

AESOPS 알고리즘의 고유치 반복계산식과 고유치 초기값 선정의 효율적인 개선에 관한 연구

論文

48A - 11 - 5

An Efficient Improvement of the Iterative Eigenvalue Calculation Method and the Selection of Initial Values in AESOPS Algorithm

金德泳* · 權世赫**
(Deok Young Kim · Sae Hyuk Kwon)

Abstract - This paper presents an efficient improvement of the iterative eigenvalue calculation method and the selection of initial values in AESOPS algorithm. To determine the initial eigenvalues of the system, system state matrix is constructed with the two-axis generator model. From the submatrices including synchronous and damping coefficients, the initial eigenvalues are calculated by the QR method. Participation factors are also calculated from the above submatrices in order to determine the generators which have an important effect to the specific oscillation mode. Also, the heuristically approximated eigenvalue calculation method in the AESOPS algorithm is transformed to the Newton Raphson Method which is largely used in the nonlinear numerical analysis. The new methods are developed from the AESOPS algorithm and thus only a few calculation steps are added to practice the proposed algorithm.

Key Words : AESOPS Algorithm, Small Signal Stability Analysis, Newton Raphson Method, Initial Value Selection

1. 서 론

전력계통의 미소신호 안정도 해석을 위한 고유치 해석법으로 상태행렬을 구성하지 않고 회전자각의 진동과 관련있는 전기기계적 진동모드에 해당하는 고유치만을 선별적으로 계산하는 계산기법이 개발되었으며, AESOPS (Analysis of Essentially Spontaneous Oscillations in Power Systems) 알고리즘으로 알려져 있다. AESOPS 알고리즘은 고유치의 합수인 외부토크를 특정발전기의 회전자에 가하고 계통의 대수 방정식을 반복계산하여 한 번에 하나씩 전기기계적 진동과 관련있는 고유치를 구하게 되며, 최대 250개의 발전기와 2000개의 모선 그리고 3600개의 선로로 구성된 대규모 전력계통의 해석이 가능하다. 고유치 계산에 많은 메모리를 필요로 하지 않으며, 전체 진동모드가 아닌 미소신호 안정도에서 주요 관심대상이 되는 전기기계적 진동모드에 해당하는 고유치와 진동모드의 물리적 의미를 설명해 주는 발전기 속도편차를 계산할 수 있다는 장점이 있다. 반면에 AESOPS 프로그램은 계통의 전체 고유치가 아닌 전기기계적 진동과 관련된 고유치만을 구하게 되고 그 밖의 진동모드에 해당하는 고유치는 구할 수 없는 단점이 있다.

AESOPS 알고리즘은 후에 보다 다양한 모델을 사용할 수 있고 계통 어드미턴스 행렬 계산시 소성(sparsity)을 최대한 살릴 수 있도록 내부 알고리즘의 일부를 개선하여 PEALS나

SSSP 프로그램에서 고유치 해석법의 하나로 사용되고 있다 [3]. 그러나 경험적이고 직관적인 방법으로 근사화한 변형된 Newton Raphson법을 사용하는 고유치 반복계산 알고리즘은 그대로 사용되고 있으며, 이로 인해서 간혹 특정 고유치 계산 시 계산시간과 반복회수가 다른 진동모드에 비해서 크게 나타나는 현상이 보고되었다. 이러한 문제를 해결하기 위해 참고문헌 [4, 5]에서는 확대 자코비안 행렬을 사용하여 고유치 반복계산식을 Newton Raphson 법의 일반형으로 정식화하였으나 반복계산시 고유치 뿐만 아니라 상태변수에 대해서도 초기값을 선정하고 값을 재계산하는 등 계산량이 많아지게 되는 문제점이 있다. 또한 참고문헌 [6, 7]에서는 AESOPS 알고리즘을 상태공간 방정식의 일반형으로 나타내고 이로부터 고유치 계산식을 Newton Raphson의 형태로 변형하였다. 본 논문에서는 모델의 다양성 등 많은 장점을 갖고 있는 AESOPS 알고리즘의 기본구조를 그대로 살리면서 내부 알고리즘으로부터 Newton Raphson 형태로 정식화하는데 필요한 관계식을 직접 유도하였다.

또한 AESOPS 알고리즘은 상태행렬을 구성하지 않고 반복계산에 의해 고유치를 구하는 방법을 사용하는 관계로, 고유치의 초기값에 민감한 특성을 갖게되어 고유치의 초기값을 적절하게 선정하지 못하는 경우 해가 수렴하지 않고 발산하거나 계산시간이 많이 소요되는 문제가 생기게 된다. 종래의 경우 해석하고자 하는 계통의 고유치에 대한 사전 정보가 없는 경우에 전기기계적 진동모드라 할 수 있는 0.2Hz~3.0Hz의 주파수 범위 내에서 모든 발전기에 대해 고유치의 허수값(실수부는 0)을 단계적으로 변화시켜 가면서 초기값으로 사용하여 고유치를 구하는 방법이 사용되었다. 그러나 이 방법은 계산시간이 매우 많이 소요되고 비효율적이어서 사용하기에 적합하지 못하다. 또 하나의 방법으로는 계산량을 줄이기 위

* 正會員 : 群山大 電氣電子制御工學部 助教授 · 工博

** 正會員 : 高麗大 電氣工學科 教授 · 工博

接受日字 : 1999年 2月 27日

最終完了 : 1999年 10月 20日

해 발전기를 고전모델로 하고 상태행렬을 구성하여 고유치와 고유벡터를 계산하는 방법이 사용되었으나, 이때도 초기값으로 고유치의 허수부만이 구해지게 된다. 따라서 계산상의 부담이 크지 않은 범위 내에서 보다 실제의 고유치에 가까운 초기값을 계산할 수 있는 방법의 개발에 대한 필요성이 제기된다.

2. AESOPS 알고리즘의 개요[2]

전력계통의 선형 동적모델에서 하나의 발전기축에 다음과 같은 외부토크가 가해져서 강제적으로 진동하고 있는 경우를 가정한다.

$$T = T_X e^{(\sigma + j\Omega)t} \quad (1)$$

식(1)에서 T_X 는 복소수이고 $\sigma + j\Omega$ 는 고유치의 초기추정값이다. AESOPS 알고리즘에서는 발전기 단자전압, 내부전압, 속도편차 그리고 외부토크 T_X 를 계산한다. 이들 값을 사용하여 고유치의 추정치를 계산하고, 연속적인 고유치 추정치의 변화가 지정된 오차한계보다 작은 경우 계산을 마치게 된다.

2.1 계통방정식

발전기 단자전압과 내부전압에 대한 계통의 전류방정식을 구성하고, 발전기 단자전압으로 축약한 후의 계통방정식은 다음과 같다.

$$A_{TT} e_T + R_{TG} e'' = 0 \quad (2)$$

계통의 발전기 단자수를 T 라 하고 발전기 수를 N 이라 하면 식(2)는 $(2T+2N)$ 개의 변수가 있고, 방정식의 수는 $2T$ 개이므로 $2N$ 개의 방정식이 더 있어야 풀 수 있게 된다.

2.2 발전기 동적방정식

N 개 발전기에 대한 $2N$ 개의 추가적인 식은 다음과 같은 발전기 동적방정식에서 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} 1 & z_{35} & a_{37} & a_{38} & a_{39} & a_{310} \\ & 1 & z_{45} & a_{47} & a_{48} & a_{49} & a_{410} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & z_{55} \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} & a_{64} & z_{65} & z_{66} \\ a_{71} & a_{72} & a_{73} & a_{74} & z_{75} & z_{76} & z_{77} & a_{78} \\ a_{81} & a_{82} & a_{83} & a_{84} & z_{85} & a_{87} & z_{88} \\ a_{91} & a_{92} & a_{93} & a_{94} & z_{95} \\ a_{101} & a_{102} & a_{103} & a_{104} & z_{105} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{TR} \\ e_{TI} \\ e_R \\ e_I \\ \omega \\ V_E \\ \lambda_{FD} \\ \lambda_{SD} \\ \lambda_{FQ} \\ \lambda_{SQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ T_X \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

식(3)에서 a_{ij} 로 표시된 것은 실수의 원소들이며, Z_i 로 표시된 것은 복소수의 원소들이다. 복소수의 원소들은 고유치 S 의 함수이며, 고유치의 추정치가 변함에 따라 그 값이 달라지게 된다. 식(3)을 밑에서부터 축약하여 3개의 방정식으로 만들면 다음과 같다

$$\begin{bmatrix} z_{31} & z_{32} & z_{33} & z_{34} & z_{35} \\ z_{41} & z_{42} & z_{43} & z_{44} & z_{45} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & z_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{TR} \\ e_{TI} \\ e_R \\ e_I \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ T_X \end{bmatrix} \quad (4)$$

비구동 발전기

비구동 발전기는 외부토크가 0인 발전기를 말하며, 식(4)에서 세 번째 행은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\omega = -z_{55}^{-1} [a_{51}e_{TR} + a_{52}e_{TI} + a_{53}e_R + a_{54}e_I] \quad (5)$$

식(5)는 발전기의 단자전압과 내부전압을 구한 후에 발전기의 속도를 계산하는데 사용된다. 식(4)에서 세 번째 행을 ω 에 대하여 치환한 후의 내부전압은 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{bmatrix} e_R \\ e_I \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} Y_{33} & Y_{34} \\ Y_{43} & Y_{44} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Y_{31} & Y_{32} \\ Y_{41} & Y_{42} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{TR} \\ e_{TI} \end{bmatrix} \quad (6)$$

구동 발전기

구동발전기의 경우는 식(4)의 세 번째 행에서 외부토크 T_X 를 구하게 된다. 이 경우 외부토크 T_X 의 값을 지정하는 대신 구동발전기의 각속도 ω_D 를 1.0으로 지정하여 T_X 를 계산하게 된다.

$$T_X = a_{51}e_{TR} + a_{52}e_{TI} + a_{53}e_R + a_{54}e_I + z_{55}\omega_D \quad (7)$$

식(7)은 발전기 단자전압과 내부전압이 계산된 후 외부토크 T_X 를 계산하는데 사용되며, 이는 다시 고유치를 계산하는데 사용된다. 식(4)에서 발전기 내부전압은 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{bmatrix} e_R \\ e_I \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} z_{33} & z_{34} \\ z_{43} & z_{44} \end{bmatrix}^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} \omega_D z_{35} \\ \omega_D z_{45} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} z_{31} & z_{32} \\ z_{41} & z_{42} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{TR} \\ e_{TI} \end{bmatrix} \right\} \quad (8)$$

식(6)과 식(8)의 발전기 내부전압에 대한 관계식을 식(2)의 계통방정식에 치환하여 단자전압을 계산하고, 이 값을 다시 식(6)과 식(8)에 대입하여 발전기의 내부전압을 계산하게 된다.

2.3 고유치 계산과정

종래의 AESOPS 알고리즘에서 사용하는 고유치의 반복계산식은 그림 1의 발전기 동요방정식의 블록선도에서 유도되었다.

그림 1에서 토크에 대한 표현식을 구하면 다음과 같다.

$$\Delta T = \left[\frac{2H}{\omega_o} S + K_D(S) + \frac{K_S(S)}{S} \right] \Delta \omega \quad (9)$$

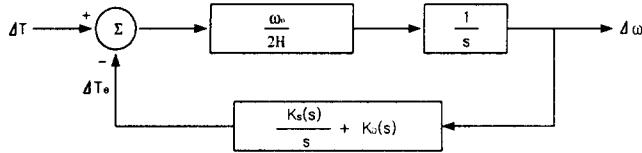


그림 1 발전기 동요방정식의 블록선도 1

Fig. 1 Block diagram 1 of generator swing equation

식(9)에서 토크 T_X 의 고유치에 대한 편미분의 형태는 다음과 같다.

$$\frac{\partial(\Delta T)}{\partial S} = \left[\frac{2H}{\omega_o} + \frac{1}{S} \frac{\partial K_S(S)}{\partial S} - \frac{1}{S^2} K_S(S) + \frac{\partial K_D(S)}{\partial S} \right] \Delta \omega \quad (10)$$

식(9)의 특성방정식 조건을 식(10)에 대입하고, $K_D(S)$, $\partial K_D(S)/\partial S$, $\partial K_S(S)/\partial S$ 가 작다고 가정하여 다음과 같은 적관적이고도 경험적인 방법으로 근사화된 고유치 반복계산식이 사용된다.

$$S_{n+1} = S_n - \left[\frac{\Delta T(S)}{4H \frac{\Delta \omega}{\omega_o}} \right], \text{ 단 } H = \sum_{i=1}^{N_m} H_i \frac{|\Delta \omega_i|^2}{\omega_o^2} \quad (11)$$

3. 고유치 계산과정의 개선

3.1 Newton Raphson 법으로의 정식화

본 연구에서는 원래의 AESOPs 알고리즘에서 발전기의 동적방정식을 구하는데 사용하는 그림 2의 회전자 블록선도로부터 Newton Raphson 법을 사용하여 고유치 반복계산을 하는데 필요한 관계식을 유도하였다. 그림 2에서 전기적 토크를 치환한 후의 외부토크 방정식은 다음과 같다.

$$a_{51}e_{TR} + a_{52}e_{TI} + a_{53}e_R'' + a_{54}e_I'' + [G_{Gov}(S) + D + 2HS]\omega = T_X \quad (12)$$

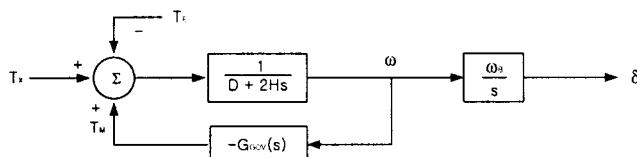


그림 2 발전기 동요방정식의 블록선도 2

Fig. 2 Block diagram 2 of generator swing equation

식(12)에서 계수 a_{51} , a_{52} , a_{53} , a_{54} 는 고유치와는 관계없는 상수값이며, 따라서 외부토크 T_X 의 고유치에 대한 편미분은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_X}{\partial S} = & a_{51} \frac{\partial e_{TR}}{\partial S} + a_{52} \frac{\partial e_{TI}}{\partial S} + a_{53} \frac{\partial e_R''}{\partial S} + a_{54} \frac{\partial e_I''}{\partial S} \\ & + \frac{\partial}{\partial S} [G_{Gov}(S) + D + 2HS]\omega_D \end{aligned} \quad (13)$$

3.1.1 계통방정식

식(2)의 계통방정식에서 어드미턴스 행렬인 A_{TT} 행렬과 R_{TG} 행렬은 고유치와 무관한 상수행렬이며, 고유치에 대한 일차 편미분식은 다음과 같다.

$$[A_{TT}] \begin{bmatrix} \frac{\partial e_{TR}}{\partial S} \\ \frac{\partial e_{TI}}{\partial S} \end{bmatrix} + [R_{TG}] \begin{bmatrix} \frac{\partial e_R''}{\partial S} \\ \frac{\partial e_I''}{\partial S} \end{bmatrix} = 0 \quad (14)$$

3.1.2 발전기 동적방정식

발전기 동적방정식인 식(3)에서 상태변수의 계수행렬은 단지 14개의 요소만이 고유치와 관련이 있으며 나머지는 고유치와는 관계없는 상수이다. 고유치에 대한 발전기 동적방정식의 편미분식은 다음과 같다.

$$\left[\frac{\partial A_D}{\partial S} \right] [X] + [A_D] \left[\frac{\partial X}{\partial S} \right] = \left[\frac{\partial F}{\partial S} \right] \quad (15)$$

식(15)에서 왼쪽 첫 번째 항의 $[\partial A_D/\partial S]$ 는 식(3)의 상태변수의 계수행렬의 고유치에 대한 미분항이며, 이때 0이 아닌 14개의 행렬요소들의 고유치에 대한 편미분값은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} z_{35}' &= \frac{A_R \omega_B}{(\sigma + j\Omega)^2}, z_{45}' = \frac{-A_I \omega_B}{(\sigma + j\Omega)^2}, z_{55}' = 2H + G_{Gov}(s)' \\ z_{65}' &= -[T_R G_{ps}(s) + (1 + s T_R) G_{ps}(s)'], z_{66}' = T_R \\ z_{75}' &= -\frac{C_{3D} \omega_B I_Q}{(\sigma + j\Omega)^2}, z_{76}' = -G_{exc}(s)', z_{77}' = T_{FD0} \\ z_{85}' &= -\frac{C_{5D} \omega_B I_Q}{(\sigma + j\Omega)^2}, z_{88}' = T_{SD0}, z_{95}' = \frac{C_{3Q} I_{D0} \omega_B}{(\sigma + j\Omega)^2} \\ z_{99}' &= T_{FQ0}, z_{105}' = \frac{C_{5Q} I_{D0} \omega_B}{(\sigma + j\Omega)^2}, z_{1010}' = T_{SQ0} \end{aligned} \quad (16)$$

식(15)에서 왼쪽 첫 번째 항의 상태변수 $[X]$ 의 값은 발전기의 단자전압과 내부전압을 구한 후 식(3)으로부터 구할 수 있다. 단자전압과 내부전압을 계산한 후 나머지 상태변수를 구하기 위한 관계식은 다음과 같다.

$$\omega = 1.0 : \text{구동발전기}$$

$$\omega = -Z_{55}^{-1}(a_{51}e_{TR} + a_{52}e_{TI} + a_{53}e_R'' + a_{54}e_I'') : \text{비구동발전기}$$

$$V_E = -z_{66}^{-1}(a_{61}e_{TR} + a_{62}e_{TI} + a_{63}e_R'' + a_{64}e_I'' + z_{65}\omega)$$

$$\lambda_{FD} = (a_{78}a_{87} - z_{77}z_{88})^{-1}$$

$$\times \left[\begin{array}{l} -a_{78}(a_{81}e_{TR} + a_{82}e_{TI} + a_{83}e_R'' + a_{84}e_I'' + z_{85}\omega) \\ + z_{88}(a_{71}e_{TR} + a_{72}e_{TI} + a_{73}e_R'' + a_{74}e_I'' + z_{75}\omega + z_{76}V_E) \end{array} \right]$$

$$\lambda_{SD} = (a_{87}a_{78} - z_{77}z_{88})^{-1} \times \left[-a_{87}(a_{71}e_{TR} + a_{72}e_{TI} + a_{73}e_R'' + a_{74}e_I'' + a_{75}\omega + z_{76}V_E) + z_{77}(a_{81}e_{TR} + a_{82}e_{TI} + a_{83}e_R'' + a_{84}e_I'' + z_{85}\omega) \right]$$

$$\begin{aligned} \lambda_{FQ} &= (a_{910}a_{109} - z_{99}z_{1010})^{-1} \\ &\times \left[-a_{910}(a_{101}e_{TR} + a_{102}e_{TI} + a_{103}e_R'' + a_{104}e_I'' + z_{105}\omega) + z_{1010}(a_{91}e_{TR} + a_{92}e_{TI} + a_{93}e_R'' + a_{94}e_I'' + z_{95}\omega) \right] \\ \lambda_{SQ} &= (a_{910}a_{109} - z_{99}z_{1010})^{-1} \\ &\times \left[-a_{109}(a_{91}e_{TR} + a_{92}e_{TI} + a_{93}e_R'' + a_{94}e_I'' + z_{95}\omega) + z_{99}(a_{101}e_{TR} + a_{102}e_{TI} + a_{103}e_R'' + a_{104}e_I'' + z_{105}\omega) \right] \end{aligned} \quad (17)$$

또한 식(15)의 우변의 $[\partial F / \partial S]$ 는 다음과 같다.

$$[\partial F / \partial S] = [0 \ 0 \ T_X' \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T \quad (18)$$

식(15)의 첫 번째 항의 상태변수를 위에서 구한 값으로 대치하고 이를 방정식의 우변으로 이항하여 정리하면 다음과 같다.

$$[A_D] \left[\frac{\partial X}{\partial S} \right] = \left[\frac{\partial F_D}{\partial S} \right] \quad (19)$$

식(19)에서 A_D 행렬은 식(3)의 계수행렬과 같으며, 앞에서 와 같은 방법으로 다섯 개의 변수로 구성된 3개의 방정식으로 축약할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} z_{31}' & z_{32}' & z_{33}' & z_{34}' & z_{35}' \\ z_{41} & z_{42}' & z_{43}' & z_{44}' & z_{45}' \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & z_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial e_{TR}}{\partial S} \\ \frac{\partial e_{TI}}{\partial S} \\ \frac{\partial e_R}{\partial S} \\ \frac{\partial e_I}{\partial S} \\ \frac{\partial \omega}{\partial S} \end{bmatrix} = \left[\frac{\partial F_{DSub}}{\partial S} \right] \quad (20)$$

식(20)에서 $[\partial F_{DSub} / \partial S]$ 는 축약후의 $[\partial F_D / \partial S]$ 행렬을 나타낸다.

비구동 발전기

비구동 발전기의 외부토크는 0이며, 식(20)의 세 번째 행은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega}{\partial S} &= -z_{55}^{-1} \left[a_{51} \frac{\partial e_{TR}}{\partial S} + a_{52} \frac{\partial e_{TI}}{\partial S} + a_{53} \frac{\partial e_R}{\partial S} + a_{54} \frac{\partial e_I}{\partial S} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\partial F_{DSub}(3)}{\partial S} \right] \end{aligned} \quad (21)$$

식(21)에서 $\partial F_{DSub}(3) / \partial S$ 는 $[\partial F_{DSub} / \partial S]$ 행렬의 세 번째 행의 요소를 나타낸다. 식(20)의 첫 번째 행과 두 번째 행의 상태변수 $\partial \omega / \partial S$ 를 식(21)으로 치환한 후의 발전기 내부전압에 대한 편미분 식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial e_R}{\partial S} \\ \frac{\partial e_I}{\partial S} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} Y_{33} & Y_{34} \\ Y_{43} & Y_{44} \end{bmatrix}^{-1} \left(\begin{bmatrix} Y_{31} & Y_{32} \\ Y_{41} & Y_{42} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial e_{TR}}{\partial S} \\ \frac{\partial e_{TI}}{\partial S} \end{bmatrix} - \left[\frac{\partial F_{DSub}}{\partial S} \right] \right) \quad (22)$$

식(22)에서 $\partial F_{DSub} / \partial S$ 는 식(20)의 첫 번째 행과 두 번째 행의 $\partial \omega / \partial S$ 변수를 식(21)로 치환 계산한 후의 $[\partial F_{DSub} / \partial S]$ 행렬을 나타낸다.

구동 발전기

구동발전기의 경우 외부토크의 고유치에 대한 편미분 식은 식(13)과 같으며, 발전기 내부전압의 편미분 식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial e_R}{\partial S} \\ \frac{\partial e_I}{\partial S} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} z_{33}' & z_{34}' \\ z_{43}' & z_{44}' \end{bmatrix}^{-1} \left(\begin{bmatrix} \omega_D z_{35}' \\ \omega_D z_{45}' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} z_{31}' & z_{32}' \\ z_{41}' & z_{42}' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial e_{TR}}{\partial S} \\ \frac{\partial e_{TI}}{\partial S} \end{bmatrix} - \left[\frac{\partial F_{DSub}}{\partial S} \right] \right) \quad (23)$$

비구동 발전기와 구동 발전기에서의 발전기 내부전압의 고유치에 대한 편미분 식인 식(22)과 식(23)을 계통방정식의 고유치에 대한 편미분 식인 식(14)에 대입하면 발전기 단자전압의 고유치에 대한 편미분 값을 구할 수 있다. 또한 발전기 단자전압의 편미분 값을 식(22)과 식(23)에 다시 대입하면 발전기 내부전압의 편미분 값을 구할 수 있게 된다.

AESOPS 알고리즘의 고유치 계산과정을 Newton Raphson 법의 형태로 정식화하기 위해서는 외부토크의 고유치에 대한 편미분 값이 필요하며, 이는 앞에서 구한 발전기 단자전압과 내부전압의 고유치에 대한 편미분 값을 식(13)에 대입하여 구할 수 있다. Newton Raphson 법의 형태로 정식화한 고유치 반복계산식은 다음과 같다.

$$S_{n+1} = S_n - \left[\frac{T_X}{\frac{\partial T_X}{\partial S}} \right] \quad (24)$$

4. 고유치 초기값 선정

본 연구에서는 고유치의 초기값을 구하기 위해 계통 상태행렬의 구조적 특성을 이용하였다. 상태행렬의 차수를 크지 않게 하기 위해 간략모델인 이축모델을 발전기 모델로 사용하였으며, 참고문헌[8]에서 연구하였던 상태행렬의 부분행렬 특성을 이용하여 고유치의 초기값을 계산하는 방법을 사용하였다. 이때 고유치 계산에 사용되는 상태행렬의 부분행렬 차수는 계통에 있는 발전기 수의 두 배 이하가 되며, 계산상의 큰 부담없이 고유치를 구할 수 있다.

4.1 다기계통 상태행렬의 부분행렬 특성

발전기를 이축모델로 하여 다음과 같은 계통상태행렬을 구성하였다.

$$P\dot{X} = A'X + B'U \quad (25)$$

식(25)에서 상태변수는 전체 계통 상태행렬의 구조적 특성이 잘 나타나도록 다음과 같은 순서로 배열하였다.

- (1) 각 발전기의 내부기전력 E' 의 q축 및 d축 성분인 $E_{q'}$, $E_{d'}$ 를 발전기별로 배열한다.
- (2) 각 터빈-발전기 계통의 회전각속도 ω_i 를 발전기별로 배열한다.
- (3) 각 발전기의 q축의 위상각 δ_{ij} 를 발전기별로 배열한다.
- (4) 각 발전기별로 제어계통의 상태변수들을 배열한다.

계통상태변수를 위에서와 같은 순서로 배치하였을 때의 상태행렬의 구조는 그림 3과 같다. 참고문헌[8]에서 동기화토크에 해당하는 $[A_{SA}]$ 부분블럭으로부터 구한 고유치는 허수성분 만을 가지며, 이를 제동계수를 포함하는 $[D']$, $[A_{AS'}]$ 부분블럭까지 확대하여 고유치를 구하는 경우 고유치의 실수부까지 포함하는 근사 해석결과를 얻을 수 있었다.

본 연구에서는 동기화토크와 제동계수를 포함하는 부분행렬에 대해 QR법으로 고유치를 계산하고 이를 반복계산에 의한 정확한 고유치 해석시의 초기값으로 사용하였다.

$$\begin{bmatrix} [\tau_{q'}][\dot{E}_{qd}] \\ [\tau_{d'}][\dot{\omega}] \\ [\dot{\delta}] \\ [\tau_{\infty}][\dot{X}_{\infty}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A'_{qv} & 0 & A'_{vA} & A'_{v, co} \\ A'_{sv} & D' & A'_{SA} & A'_{s, co} \\ 0 & A'_{AS} & 0 & 0 \\ A'_{\infty, v} & A'_{\infty, s} & A'_{\infty, A} & A'_{\infty, \infty} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [E'_{qd}] \\ [\omega] \\ [\delta] \\ [X_{\infty}] \end{bmatrix}$$

그림 3 계통상태행렬의 부분행렬

Fig. 3 Submatrices of system state matrix

4.2 참여인수

계통 상태행렬의 부분행렬 특성을 이용하여 부분블럭 행렬의 고유치를 구하고 이를 AESOPs 알고리즘에서 고유치의 초기값으로 사용하기 위해서는, 고유치 뿐만 아니라 그 고유치에 가장 큰 영향을 미치는 발전기가 어떤 것인가 하는 정보가 필요하다. 본 연구에서는 고유치에 가장 큰 영향을 미치는 발전기를 파악하기 위해 부분블럭 행렬의 좌·우 고유벡터로부터 참여인수(Participation Factor)를 구하고자 한다. i 번째 고유치의 좌고유벡터와 우고유벡터를 각각 W_{ji} , V_{ji} 라고 하면 i 번째 고유치에 대한 각 발전기들의 참여인수 P_{ji} 는 다음과 같다.

$$P_{ji} = W_{ji}^T \times V_{ji} \quad (26)$$

즉 부분블럭 행렬의 고유치를 구하고 좌·우 고유벡터로부터 참여인수를 계산하여 참여인수가 큰 값을 갖는 발전기에 고유치의 함수인 외부토크를 주입하여, 반복계산에 의해 정확한 고유치를 구하는 방법을 사용하였다.

5. 사례연구

New England 계통은 10대의 발전기와 39모션 그리고 46선으로 구성된 계통이다. 계통의 규모가 크지 않아서 전체적인 해석이 가능하며, 대형계통의 동적특성을 가지고 있는 계통이다. 그림 4에 New England 계통의 계통도를 나타내었다.

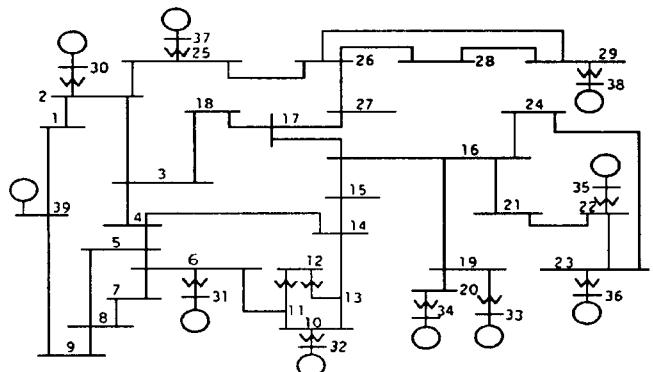


그림 4 New England 계통의 구조도

Fig. 4 New England test system

5.1 고유치 초기값 계산

이축모델로 나타낸 다기계통의 상태행렬의 부분행렬 중에서 제동계수와 동기화토크에 해당하는 부분블럭을 포함하는 행렬에 대하여 QR법을 사용하여 고유치를 구하고 좌·우 고유벡터로부터 참여인수를 계산하였다. 이때 부분블럭 행렬의 크기는 발전기의 수를 N 이라 할 때 $2N-1$ 인 19×19 의 차수를 가지며, 계산상의 큰 부담이 없이 고유치의 근사값을 구하는 것이 가능하다.

표 1 New England 계통의 부분행렬 고유치 계산결과

Table 1 Eigenvalues from submatrices in New England test system

진동모드	고유치		주파수
	실수부	허수부	
1	-0.0424076	4.1689224	0.6635
2	-0.0740309	9.8433663	1.5666
3	-0.0621902	9.6511656	1.5360
4	-0.0910078	9.2854848	1.4778
5	-0.0775798	5.9616015	0.9488
6	-0.0652231	6.5415650	1.0411
7	-0.0579864	8.1348070	1.2946
8	-0.0751864	7.9815310	1.2703
9	-0.0680086	7.2384584	1.1520

표 1의 부분행렬의 고유치를 참여인수가 큰 발전기의 외부토크로 인가하여 정확한 고유치해석을 하였다. 표 1의 고유치 초기값 중에서 진동모드 1, 5, 6에 대한 상태변수의 참여인수를 표 2에 나타내었다.

표 2 진동모드 1, 5, 6의 참여인수

Table 2 Participation factors of oscillation mode 1, 5, 6

상태변수	진동모드 1	진동모드 5	진동모드 6
ω_{30}	0.5671E-05	0.2028E-04	0.8600E-06
ω_{31}	0.5591E-05	0.5405E-05	0.4734E-04
ω_{32}	0.9202E-05	0.5439E-05	0.7250E-04
ω_{33}	0.1411E-04	0.1315E-04	0.5036E-05
ω_{34}	0.3965E-04	0.3488E-03	0.2182E-05
ω_{35}	0.1544E-04	0.1177E-04	0.1374E-04
ω_{36}	0.1175E-04	0.9311E-05	0.1080E-04
ω_{37}	0.4329E-05	0.2017E-04	0.6692E-06
ω_{38}	0.4873E-05	0.3461E-03	0.1115E-03
ω_{39}	0.3354E-04	0.8700E-05	0.2925E-06
$\delta_{31,30}$	0.1391E-05	0.1398E-04	0.8109E-05
$\delta_{31,32}$	0.7441E-06	0.1513E-05	0.2136E-05
$\delta_{31,33}$	0.5262E-06	0.1221E-04	0.5558E-04
$\delta_{31,34}$	0.3443E-04	0.2000E-03	0.1209E-03
$\delta_{31,35}$	0.2160E-05	0.1510E-04	0.2966E-04
$\delta_{31,36}$	0.1001E-05	0.1227E-04	0.2241E-04
$\delta_{31,37}$	0.1845E-08	0.7394E-05	0.1713E-04
$\delta_{31,38}$	0.1411E-04	0.2027E-03	0.1838E-03
$\delta_{31,39}$	0.4937E-04	0.1410E-05	0.5728E-04

표 2에서 진동모드 1의 경우 34번 발전기와 39번 발전기의 참여인수가 다른 발전기 보다 큰 것을 알 수 있다. 진동모드 5의 경우는 34번 발전기와 38번 발전기의 참여인수가, 진동모드 6의 경우는 38번 발전기의 참여인수가 큰 값을 갖는 것을 알 수 있다.

5.2 고유치 계산방법의 결과 비교

고유치 해석결과와 반복회수를 표 3에 나타내었다. 이때 반복계산에서의 허용오차는 10^{-5} 으로 하였다.

표 3 New England 계통의 고유치 계산결과 비교

Table 3 Eigenvalues from the two algorithm

진동 모드	AESOPS 알고리즘		Newton Raphson 법			
	계산 시간	0.434 [sec]	계산 시간	0.387 [sec]		
반복 회수	고유치		고유치			
	실수부	허수부	반복 회수	실수부	허수부	
1	20	- .29846	3.88388	8	- .29846	3.88389
2	12	- .60039	9.46540	5	- .60039	9.46541
3	17	- .51836	8.74709	5	- .51836	8.74709
4	13	- .53532	9.15218	5	- .53532	9.15218
5	8	- .26039	5.99679	6	- .26039	5.99679
6	14	- .28734	6.48261	7	- .28734	6.48260
7	15	- .00011	6.99023	6	- .00011	6.99022
8	6	- .40379	7.91833	7	- .40379	7.91833
9	11	- .31795	7.15244	6	- .31794	7.15244

표 3에서 고유치 해석결과는 두 가지 방법 모두 정확히 일치하는 것을 알 수 있다. 반복회수는 AESOPS 알고리즘을 사용한 경우에 비해서 Newton Raphson 법을 사용한 경우의 반복회수가 크게 감소한 것을 알 수 있다. 9개의 진동모드를 구하는데 AESOPS 알고리즘을 사용한 경우는 총 116회의 반복계산이 소요된 반면에 Newton Raphson 법을 사용한 경우는 총 55회의 반복계산이 소요되어 47.4% 감소된 것을 알 수 있다. 계산시간은 펜티엄 II CPU 350MHz의 PC에서 Newton Raphson 법을 사용한 경우가 0.387 [sec]로 AESOPS 알고리즘을 사용한 경우의 0.434[sec]보다 계산시간이 89%로 단축되었다.

6. 결 과

1. AESOPS 알고리즘의 고유치 계산과정에서 종래에 경험적이고도 직관적인 방법에 의해 구성하였던 반복계산식을 비선형 수치해석법인 Newton Raphson 법의 형태로 정식화하였다. 이때 정식화에 필요한 외부토크의 고유치에 대한 일차 편미분식은 기존의 AESOPS 알고리즘의 내부과정에서 직접 유도하여 추가적인 계산부담을 최소화하였다. 즉, 기존의 AESOPS 알고리즘에 고유치에 대한 외부토크의 일차 편미분값을 계산하기 위한 계산단계 만이 추가되며, 전체적인 반복계산과정과 계산에 사용하는 변수들은 AESOPS 알고리즘과 동일하다. 사례연구 결과 AESOPS 알고리즘보다 본 연구에서 정식화한 Newton Raphson 법의 계산결과가 동일한 정확도를 가지면서 반복회수와 계산시간 면에서 효과적임을 알 수 있었다.

2. 고유치의 초기값을 구하기 위해 상태행렬의 부분행렬 특성을 이용하였다. 발전기를 간략모델인 이축모델로 하여 상태행렬을 구성하고 동기화토크와 제동계수를 포함하는 부분행렬에 대하여 고유치 해석을 하였다. 또한 좌·우 고유벡터로부터 참여인수를 계산하여 참여인수가 큰 값을 갖는 발전기에 고유치의 합수인 외부토크를 주입하고 반복계산에 의해 정확한 고유치를 구하는 방법을 사용하였다. 이때 부분블럭행렬의 크기는 발전기를 고전모델로 나타낸 경우의 상태행렬의 크기와 같으며, 따라서 계산상의 큰 부담없이 실제의 값에 보다 가까운 복소수의 고유치 초기값을 구할 수 있다.

3. AESOPS 알고리즘을 미소신호 안정도 해석뿐만 아니라 제어기 설계 등과 같은 안정도 향상 분야에 사용하기 위해서는 기존의 AESOPS 알고리즘을 사용하여 고유벡터와 감도계수 등과 같은 추가적인 해석결과를 얻기 위한 연구가 필요한 것으로 생각된다.

감사의 글

본 연구는 한국전력공사의 지원에 의하여
기초전력공학 공동연구소 주관으로 수행되었습니다.
(과제관리번호 : 97 - 018)

참 고 문 헌

- [1] P. M. Anderson and A. A. Fouad, "Power system control and stability", Iowa State University Press, Ames, Iowa, 1977.
- [2] R. T. Byerly, D. E. Sherman, and B. J. Bennion, "Phase II : frequency domain analysis of low frequency oscillations in large electric power systems", Vol. 1, 2, 3, 4, and 5, Research Project 744-1, Electric Power Research Institute, Palo Alto, California, April, 1982.
- [3] EPRI, Small Signal Stability Analysis Program Package. Version. 3.0, Vol. 1, Final Report, Prepared by Ontario Hydro, Feb. 1993.
- [4] N. Martin, "Efficient Eigenvalue and Frequency Response Methods Applied to Power System Small Signal Stability Studies", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 1, No. 1, Feb. 1986.
- [5] N. Martin, H. Pinto, L. Lima, "Efficient Method for Finding Transfer Function Zeros of Power Systems, IEEE Transactions on Power Systems", Vol. 7, No. 3, Aug. 1992.
- [6] P. W. Sauer, C. Rajagopalan and M. A. Pai, "An explanation and generalization of the AESOPS and PEALS algorithms", IEEE 1990 Winter Meeting, Paper No. 90 WM 293-4 PWRS, Atlanta, Georgia, 1990.
- [7] D. M. Lam, H. Yee, B. Campbell, "An efficient improvements of the AESOPS algorithm for power system eigenvalue calculation", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 9, No. 4, pp.1880-1885, November 1994.
- [8] 권세혁, 김덕영, 노규민, "다기계통의 선형모델에 관한 계통 상태 행렬의 부분행렬특성", 대한전기학회 논문지, 제 44권 1호, pp.8-14, 1995년 1월.

저 자 소 개



김 덕 영(金 德 泳)

1964년 11월 22일 생. 1988년 고려대 전기공학과 졸업. 1990년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1996년 동 대학원 전기공학과 졸업(공박). 1996년~현재 군산대학교 전기전자제어공학부 조교수

Tel : (0654) 469-4746

E-mail : dykim@ks.kunsan.ac.kr



권 세 혁(權 世 勉)

1949년 5월 4일 생. 1974년 서울대 공업교육과 졸업. 1980년 Iowa State Univ. 전기공학(석사). 1984년 Iowa State Univ. 전기공학과(공박). 1985년~현재 고려대 전기공학과 교수

Tel : (02) 3290-3220

E-mail : kwon@eeserver.korea.ac.kr