7. The upright processing of the inverted pendulum.

포텐셔미터가 사용되며, 상부 관절 구동장치는 33.2:1의 플레내티리 (planetary) 기어를 갖는 Maxon사의 12V 10W DC 모터가 사용되었다. 입출력 데이터 액세스를 포함 제어기의 모든 프로그램은 C언어로 구성되었으며, 샘플링 주기는 13ms이다.

#### 1. 마찰계수의 추정

그림 6은 앞서 언급한 실험적인 방법을 통한 마찰계수의 추정을 나타낸 것으로, 2 관절 진자를 도립시키지 않고 자유진자 운동을 시키는 경우의 각 관절의 실험적 움직임(접선)과 모의실험에 의한 움직임(실선)을 함께 나타낸 것이다. 마찰계수가 커지면 진자의 진동이 억제되므로 모의실험을 반복하여 유사한 동특성을 나타낼 때의 마찰계수를 선택하였으며, 여기서는 관절 1과 2의 마찰계수로 각각 0.0009 및 0.0017을 선택하였다. 그림에서 알 수 있듯이, 표 1에 주어진 각종 파라미터 및 실험적으로 설정한 마찰계수로 구성된 모델이 15초 이후의 관절 2의 위치를 제외한 나머지 구간에서 실제 장치와 유사한 동특성을 보이고 있다. 이러한 관절 2의 동특성 불일치는 모터 및 가이어박스의 비선형성으로 인하는 것으로 이 구간에서 관절구동력이 작아(15초 이후의 경우 관절 진동의 폭이 작다) 관절이 바로 정지하기 때문이다.

#### 2. 모의실험

그림 7은 그래픽 모드의 시뮬레이션 결과이다. (a)는 초기 위치로서, 관절 1은 2장에서 언급한 제한 구간에 접근하여 있다. 제어기가 가동되면서, 각 관절은 폐지제

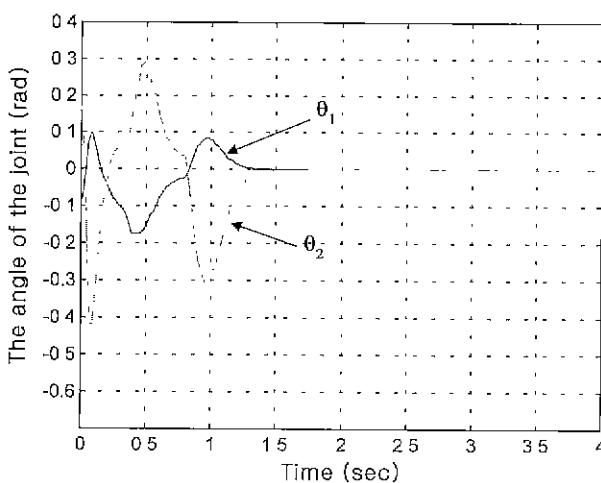


그림 8. 도립 진자의 직접도립.

Fig. 8. The direct uprising of the inverted pendulum.

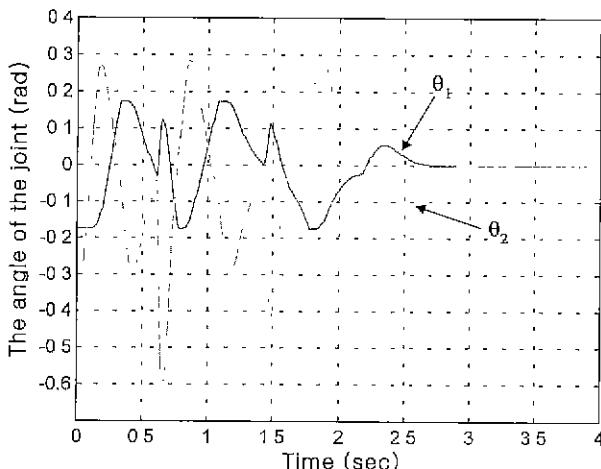


그림 9. 도립 진자의 재시도에 의한 도립.

Fig. 9 The uprising retrials of the inverted pendulum

여기 의해 (b)와 같이 움직인다. 그림에서의 잔상은 관절이 움직이는 경로를 나타낸다. 몇 회에 진동 후에 도립 진자 시스템이 선형화 구간에 돌입하면 (c)나 (d)의 자세를 갖으며, 상태 피드백 제어기에 의해 (e)와 같은 도립 자세를 취하게 된다. (a)-(c) 동안의 진동은 초기 자세에 따라 다르며, 한 번의 진동을 갖는 경우와 3회의 진동을 갖는 경우의 초기조건에 대한 모의실험 결과를 그림 8과 그림 9에 표시하였다.

임계제동 비를 갖으며 초기위치가  $\theta_1 = -5^\circ$ ,  $\theta_2 = 10^\circ$ 인 경우의 결과는 그림 8에서와 같이 한번의 시도로 선형화 구간에 진입하여 도립자세를 취한다. 그림 9는 임계제동과 초기 위치  $\theta_1 = -10^\circ$ ,  $\theta_2 = -25^\circ$ 일 때의 결과이다. 그림에서 알 수 있듯이, 폐지제어기는 도립 진자를 선형화 구간에 진입시키거나 상태 피드백 제어기는 이를 수직으로 도립시키지 못한다. 이는 링크의 각속도가 충분히 작지 않아 상태 피드백 제어기를 적용한 근사화 모델이 유효하지 못하고, 상태 피드백 제어기 또한 유효하

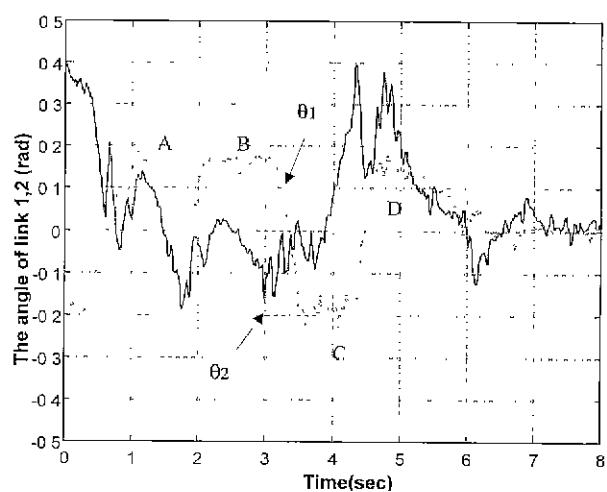


그림 10. 관절의 궤적(실험).

Fig. 10. The joints trajectories (experiment).

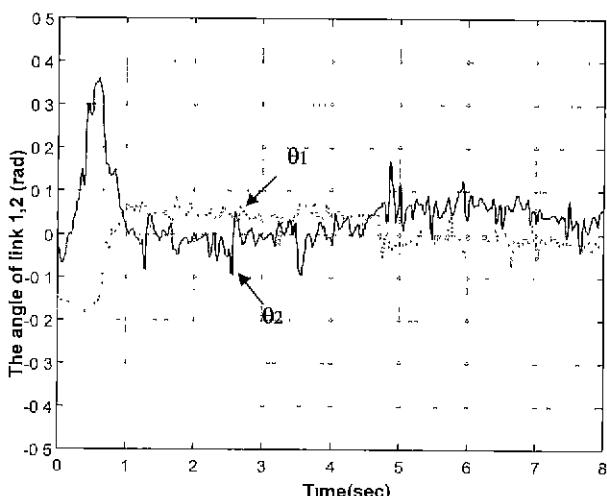


그림 11. 관절의 궤적(실험 2)

Fig. 11. The joints trajectories (experiment 2).

지 못하기 때문이다. 이 경우, 폐지제어기는 계속해서 선형화 구간에 재진입을 시도하게 되고, 세 번째 시도에 의해 도립 진자는 수직 도립을 취하게 된다

### 3. 실험

그림 8의 모의실험과 동일한 조건에서 실험을 하였다. 다만 초기위치를 일치시킬 수 없어 그림 5의 자세에서 상부관절의 위치는  $22.3^\circ$ ( $0.39\text{rad}$ ). 하부관절은 제한구간에 지지되어있어  $-11.3^\circ$ ( $-0.197\text{rad}$ )로 하였다. 위치 측정을 위한 센서의 잡음제거를 위하여 870Hz의 컷오프 주파수를 갖는 2차 Butterworth 필터를 적용하였으며, 속도는 단위 샘플링 구간에서의 위치 변화로부터 산출하였다.

그림에 표시된 바와 같이 앞서의 모의실험(그림 8)과는 달리 다소 많은 재시도(관절 1이 A, B, D의 좌측 제약구간 및 C의 우측 제약구간에 장시간 도달함) 후 도립하였다. 또 다른 초기조건에서는 그림 7의 결과와 유사하게 직접 도립위치에 진입하였으나 앞서와 같이 다소의 진동( $3\text{-}4^\circ$  정도)이 지속되고 있다

이는 모의실험을 위한 모델 구성에 이용된 파라미터(표 1 및 4.1절에서 구한 값)가 다소의 오차를 포함하며, 센서의 측정 잡음 및 선형 제어기 적용구간에서의 모터의 동특성(저속 운전시 비선형성이 큼)에 기인하는 것으로 판단된다. 센서 오차는 저역필터의 대역을 낮추면 감소시킬 수 있으나 시간 지연(현 필터의 경우 2ms)이 커지는 문제가 있다. 따라서, 좀더 좋은 제어 특성을 얻기 위하여 좀더 정확한 시스템 파라미터 추정을 위한 연구 및 저속 구간에서의 모터 동특성 보상을 위한 후속 연구가 필요하다.

제진입 과정에서 발생하는 제약점에서의 충격은 제시한 제어 알고리즘을 보행로봇 제어로 확장 적용하는데 있어 또 다른 문제점으로 판단된다. 그러나, 기구적인 충격 흡수장치 및 보행시작위치에서 직접 도립이 되도록(그림 8 또는 그림 11) 퍼지제어기를 수정하면 문제해결이 가능하여 현 단계에서는 논외로 한다.

## V. 결론

본 연구에서는 제약조건을 갖는 2축 도립진자를 모델링하고 이를 제어하기 위한 제어기를 제시하였다. 제어 대상인 2링크 도립 진자 모델은 두발 보행 로봇이 한발로 지탱중인 자세를 모델링한 것으로, 하부관절은 무릎 관절 또는 허리의 역할 나타내며, 상부관절은 보행 시몸체 또는 공중에서 이동중인 다른 쪽 다리로 간주된다. 제시된 제어기는 상태 피드백 제어기 및 비선형 피드백 보상기와 결합된 퍼지제어기로 구성되었으며, 모의실험을 통하여 2축 도립진자가 임의의 초기자세에서 도립된 자세를 보여주었다. 또한, 실제로 제작된 시스템에 대한 실험에서도 도립자세 제어를 제어해 보임으로서 제시한 제어기의 효용성을 보여주었다.

## 참고문헌

- [1] H. Hemami, F. C. Welmer, S. H. Koozekanani, "Some aspects of the inverted pendulum problem for modeling of locomotion systems," *IEEE Trans Automatic Control*, AC-18, pp. 658-661, 1973.
- [2] H. Hemami, A. Katbab, "Constrained inverted pendulum model for evaluating upright postural stability," *J. of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 104, pp. 343-349, Dec., 1982.
- [3] C. L. Golliday, H. Hemami, "Postural stability of the two-degree-of-freedom biped by general linear feedback," *IEEE Trans. Automatic Control*, pp. 74-79, Feb., 1976.
- [4] Q. Wei, W. P. Dayawansa, and W. S. Levine, "Nonlinear controller for an inverted pendulum having restricted travel," *Automatica*, vol. 31, no. 6, pp. 841-850, 1995.
- [5] H. Hemami, B. F. Wyman, "Modeling and control of constrained dynamic systems with application to biped locomotion in the frontal plane," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. AC-24, no. 4, pp. 526-535, August, 1979.
- [6] S. Kajita and K. Tani, "Experimental study of biped dynamic walking in the linear inverted pendulum mode," *Proc. 1995 IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, pp. 2885-2891, 1995.
- [7] M. D. Berkemeier, R. S. Fearing, "Control Experiments on an underactuated robot with application to legged locomotion," *Proc. 1994 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 149-154, 1994.
- [8] M. W. Spong, "The Swing Up Control Problem for the Acrobot," *IEEE Control Systems*, 15(1), pp. 49-55, Feb., 1995.
- [9] M. W. Spong, "Partial Feedback Linearization of Underactuated Mechanical Systems," *Proc. IROS '94*, pp. 314-321, Sept., 1994.
- [10] K. Y. Yi, "Walking of a biped robot with compliant ankle joints," *Proc. 1997, IEEE Int. Conf. Intelligent Robots and Systems*, pp. 245-250, 1997.
- [11] K. Y. Yi and Yuan F. Zheng, "Biped locomotion by reduced ankle power," *Proc. 1996 IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, pp. 584-589, 1996.
- [12] D. Kuo, F. Zajac, "A biomechanical analysis of muscle strength as a limiting factor in standing posture," *J. Biomechanics* vol. 26, Suppl. 1, pp. 137-150, 1993.
- [13] J. Chen, S. Siegler, C. D. Schneck, "The three-dimensional kinematics and flexibility characteristics of the human ankle and subtalar joint-Part I: Kinematics," *ASME J. Biomechanical Eng.*, vol. 110, pp. 364-383, Nov., 1988.
- [14] J. Chen, S. Siegler, C. D. Schneck, "The three-dimensional kinematics and flexibility characteristics of the human ankle and subtalar joint-Part II: Flexibility characteristics," *ASME J. Biomechanical Eng.*, vol. 110, pp. 374-384, Nov., 1988.
- [15] C. C. Lee, "Fuzzy Logic in Control System: Fuzzy Logic Controller-Part I, II," *IEEE Trans. Sys. Man Cybernetics*, vol. 20, no. 2, pp. 404-435, 1990.
- [16] M. Spong, M. Vidyasagar, *Robot Dynamics and Control*, Wiley, 1989

**이 건 영**

1982년 한양대 전기공학과 졸업. 동  
대학원 석사(1984), 동대학 박사  
(1993). 1996년-현재 광운대학교 전기  
공학과 조교수. 관심분야는 2족 보행  
로봇, 적응제어, 마이크로 프로세서  
응용 및 실시간 운영체계.