

Path-Following using Path-Observer for Wheeled Mobile Robots

林美燮\* · 林俊弘\*\*  
(Mee-Seub Lim · Joonhong Lim)

**Abstract** - In this paper, we propose a new technique for path-following of the wheeled mobile robot systems with nonholonomic constraints using a path-observer. We discuss the path-following problems of the nonholonomic mobile robot systems which have two nonsteerable, independently driven wheels with the various initial conditions such as a position, a heading angle, and a velocity. It is shown that the performance of dynamic path-following importantly is affected by the intial conditions. Particularly, if the initial conditions become more distant from the desired path and the desired velocity become faster, the system is shown to have worse performance and small time local stable. To find the controllable and stable control for path-following with various initial configuration, we propose the path-observer which can be used for control of the stable path-following of nonholonomic mobile robot system with the various initial conditions. The proposed scheme exhibits the efficient path-following properties for nonholonomic mobile robot in any intial conditions. The simulation results demonstrate the effectiveness of the proposed method for dynamic path-following tasks with the various initial conditions.

**Key Words** : nonholonomic constraints, mobile robot, path-following, path-observer

1. 서 론

현재 산업 현장의 로봇은 대부분 고정된 위치의 제한된 작업 공간에서 용접, 조립, 페인팅 등과 같은 고정된 작업 공간에서 반복적인 작업을 수행하고 있다. 따라서 작업 공간의 제한을 받게 된다. 한편 로봇에게 주어지는 작업은 점차로 복잡해지고 다양한 성능을 요구하고 있다. 작업 공간의 확장과 다기능의 로봇 시스템의 필요성에 의하여 차륜형 이동로봇(wheeled mobile robot)은 많은 관심과 연구가 있어 왔다. 차륜형 이동로봇은 작업 반경이 넓고 이동속도가 빠르면서도 구조가 단순하고 제어가 용이하다는 장점으로 산업현장에서 이동, 탐사, 그리고 조립과 같은 작업에 적용되고 있다. 작업 현장은 대부분 물체들이 흩어져 있는 불규칙 작업 환경이며 인간이 접근하기 불가능한 위험한 작업환경도 있다.

이동로봇의 연구 분야는 매카니즘 설계, 자세 감지 방법, 영상 기반의 동작제어, 경로 계획, 동작 제어 등으로 구분할 수 있으며, 전체적인 이동로봇의 제어 성능은 상위수준(high level)에서의 제어와 하위수준(low level)의 궤환 제어기와 액츄에이터 제어로 구분할 수 있으며, 시간함수로 된 궤적

또는 기하학적 경로에 대하여 이동로봇의 동작을 안정화하는데 제어 목적을 두고있다.

차륜형 이동로봇은 논홀로노믹 구속조건(nonholonomic constraints)을 갖는 로봇 시스템의 대표적인 형태의 시스템이다. 본 논문에서 제어 대상으로 하는 두 바퀴 구동형 이동로봇은 두 바퀴가 독립적으로 구동되며 조향 바퀴(steering wheel)가 없는 형태의 논홀로노믹 시스템이다. 따라서 모든 상태 변수들을 독립적으로 제어할 수가 없다[1]. Bloch과 McClamroch[1,2]는 논홀로노믹 시스템은 유연 궤환(smooth feedback)으로는 단일 평형점(single equilibrium point)으로 안정화할 수 없음을 밝혔으며 Brockett[16]은 유연 상태 궤환으로 평형점에 안정화시킬 수 없는 시스템에 대한 제한조건들을 해석하였으며 논홀로노믹 시스템은 제한-시간(small-time) 내에 국부적 안정(locally stable)이 가능함을 보였다. [3]에서는 논홀로노믹 구속조건외 구조에 무관하게 제어 가능함을 보였다. 논홀로노믹 구속조건을 갖는 차륜형 이동로봇에 관한 연구로는 [4]와 [5]는 주행, 동작 계획은 [6]과 [7] 그리고 [8]에 의해 폭 넓게 연구되었다. 한편, 논홀로노믹 구속조건을 갖는 이동로봇의 동적(dynamic)제어는 [9]와 [10] 그리고 [11]에 의해 연구되었다. Sarkar 등[12]은 홀로노믹과 논홀로노믹 구속조건을 갖는 시스템에 대하여 단일화된 제어 방법을 제시하였다. Murray와 Sastry[13]는 정현파(sinusoidal) 입력의 형태를 이용하여 제어하는 방법을 제시하였다.

[12]의 연구에서는 출력방정식을 이동로봇으로부터 기준 경로까지의 수직거리 그리고 로봇의 이동 속도로 정의하여, 이동로봇의 궤적 추종의 문제를 동적 경로 추종의 문제로

\* 正 會 員 : 漢陽大 大學院 電子工學科 博士課程

\*\* 正 會 員 : 漢陽大 工大 電子·컴퓨터 工學部 教授·工博  
接受日字 : 1999年 8月 14日  
最終完了 : 1999年 10月 22日

구성할 수가 있었다. 궤적 추종(trjectory tracking)의 문제에서는 출력 방정식이 시간에 대한 궤적 함수로 정해지기 때문에 이동로봇은 정해진 시간 내에 기준 점에 도달하게되며 요구된 시간을 추종하게 된다. 그러나 경로 추종의 경우, 기하학적 경로에 따라 주어진 시간에 기준 점을 추종하는 것보다는 경로에 좀더 가깝게 추종함을 제어 목적으로 하고 있으며 장애물 회피와 같은 경우와 기준 경로가 다양한 형태로 변화될 때에는 기존의 궤적 추종의 알고리즘으로는 해결하기 어려운 한계를 갖고 있다. 일반적으로 이동로봇이 주행해야 할 환경에서의 벽면 주행과 장애물 회피 등을 예로 들어본다면 이동로봇의 위치와 무관하게 환경에 의해서 기준경로가 결정되기 때문에 이를 추종하기 위하여 동적 경로 추종 알고리즘이 필요하다. 이러한 동적 경로 추종(dynamic path following)을 위한 입력-출력 선형화로 구성된 시스템은 상태-궤환(state-feedback)의 크기가 과도하여 실제 시스템에 적용할 수 없는 제한이 있다. 예를 들어 과도한 입력 토오크의 인가에 의한 시스템 응답의 한계 그리고 상태-궤환 값의 과도한 크기를 들 수 있다. 이와 같은 이유로 주어진 경로에 대하여 이동로봇의 초기 위치와 자세에 따라서 동적 경로 추종의 제어 성능은 크게 다르게 나타난다. 특히, [12]의 연구 결과는 이동로봇의 초기 위치가 기준 경로로부터 멀어질수록 경로 추종의 제어성능의 안정도를 보장할 수 없으며 기준 속도와 이동로봇의 초기 속도 차이가 커질수록 경로 추종의 성능은 크게 떨어진다. [14]의 연구 결과에 의하면 이동로봇의 초기위치, 초기 속도와 같은 초기 조건에 의한 [12]의 동적 경로 추종을 위한 제어알고리즘의 성능이 현격히 다르게 나타남을 알 수 있다. 또한, 입력-출력 선형화에 의하여 입력 토오크가 과도하게 인가되어 두 바퀴의 속도가 실제적으로는 구현이 불가능한 형태를 보여주고 있으며 이로 인하여 이동로봇의 자세제어가 불가능해짐을 볼 수 있다. 그 이유는 논홀로노믹 구속조건을 갖는 시스템은 단일의 평형점으로는 점근적 안정도를 보장할 수 없기 때문이며 여러 개의 서로 다른 평형점이 존재하기 때문이다. 또한, 초기 조건에 따라서 평형점이 달라지기 때문이다. 그러나 주어진 초기조건에 따른 평형점을 구하기란 불가능하다. 이러한 이유로 적절한 출력 방정식의 선정에 의하여 선형화된 모델을 구할 수는 있겠지만 이동로봇의 초기 조건에 의하여 동적 경로 추종의 제어 성능이 제한을 받게된다. 이러한 문제점을 해결하기 위하여 [14]에서는 가상 경로설정용 이용한 경로관측기를 제안하고 초기조건에 관계없이 우수한 경로추종 성능을 보였다.

본 논문에서는 [12]의 동적 경로 추종 제어기의 성능을 분석하고 문제점에 대하여 이를 극복할 수 있는 새로운 동적 경로 추종 방법을 제안한다. 주어진 경로에 대하여 이동로봇의 초기조건인 초기 위치와 초기 자세, 그리고 이동속도에 무관하게 주어진 경로를 추종할 수 있는 동적 경로 추종 알고리즘을 제시한다. 이를 위하여 논홀로노믹 이동로봇이 주어진 경로에 대하여 이동로봇의 초기자세와 위치에 따른 가상의 경로를 설정하여주는 경로 관측기(path-observer)를 정의한다. 즉, 초기 위치와 속도에 무관하게 경로 추종 성능을 보장할 수 있도록 하기 위하여 이동로봇의 상태변수에 따라서 기준 경로를 가상으로 설정하여 동적 경로 추종의 성능을 향상시키며 주어진 경로와 이동로봇의 초기 조건에

무관하게 안정도를 유지하며 다양한 경로를 추종할 수 있는 동적 경로 추종 알고리즘을 제시한다. 제한한 제어기의 성능을 비교 평가하기 위하여 컴퓨터 시뮬레이션 연구를 통하여 기존의 동적 경로 추종의 한계점들을 해석하고 원과 직선 경로에 대하여 성능의 우수성을 보였다.

## 2. 논홀로노믹 이동로봇의 특성과 제어

차륜형 이동로봇의 가제어성(controllability)은 궤적 추종과 경로 추종시스템의 이해와 해석을 위하여 중요하다. 최근에는 논홀로노믹 시스템의 해석과 제어를 위하여 미분 기하학(differential geometric) 방법[15]를 이용하여 큰 진척을 보였다. 본 논문에서는 조향 바퀴 없이 두 바퀴가 독립적으로 구동되는 논홀로노믹 이동로봇 시스템의 초기 조건에 따른 동적 경로 추종의 문제점들을 해석하고 해결점을 구하였다.

### 2.1 이동로봇의 논홀로노믹 모델

그림 1과 같은 두 바퀴 구동형 이동로봇의 자유 공간에서의 운동 방정식은

$$M(q)\ddot{q} + V(q, \dot{q}) = E(q)\tau - A^T(q)\lambda, \quad (1)$$

여기서 상태벡터  $q = (x_c, y_c, \phi, \theta_l, \theta_r)^T$ ,  $M(q) \in R^{n \times n}$  은 관성 행렬,  $V(q, \dot{q})$ 는 위치 및 속도에 의한 힘 성분이며  $E(q) \in R^{n \times r}$  입력 변환 행렬이다. 그리고,  $\tau \in R^r$ 는 입력 토오크벡터,  $A(q) \in R^{m \times n}$ 는 자코비안 행렬로 full rank 행렬이다.  $\lambda$ 는 구속조건 힘(constraint force) 벡터이다.

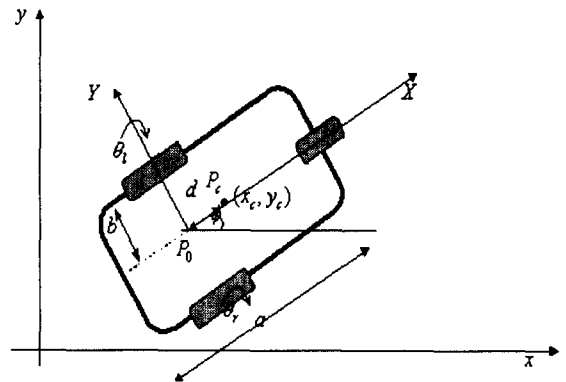


그림 1 두 바퀴 구동형 이동로봇의 모델  
Fig. 1 Model of mobile robot with two independently driven wheels.

그림 1에서  $(x, y)$ 는 기준좌표계,  $(X, Y)$ 는 이동로봇 기준 좌표계,  $P_0$ 는 기준좌표계에서 본 이동로봇의 중심점이며  $P_c$ 는 이동로봇의 무게 중심점  $(x_c, y_c)$ 의 위치이고  $r$ 은 바퀴의 지름이다. 그리고 두 바퀴의 회전 각도는  $(\theta_l, \theta_r)$ 이며 이동로봇의 초기위치와 자세는  $(x_c, y_c, \phi)^T$ 로 주어진다.

$b$ 는 무게 중심점 축에서 바퀴축간 거리이며  $d$ 는  $X$ -축에 대하여  $P_0$ 와  $P_c$ 간의 거리이다.

식(1)의 시스템에서  $k$ -개의 홀로노믹 구속조건과  $m-k$ 개의 논홀로노믹 독립적 구속조건(independent constraints)을 가정한다면 구속조건 방정식이

$$A(q)\dot{q} = 0 \tag{2}$$

로 주어진다. 여기서  $A(q) \in R^{m \times n}$ 으로 식(2)는 홀로노믹과 논홀로노믹 구속조건으로 구성되어 있다[12]. 이때 한 개 이상의 구속조건이 논홀로노믹이라면 상태 궤환(state feedback)으로는 입력-상태 선형화가 불가능하다. 따라서 입력-출력 선형화 방법이 필요하며 적절한 출력 방정식의 선정을 통하여 선형화가 가능하다. 즉, 출력방정식이 상태 변수  $q$ 만의 함수이고 시스템의 자유도의 개수가  $n-m$ 이므로 최대  $n-m$ 개의 독립적인 위치 출력 방정식을

$$y = h(q) = [h_1(q), \dots, h_{n-m}(q)]^T \tag{3}$$

과 같이 선정할 수 있다.

이동로봇의 동특성 제어의 두 가지 제어 목적은 첫째, 주어진 궤적 시간 함수  $p^d(t)$ 를 정확히 추종하는 것이 목적이며 이를 본 논문에서는 궤적 추종이라 부르며 둘째, 주어진 궤적  $p^d(t)$ 보다는 경로(path)  $p^d(s)$ 를 추종하는 경로 추종의 목적이 있다. 이를 본 논문에서는 경로 추종이라 한다. 여기서  $s$ 는 주어진 경로를 나타내는 적절한 파라미터로 원호의 크기, 길이 등을 나타내는 파라미터이다. 예를 들어, 주어진 궤적  $y=x$ 에 대하여 궤적 추종은 주어진 시간에 정해진 기준 점을 추종해야 한다. 따라서 정해진 방향으로만 이동로봇이 진행하게 되며 반대 방향으로의 진행은 불가능하다. 한편, 도로 주행(road maneuvering) 또는 경로 추종과 같은 경우에는  $p^d(s)$ 의 형태의 경로가 필요할 때가 있다. 이를 동적 경로 추종(dynamic path following)이라 한다[12]. 따라서 동적 경로추종은 기하학적 경로추종(geometric path-following) 방법과는 다르다 할 수 있다. 동적 경로 추종 방법은 [12]에서 논홀로노믹 비선형 시스템에 대하여 입력-출력 선형화와 입력-출력 분리(decoupling) 방법을 이용하여 동적 경로 추종이 가능함을 보였다

### 2.2 입력-출력 선형화와 동적 경로 추종

이동로봇의 주행을 위한 두 가지 중요한 제어 대상은 기준 경로에 최대한 근접되게 경로를 추종하는 것과 기준 속도를 유지하는 것이다. 이와 같은 두 가지 제어 목적을 충족하기 위하여 출력변수를

$$y = [h_1(q) \ h_2(v)]^T \tag{4}$$

로 선정하여야할 것이다. 여기서  $v$ 는  $n-m$ 개의 속도 벡터로  $v(t) = [v_1, v_2, \dots, v_{n-m}]^T$ 이다. 이동로봇에게 주어지는 모든 경로는 직선과 곡선의 조합으로 구성할 수 있으므로 직선과 원으로 나누어서 생각할 수 있다. 예를 들면 직선 경로,  $Ax + By + C = 0$  ( $A, B, C$ 는 상수)에 대한 출력벡터는

$$h_1(q) = \frac{Ax + By + C}{\sqrt{A^2 + B^2}}, \tag{5}$$

$$h_2(v) = \dot{x}_c \cos \phi + \dot{y}_c \sin \phi = \frac{r(v_1 + v_2)}{2} \tag{6}$$

로 정할 수 있으며 여기서  $h_1(\cdot)$ 은 이동로봇과 기준경로 사이의 수직거리이며,  $h_2(\cdot)$ 은 이동로봇의 속도이고  $v_1, v_2$ 는 각 바퀴의 각 속도이다. 이동로봇의 동적 경로 추종을 위하여 [12]에서 제안한 궤환 제어기의 구조는 그림 2와 같다.

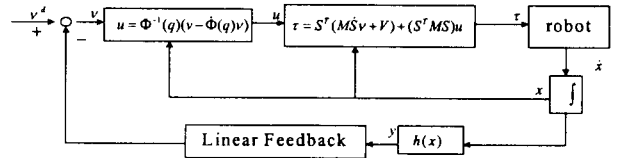


그림 2 [12]에서 제안한 이동로봇의 동적 경로 제어기의 구성도.

Fig. 2 Block diagram for dynamic path-following of mobile robots in [12].

논홀로노믹 이동로봇 시스템의 입력-출력 선형화에 의한 동적 경로 추종이 궤적 추종과 기하학적 경로 추종에 비하여 장점도 있지만 복잡하고 다양한 경로와 이동로봇의 초기 조건에 의하여 경로 추종 성능이 제한적일 수밖에 없다. 첫째로 시스템의 제어 입력 변수에 비하여 제어해야할 변수가 많기 때문에 시스템의 상태 변수를 독립적으로 제어할 수가 없다. 이는 그림 1의 차륜형 이동로봇 시스템이 갖고있는 논홀로노믹 구속조건에 의하여 결정된다. 결국, 논홀로노믹 구속조건을 갖는 시스템은 단일의 평형점으로는 점근적 안정도를 보장할 수 없음을 알 수 있으며 초기 조건에 따라서 평형점이 달라짐을 알 수 있다. 둘째로 주어진 초기 조건에 따른 시스템의 평형점을 구하기란 불가능하다는 점과 입력-출력 선형화에 의하여 적절한 출력 방정식의 선정을 통하여 선형화 모델을 구할 수는 있겠지만 선정할 출력 변수에 따라서 이동로봇의 제어 성능이 결정된다. 예를 들어, 출력변수를 이동로봇의 자세( $\phi$ )와  $x$ -축간의 거리로 결정하였을 경우에 제어성능은 이동로봇의 자세와  $x$ -축간의 거리에 대한 제어성능에 국한된다. 이는 다른 변수를 선정하여도 같은 문제점으로 인하여 제어성능이 제한될 수밖에 없다. 셋째로 과도한 궤환 이득으로 인하여 시스템의 제어입력이 과도하게 인가되어 시스템이 추종이 불가능한 제어입력으로 시스템을 불안정하게 하는 요소가 있다. 이러한 문제점들로 인하여 동적 경로 추종의 제어 성능이 제한을 받게된다.

이동로봇에 요구되는 작업 공간은 복잡해지고 있으며 다양한 경로에 대한 경로 추종 성능을 요구하고 있다. 따라서 본 논문에서는 다양한 초기 조건과 경로에도 경로추종 성능을 보장하는 동적 경로 추종 알고리즘을 제안한다. 이를 위하여 입력-출력 선형화 시스템의 주어진 기준 경로와 속도에 대한 출력벡터의 변화에 따른 논홀로노믹 시스템의 제한-시간 국부적 안정도를 확장할 수 있는 경로 관측기(path-observer)를 제안한다.

### 3. 경로 관측기(Path Observer)

논홀로노믹 이동로봇 시스템의 입력-출력 선형화에 의한 동적 경로 추종에 있어서 주어진 기준 경로와 기준 속도에 대하여 이동로봇의 초기위치와 자세 그리고 초기 속도에 따라서 성능은 크게 영향을 받으며 특히, 기준 경로로부터 멀어질수록, 기준속도와 속도차이가 커질수록 성능 저하는 크게 나타난다. 이때 이동로봇의 전방향각  $\phi$ 에 대한 제어는 불가능함을 알 수 있고, 전체적으로 점근적 안정도를 보장하기에는 한계가 있다. 따라서, 본 논문에서는 이동로봇의 기준 경로와의 수직거리오차  $x_e(t)$ 와 기준 속도와 이동로봇의 속도 오차  $v_e(t)$ 의 시간에 대한 변화에 대한 성능지수를 정의하고 이를 기반으로 한 경로 관측기를 제안한다. 선형 상태 제환을 통해 제어 기준 값(reference)들과 비교할 때 거리오차  $x_e(t)$ 와 속도오차  $v_e(t)$ 는

$$x_e(t) = x_d(t) - \hat{h}_1(q), \quad (7)$$

$$v_e(t) = v_d(t) - v(t), \quad (8)$$

로 주어지며 여기서  $x_d(t)$ 는 이동로봇 중심점으로부터 가상 기준 경로와의 수직거리 기준값이며  $v_d(t)$ 는 로봇 중심점의 이동속도 기준값이다. 그리고  $\hat{h}_1(\cdot)$ 은 로봇의 중심점과 가상 기준경로,  $P_{virtual}$ 과의 수직거리이다. 식(5-6)의  $h_2(\cdot)$ 는 이동로봇의 중심점  $(x_c, y_c)$ 의 이동속도이다. 이동로봇이 임의의 초기 위치와 자세에서 주어진 기준 경로  $P_{ref}$ 를 추종하기 위하여 이동로봇의 중심점  $(x_c, y_c)$  사이의 수직거리  $l$ 에 대하여  $\hat{h} = l/2$ 로 정의하면 가상의 기준경로  $P_{virtual}$ 을 설정할 수 있다. 예를 들어, 직선 형태의 기준경로  $P_{ref}: Ax + By + C = 0$  ( $A, B, C$ 는 상수)에 대한 가상 기준경로  $P_{virtual}: Ax + By + \hat{C} = 0$ 의 추종을 위한 입력-출력 선형화 모델 (4)의 출력 벡터는

$$\hat{h}_1(q) = \frac{Ax + By + \hat{C}}{\sqrt{A^2 + B^2}}, \quad (9)$$

$$h_2(v) = \dot{x}_c \cos \phi + \dot{y}_c \sin \phi = \frac{v_1 v_2}{2} \quad (10)$$

로 정할 수 있으며 여기서 식(9)와 (10)의 출력변수들에 대하여 식(5)의 입력과 출력과의 관계는

$$y = [\hat{h}_1(q) \quad h_2(v)]^T \quad (11)$$

$$\dot{y} = \frac{\partial \hat{h}}{\partial q} \dot{q} = \frac{\partial \hat{h}}{\partial q} S(q) v(t) = \Phi(q) v(t) \quad (12)$$

로 얻을 수 있으며 여기서  $\Phi(\cdot)$ 는 디커플링(decoupling) 행렬이며  $S(q)$ 는  $A(q)$ 의 널 공간(null space)이다[12]. 입력-출력 선형화를 위해서  $\Phi$ 이 full rank이면 되므로[12] 식(11)과 (12)로부터  $\Phi$ 를 구하면

$$\Phi(q) = J_{\hat{h}}(q)S(q) \quad (13)$$

이며 여기서  $J_{\hat{h}} = \frac{\partial \hat{h}}{\partial q}$ 로서 자코비안 행렬이다.  $\Phi$ 는  $J_{\hat{h}}$ 의 행(column)이  $A(q)$ 의 행과 독립적이므로 nonsingular이다[12]. 따라서 입력-출력 선형화를 위하여 새로운 상태 변수  $z$ 를

$$z = T(x) = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{h}(q) \\ L_f \hat{h}(q) \\ \tilde{h}(q) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{h}(q) \\ \Phi(q) \\ \tilde{h}(q) \end{bmatrix} \quad (14)$$

과 같이 정의할 수 있으며 여기서  $\tilde{h}(q)$ 는  $m$ -차의 함수이며,  $L_f$ 는 Lie derivative[15]이다.  $T(x)$ 는 diffeomorphism을 만족하고 따라서 상태 공간 변환이 가능하다[12]. 상태 변수  $z$ 에서의 시스템은

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= \frac{\partial \hat{h}}{\partial q} \dot{q} = z_2, & \dot{z}_2 &= \Phi(q)v + \dot{\Phi}(q)v, \\ \dot{z}_3 &= J_{\tilde{h}}S v, \end{aligned} \quad (15)$$

로 주어지며 상태 제환(state feedback)에 의해

$$u = \Phi^{-1}(q)(v - \dot{\Phi}(q)v), \quad (16)$$

을 얻을 수 있다. 경로 추종을 위한 이동로봇 제환시스템의 제어 성능을

$$\rho(t) = \frac{\Delta v_e(t)}{\Delta x_e(t)} \quad (17)$$

로 정의할 수 있다.  $|\rho(t)| \rightarrow 0$  이라면 거리 오차와 속도 오차를 줄여 가는 것이라 볼 수 있으며  $|\rho(t)| > 0$  경우에는 제어 성능의 저하를 나타내는 것이다. 식(7)과 식(8)에서 알 수 있듯이  $\Delta x_e(t) < 0$ 일 때 이동로봇은 설정된 가상 경로로 가까워짐을 의미하며  $\Delta x_e(t) > 0$ 은 그 반대의 경우에 속한다. 식(9)와 (10)의 출력변수로부터 식(16)의 제환 시스템에서 이동로봇의 경로 추종에 있어서 중요한 것은 가상기준 경로와의 거리오차를 줄이는 것이라 할 수 있다.

제안한 경로관측기를 이용한 동적 경로 추종 알고리즘은 앞에서 설명한 Sarkar[12]의 방법의 문제점들 가운데 첫째, 복수개의 평형점의 존재로 인한 불안정의 문제점을 가상 기준제적을  $\rho < 0$ 이 되도록 설정하여 국부적으로 단일평형점을 설정하여 국부적 안정성을 보일 수 있으며 둘째, 초기값 문제(initial value problem)에 의하여 주어진 초기조건에 대하여 임의의 모든 경로에 대한 전체적인 안정적 제어 성능을 보장할 수 없다. 이를 해결하기 위하여 주어진 초기조건에 따른 추종 가능한 가상경로의 설정과 추종을 반복하며 실제의 기준제적을 추종하도록 하였다. 또한, 초기 조건에 의한 추종 가능한 가상경로를 설정하여 비선형 시스템의 입력-출력 제환제어의 문제점인 과도한 제환의 문제점을 해결할 수가 있다.

경로 관측기는 주어진 논홀로노믹 이동로봇 시스템의 추종해야할 기준 경로를 식(17)의 성능지수의 따라서 변경하면서 동적 경로 추종의 성능을 높이기 위한 방법이라 할 수 있다. 경로 관측기의 알고리즘은 다음과 같다.

**STEP 1 :** 기준 경로  $P_{ref}$ 와 이동로봇의 중심점  $(x_c, y_c)$  사이의 수직거리  $l$ 에 대하여  $\hat{h} = \frac{l}{2}$ 로 정의하며  $\xi$ 와  $\epsilon$ 을 각각 가상 경로의 추종에서 실제의 기준경로를 추종하기 위한 값과 경로 추종시 오차한계로 정의한다. 그리고 STEP 2로 진행된다.

**STEP 2 :**  $\hat{h} > \xi$ 일 때 이동로봇의 중심점  $(x_c, y_c)$ 에서 반경  $\hat{h}$ 인 원  $(x-x_c)^2 + (y-y_c)^2 = \hat{h}^2$ 을 설정하고 가상의 기준 경로  $P_{virtual}$ 을 원의 접선이 되게 설정한다. 예를 들어, 주어진 기준 경로  $P_{ref}$ 가 직선  $Ax + By + C = 0$ 일 경우 가상 경로는

$$P_{virtual} : Ax + By + \hat{C} = 0, \quad \hat{C} = C + \sqrt{2}B(l - \hat{h}) \quad (18)$$

로 주어지며 기준 경로가 원으로 주어졌을 때,  $(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = R^2$  여기서  $(x_0, y_0)$ 는 기준 경로의 중심점이며  $R$ 은 반지름이다. 이 경우의 가상 경로는

$$P_{virtual} : (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = \hat{R}^2, \quad \hat{R} = \sqrt{l - \hat{h}} \quad (19)$$

로 주어진다. 이때 이동로봇은 새로이 설정된 가상 경로에 대하여 경로 추종을 시작하며 시스템의 평형점은 변하게 된다 경로추종을 하면서  $\rho \geq 0$  이면 STEP 1을 반복한다.

$\hat{h} \leq \xi$  경우에는 STEP 4의 기준 경로  $P_{ref}$ 를 추종한다. 여기서  $\xi$ 는 제한-시간 국부 안정도를 만족할 수 있는 작은 값으로 한다.

**STEP 3 :** 가상경로  $P_{virtual}$ 에 대한 동적 경로 추종을 하면서  $\hat{h}$ 가  $\hat{h} < \epsilon$  이 되면 STEP 1을 반복한다. 여기서  $\epsilon > 0$ 은 충분히 작은 값이다.

**STEP 4 :** 이동로봇은 주어진 기준 경로  $P_{ref}$ 에 대한 동적 경로 추종을 한다.

동적 경로 추종 시에  $\rho$ 의 부호가 변화되는  $\xi$ 의 범위를 결정할 수 있어야 한다. 그러나 이동로봇의 초기 조건에 의하여 시스템의 평형점이 옮겨가기 때문에  $\xi$ 의 범위를 정확히 알 수가 없다. 따라서 경로 관측기를 이용하여 정해진  $\xi$ 에 의해 가상 경로를 설정하여 경로추종을 하게 될 때  $\rho$ 의 부호가 변화되면 설정된 가상 경로에 대하여 새로운 가상 경로를 설정하여 경로 추종을 하게 되면 시스템의 정확한 평형점을 찾지 않아도 입력-출력 선형시스템의 과도한 제한 입력을 줄이면서 경로 추종 성능을 높일 수 있으며 또한, 정확한  $\xi$ 의 범위를 알 수 없기 때문에  $\rho < 0$ 를 항상 만족할 수는 없다. 그러나 경로 관측기에서  $\rho$ 의 부호에 따른 새로

운 경로를 설정하여 안정적인 경로 추종이 가능하다. 결국, 시스템의 정확한 평형점을 알 수는 없지만 충분히 작은 값으로  $\xi < \epsilon$ ,  $\epsilon > 0$ 를 충분히 작은 값으로 정하고  $\rho < 0$ 일 경우 설정된 가상 경로를 추종하고 반대로  $\rho \geq 0$ 일 경우 새로운 가상 경로를 설정하여 경로추종을 하게 된다.

**주1 :** 경로 관측기는 가상 경로  $P_{virtual}$ 의 설정으로 논홀로 노믹 시스템의 평형점을 바꾸게 되고,  $\rho < 0$ 을 유지하도록 즉, 평형점  $x=0$ 이 되도록 새로운 가상 경로를 설정한다.

**주2 :** 가상 경로  $P_{virtual}$ 이 설정되었을 때 기준 경로  $P_{ref}$ 는  $P_{virtual}$ 로 바뀌며 이에 따른 입력-출력 선형화에 의한 과도한 값의 상태 제한은 없어지게 된다.

**주3 :** 설정된 가상 경로의 변경은 이동로봇의 위치와 가상 경로  $P_{virtual}$  간의 거리  $h < \epsilon$ 인 경우와 식(16)의  $\rho(t) \geq 0$ 인 경우에 STEP 1에 의해 새로운  $P_{virtual}$ 로 바뀌게 되어 이동로봇은 새로운 가상 경로를 추종하게 된다.

경로 관측기의 제어 알고리즘은 그림 3과 같이 나타낼 수 있다. 이동로봇은 가상경로  $P_{virtual}$ 를 추종하면서 최종적으로는  $P_{ref}$ 를 추종하게되는 과정을 보여주고 있다. 그림 3의 (a)는 직선 경로를 위한 경로 관측기의 가상 경로를 이용한 경로 추종 알고리즘이며 (b)는 원의 경로에 대한 경로 추종 알고리즘이다. 제한한 경로 관측기를 이용한 이동로봇 시스템의 제한 제어기의 구조는 그림 4에 주어져 있다.

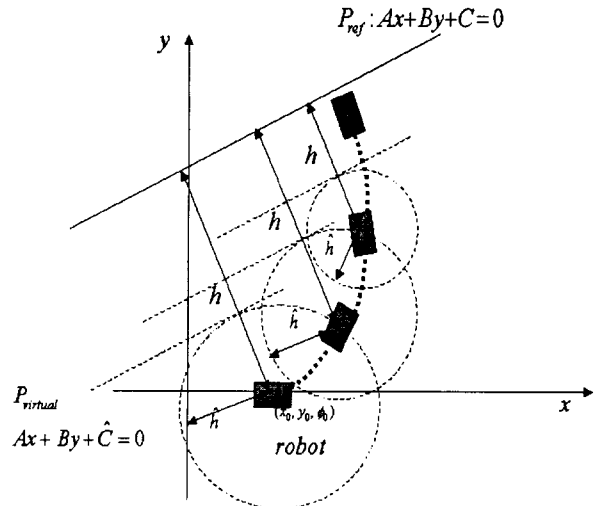


그림 3 (a) 직선 경로 추종을 위한 경로관측기의 구성도.  
Fig. 3 (a) The geometric configuration of path-observer for line path-following.

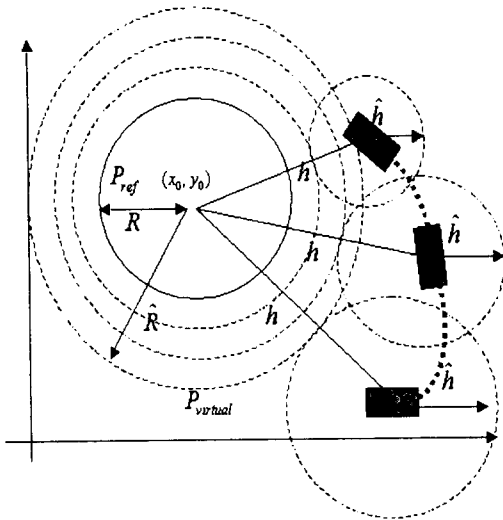


그림 3 (b) 원 경로 추종을 위한 경로관측기의 구성도.

Fig. 3 (b) The geometric configuration of path-observer for circular path-following.

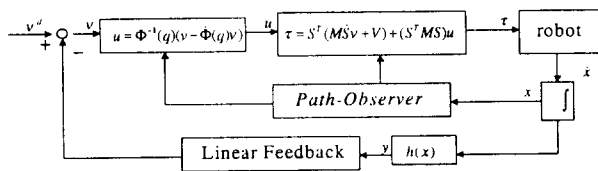


그림 4 이동로봇의 동적 경로 제어기의 구성도.

Fig. 4 Block diagram for dynamic path-following of mobile robots.

#### 4. 성능 평가

논홀로노믹 이동로봇 시스템의 동적 경로 추종을 위해 제안한 경로 관측기의 성능을 비교 평가하기 위하여 그림 2의 알고리즘과 제안한 그림 4의 알고리즘을 같은 환경에서 실험을 하였다. 경로는 직선과 원으로 구성되어 있기 때문에 직선과 원으로 나누어 동적 경로 추종을 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 성능을 비교하였다. 먼저, 직선경로  $P_{ref} : y=x$ 에 대한 모의 실험에서는 그림 2와 제안한 그림 4의 제어 알고리즘에 대하여 초기속도  $v_0=0$ 에서 기준속도  $v_d=1 \text{ m/sec}$ 에 대한 각각의 제어기의 동적 경로 추종 성능을 평가하였으며 각각 다른 초기 위치  $(x_c, y_c)$ 와 전향각  $\phi$  조건을  $(x_c, y_c, \phi) = (0.5, 0, 0), (0.8, 0, 0), (2.0, 0, 0)$ , 그리고  $(3.0, 0, 0)$ 에 대하여 성능을 평가하였다. 또한,  $\epsilon > 0$ 은 충분히 작은 값으로서 시뮬레이션에서는  $\epsilon = 0.01 \text{ (m)}$ 로 하였

으며 가상경로의 설정과 가상 경로의 추종에서 실제의 기준 경로를 추종하기 위한  $\zeta$ 는 시뮬레이션에서  $\zeta = 0.1 \text{ (m)}$ 로 설정하였다.

경로 관측기를 이용한 동적 경로 추종의 결과는 그림 5에 주어졌으며, Sarkar의 알고리즘[12]에 의한 결과는 그림 6에 주어져 있다. 그림에서  $x-y$ 축의 단위는  $m$ 이다. 그림 5의 결과는 그림 6과 비교해서 기준경로에서부터 이동로봇의 초기 위치가 바뀌어도 특히, 위치오차가 커져도 동적 경로 추종의 성능을 우수함을 보여주고 있다. 그리고 그림 7과 그림 8의 경로 관측기에 의한 각 바퀴의 속도는 그림 9와 그림 10의 [12]의 알고리즘에 의한 결과와 비교할 때 실제 시스템에서 적용 가능한 결과를 보여 주고 있다. 특히, 그림 9와 그림 10에서는 초기위치  $(3, 0)$ 에서의 속도는 표시가 불가능할 정도의 과도한 값을 보여주었지만 경로 관측기를 이용하였을 경우에는 바퀴의 속도에 대한 개선된 제어 결과를 보여주고 있다. 이는 실제 이동로봇 시스템에 적용 가능한 결과를 보여 주고 있다. 그림 11의 이동로봇의 전향각  $\phi$ 는 그림 12와 비교할 때 자세 제어에도 우수한 성능을 보여주고 있다.

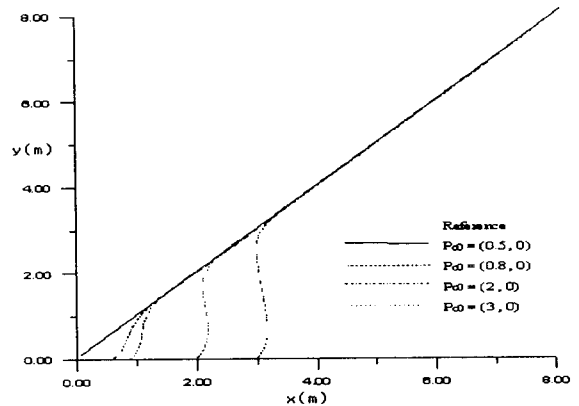


그림 5 경로 관측기에 의한 동적 경로 추종 결과.

Fig. 5 Dynamic path-following using path-observer.

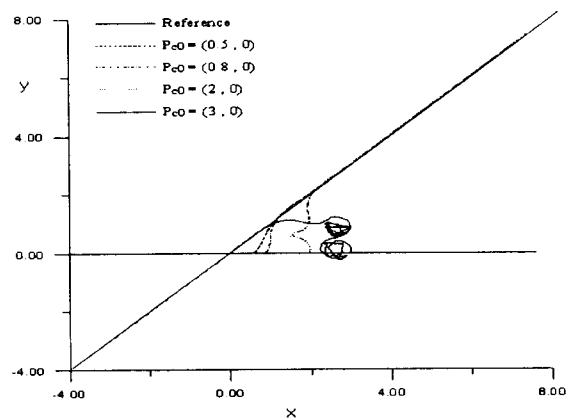


그림 6 [12]의 동적 경로 추종 결과

Fig. 6 Dynamic path-following in [12].

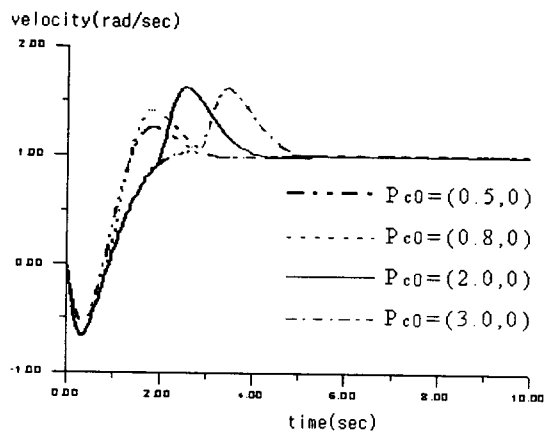


그림 7 경로관측기에 의한 왼쪽 바퀴 속도.  
Fig. 7 Left wheel velocity using path-observer.

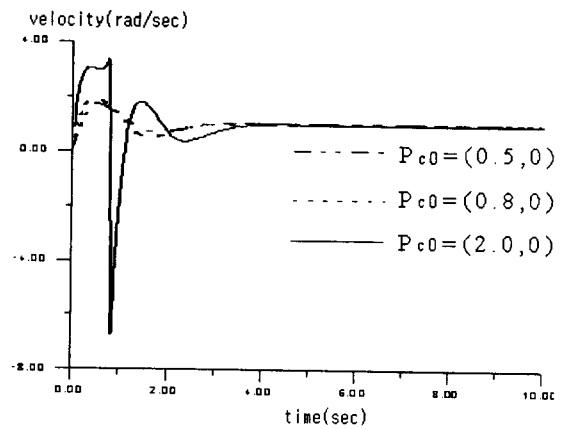


그림 10 [12]의 알고리즘의 오른쪽 바퀴 속도.  
Fig. 10 Right wheel velocity in [12].

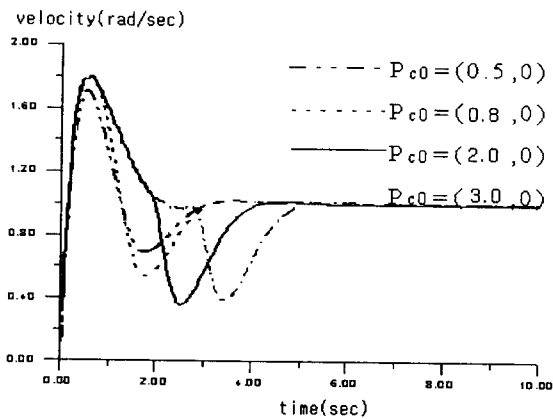


그림 8 경로관측기에 의한 오른쪽 바퀴 속도.  
Fig. 8 Right wheel velocity using path-observer.

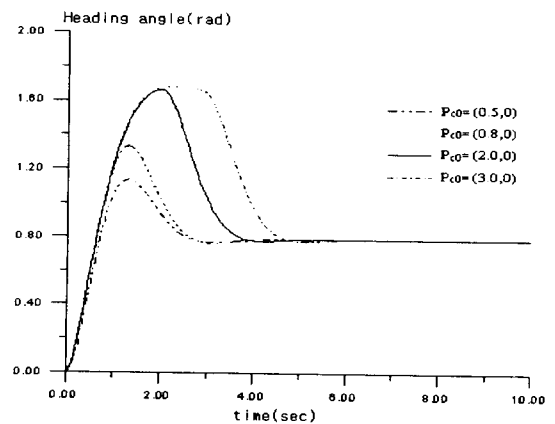


그림 11 경로관측기에 의한 이동로봇의 전방향각.  
Fig. 11 Heading angle of mobile robot using path-observer.

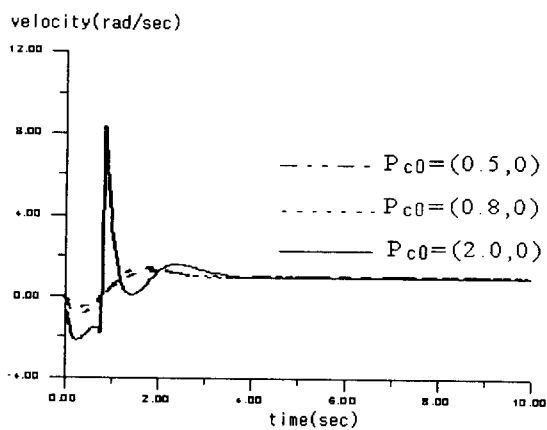


그림 9 [12]의 알고리즘에 의한 왼쪽 바퀴 속도.  
Fig. 9 Left wheel velocity in [12]

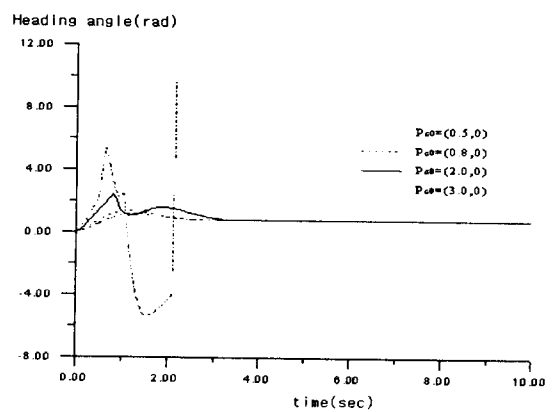


그림 12 [12]의 알고리즘의 이동로봇의 전방향각.  
Fig. 12 Heading angle of mobile robot in [12].