

펄스-폭 변조방식의 직렬공진 컨버터의 소신호 모델링

論 文
48A - 11 - 12

Small Signal Modeling for the PWM Series Resonant Converter (PWM-SRC)

崔 鉉 七*
(Hyun-Chil Choi)

Abstract - A discrete time domain modeling is presented for the pulse-width modulated series resonant converter (PWM-SRC) with a discontinuous current mode. This nonlinear system is linearized about its equilibrium state to obtain a linear discrete time model for the investigation of small signal performances such as the stability and transient response. The usefulness of this small signal model is verified through the dynamic simulation.

Key Words : PWM-SRC, discrete time domain

1. 서 론

최근들어, 효율적인 전력 변환을 위한 연구들 중에 공진형에 대한 관심이 고조되고 있다. 특히, Schwarz에 의해 소개된 직렬 공진형 컨버터(Series Resonant Converter : 이하 SRC라 칭함)에 대한 많은 연구가 발표되었는데, 이들 중 상당수가 출력 전압 정류를 위해서 주파수 변조방식(Frequency Modulation)을 사용하고 있다. 그러나, 이러한 방식의 제어는 입력 전압의 변화가 발생하거나 넓은 범위의 출력 전압이 요구되는 경우에 있어서 SRC의 스위칭 주파수의 변화 범위가 커져서 컨버터나 게이트 구동회로의 최적화가 어렵게 되는 단점을 가진다[1-2]. 이러한 단점은 고정된 스위칭 주파수를 사용함으로써 극복할 수 있으며, 이와 관련하여, 펄스-폭 변조(Pulse-Width Modulation) 기법을 SRC에 적용한 연구들이 다수 발표되었다[3-8]. 그 중의 하나가 위상 변화 펄스폭 변조 방식(Phase-Shift Pulse Width Modulation : PSPWM)이다[3]. 이러한 방식을 불연속 전류모드로 동작시키면, 영전류 스위칭에 따른 스위칭 손실의 감소와 더불어 회로의 최적화가 가능하게 되는 장점이 있다. 그러나, 제어 루프까지 포함한 선형화된 소신호(Lineralized Small Signal) 분석에 대해서는 아직까지 많은 연구가 이루어지지 않고 있다. 따라서, 본 논문에서는 펄스폭 변조 직렬 공진형 컨버터(Pulse-Width Modulation SRC : 이하 PWM -SRC라 칭함)의 선형화 소신호 모델을 유도하고 트랜지스터 도통각 제어(Transistor-conduction-angle Control) 기법을 사용한 분석을 행하였다. 이러한 소신호 모델을 통하여 안정도 판별이나 설계된 보상기의 동적 특성등을 분석할 수 있게 된다[9-10].

그림 1은 다중 루프로 제어되는 PWM-SRC를 나타내며, 내부제어를 통하여 인덕터 전류와 커패시터 전압이 매 펄스 단위로 제어되고 원하는 출력 전압은 외부 제어 루프를 통하여 이루어진다. 출력전압 궤환루프의 오차 증폭기에 의해 발생하는 오차신호는 PWM-SRC 내부에서 빠르게 움직이는 공진회로를 제어하는 제어 신호로 사용됨을 알 수 있다.

본 논문에서 제시한 모델링을 사용하여 정규화된 출력 전류(Normalized Output Current : 이하 NOC)와 정규화된 출력 전압(Normalized Output Voltage : 이하 NOV)의 함수로 근계적(Root Locus)를 구하였다. 또한, 이 근계적을 통하여 트랜지스터 도통각 제어 기법을 사용한 PWM-SRC의 안정도와 동적 특성을 조사하였다.

2. PWM-SRC의 이산 시간 영역 모델

스위칭 소자의 턴은 손실 감소를 위하여 그림 1에 보인 폴-브릿지 전력회로에 대하여 그림 2에서 보인 바와 같은 불연속 전류모드 동작이 적용되었으며 불연속 전류모드 동작은 조건 $R_L \geq (\pi \cdot Z)/2$ 를 만족시킴으로써 얻을 수 있다 [3].

소신호 모델링은 아래와 같은 가정하에서 수행하였다.

- 모든 소자는 이상적이다.
- 출력 전압 v_o 와 입력 전압 v_i 는 동작 반주기 동안 일정하다.
- 불연속 전류모드 동작으로 한 event의 전체 기간에 $\gamma = \pi$ 의 고정된 범위로 동작한다.
- 전력단에 대한 궤환루프의 부하 효과>Loading Effect)는 무시한다.
- 트랜스포머의 턴비는 1:1이다.

* 正 會 員 : 仁濟大 電子情報通信學部 助教授 · 工博
接受日字 : 1999年 5月 14日
最終完了 : 1999年 10月 14日

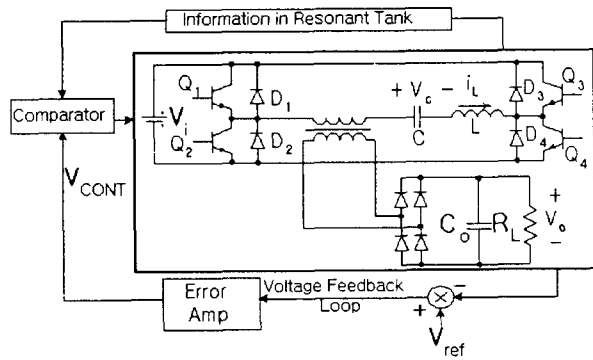


그림 1 다중-루프로 제어되는 PWM-SRC의 블록 다이어그램

Fig. 1 Block diagram of multi-loop controlled PWM-SRC

2.1 비선형 이산 시간 영역 모델링

그림 1의 회로는 모드별 동작을 고려하여 그림 3과 같이 등가적으로 표현 가능하며, 이에 대한 수식은 다음과 같이 표현된다.

$$L \frac{di_L(t)}{dt} + v_c(t) = v_E$$

$$C \frac{dv_c(t)}{dt} = i_L(t) \tag{1}$$

여기서, v_E 는 등가 전압원으로 그림 3에 보인 바와 같다. 식(1)로부터 일반해는 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\omega t) & -\sin(\omega t)/Z \\ Z \cdot \sin(\omega t) & \cos(\omega t) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_L(t_0) \\ v_c(t_0) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sin(\omega t)/Z \\ 1 - \cos(\omega t) \end{bmatrix} \cdot v_E \tag{2}$$

여기서 $Z = \sqrt{L/C}$ 은 특성 임피던스이고, $\omega = 1/\sqrt{LC}$ 는 공진주파수를 나타낸다. 식(2)와 그림 2로부터, k-번째 event의 해를 다음과 같이 유도할 수 있다.

1) $t_k < t < t_k^1$ (or $0 < t_1 < t_k^1 - t_k$)

시간 t_k 에서, 전류는 Q_2 와 D_4 를 통하여 흐른다. 따라서, 공진 탱크(Resonant Tank)의 수식은 아래와 같이 구해진다.

$$i_L(t) = \cos(\omega t_1) \cdot i_L(t_k) + \sin(\omega t_1)/Z \cdot (v_o - v_c(t_k))$$

$$v_c(t) = Z \cdot \sin(\omega t_1) \cdot i_L(t_k) + \cos(\omega t_1) \cdot (-v_o + v_c(t_k)) + v_o \tag{4}$$

여기서,

$$t_1 = t - t_k$$

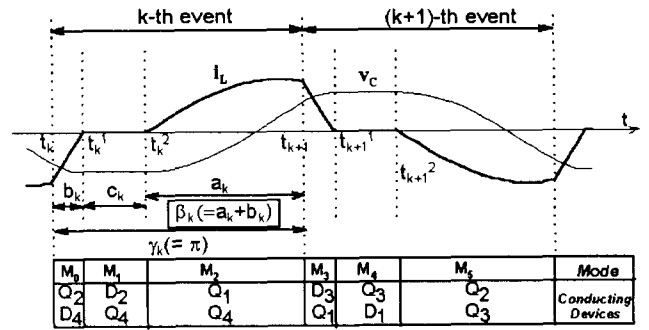


그림 2 불연속 모드 PWM-SRC의 파형들

Fig. 2 Waveforms of PWM-SRC under transistor conduction angle control

	V_E	i_L Polarity
M ₀	V_o	-
M ₁	$-V_o$	+
M ₂	$V_i - V_o$	+
M ₃	$-V_o$	+
M ₄	V_o	-
M ₅	$-V_i - V_o$	-

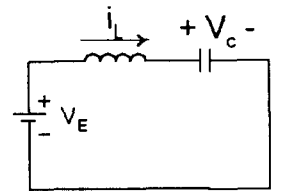


그림 3 각 모드별 등가 입력 전압 및 회로

Fig. 3 Equivalent input voltage and circuit for each topological mode

2) $t_k^1 < t < t_k^2$ (or $0 < t_2 < t_k^2 - t_k^1$)

전류가 영을 지나는 순간, v_c 는 최대값을 가지며(이 최대값은 v_o 보다는 작다), 시간 t_k^1 에서 인덕터의 전류는 멈추게 된다. 이 구간 동안의 수식은 다음과 같다.

$$i_L(t) = 0 \tag{5}$$

$$v_c(t) = v_{cmax}$$

$$= Z \cdot \sin(b_k) \cdot i_L(t_k) + \cos(b_k) \cdot (-v_o + v_c(t_k)) + v_o \tag{6}$$

여기서,

$$t_2 = t - t_k^1$$

$$b_k = \omega(t_k^1 - t_k) \tag{7}$$

3) $t_k^2 < t < t_{k+1}$ (or $0 < t_3 < t_{k+1} - t_k^2$)

이 구간은 $i_L = 0$ 과 $v_c = v_{cmax}$ 로부터 시작되며, 전류는 스위치 Q_1 과 Q_4 를 통하여 흐른다. 따라서, 수식은 아래와 같다.

$$i_L(t) = \sin(\omega t_3)/Z \cdot (v_i - v_o - v_{cmax}) \quad (8)$$

$$v_c(t) = \cos(\omega t_3) \cdot (-v_i + v_o + v_{cmax}) + (v_i - v_o) \quad (9)$$

여기서,

$$t_3 = t - t_k^2$$

스위칭 순간 (t_k, t_{k+1}) 의 인덕터 전류와 커패시터 전압을 상태 변수로 택하면 다음과 같이 된다.

$$x_1(t_k) = -i_L(t_k), \quad x_2(t_k) = -v_c(t_k),$$

$$\text{and } x_3(t_k) = v_o(t_k) \quad \text{at } t = t_k \quad (10)$$

$$x_1(t_{k+1}) = i_L(t_{k+1}) \quad \text{and} \quad x_2(t_{k+1}) = v_c(t_{k+1})$$

$$\text{at } t = t_{k+1} \quad (11)$$

식(10)과 식(11)을 식(3)-(9)에 대입하면, k-번째 event의 공진탱크(Resonant Tank)의 동작을 나타내는 비선형 이산 시간(Nonlinear Discrete Time) 영역 수식이 다음과 같이 구해진다.

$$x_1(t_{k+1}) = x_1(t_k) \cdot \sin(a_k) \cdot \sin(b_k) + (x_2(t_k)/Z) \cdot \sin(a_k) \cdot \cos(b_k) + (x_3(t_k)/Z) \cdot \sin(a_k) \cdot (-2 + \cos(b_k)) + (v_i/Z) \cdot \sin(a_k) \quad (12)$$

$$x_2(t_{k+1}) = -x_1(t_k) \cdot Z \cdot \cos(a_k) \cdot \sin(b_k) - x_2(t_k) \cdot \cos(a_k) \cdot \cos(b_k) + x_3(t_k) \cdot ((2 - \cos(b_k)) \cdot \cos(a_k) - 1) + v_i \cdot (1 - \cos(a_k)) \quad (13)$$

$$-x_1(t_k) \cdot \cos(b_k) + (\sin(b_k)/Z) \cdot (x_3(t_k) + x_2(t_k)) = 0 \quad (14)$$

여기서

$$a_k = \omega(t_{k+1} - t_k^2)$$

그리고 식(14)로부터

$$b_k = \tan^{-1} \left(\frac{Z \cdot x_1(t_k)}{x_2(t_k) + x_3(t_k)} \right) \quad (15)$$

출력 필터에 관한 수식은 다음과 같이 유도된다.

$$x_3(t_{k+1}) = x_3(t_k) + \frac{1}{C_o} \left\{ Q_k - \frac{x_3(t_k)}{R_L} \cdot (t_{k+1} - t_k) \right\} \quad (16)$$

윗식에서 $x_3(t_{k+1})$ 는 $v_o(t_{k+1})$ 를 의미한다. 또한, Q_k 는 k-번째 event동안 출력에 충전되는 전하량이며 아래와 같이 구해진다.

$$Q_k = \int_{t_k}^{t_{k+1}} |i_L(t)| dt$$

$$= \frac{1}{\omega} \int_0^{\gamma_k} |i_L(\omega t)| d(\omega t) \quad (17)$$

식(16)과 식(17)로부터, 비선형 이산 방정식이 아래와 같이 구해진다.

$$x_3(t_{k+1}) = x_3(t_k) + \left(\frac{C}{C_o} \right) \cdot [Z \cdot (2 - \cos(a_k) \cdot \sin(b_k)) \cdot x_1(t_k) - (1 + (\cos(b_k) \cdot (\cos(a_k) - 2)) \cdot x_2(t_k) + \left(1 + (\cos(a_k) - 2) \cdot (2 - \cos(b_k)) - \frac{Z}{R_L} \cdot \gamma_k \right) \cdot x_3(t_k) + v_i \cdot (1 - \cos(a_k))] \quad (18)$$

여기서,

$$\gamma_k = \omega(t_{k+1} - t_k) = a_k + b_k + c_k = \pi$$

$$c_k = \omega(t_k^2 - t_k^1) \quad (19)$$

파형의 대칭성을 이용하여, (k+1)-번째 event의 비선형 이산시간 영역 방정식들을 k-번째 event와 같은 방식으로 구할 수 있다. 결국, 식(12)와 (13) 그리고 (18)이 PWM-SRC의 정적 및 동적 특성을 나타낸다고 할 수 있다.

2.2 정상상태 해

정상상태에서는 k-번째와 (k+1)-번째 상태들의 크기가 일치하므로, 다음의 조건이 만족된다.

$$x(t_k) = x(t_{k+1}) = x = constant \quad (20)$$

식(20)을 식(12)-(14), (18)에 적용하면

$$x_1 \cdot (\sin(a) \cdot \sin(b) - 1) + (x_2/Z) \cdot \sin(a) \cdot \cos(b) + (x_3/Z) \cdot \sin(a) \cdot (-2 + \cos(b)) + (v_i/Z) \cdot \sin(a) = 0 \quad (21)$$

$$-x_1 \cdot Z \cdot \cos(a) \cdot \sin(b) - x_2 \cdot (1 + \cos(a) \cdot \cos(b)) + x_3 \cdot ((2 - \cos(b)) \cdot \cos(a) - 1) + v_i \cdot (1 - \cos(a)) = 0 \quad (22)$$

$$x_1 \cdot Z \cdot (2 - \cos(a)) \cdot \sin(b) - x_2 \cdot (1 + \cos(b)) \cdot (\cos(a) - 2) + x_3 \cdot (1 + (2 - \cos(b)) \cdot (\cos(a) - 2) - Z/R_L \cdot \gamma_k) + v_i \cdot (1 - \cos(a)) = 0 \quad (23)$$

$$-x_1 \cdot \cos(b) + (x_2/Z) \cdot \sin(b) + (x_3/Z) \cdot \sin(b) = 0 \quad (24)$$

와 같이 된다.

이제, 식(20)-(24)를 풀면, 정상상태의 해가 아래와 같이 주어진다.

$$x_1 = \frac{v_i \cdot \sin(a) \cdot \sin(b)}{Z \cdot \sin(\beta)} \quad (25)$$

$$x_2 = v_i \cdot \frac{(2 \cdot \sin(a) \cdot \cos(b) - \sin(\beta) - \sin(a) + \sin(b))}{2 \cdot \sin(\beta)} \quad (26)$$

$$x_3 = \frac{v_i \cdot (\sin(\beta) + \sin(a) - \sin(b))}{2 \cdot \sin(\beta)} \quad (27)$$

여기서,

$$b = \sin^{-1} \left(\frac{\sin(a) \cdot v_i}{\sqrt{(-v_i + 2 \cdot x_3)^2 + 2 \cdot (-v_i + 2 \cdot x_3) \cdot \cos(a) \cdot v_i + v_i^2}} \right)$$

$$- \tan^{-1} \left(\frac{(-v_i + 2 \cdot x_3) \cdot \sin(a)}{(-v_i + 2 \cdot x_3) \cdot \cos(a) + v_i} \right) \quad (28)$$

$$\gamma = a + b + c = \pi \quad (29)$$

$$\beta = a + b \quad (30)$$

2.3 PWM-SRC의 선형화 상태 방정식

이산시간 수식(12), (13), 그리고 (18)이 비선형 특성을 가지므로 일반적인 방법으로 입력-출력 전달함수를 구하기가 어렵다. 따라서, 본 논문에서는 동작점(Operating Point)을 중심으로 작은 변화량(Small Perturbation)을 고려하여 상태 방정식을 선형화 하였다.

비선형 이산 시스템 방정식 식(12), 식(13), 그리고 식(18)은 다음과 같이 간단히 표현된다.

$$x_1(t_{k+1}) = f_1[x_1(t_k), x_2(t_k), x_3(t_k), v_i(t_k), a_k] \quad (31a)$$

$$x_2(t_{k+1}) = f_2[x_1(t_k), x_2(t_k), x_3(t_k), v_i(t_k), a_k] \quad (31b)$$

$$x_3(t_{k+1}) = f_3[x_1(t_k), x_2(t_k), x_3(t_k), v_i(t_k), a_k] \quad (31c)$$

비선형 방정식 (31a), (31b), 그리고 (31c)를 평형상태에 대하여 다음과 같이 선형화할 수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta x(t_{k+1}) &= \frac{\partial f}{\partial x_1(t_k)} \Big|_{op} \cdot \Delta x_1(t_k) + \frac{\partial f}{\partial x_2(t_k)} \Big|_{op} \cdot \Delta x_2(t_k) \\ &+ \frac{\partial f}{\partial x_3(t_k)} \Big|_{op} \cdot \Delta x_3(t_k) + \frac{\partial f}{\partial v_i(t_k)} \Big|_{op} \cdot \Delta v_i(t_k) \\ &+ \frac{\partial f}{\partial a_k} \Big|_{op} \cdot \Delta a_k \end{aligned} \quad (32)$$

식(31a)와 식(32)로부터

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_1(t_k)} \Big|_{op} = \sin(a) \cdot \sin(b) + \left[\frac{\partial b_k}{\partial x_1(t_k)} \cdot \frac{\partial f_1}{\partial b_k} \right] \Big|_{op} \quad (33a)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_1}{\partial x_2(t_k)} \Big|_{op} &= (\sin(a) \cdot \cos(b))/Z + \\ &\left[\frac{\partial b_k}{\partial x_2(t_k)} \cdot \frac{\partial f_1}{\partial b_k} \right] \Big|_{op} \end{aligned} \quad (33b)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_1}{\partial x_3(t_k)} \Big|_{op} &= (\sin(a) \cdot (\cos(b) - 2))/Z \\ &+ \left[\frac{\partial b_k}{\partial x_3(t_k)} \cdot \frac{\partial f_1}{\partial b_k} \right] \Big|_{op} \end{aligned} \quad (33c)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial v_i(t_k)} \Big|_{op} = \sin(a)/Z + \left[\frac{\partial b_k}{\partial v_i(t_k)} \cdot \frac{\partial f_1}{\partial b_k} \right] \Big|_{op} \quad (33d)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial a_k} \Big|_{op} = (v_i - x_2 - x_3)/Z \quad (33e)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_1}{\partial b_k} \Big|_{op} &= -\sin(a) \cdot [-x_1 \cdot \cos(b) + (x_2/Z) \cdot \sin(b) \\ &+ (x_3/Z) \cdot \sin(b)] = 0 \end{aligned} \quad (33f)$$

여기서 “|_{op}”는 시스템의 동작점을 나타낸다. 식(15)의 편도함수(Partial Derivative)는

$$PP1 = \frac{\partial b_k}{\partial x_1(t_k)} = \frac{(x_2 + x_3) \cdot Z}{(Z \cdot x_1)^2 + (x_2 + x_3)^2} \quad (34a)$$

$$PP2 = \frac{\partial b_k}{\partial x_2(t_k)} = \frac{-Z \cdot x_1}{(Z \cdot x_1)^2 + (x_2 + x_3)^2} \quad (34b)$$

$$PP3 = \frac{\partial b_k}{\partial x_3(t_k)} = PP2 \quad (34c)$$

$$PPV = \frac{\partial b_k}{\partial v_i(t_k)} = 0 \quad (34d)$$

식(34a)-(34d)를 식(33a)-(33f)에 대입하면

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_1(t_k)} \Big|_{op} = \sin(a) \cdot \sin(b) \quad (35a)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_2(t_k)} \Big|_{op} = \sin(a) \cdot \cos(b)/Z \quad (35b)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_3(t_k)} \Big|_{op} = [\sin(a) \cdot (\cos(b) - 2)]/Z \quad (35c)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial v_i(t_k)} \Big|_{op} = \sin(a)/Z \quad (35d)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial a_k} \Big|_{op} = (v_i - x_2 - x_3)/Z \quad (35e)$$

식(31b)와 식(31c) 역시 같은 방법으로 풀 수 있다.

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_1(t_k)} \Big|_{op} = -Z \cdot \cos(a) \cdot \sin(b) \quad (36a)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_2(t_k)} \Big|_{op} = -\cos(a) \cdot \cos(b) \quad (36b)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_3(t_k)} \Big|_{op} = [2 - \cos(b)] \cdot \cos(a) - 1 \quad (36c)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial v_i(t_k)} \Big|_{op} = 1 - \cos(a) \quad (36d)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial a_k} \Big|_{op} = Z \cdot x_1 \quad (36e)$$

그리고,

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_3}{\partial x_1(t_k)} \Big|_{op} &= NC \cdot Z \cdot [(2 - \cos(a)) \cdot \sin(b) \\ &- PP1 \cdot \frac{x_3}{R_L}] \end{aligned} \quad (37a)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_3}{\partial x_2(t_k)} \Big|_{op} &= NC \cdot [-1 + \cos(b) \cdot (2 - \cos(a)) \\ &- PP2 \cdot Z \cdot \frac{x_3}{R_L}] \end{aligned} \quad (37b)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_3}{\partial x_3(t_k)} \Big|_{op} &= 1 + NC \cdot [1 + (\cos(a) - 2) \cdot (2 - \cos(b)) \\ &- \frac{Z}{R_L} \cdot \gamma_k] - PP3 \cdot NC \cdot Z \cdot \frac{x_3}{R_L} \end{aligned} \quad (37c)$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial v_i(t_k)} \Big|_{op} = NC \cdot (1 - \cos(a)) \quad (37d)$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial a_k} \Big|_{op} = NC \cdot Z \cdot \left(x_1 - \frac{x_3}{R_L} \right) \quad (37e)$$

여기서

$$NC = \frac{C}{C_o} \quad .$$

따라서, 트랜지스터 도통각 제어(Transistor-conduction-angle Control)에 의한 PWM-SRC의 이산 시간영역 모델은 아래와 같이 구해진다.

$$\delta X(t_{k+1}) = G \cdot \delta X(t_k) + H \cdot \delta U_k$$

$$\begin{pmatrix} \delta x_1(t_{k+1}) \\ \delta x_2(t_{k+1}) \\ \delta x_3(t_{k+1}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \delta x_1(t_k) \\ \delta x_2(t_k) \\ \delta x_3(t_k) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \\ h_{31} & h_{32} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \delta a_k \\ \delta v_i(t_k) \end{pmatrix} \quad (38)$$

여기서,

$$g_{11} = \sin(a) \cdot \sin(b), \quad g_{12} = \frac{\sin(a) \cdot \sin(b)}{Z}$$

$$g_{13} = \frac{\sin(a) \cdot (\cos(b) - 2)}{Z}, \quad h_{11} = \frac{(v_i - x_2 - x_3)}{Z}$$

$$h_{12} = \frac{\sin(a)}{Z}, \quad g_{21} = -Z \cdot \cos(a) \cdot \sin(b)$$

$$g_{22} = -\cos(a) \cdot \cos(b), \quad g_{23} = (2 - \cos(b)) \cdot \cos(a) - 1$$

$$h_{21} = Z \cdot x_1, \quad h_{22} = 1 - \cos(a)$$

$$g_{31} = NC \cdot Z \cdot \left[(2 - \cos(a)) \cdot \sin(b) - PP1 \cdot \frac{x_3}{R_L} \right]$$

$$g_{32} = NC \cdot \left[-1 + \cos(b) \cdot (2 - \cos(a)) - PP2 \cdot Z \cdot \frac{x_3}{R_L} \right]$$

$$g_{33} = 1 + NC \cdot \left[1 + (\cos(a) - 2) \cdot (2 - \cos(b)) - \frac{Z}{R_L} \cdot \gamma_k \right] - PP3 \cdot NC \cdot Z \cdot \frac{x_3}{R_L}$$

$$h_{31} = NC \cdot Z \cdot \left(x_1 - \frac{x_3}{R_L} \right), \quad h_{32} = NC \cdot (1 - \cos(a))$$

$$PP1 = \frac{(x_2 + x_3) \cdot Z}{(Z \cdot x_1)^2 + (x_2 + x_3)^2}, \quad PP2 = \frac{-Z \cdot x_1}{(Z \cdot x_1)^2 + (x_2 + x_3)^2}$$

$$PP3 = PP2, \quad PPV = 0$$

$$NC = \frac{C}{C_o} .$$

3. PWM-SRC의 동적 특성 및 안정도 분석

불연속 전류모드 PWM-SRC의 트랜지스터 도통각 제어 방식에 대해 동적 특성(Dynamic Characteristics)과 안정도(Stability)를 조사하기 위하여, 복소 Z-영역상에서의 시스템 매트릭스 G의 특성근을 이용하였다. 매트릭스 G의 특성근은 아래 수식으로부터 구한다.

$$|G - zI| = 0 \quad (39)$$

여기서, I는 identity 매트릭스이다. 근궤적(Root Locus)과 동적 시뮬레이션에 사용된 파라미터는 아래와 같다.

$$V_i = 100V, \quad L = 0.113mH, \quad C = 0.12\mu F, \quad (40)$$

$$C_o = 50\mu F, \quad V_o = 90V$$

결과를 명확하게 표현하기 위하여, 정규화된 전압(NOV)

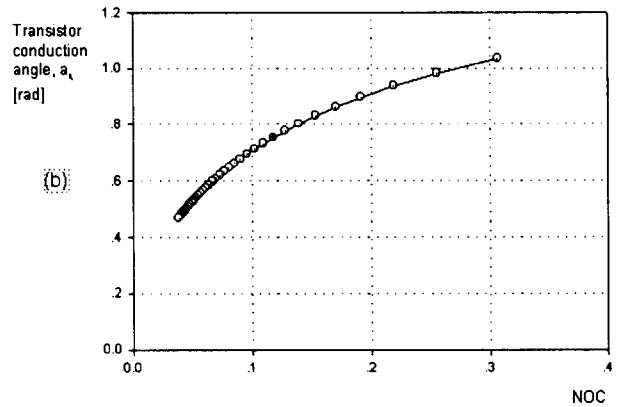
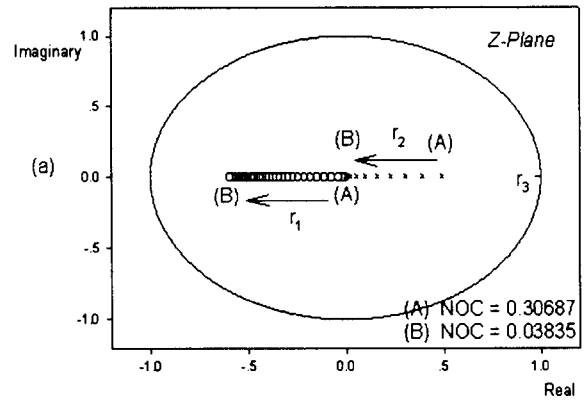


그림 4 NOV = 0.5일 때 (a) TR 도통각 제어 PWM-SRC의 근궤적 (b) TR 도통각 a_k 대 NOC

Fig. 4 When NOV=0.5 : (a) Root locus for the transistor-conduction angle controlled PWM-SRC (b) Transistor-conduction angle a_k versus NOC

과 전류(NOC)를 사용하였으며 이들은 각각 다음과 같이 표현된다.

$$NOV = v_o/v_i, \quad NOC = (v_o \cdot Z)/(R_L \cdot v_i) \quad (41)$$

선형화 모델을 사용하여 특정 NOV에 대하여 NOC값을 감소해 가면서(R_L 값을 증가하면서) 특성근을 구하였다. 출력과 입력의 전압 차가 큰 경우와 작은 경우 두 가지에 대하여 시스템의 응답특성을 고찰하기 위하여 NOV값을 0.5와 0.9 두가지로 선정하였으며 그림 4(a)와 그림 5(a)는 각각 NOV가 0.5와 0.9일 때의 부하변화에 따른 트랜지스터 도통각 제어 PWM-SRC의 근궤적을 보여준다.

그림 4(a)에서 알 수 있듯이, 내부 공진탱크에 의한 근 r_1 과 r_2 가 z-plane상의 단위원 내부에 위치하여 안정된 동작특성을 가지며 x축상에서 원점을 중심으로 좌우에 위치함으로써 부하 변화시 과제동(Overdamped) 특성을 가질 것이라는 것을 예측할 수 있다.

그림 5(a)에서, 단위원(Unit Circle)에 근접해 가는 특성근 r_3 는 느린 출력 필터에 의해 결정된다. 그에 비해, 특성근

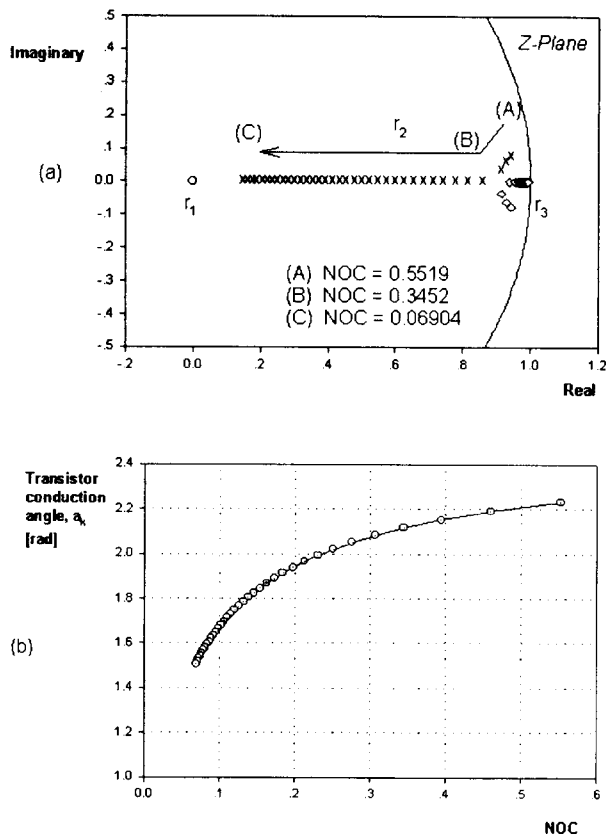


그림 5 NOV = 0.9일 때 (a) TR 도통각 제어 PWM-SRC의 근궤적 (b) TR 도통각 a_k 대 NOC
 Fig. 5 When NOV=0.9 : (a) Root locus for the transistor-conduction angle controlled PWM-SRC (b) Transistor-conduction angle a_k versus NOC

r_2 는 NOC값에 따라 넓은 범위의 변화를 보인다. NOC가 0.5519와 0.3452사이의 값을 가질 때, 공진 탱크(Resonant Tank)와 출력 전압은 과도응답 특성에서 발진(Oscillatory) 현상을 나타내며, NOC값을 0.3452이하로 감소시킴에 따라 시스템의 특성근이 Z-평면의 실수축에 놓이게 되어 과제동(Overdamped) 과도응답 특성을 가진다. 그림 4(b)와 그림 5(b)는 트랜지스터 도통각 a_k 를 NOC의 함수로 표현한 것이다.

선형화 모델의 타당성을 검증하기 위하여, NOV=0.9하에서 NOC값을 0.1380 ($R_L=200\Omega$)과 0.4383 ($R_L=63\Omega$) 두 값에 대해 스텝 변화를 적용하여 출력 전압, 공진 인덕터 전류, 그리고 공진 커패시터 전압의 과도응답을 시뮬레이션하였다.

이를 그림 6에 나타내었다. 시뮬레이션은 2.1절에서 유도한 비선형 이산시간 방정식을 사용하였으며 그림으로부터 트랜지스터 도통각 제어되는 PWM-SRC의 과도응답 특성은 NOC값 0.4383에 대하여 발진(Oscillatory) 현상을 보이며 NOC=0.1380하에서는 과제동(Overdamped) 특성이 있음을 알 수 있다. 이러한 응답 결과들은 그림 5(a)에 제시한 근궤

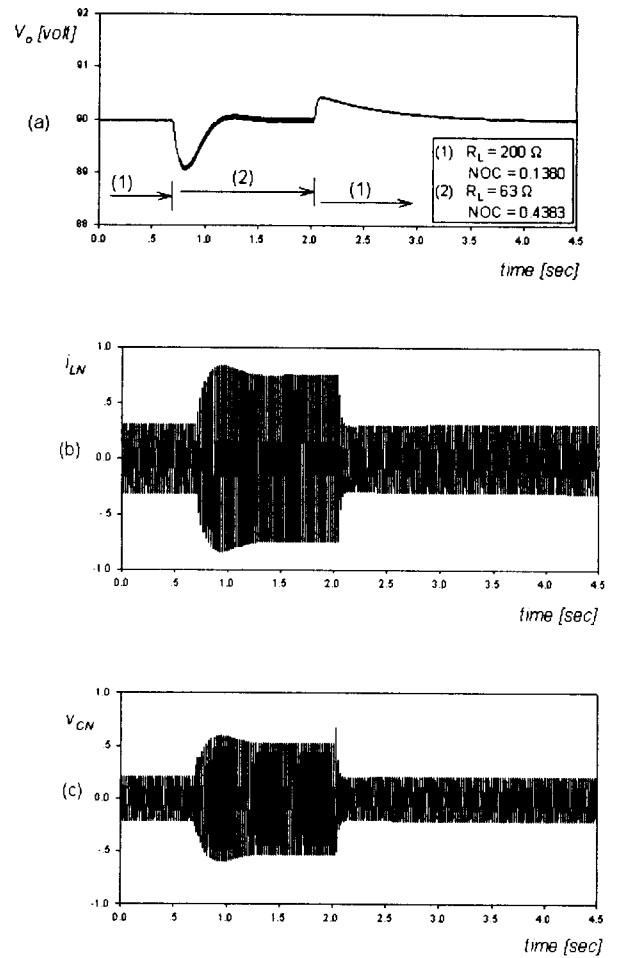


그림 6 NOV=0.9일 때 부하의 스텝 변화에 대한 응답 (a) 출력 전압 (b) 정규화된 인덕터 전류 (c) 정규화된 커패시터 전압
 Fig. 6 Response of TR-conduction angle control for step load change when NOV=0.9 (a) Output voltage (b) Normalized inductor current (c) Normalized capacitor voltage

적 결과로부터 충분히 예측할 수 있는 결과들이다.

4. 결 론

본 논문에서는 불연속 전류모드를 가진 PWM-SRC의 동작을 이해하는데 유용한 도구가 되는 선형화 소신호 모델링 기법을 제시하였다. 또한, 제시한 모델을 기반으로 근궤적을 구하여 시스템의 안정도와 동적 특성을 분석하였다. 이들 결과를 비선형 이산시간 방정식을 사용하여 행한 동적 시뮬레이션 결과와 비교하여 본 논문에서 제안한 모델링 기법의 타당성을 검증하였다. 그러나, 본 논문에서는 단지 트랜지스터 도통각 제어에 관해서 이루어 졌으므로 앞으로 좀 더 나은 특성을 얻기 위하여 다양한 제어방식에 대한 연구가 이루어져야 할 것이다.

참 고 문 헌

[1] R. ORUGANTI, and F. C. LEE, "Resonant Power Processors. Part I : State plane analysis," IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 21, no. 6, pp 1453-1460, 1985.

[2] M. E. ELBULUK, and G. C. VERGHESE, "Sampled-data modeling and digital control of resonant converters," IEEE transactions on Power Electronics, vol. 3, no. 3, pp 344-354, 1988.

[3] JEAN-PIERRE VANDELAC, and PHOIVOS D. ZIOGAS, " A dc to dc pwm series resonant converter operated at resonant frequency," IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 35, no. 3, pp. 451-460, 1988.

[4] KHAI D. T. NGO, "Analysis of a series resonant converter pulsewidth-modulated or current-controlled for low switching loss," IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 3, no. 1, pp. 55-63, 1988.

[5] JUAN A. SABATE, and FRED C. Y. LEE, "Off-line application of the fixed-frequency clamped-mode series resonant converter," IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 6, no. 1, pp. 39-47, 1991.

[6] FU-SHENG TSAI, and FRED C. LEE, "Constant-frequency phase-controlled resonant power processor," IEEE Industry Application Society Annual Meeting, pp. 617-622, 1986.

[7] F. S. TSAI, P. MATERU, and F. C. LEE, "Constant frequency, clamped mode resonant converters," IEEE Power Electronics Specialists Conference, pp. 557-566, 1987.

[8] F. G. TURNBULL, and R. W. ERICSON, "Design of a pulsewidth modulated resonant converter for a high output voltage power supply," IEEE Industry Application Society Annual Meeting, pp. 1145-1150, 1985.

[9] M. G. KIM, "Discrete time domain modeling and control of resonant converters," doctoral dissertation, Korean Advanced Inst. of Science and Technology. 1991.

[10] R. J. KING "Small-signal model for the series resonant converter.," IEEE transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 21, no. 3, pp 301-319, 1985.

저 자 소 개



최 현 칠(崔鉉七)

1964년 5월 25일생. 1989년 경희대 공대 전자공학과 졸업. 1991년 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 졸업(석사). 1994년 동대학원 졸업(공학). 1994~1995년 한국과학기술원 정보전자연구소 연구원. 1995년~1996년 대우전자 모니터연구소 선임연구원. 1997년~현재 인제대 전자정보통신공학부 조교수.

Tel : (0525) 320-3552, Fax : (0525) 333-3261,
E-mail: elecchc@ijnc.inje.ac.kr.