

BLDC 전동기의 전자기적 불평형력을 고려한 편심 회전자의 동적 거동 해석

論 文
48B-11-3

Dynamic Behavior Analysis of an Eccentric Rotor with Unbalanced Magnetic Forces in BLDC Motors

金泰鍾* · 黄彦文** · 朴魯吉***

(Tae-Jong Kim · Sang-Moon Hwang · No-Gill Park)

Abstract -Vibration of a rotor-bearing system driven by an electric motor is a coupled phenomenon between mechanical characteristics and magnetic origins through the air-gap. With the advent of new high-energy magnets together with high precision motor applications, magnetic sources of vibration are becoming more serious. This paper investigates the transient whirl responses of a rotor system with purely mechanical origins and compares it with that of magnetically coupled origins. A perturbation method is applied to model the magnetic field associated with rotor eccentricity. Electromagnetic forces are obtained by the Maxwell stress method, which utilizes the analytical expression of radial flux density distribution. The FEM was applied to a rotor-motor system to illustrate magnetically coupled effects in rotor dynamics. Results show that magnetically coupled sources significantly affect the vibration of the rotor-motor system.

Key Words : Brushless DC Motor, Eccentric Rotor, Mechanical Force, Rotor-Motor System, Transient Whirl Response, Unbalanced Magnetic Force

1. 서 론

스위칭 인버터 기술의 발전과 고에너지 영구자석이 개발됨에 따라 기존의 교류 전동기에 비해 고효율, 고토크 특성을 가진 BLDC(Brushless Direct Current) 전동기의 실용화가 이루어짐으로써 주요 전동력의 응용기종으로 각광을 받게 되었다. 일반적으로 BLDC 전동기는 넓은 속도 범위에 걸쳐 높은 효율을 유지하고 제어가 용이하므로, 정밀 기계의 구동용 회전기로서 널리 이용되고 있다. 대형 전동기의 경우 회전자가 하우징의 중심과 정확히 동심 위치에 있다면 불평형 전자기력은 완전히 제거되지만, 제조 공정시 제작 오차에 의한 회전자의 불평형, 탄성축-베어링계의 영향으로 인해 회전자와 고정자 사이에는 불평형 전자기력이 발생하게 된다. 이러한 전자기 가진력은 회전자의 공진을 발생시켜 BLDC 전동기의 진동 및 소음을 초래하고, 위치 및 속도의 제어에 많은 어려움을 초래한다. 또한, BLDC 전동기의 회전자 및 축의 형상, 회전축에 작용하는 외부 가진력의 영향으로 전동기가 회전할 때 축의 휨 진동이 발생한다. 이와 같은 전동기의 휨 진동에 영향을 주는 변수들은 회전자 및 축의 형상 인자, 지지 베어링의 특성, 회전축에 작용하는 외력 등으로 대별할 수 있다. 이와 같이 BLDC 전동기의 진동과 소음은 전기 및 기계적으로 연성 되어있으므로, 저진동과 저소음의 설계를 만족하기

위해서는 전자기 및 기계 특성을 함께 고려한 회전자의 진동 특성을 해석할 필요가 있다.

회전축에 작용하는 외부 가진력에는 불평형 질량에 의한 동기 가진과 치차의 오차 및 결합에 의한 비동기 가진, 회전축의 기울어짐으로 인한 동기 가진의 모멘트 등이 있다. 또한, 밀봉 및 틈새의 가진력, 마찰력, 운전의 시작 및 종료시에 나타나는 가속 및 감속력 등의 기계적 가진력이 있으며, 전동기 회전자에 작용하는 전자기적 가진력을 고려할 수 있다. 탄성 회전축의 휨 진동해석은 유한요소법이 널리 적용되고 있으며[1], 회전축의 휨 진동에 영향을 미치는 인자들에 대한 해석은 대개 기계적 및 전자기적 인자들에 대한 개별적인 특성을 회전축 모델에 적용하여 그 인자가 진동 특성에 미치는 영향을 보여주고 있다[2, 3].

편심에 기인하는 전동기의 특성 해석은 오래 전부터 많은 주목을 받아왔으며[4], 유도전동기의 특성에 관해서는 많이 보고되어져 있다. 편심 효과에 의한 불평형 전자기력의 해석[5], 슬롯(slot), 스큐(skew)효과를 고려한 불평형 전자기력 해석[6], 불평형 전자기력을 고려한 회전자의 안정성의 해석[7] 등이 보고되고 있다. BLDC 전동기의 전자기력에 관한 연구로서 Jang은 균일한 공극에 대하여 전자기 가진력의 고조파 성분을 제거함으로써 고정자 공진의 가능성을 줄일 수 있음을 보고하였다[8]. 또한, Chao는 BLDC 전동기에서 회전자의 편심에 의한 토크 맥동의 야기 가능성에 관해 보고하였다[9]. 그러나, BLDC 전동기의 편심에 관한 이전의 연구는 기계적 및 전자기적 가진원의 각각의 경우에 한정하여 진동, 소음의 연관성을 밝혔을 뿐, 이들의 연성된 가진원에 대한 평가는 아직 미비한 실정이다. 회전자의 질량 불평형에 의한 기계적인 가진력과 외부 가진력에 의한 전동기의 휘돌림 운동은 진동

*正會員 : 釜山大 機械工學部 및 機械技術研究所 助教授 · 工博

**正會員 : 釜山大 機械工學部 및 機械技術研究所
助教授 · 工博

***正會員 : 釜山大 機械工學部 및 機械技術研究所 教授 · 工博
接受日字 : 1999年 6月 23日
最終完了 : 1999年 10月 13日

기 내의 공극을 변동시켜 회전자 표면에 작용하는 전자기력을 발생시키고, 이 전자기력은 다시 전동기의 휘돌림 운동에 영향을 주게 된다. 그러므로, BLDC 전동기의 고효율화를 위해 회전자와 고정자 사이에 형성되는 공극이 최적으로 설계되어야 하며, 이는 회전축-베어링계의 동적 거동 해석을 기반으로 하여 결정될 수 있다.

본 논문에서는 기존의 연구결과에 근거하여 BLDC 전동기에서 회전자의 동적 편심에 기인하는 불평형 전자기력을 섭동법(perturbation method)을 이용하여 해석적으로 유도하였고, 이러한 전자기력을 고려한 회전축-베어링계의 동적 거동 해석을 위한 역학적 모델을 개발하였다. 시간의 변화에 대한 전동기 회전자의 휘돌림 궤적의 형태를 볼 수 있는 비정상상태의 과도응답을 유한요소법을 이용하여 해석하였다. 회전자의 질량불평형 및 압축 하중에 의한 기계적 외부 가진력을 고려한 회전자의 과도상태 응답과 기계적 가진력 및 전자기력을 동시에 작용하는 경우의 응답을 비교하여 평가하였다.

2. 회전축의 운동방정식

해석 대상 전동기의 회전축-베어링계는 그림 1과 같이 저널 베어링으로 양단 지지되며 전동기의 회전자는 전체 계의 오른쪽 끝단에 위치하는 구조이다. 축의 중앙부에 위치하는 # 5, # 6의 축 요소에 걸쳐 냉매 기체의 압축 하중이 작용하므로 이들의 가운데 절점 # 6 에서 하중이 외부 가진력으로 작용하는 것으로 가정하였다. 전동기의 회전자는 양쪽의 끝단에서 편심 질량에 의한 질량 불평형을 가진다. 회전축계의 동적 거동은 압축 하중에 의한 외부 가진력, 회전자의 질량 불평형에 의한 힘, 저널 베어링에 의해 발생하는 유막 반력 및 전동기의 전자기력에 의해 영향을 받는다. 탄성 회전축의 힘 진동 해석을 위해 8개의 유한 요소로 이루어지는 탄성 회전축, 전동기 회전자의 양단에 위치하는 2개의 불평형 질량 및 2개의 저널 베어링으로 구성되는 해석 모델을 가정한다. 축-베어링계의 유한요소 해석에 있어서, 축의 회전 영향을 고려하기 위해 Rayleigh법 요소로 모델링하였으며, 전동기 회전자의 자이로 영향을 무시하였다. 그림 2와 같은 축 요소의 X-Z 및 Y-Z 평면의 축 대칭 형상은 동일한 질량 및 강성 행렬을 나타낸다. XYZ 고정좌표계에서 요소 행렬 방정식을 결합한 전체 회전축 운동방정식을 행렬로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} m_s & 0 \\ 0 & m_s \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} k_s & 0 \\ 0 & k_s \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F_{bx} \\ F_{by} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F_{x,mag} \\ F_{y,mag} \end{pmatrix} \quad (1)$$

여기서, $[m_s]$ 는 유한 축 요소의 질량 행렬을 결합한 전체 회전축 시스템의 질량 행렬, $[k_s]$ 는 유한 축 요소의 강성 행렬을 결합한 계의 강성 행렬이다.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = (x_1, \alpha_1, \dots, x_9, \alpha_9, \dots, y_1, \beta_1, \dots, y_9, \beta_9)^T$$

는 절점 # 1 및 # 9 에 걸친 전체 절점에서의 축의 동적 거동을 나타낸다. 회전축에 작용하는 힘 F_x, F_y 는 회전자의 질량 불평형에 의한 힘 및 외부 가진력을 포함한다. 저널 베어링의 유막에 의해 발생하는 비선형의 유막 반력

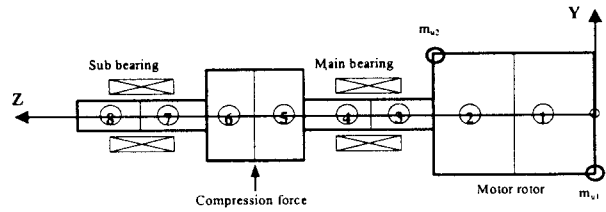


그림 1 전동기의 탄성축-베어링계의 모델링
Fig. 1 Rotor-motor system configuration

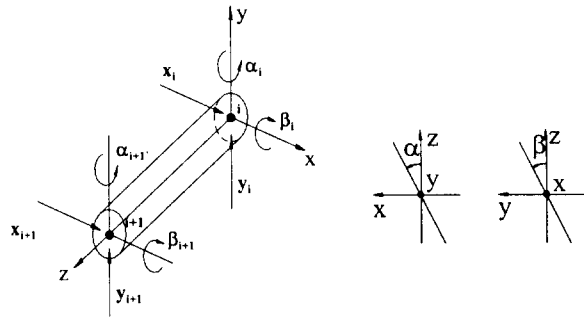


그림 2 축 요소 및 좌표계
Fig. 2 Typical finite rotor element and coordinates

$F_{bx}(x, y, \dot{x}, \dot{y}), F_{by}(x, y, \dot{x}, \dot{y})$ 을 고려하였으며 전자기력 $F_{x,mag}, F_{y,mag}$ 은 회전자의 중앙부에 작용하는 것으로 가정하였다.

3. 전자기력의 해석

3.1 회전자의 편심을 고려한 지배방정식

본 논문에서는 이론적인 해석을 위해 다음과 같은 가정이 사용되었다.

- 전동기 내의 전자기장을 준정적(quasi-static)이라 한다.
- 철의 자기 투과율(permeability)은 무한대이다. 즉, 자속밀도 해석시 철의 자기저항을 무시하고, 자기포화는 고려하지 않는다.
- 축방향으로 회전자 철심표면이 일정하게 평활(smooth)하다. 즉, 회전자 표면의 거칠기와 슬롯(slot)의 영향을 무시한다.
- 회전자의 진동만을 고려하기 위해 회전자에 비해 고정자를 강체로 고려한다.

그림 3은 BLDC 전동기의 회전자가 동적 편심을 가질 경우 자속밀도 해석을 위한 슬롯이 없는 내부 회전자 형태의 전동기 형상을 보여주고 있다. 그림 3에서 X-Y 좌표계는 고정자 중심 O_s 를 원점을 갖는 고정좌표계, x-y 좌표계는 회전자의 중심 O_r 를 원점으로 갖는 회전 좌표계를 각각 도시하고

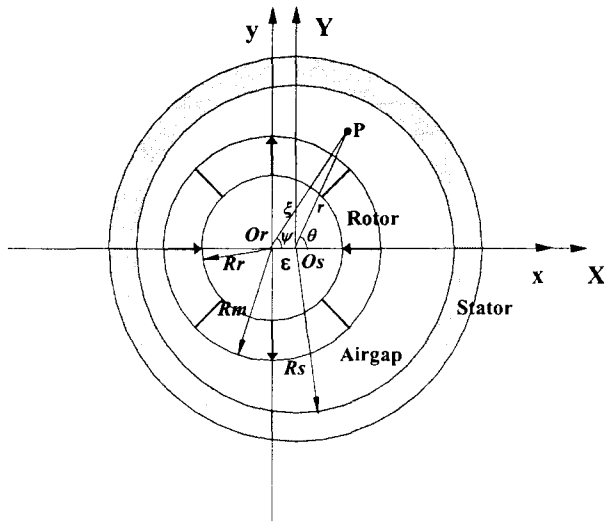


그림 3 편심을 고려한 전동기의 형상

Fig. 3 Schematic of surface mounted BLDC motor with rotor eccentricity

있다. 회전자가 편심되어 휘둘림운동을 할 경우 고정좌표계와 회전 좌표계의 관계는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\xi = r - \epsilon \cos(\theta - \phi) + O(\epsilon^2) \tag{2}$$

$$\psi = \theta - \omega t + \frac{\epsilon}{r} \sin(\theta - \phi) + O(\epsilon^2) \tag{3}$$

여기서, ϵ 는 고정 좌표계와 회전 회전자 사이의 거리, 즉 회전자의 편심거리, ϕ 는 편심의 위상각이다.

그림 4와 같이 영구자석의 자화 상태를 반경 방향으로 자화되어 있다고 설정하면, 영구자석의 ξ 방향 자화분포량 M_ξ 를 푸리에 전개하였을 때 다음과 같이 나타낼 수 있다[10].

$$M_\xi = \sum_{n=1,3,5} M_n \cos(n p \psi) \tag{4}$$

여기서, p 는 극쌍수(pole pair)를 나타낸다. 푸리에 계수 M_n 는 다음과 같다.

$$M_n = 2 \left(\frac{B_r}{\mu_0} \right) \alpha_p \frac{\sin \frac{n \pi \alpha_p}{2}}{\frac{n \pi \alpha_p}{2}} \tag{5}$$

여기서, B_r 는 영구자석의 잔류자속밀도, μ_0 는 공기의 자기 투자율, α_p 는 극 피치에 대한 극호의 비(pole-arc/pole-pitch)를 나타낸다.

전동기 내의 자계의 세기(magnetic intensity) H 를 스칼라 포텐셜의 음의 구배로 정의할 수 있으므로, 맥스웰 자계 방정식으로부터 유도된 지배 방정식을 극좌표계로 표현하면 다음과 같다.

$$H = -\nabla \Phi \tag{6}$$

$$\frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial \Phi_1}{\partial \psi} + \frac{1}{\xi^2} \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial \psi^2} = 0 \quad : \text{공극 영역} \tag{7}$$

$$\frac{\partial^2 \Phi_2}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial \Phi_2}{\partial \psi} + \frac{1}{\xi^2} \frac{\partial^2 \Phi_2}{\partial \psi^2} = \frac{1}{\mu_r \xi} M_\xi \quad : \text{영구자석 영역} \tag{8}$$

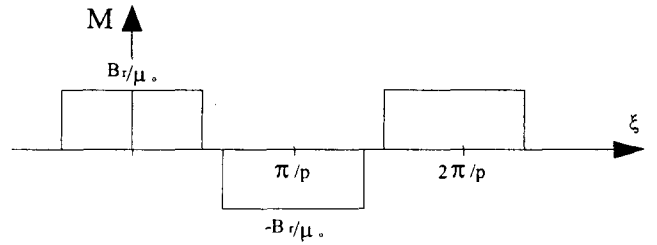


그림 4 영구 자석의 자화 분포

Fig. 4 Radial magnetization of permanent magnet

여기서, Φ_1, Φ_2 는 각각 공극과 영구 자석에서의 스칼라 포텐셜, μ_r 는 영구자석의 비투자율(relative permeability)을 나타낸다.

3.2 전자기력의 유도

고정자와 회전자의 경계면에서 경계조건은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{h} \times (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) = 0 \tag{9}$$

$$\hat{h} \cdot (\vec{B}_1 - \vec{B}_2) = 0 \tag{10}$$

여기서, \hat{h} 는 단위 법선 벡터, \vec{B}_1, \vec{H}_1 는 각각 매질 1의 자속 밀도와 자계의 세기, \vec{B}_2, \vec{H}_2 는 각각 매질 2의 자속밀도와 자계의 세기를 나타낸다.

회전자의 편심에 의한 영향은 고정자의 경계면에서만 발생하므로, 식(2)와 식(3)을 이용하여 고정자의 경계면에 대한 단위 법선 벡터 \hat{h} 를 구하면 다음과 같다.

$$\hat{h}(\xi, \psi, \epsilon) = \hat{e}_\xi - \frac{\epsilon}{\xi} \sin(\psi + \omega t - \phi) \hat{e}_\psi + O(\epsilon^2) \tag{11}$$

여기서, $\hat{e}_\xi, \hat{e}_\psi$ 는 각각 ξ, ψ 방향의 단위 벡터를 나타낸다. 따라서, 고정자의 표면에서의 경계조건은 다음과 같다.

$$\hat{h} \times (H_{\xi,1} \hat{e}_\xi + H_{\psi,1} \hat{e}_\psi) = 0 \tag{12}$$

식(9), 식(10)와 식(12)를 계산하여 정리하면 경계조건은 다음과 같이 표현된다.

$$H_{\psi,1}(\xi, \psi, \epsilon) + \frac{\epsilon}{\xi} \sin(\psi + \omega t - \phi) H_{\xi,1}(\xi, \psi, \epsilon) \Big|_{\xi=R_s - \epsilon \cos(\psi + \omega t - \phi)} = 0 \tag{13}$$

$$H_{\psi,2}(\xi, \psi, \epsilon) \Big|_{\xi=R_r} = 0 \tag{14}$$

$$B_{\xi,1}(\xi, \psi, \epsilon) \Big|_{\xi=R_m} = B_{\xi,2}(\xi, \psi, \epsilon) \Big|_{\xi=R_m} \tag{15}$$

$$H_{\psi,1}(\xi, \psi, \epsilon) \Big|_{\xi=R_m} = H_{\psi,2}(\xi, \psi, \epsilon) \Big|_{\xi=R_m} \tag{16}$$

여기서, R_r 는 회전자의 내측 반경, R_m 는 회전자의 외측 반경, R_s 는 고정자의 내측 반경을 나타낸다.

자계 지배 방정식의 해를 회전 좌표계에 대해 섭동 전개하면, 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Phi_1(\xi, \psi, \epsilon) = \Phi_1^{(0)}(\xi, \psi) + \epsilon \Phi_1^{(1)}(\xi, \psi) + \Lambda \tag{17}$$

$$\Phi_2(\xi, \psi, \epsilon) = \Phi_2^{(0)}(\xi, \psi) + \epsilon \Phi_2^{(1)}(\xi, \psi) + \Lambda \tag{18}$$

여기서, 하첨자 1, 2는 각각 공극 영역과 영구자석 영역을

나타낸다.

식(17)과 식(18)을 각각 지배 방정식 식(7)과 식(8)에 대입하면, 다음과 같이 영차(zeroth) 방정식과 선형 섭동방정식으로 나누어 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial^2 \Phi_1^{(0)}}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial \Phi_1^{(0)}}{\partial \xi} + \frac{1}{\xi^2} \frac{\partial^2 \Phi_1^{(0)}}{\partial \psi^2} = 0 \quad (19)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi_2^{(0)}}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial \Phi_2^{(0)}}{\partial \xi} + \frac{1}{\xi^2} \frac{\partial^2 \Phi_2^{(0)}}{\partial \psi^2} = \frac{1}{\mu_r} \frac{M_z}{\xi} \quad (20)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi_1^{(1)}}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial \Phi_1^{(1)}}{\partial \xi} + \frac{1}{\xi^2} \frac{\partial^2 \Phi_1^{(1)}}{\partial \psi^2} = 0 \quad (21)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi_2^{(1)}}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial \Phi_2^{(1)}}{\partial \xi} + \frac{1}{\xi^2} \frac{\partial^2 \Phi_2^{(1)}}{\partial \psi^2} = 0 \quad (22)$$

식 (19)과 (20)은 영차 지배방정식을 나타내고, 식(21)과 (22)은 선형 섭동방정식을 나타낸다.

지배 방정식 식(19)~(22)와 경계 조건 식(13)~(16)을 고려하여 구한 해를 공극영역에서의 반경방향 자속밀도 분포로 표현하면 다음과 같다[11].

$$B_{z1}(\xi, \psi, \varepsilon) = -\mu_0 \sum_{n=1,3,5} \left\{ npA_n (\xi^{np-1} + R_r^{2np} \xi^{-np-1}) \cos(np\psi) + \varepsilon(np-1)(W_n \xi^{np-2} - X_n \xi^{-np}) \cos[(np-1)\psi - \alpha] + \varepsilon(np+1)(Y_n \xi^{np} - Z_n \xi^{-np-2}) \cos[(np+1)\psi + \alpha] \right\} \quad (23)$$

여기서,

$$A_n = \frac{\mu_0 M_z}{\mu_r} \frac{R_m^{-1-2np}}{(np)^2 - 1} \left\{ \frac{(np-1)R_m^{2np} + 2R_r^{np+1}R_m^{np-1} - (np+1)R_r^{2np}}{\mu_r + 1} [R_r^{2np} - R_m^{2np}] - \frac{\mu_r - 1}{\mu_r} [R_m^{2np} - R_r^{2np}(R_r/R_m)^{2np}] \right\}$$

$$W_n = \frac{-npA_n R_r^{2np-2} \{ (1 + \mu_r) R_m^{2np-2} - (1 - \mu_r) R_r^{2np-2} \}}{(1 + \mu_r)(R_r^{2np-2} - R_m^{2np-2})R_m^{2np-2} - (1 - \mu_r)(R_m^{4np-4} - R_r^{2np-2}R_m^{2np-2})}$$

$$X_n = \frac{-npA_n R_m^{2np-2} R_r^{2np-2} \{ (1 - \mu_r) R_m^{2np-2} - (1 + \mu_r) R_r^{2np-2} \}}{(1 + \mu_r)(R_r^{2np-2} - R_m^{2np-2})R_m^{2np-2} - (1 - \mu_r)(R_m^{4np-4} - R_r^{2np-2}R_m^{2np-2})}$$

$$Y_n = \frac{-npA_n R_r^{2np} \{ (1 + \mu_r) R_m^{2np+2} - (1 - \mu_r) R_r^{2np+2} \}}{(1 + \mu_r)(R_r^{2np+2} - R_m^{2np+2})R_m^{2np+2} - (1 - \mu_r)(R_m^{4np+4} - R_r^{2np+2}R_m^{2np+2})}$$

$$Z_n = \frac{-npA_n R_m^{2np} R_r^{2np} \{ (1 - \mu_r) R_m^{2np+2} - (1 + \mu_r) R_r^{2np+2} \}}{(1 + \mu_r)(R_r^{2np+2} - R_m^{2np+2})R_m^{2np+2} - (1 - \mu_r)(R_m^{4np+4} - R_r^{2np+2}R_m^{2np+2})}$$

를 나타낸다.

식(23)을 고정좌표계에 대해서 좌표 변환하여 정리하면 고정좌표계에 자속밀도 분포는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$B_r(r, \theta) = \sum_{n=1,3,5} (np)A_n \left(r^{np-1} + R_r^{2np} r^{-np-1} \right) \cos[np(\theta - \alpha)] + \varepsilon \sum_{n=1,3,5} \left[np \frac{A_n}{2} \{ (2 - np)r^{np-2} + npR_r^{2np} r^{-np-2} \} - \mu_0(np-1)(W_n r^{np-2} - X_n r^{-np}) \right] \cdot \cos[(np-1)\theta - np\alpha + \phi] + \varepsilon \sum_{n=1,3,5} \left[np \frac{A_n}{2} \{ -npr^{np-2} + (np+2)R_r^{2np} r^{-np-2} \} - \mu_0(np+1)(Y_n r^{np} - Z_n r^{-np-2}) \right] \cdot \cos[(np+1)\theta - np\alpha - \phi] \quad (24)$$

식(24)에서와 같이 회전자 편심에 기인하는 공극의 변동은 공극 퍼미언스를 변화시켜 전동기내의 자속밀도 분포를 변화시키게 된다. 표 1은 해석 대상 전동기의 사양을 나타내고 있다. 그림 5는 1mm의 균일 공극에 대하여 회전자의 편심이 0.5mm와 편심이 없을 경우에 대해 각각 식(24)를 이용하여 해석적으로 산정한 반경방향 자기 자속밀도와 그 경증을 위

표 1 BLDC 전동기의 사양

Table 1 Data for BLDC motor.

Parameter(symbol)	Value(unit)
Airgap length (g)	0.001m
Radius of rotor (R _m)	0.0106m
Pole pair (p)	2
Magnet remanent flux density (B _r)	0.71T
Pole-arc/pole-pitch ratio (α _p)	1
Relative permeability of PM (μ _r)	1.256

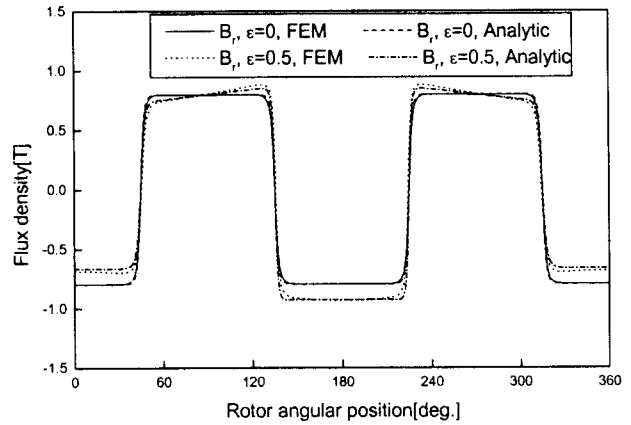


그림 5 반경 방향의 자속 밀도 분포

Fig. 5 Radial flux density on the rotor surface

해 유한요소법을 이용하여 구한 결과를 도시하고 있다. 해석적 산정 결과와 유한요소법의 해석결과는 비교적 잘 일치함을 알 수 있다.

회전자 표면에 작용하는 반경방향의 전자기 국부 견인력(magnetic local traction)은 맥스웰 응력 텐서(Maxwell stress tensor)를 고정자 표면에 대해서 구하고, 철의 자기부자율이 무한대라고 설정한 가정을 적용하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$f_r = \frac{1}{2\mu_0} B_z^2 \quad (25)$$

일반 직교 좌표계(generalized cartesian coordinate system)를 이용하여 회전자 표면에 작용하는 x, y방향의 국소 전자기 국부 견인력은 다음과 같이 정의된다.

$$f_x = f_r \cos \theta, \quad f_y = f_r \sin \theta \quad (26)$$

한편 회전자 중앙부에 작용하는 전자기적 전작용력(electromagnetic global forces) F_{x,mag}, F_{y,mag}는 전자기 국소 견인력을 회전자 표면에 대해 적분함으로써 계산할 수 있다.

$$F_{x,mag} = \int_0^{2\pi} f_x r d\theta, \quad F_{y,mag} = \int_0^{2\pi} f_y r d\theta \quad (27)$$

식(25)에 앞에서 정리한 자속밀도 식(24)를 대입한 후, 식(26)

을 이용하여 직교 좌표 x, y 방향의 성분을 각각 계산할 수 있다. 이 결과를 식(27)에 대입하여 삼각함수의 직교성을 이용하여 적분과정을 계산하면, 회전자 중앙부에 작용하는 전자기적 전작용력은 다음과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned} F_{x,max} &= \frac{\pi R_s L_s \epsilon}{2\mu_0} \sum_n (A_n B_n + A_n C_n) \cos \phi \\ F_{y,max} &= \frac{\pi R_s L_s \epsilon}{2\mu_0} \sum_n (A_n B_n + A_n C_n) \sin \phi \end{aligned} \quad (28)$$

여기서, $A_n = (np)A_0 (r^{np-1} + R_s^{2np} r^{-np-1})$,

$$B_n = np \frac{A_0}{2} \{ (2 - np)r^{np-2} + npR_s^{2np} r^{-np-2} \} - \mu_0 (np-1) (W_n r^{np-2} - X_n r^{-np-2})$$

$$C_n = np \frac{A_0}{2} \{ -npr^{np-2} + (np+2)R_s^{2np} r^{-np-2} \} - \mu_0 (np+1) (Y_n r^{np-2} - Z_n r^{-np-2})$$

는 적층길이이다.

회전자의 동적 편심에 의해 야기되는 전자기력은 식(28)에서 회전자의 편심거리에 선형적으로 비례함을 알 수 있다. 식(1)의 회전자의 운동방정식에 식(28)의 전자기력을 고려하면 식(1)의 일반좌표 x_i, y_i 로 표시할 수 있으므로, 전자기력을 좌변으로 이항되어 반경방향의 전자기 강성으로 작용되어 전체 계의 강성을 감소시킴을 확인할 수 있다. 또한, 전자기력의 가진 주파수는 회전자 편심 위상각의 함수이므로 회전자의 회전속도 주파수로 가진됨을 알 수 있다.

그림 6은 식(25)을 이용하여 계산한 회전자 표면에 작용하는 전자기 국소 견인력을 회전자의 위치각에 대하여 도시하고 있다. 회전자가 동심 위치에서 벗어남에 따라, 공극이 좁게 되어진 측에서는 전자기 견인력은 더욱 강하게 되고, 넓어진 측에서는 반대로 감소하게 된다. 즉, 전자기력은 항상 좁은 공극 방향으로 작용함을 알 수 있다.

그림 7은 식(28)에서와 같이 전자기 국소 견인력을 적분하여 산정한 전자기력의 최대 크기를 편심거리에 대하여 보여주고 있다. 해석적 결과와 유한요소법에 의한 결과가 비교적 잘 일치하지만, 편심 거리가 증가함에 따라 다소 차이가 있음을 알 수 있다. 이것은 자속 밀도 계산시 편심효과의 선형화까지만을 고려하였기 때문이라고 사료된다.

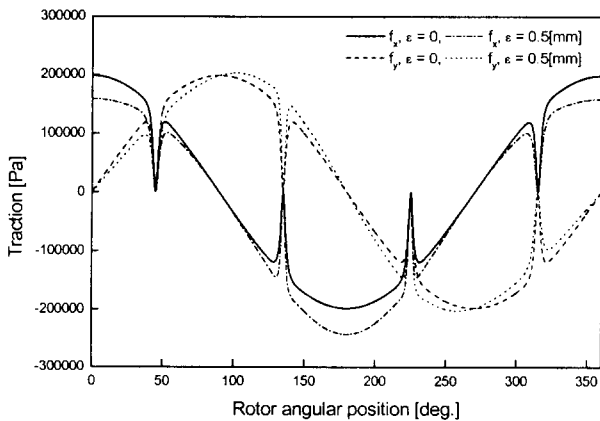


그림 6 회전자 표면에 작용하는 전자기 국소 견인력
Fig. 6 Magnetic local traction on the rotor surface

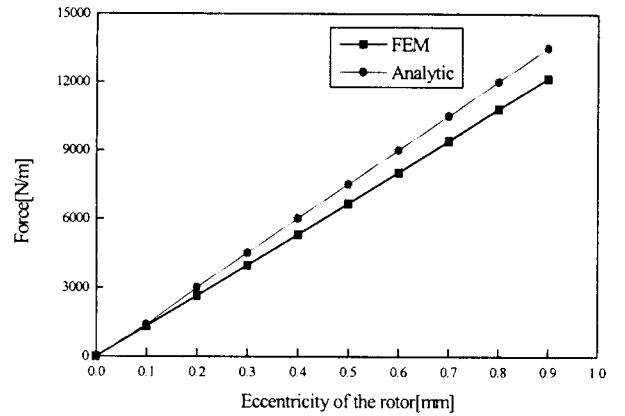


그림 7 회전자에 작용하는 전자기력의 최대값
Fig. 7 The maximum magnitude of the magnetic global forces

4. 저널 베어링의 유막 반력

저널 베어링의 유막 압력의 합력에 의한 베어링 반력은 레이놀즈 방정식에서 구할 수 있고, 베어링의 축방향에 비해 원주방향의 압력구배는 무시할 수 있으므로 무한히 얇은 베어링으로 가정할 수 있다. 베어링 중심에서 회전축 중심까지의 거리를 X_i, Y_i 로 표시하고, 크랭크축의 회전 각속도를 ω 로써 일정하다고 가정하면 레이놀즈 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial z} (h_i^3 \frac{\partial p_i}{\partial z}) = 6 \lambda \omega \frac{\partial h_i}{\partial \theta} + 12 \lambda \frac{\partial h_i}{\partial t}$$

$$h_i = C_i - X_i \cos \theta - Y_i \sin \theta \quad (29)$$

여기서, 하첨자 $i=1, 2$ 는 그림 1에서 각각 오른쪽의 주 베어링과 왼쪽의 보조 베어링을 표시하고, p_i 는 유막의 압력, λ 는 냉동기유의 점도, C_i 는 저널과 베어링의 중심이 일치할 때의 반경 틈새, h_i 는 유막의 간극을 나타낸다.

베어링 유막의 압력은 다음과 같이 계산된다[12].

$$\begin{aligned} p_i - p_a &= 3 \lambda z (z - l_{bi}) \\ &\cdot \frac{\omega (X_i \sin \theta - Y_i \cos \theta) - 2 (X_i \cos \theta + Y_i \sin \theta)}{h_i^3} \\ &= 3 \lambda z (z - l_{bi}) \cdot f_{pi}(\theta) \end{aligned} \quad (30)$$

저널 베어링의 유막 압력의 합력에 의한 반력의 계산에 있어서, 음압의 유막 영역은 제외되어야 하므로 Gumbel의 경계조건을 이용하여 유막의 발생 압력 $p_i - p_a$ 가 0이 되는 베어링의 원주방향의 경계위치 θ_{11}, θ_{12} 를 결정하였다. 저널 베어링의 유막 압력에 의한 반력은 식(29)를 적분하여 다음과 같이 계산한다.

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} F_{bx1} \\ F_{by1} \end{pmatrix} &= r_i \int_0^{l_w} \int_{\theta_n}^{\theta_a} (p_i - p_a) \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} \cdot d\theta dz \\ &= \frac{\lambda r_i l_{bi}^3}{2} \int_{\theta_n}^{\theta_a} f_{pi}(\theta) \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} \cdot d\theta \end{aligned} \quad (31)$$

5. 해석 결과

본 논문에서는 유한요소법을 이용하여 전자기적 불평형력을 고려한 편심 회전자 및 탄성 회전축-베어링계로 구성되는 BLDC 전동기의 동적 거동을 해석하였다. 회전축계에 작용하는 불평형 하중 및 압축하중에 의한 외부 가진력 F_x, F_y , 저널 베어링의 유막 반력 F_{b1}, F_{b2} 및 전동기의 전자기적 불평형 힘 $F_{x,mag}, F_{y,mag}$ 은 그림 8과 같이 계산된다. 그 결과 회전자의 질량 불평형 및 외부 가진의 기계적 가진력에 의한 회전축의 휘돌림 운동은 전동기 내의 공극을 변동시켜 회전자 표면에 작용하는 전자기력을 발생시키고, 이 전자기력은 다시 회전축의 휘돌림 운동에 영향을 미치므로 기계적 가진력 및 전동기의 비선형 전자기적 불평형 힘을 고려하기 위해 편심 회전자의 과도 응답을 해석하였다. 외부 가진력 및 회전자의 질량 불평형에 의한 기계적 가진력만 작용하는 조건 및 기계적 가진력 및 전자기력을 모두 고려한 경우에 대한 편심 회전자의 과도 응답을 4주기 동안에 걸쳐 계산하였다. 2가지 조건에 대한 결과는 그림 9와 같으며, 기계적 및 전자기적 가진력을 함께 고려하면 기계적 가진력만을 고려한 경우에 비해 휘돌림 궤적의 크기가 27.3% 증가하였다.

6. 결론

BLDC 전동기에서 기계적 불평형에 의해 발생하는 편심 회전자의 불평형 전자기력을 섭동법을 이용하여 해석적으로 유도하고, 불평형 전자기력과 기계적인 가진력의 연성효과

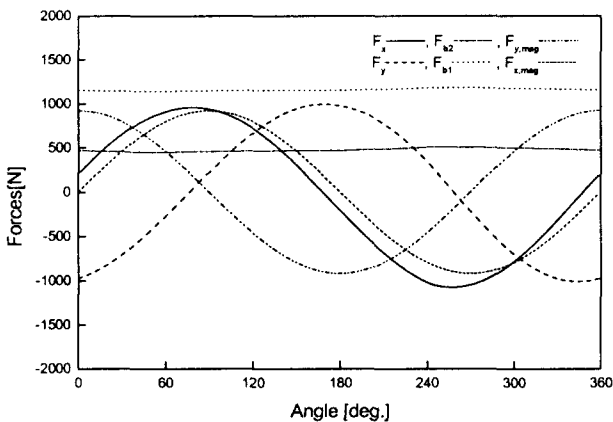


그림 8 회전축계의 외부 가진력, 베어링 반력 및 전자기 가진력
Fig. 8 Comparison of external forces, bearing reaction forces and magnetic forces of rotor

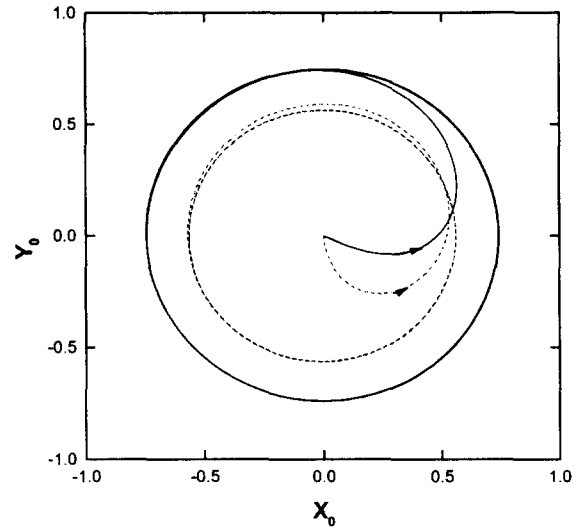


그림 9 회전자의 과도 응답 해석
Fig. 9 Comparison of transient orbital responses of rotor at motor center station

를 고려하여 회전자의 동적 거동을 해석하였다. 그리고, 불평형 전자기력의 해석적 결과와 유한요소해석 결과와의 비교를 통하여 그 계산결과가 잘 일치함을 확인하였다. 탄성 회전축-베어링 모델에 대해 기계적 가진력 및 전자기력에 의한 과도응답 및 정상상태 응답 해석을 수행하였으며, 기계적 및 전자기적 가진력을 함께 고려하면 순수한 기계적 가진력만을 고려한 경우에 비해 휘돌림 궤적의 크기가 27.3% 증가하였다. 편심 회전자에 기인한 불평형 전자기력은 전체 시스템의 강성을 감소시켜, 휘돌림 궤적을 증가시키고, 계의 고유 진동수를 감소시킨다. 시뮬레이션을 통하여 편심 회전자는 BLDC 전동기의 진동, 소음을 유발할 수 있는 주요한 가진 성분임을 확인하였다.

향후 연구 과제로는 고정자 슬롯효과와 회전자 편심 효과를 고려한 불평형 전자기력 해석과 역기전력 및 부하 전류 파형등의 전동기 특성 해석에 대한 연구를 계속 진행할 계획이다. 또한, 실험을 통한 확인과정을 수행하여 불평형 전자기력의 진동, 소음측면에서의 영향을 평가할 계획이다.

감사의 글
본 연구는 한국학술진흥재단의 98년도 과학기술기초중점 지원으로 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

참 고 문 헌

[1] H. D. Nelson and J. M. McVaugh, "The Dynamics of Rotor-Bearing Systems using Finite Elements", J. Eng. For Industry, Vol. 98, pp. 593-600, 1976
[2] H. N. Özgüven, Z. L. Özkan, "Whirl Speeds and Unbalance Response of Multibearing Rotors Using Finite Elements", J. of Vibration, Acoustics, Stress,

and Reliability in Design, Trans. ASME, Vol. 106, Jan., pp. 72-79, 1984

[3] B. S. Rahman, D. K. Lieu, "The Origin of Permanent Magnet Induced Vibration in Electric Machines", J. of Vibration and Acoustics, Trans. ASME, Vol. 113, Oct., pp. 476, 1991

[4] S. A. Swam, "Effect of rotor eccentricity on the magnet field in airgap of a nonsalient pole machine", Proc. IEE Vol. 110, No. 5, pp. 903-905, 1963

[5] Bradford, M., "Unbalanced Magnetic Pull in a 6-pole Induction Motor", IEE Proc. Vol. 115. No. 11, pp. 1619-1627, 1968.

[6] Dorell, D. G., "Calculation of Unbalanced Magnetic Pull in Small Cage Induction Motors with Skewed Rotors and Dynamic Rotor Eccentricity", IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 11, No. 3, pp. 483-488, 1996

[7] 양보석, 손병구, "불평형 전자기력에 의한 유도전동기의 회전자의 안정성해석", 한국소음진동공학회지, 제 8권, 6호, pp. 1086-1092, 1998

[8] G. H. Jang and D. K. Lieu, "The Effect of Magnet Geometry on Electric Motor Vibrations", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 27, pp. 5202-5204, November, 1991

[9] Chao, Z. J. Liu and T. S. Low, "Unbalanced magnet pull in PM synchronous machines-Its relation with stator teeth and armature winding", Proceedings of IMCSD 25th Annual Conference, pp. 79~84, 1996.

[10] Z. Q. Zhu, "Instantaneous Magnetic Field Distribution in Brushless Permanent Magnet dc Motors, Part I : Open-Circuit Field", IEEE Trans. On Magnetics, Vol. 29, No. 1, pp. 124~134, 1993

[11] U. T. Kim, Analysis of the Magnetic Field and Vibration of Permanent Magnet Motors with Rotor Eccentricity, Ph.D. Dissertation, U. C. Berkeley, 1997

[12] 김태중, 한동철, "저널 베어링의 공동현상을 고려한 스크롤 압축기 크랭크축의 동적 거동 해석", 대한기계학회논문집 A권, 제 22권, 8호, pp. 1375-1389, 1998

저 자 소 개



김 태 중(金 泰 鍾)

1959년 8월 28일 생. 1981년 부산대 기계설계공학과 졸업(학사). 1985년 서울대학원 기계설계공학과 졸업(석사). 1995년 동 대학원 기계설계공학과 졸업(공학박). 현재 부산대 기계공학부 조교수. 주 관심분야 : 기계요소설계, 윤활공학 등

Tel : (051) 510-2474, Fax : (051) 514-7640

E-mail : tjong@hyowon.pusan.ac.kr

황 상 문(黃 庠 文)

전기학회논문지 제 48B권 제3호 참조

Tel : (051) 510-2468, Fax : (051) 514-7640

E-mail : shwang@hyowon.pusan.ac.kr



박 노 길(朴 魯 吉)

1955년 2월 17일 생. 1977년 서울대 기계설계공학과 졸업(공학사). 1979년 한국과학기술원 졸업(석사). 1988년 North Carolina State University 기계공학과 (공학박). 현재 부산대 기계공학부 교수. 주 관심분야 : 회전체 진동, 진동공학 등

Tel : (051) 510-2325, Fax : (051) 514-7640

E-mail : parkng@hyowon.pusan.ac.kr