

## Target Pointing Guidance using Optimal Control

黃 益 鎬\*  
(Ick-Ho Whang)

**Abstract** - Target pointing guidance steers a vehicle to point at a target point at a given range  $R_s$ . In this paper, vehicle's motions relative to the target point are modeled by differential equations. Then a target pointing guidance law is derived using optimal control theories. In addition, it is shown that the proposed guidance law can achieve the goal of target pointing guidance whatever initial headings are.

**Key Words** : Optimal Control, Pointing, Guidance, Stability

### 1. 개 요

목표점 지향유도란 목표점과의 거리가  $R_s$  인 지점에서 유도하고자 하는 비행체의 속도벡터가 목표점을 지향하도록 하는 유도법칙이다. 이러한 목표점 지향유도는 무인 비행체를 이용하여 목표점 근방을 탐색하거나 목표점을 향하여 자탄 등을 발사하려고 하는 경우 등에 이용될 수 있다. 본 논문에서는 최적제어이론을 이용하여 목표점 지향 유도법칙을 유도하고 몇 가지 주요한 특성들을 살펴보았다.

지금까지의 최적제어이론을 이용한 비행체의 유도법칙에 대한 연구는 대체로 호밍유도(Homing Guidance)에 대하여 이루어져 왔으며, 비례항법 유도(PNG, Proportional Navigation Guidance)등 기존의 호밍유도법칙의 성능을 평가하거나 개선하기 위한 방법으로 많이 연구되어왔다[1,2]. 이들의 대부분은 유도가 수행되는 상황에 대한 수학적 모델을 구하고 유도 목적에 적합한 종말조건이나 비용함수를 선정하여 그 최적 해를 구하는 방식을 따르고 있으며, 대표적인 결과로는 표적의 가속도가 존재하는 경우에 대한 호밍유도법칙인 APNG(Augmented PNG)[1,3], 진입각을 동시에 고려한 호밍유도법칙[4], 비행체의 속도변화가 있는 경우에 대한 유도법칙[2], 경로점을 잇는 직선을 따라 비행체를 비행시키는 경로점 유도법칙[5] 등을 들 수 있다.

한편, 목표점 지향유도는 비행체의 위치와 비행방향에 모두 제한조건이 있는 제어문제로 생각할 수 있으므로, 목표점

과 거리가  $R_s$  인 곳에 경로점을 선정하고 경로점에서 목표점을 향하는 방향으로 비행체가 진입하도록 참고문헌[5]의 방향전환 유도법칙을 적용하여도 구현할 수 있다. 그러나 이렇게 목표점 지향유도법칙을 구성하는 경우에도 적절한 경로점을 선정하는 문제는 여전히 남게될 뿐만 아니라, 비행체가 경로점을 반드시 지나가야 하므로 유도목적 달성을 위하여 필요한 유도명령 보다 더 큰 유도명령이 유발될 수 있는 문제점이 있다. 왜냐하면 목표점 지향유도에서 요구되는 제한조건은 목표점과의 상대거리와 비행방향의 두 가지 뿐이지만, 참고문헌[5]의 유도법칙은 상대위치와 비행 방향을 모두 고정시키는 유도법칙이므로 만족하여야 할 비행체의 위치에 대한 제한조건이 증가하게 되고, 이와 같이 불필요하게 증가된 제한조건이 유도명령의 크기를 증가시키기 때문이다.

본 논문에서는 목표점과 비행체의 운동간의 관계를 수식으로 모델링하고, 비행체와 목표점과의 거리 및 비행체의 속도벡터의 방향에만 제한조건을 줌으로써 최적제어문제를 구성하였으며, 그 해를 구함으로써 목표점 지향 유도법칙을 유도하였다. 또한 이와 같이 유도된 목표점 지향 유도법칙의 성질을 살펴보고, 예제 시뮬레이션을 통하여 그 성질들을 확인하였다.

### 2. 목표점 지향 유도법칙

#### 2.1 목표점 지향 유도법칙의 유도

본 절에서는 제어하고자 하는 비행체의 수평면에서의 운동을 수식으로 모델링하고 적당한 종말조건과 비용함수를 설정함으로써 목표점 지향 유도법칙을 유도하기 위한 최적제어문제를 구성하고 그 해를 구하였다.

\*正 會 員 : 國防科學研究所 前任研究員 · 工博  
接受日字 : 1998年 8月 28日  
最終完了 : 1999年 5月 7日

그림 1은 목표점에 대한 비행체의 수평면 운동을 도시한 것이다. 그림에서 목표점은 원점에 있는 것으로 가정하였으며, 목표점과 비행체를 잇는 시선각을  $\lambda$ , 비행체의 비행방향(속도벡터 방향)을 표시하는 각을  $\bar{\psi}$ 로 도시하였다.

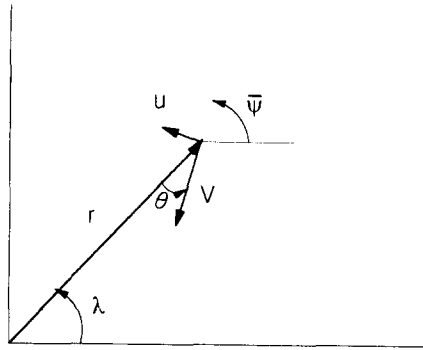


그림 1 목표점과 비행체의 운동과의 관계  
Fig. 1 Relation between Target Point & Vehicle Motion

고려대상인 비행체가 엔진 등을 장착하여 일정한 순항속도를 유지할 수 있고 옆미끄럼각(Side Slip Angle)이 매우 작다고 가정하면, 비행체의 속력  $V$ 가 일정하고 기동가속도  $u$ 는 속도벡터에 수직으로 주어진다고 생각할 수 있다. 이제 각  $\theta$ 를  $\theta \equiv \bar{\psi} - \lambda$ 로 정의하자. 이 경우 그림 1에서  $\dot{\bar{\psi}} = -\frac{u}{V}$ ,  $\dot{\lambda} = -\frac{1}{r} V \sin \theta$ 임을 알 수 있으므로 다음과 같은 운동방정식을 구성할 수 있다[7].

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= \dot{\bar{\psi}} - \dot{\lambda} \\ &= -\frac{1}{V} u + \frac{1}{r} V \sin \theta \end{aligned} \quad (2.1)$$

$$\dot{r} = -V \cos \theta \quad (2.2)$$

여기서  $r$ 는 비행체와 목표점간의 상대거리이다.

이제  $\theta$ 가 매우 작다고 가정하고 식(2.2)를 풀면 비행체와 목표점과의 상대거리는 식(2.3)으로 얻어진다.

$$\begin{aligned} r &= R_s + V(t_f - t) \\ &= V(t_s + t_f - t) \end{aligned} \quad (2.3)$$

여기서  $t$ 는 현재시간이고,  $t_f$ 는 비행체와 목표점과의 거리가  $R_s$ 가 되었을 때의 시간이며,  $t_s$ 는 다음과 같이 정의된 시간이다.

$$t_s \equiv \frac{R_s}{V} \quad (2.4)$$

식(2.1)에서  $\theta$ 가 매우 작다는 가정하에  $\sin \theta \cong \theta$ 로 근

사시키고 식(2.3)을 대입하면 다음과 같은  $\theta$ 에 대한 선형 시변 미분방정식을 얻을 수 있다.

$$\dot{\theta} = \frac{\theta}{t_s + t_f - t} - \frac{1}{V} u \quad (2.5)$$

한편, 목표점 지향 유도법칙의 목적은 목표점과의 거리  $R_s$ 인 지점에서 목표점을 향하는 비행방향을 가지게 하는 것이므로 식(2.5)는  $\bar{\psi}(t_f) = \lambda(t_f)$ 의 종말조건을 만족해야 한다. 그러므로 목표점 지향 유도는 식(2.5)와 같은 시스템에 대하여 식(2.6)의 종말조건을 만족하며, 식(2.7)의 비용함수  $J$ 를 최소화하는 입력  $u$ 를 찾는 문제라 할 수 있다.

$$\theta(t_f) = 0 \quad (\text{즉, } \bar{\psi}(t_f) = \lambda(t_f)) \quad (2.6)$$

$$J = \int_0^{t_f} u^2 dt \quad (2.7)$$

이와 같은 목표점 지향 유도문제에 Pontryagin의 Minimum Principle을 적용하기 위하여 식(2.5)와 식(2.7)을 이용하여 Hamiltonian을 구성하면 다음과 같다[6].

$$H = \frac{1}{2} u^2 + p \frac{\theta}{t_s + t_f - t} - p \frac{u}{V} \quad (2.8)$$

여기서  $p$ 는 Costate이다.

이때, Costate는 식(2.9.a)에 따라 움직이며, 이를 풀면 식(2.9.b)를 얻을 수 있다.

$$\dot{p} = -\frac{\partial H}{\partial \theta} = -\frac{p}{t_s + t_f - t} \quad (2.9.a)$$

$$p = C_p(t_s + t_f - t) \quad (2.9.b)$$

여기서  $C_p$ 는 적분상수이다.

한편 최적입력  $u$ 는 식(2.10.a)에서 계산할 수 있으며, 식(2.9)의 결과를 이용하면 최적입력의 개루우프 해는 식(2.10.b)로 주어진다.

$$\frac{\partial H}{\partial u} = u - \frac{p}{V} = 0 \quad (2.10.a)$$

$$u = \frac{C_p}{V}(t_s + t_f - t) \quad (2.10.b)$$

식(2.10)에서 구한 최적 입력  $u$ 를 식(2.5)에 대입하면 식(2.11.a)를 얻을 수 있으며, 그 해는 식(2.11.b)와 같다.

$$\dot{\theta} = \frac{\theta}{t_s + t_f - t} - \frac{C_p}{V^2}(t_s + t_f - t) \quad (2.11.a)$$

$$\theta(t) = \frac{C_p}{3V^2}(t_s + t_f - t)^2 + \frac{C}{t_s + t_f - t} \quad (2.11.b)$$

여기서  $C$  는 적분상수이다.

$\theta$  의 초기치를  $\theta(0) = \theta_0$  라 하고 식(2.6)의 종말조건을 함께 고려하면 식(2.11.b)에서

$$C_p = 3V^2 \frac{t_s + t_f}{(t_s + t_f)^3 - t_s^3} \theta_0 \quad (2.12)$$

임을 알 수 있고, 식(2.12)를 식(2.10)에 대입하면 다음과 같이 최적입력을 구할 수 있다.

$$u(t) = 3V \frac{t_s + t_f}{(t_s + t_f)^3 - t_s^3} (t_s + t_f - t) \theta_0 \quad (2.13)$$

이제 식(2.13)에서  $u(0)$ 를 구하고  $t_f = t_{go}$ 로 놓으면, 다음과 같이 Time-to-go의 함수로 주어진 페루우프 최적입력을 구할 수 있다.

$$u^*(t_{go}) = 3V \frac{(t_s + t_{go})^2}{(t_s + t_{go})^3 - t_s^3} \theta(t) \quad (2.14)$$

여기서  $t_{go} = t_f - t$  이다. 이와 같이 구해진 최적입력은 식(2.3)을 이용하여 거리에 대한 함수로 바꿀 수 있으며, 이 경우 최적입력은 식(2.15)로 주어진다.

$$u^*(r(t)) = \frac{3V^2}{r(t) \left[ 1 - \left( \frac{R_s}{r(t)} \right)^3 \right]} \theta(t) \quad (2.15)$$

이상과 같이 목표점 지향 유도법칙을 유도하였으며, 그 결과는  $t_{go}$  또는  $r$ 에 따라 변화하는 시변 이득을 가지는 상태변수 계환 형태임을 알 수 있다.

## 2.2 목표점 지향 유도법칙의 성질

본 절에서는 2.1절에서 유도한 목표점 지향 유도법칙의 성질을 검토하였다. 우선 식(2.15)로 주어지는 목표점 지향 유도법칙은 식(2.1)과 식(2.2)로 주어지는 원래의 비선형 운동방정식을 전역적으로 안정화(Globally Stabilize)시키는 것을 알 수 있다. 즉, 다음의 정리를 만족한다.

**[정리 1]**  $r(0) = r_0$ ,  $\theta(0) = \theta_0$  라 하고  $r(t)$ 와  $\theta(t)$ 는 식(2.1)과 식(2.2)에 따라 운동한다고 가정하자. 이때, 식(2.15)로 주어지는 입력을 인가하면  $r_0 > R_s > 0$ ,  $-\pi < \theta_0 \leq \pi$  인 모든  $r_0$ 와  $\theta_0$ 에 대하여  $r(t)$ 는  $R_s$ 로 접근하고 동시에  $\lim_{t \rightarrow \infty} \theta = 0$  이다.

(중명) 식(2.1)에 식(2.15)의 입력을 인가하면  $\theta$ 는 다음의 미분방정식의 해를 따라 운동한다.

$$\dot{\theta} = \frac{V}{r} \sin \theta - 3V \frac{r^2}{r^3 - R_s^3} \theta \quad (2.16)$$

이제  $\theta$ 의 함수  $L$ 을 식(2.17)로 정의하고  $\theta$ 를 4개의 구역으로 나누어 식(2.16)과 식(2.2)의 해의 수렴성을 알아보기로 한다.

$$L = \frac{1}{2} \theta^2 \quad (2.17)$$

(i)  $\theta_0 = 0$ 인 경우

식(2.16)에서  $\theta \equiv 0$ ,  $\forall t \geq 0$ 임을 알 수 있고, 이 경우 식(2.2)에서

$$\dot{r} = -V \quad (2.18)$$

이 된다. 따라서 시간이 경과하면  $r(t)$ 는  $R_s$ 가 되며, 이때의  $\theta$ 도 0이다.

(ii)  $|\theta_0| < \frac{\pi}{2}$ ,  $\theta_0 \neq 0$ 인 경우

$\bar{r}$ 를 식(2.19)와 같이 정의하고, 함수  $L$ 의  $\bar{r}$ 에 대한 도함수를 구하여 식(2.16)과 식(2.2)를 대입하여 정리하면 식(2.20)을 얻을 수 있다.

$$\bar{r} \equiv \frac{1}{r - R_s} \quad (2.19)$$

$$\begin{aligned} \frac{dL}{dr} &= \theta \theta' \left( \frac{d\bar{r}}{dt} \right)^{-1} \\ &= \theta \left[ \frac{V \sin \theta}{r} - 3V \frac{r^2}{r^3 - R_s^3} \right] \theta \left[ \frac{-r V \cos \theta}{(r - R_s)^2} \right]^{-1} \end{aligned} \quad (2.20)$$

한편, 주어진 영역에서  $0 < \frac{\sin \theta}{\theta} < 1$ 이고,  $0 < \cos \theta < 1$ 이므로 식(2.20)에서 식(2.21)을 얻을 수 있다.

$$\frac{dL}{dr} < -\bar{P} \theta^2 \quad (2.21)$$

여기서  $\bar{P} = \frac{\left( 2 + \left( \frac{R_s}{r} \right)^3 \right) \left( 1 - \frac{R_s}{r} \right)^2}{1 - \left( \frac{R_s}{r} \right)^3}$  이다. 그런데,

$r > R_s > 0$ 이므로  $\bar{P}$ 는 식(2.22)의 부등식을 만족함을 알 수 있다.

$$\bar{P} \geq \frac{2\left(1 - \frac{R_s}{r}\right)}{1 + \left(\frac{R_s}{r}\right) + \left(\frac{R_s}{r}\right)^2} \geq \frac{2}{3} \left(1 - \frac{R_s}{r}\right) = \frac{2}{3(R_s r + 1)} \quad (2.22)$$

이제 식(2.17)과 식(2.22)를 이용하여 식(2.21)을 정리하면 식(2.23)의 부등식을 얻을 수 있다.

$$\frac{dL}{dr} < \frac{-2\theta^2}{3(R_s r + 1)} = \frac{-4}{3(R_s r + 1)} L \quad (2.23)$$

주어진 영역에서 L은 항상 양이므로 식(2.23)의 양변을 L로 나누고  $\bar{r}$ 에 대하여 적분하면 다음과 같다.

$$\ln L(\bar{r}) - \ln L_0 \leq -\frac{4}{3R_s} (\ln(R_s \bar{r} + 1) - \ln(R_s \bar{r}_0 + 1)) \quad (2.24)$$

여기서  $L_0$ 와  $\bar{r}_0$ 는 각각 주어진 영역에서 L과  $\bar{r}$ 의 초기값이다.

그런데  $\lim_{r \rightarrow \infty} \ln(R_s \bar{r} + 1) = \infty$ 이므로, 식(2.24)에서

$\lim_{r \rightarrow \infty} \ln L(\bar{r}) = -\infty$ 라 할 수 있으며, 이것은  $\lim_{r \rightarrow R_s} \theta = 0$ 임을 의미한다.

(iii)  $\theta_0 = \left|\frac{\pi}{2}\right|$ 인 경우

$\theta_0 = \frac{\pi}{2}$ 인 경우  $\dot{r} = 0$ 이나, 식(2.16)에서

$$\theta = -\frac{V\left[R_s^3 + \left(\frac{3}{2}\pi - 1\right)r^3\right]}{r(r^3 - R_s^3)} < 0 \quad (2.25)$$

이므로,  $\theta$ 는 (ii)의 영역으로 진입하게 되어 수렴하게 된다.

$\theta_0 = -\frac{\pi}{2}$ 인 경우도 마찬가지로 방법으로 (ii)의 영역으로 진입함을 보일 수 있다.

(iv)  $-\pi < \theta_0 < -\frac{\pi}{2}$ ,  $\pi \geq \theta_0 > \frac{\pi}{2}$ 인 경우

이 경우  $\dot{r} \geq 0$ 이므로  $r$ 은 증가하며 따라서  $r > R_s > 0$ 이 성립한다. 이때, L의 시간에 대한 도함수를 구하면

$$\frac{dL}{dt} = \theta \dot{\theta} = \theta \left[ \frac{V}{r} \frac{\sin \theta}{\theta} - 3V \frac{r^2}{r^3 - R_s^3} \right] \theta \quad (2.26)$$

와 같다. 그런데, 주어진 영역에서  $0 < \frac{\sin \theta}{\theta} < 1$ 이므로 다음과 같은 부등식을 얻을 수 있다.

$$\frac{dL}{dt} < P \theta^2 < 0 \quad (2.27)$$

여기서  $P = -\frac{V(R_s^3 + 2r^3)}{r(r^3 - R_s^3)}$ 이다.

전술하였듯이 주어진 영역에서  $r$ 은 증가함수이므로,  $r$ 의 증가에 따른 L의 변화를 조사하면  $\theta$ 의 영역(ii)로의 진입 여부를 알 수 있다. 한편 P는 주어진 영역에서 식(2.28)의 부등식을 만족하므로, 식(2.27)로부터 식(2.29)의 부등식을 구성할 수 있다.

$$P < -\frac{2Vr^3}{r^4} = -\frac{2V}{r} \quad (2.28)$$

$$\int_{t_0}^t \frac{L}{L} dt \leq \int_{t_0}^t -\frac{4V}{r} dt \quad (2.29)$$

식(2.29)의 우변을  $r$ 에 대한 적분으로 바꾸어 식(2.2)를 대입하고, 주어진 영역에서  $\frac{1}{\cos \theta} < -1$ 인 사실을 이용하면 식(2.30)을 얻을 수 있고, 이를 적분하면 식(2.31)을 얻는다.

$$\int_{t_0}^t \frac{L}{L} dt \leq \int_{r_0}^r \frac{4V}{\rho V \cos \theta} d\rho \leq -\int_{r_0}^r \frac{4}{\rho} d\rho \quad (2.30)$$

$$\ln L(t) - \ln L(t_0) \leq -4(\ln r - \ln r_0) \quad (2.31)$$

식에서  $t_0$ 와  $r_0$ 는 각각 주어진 영역에서의 초기 시간 및 초기 거리이다. 식(2.31)에 의하면  $r$ 이 증가함에 따라 L은 0으로 감소함을 알 수 있다. 따라서,  $|\theta(t_3)| < \frac{\pi}{2}$ 를 만족하는 어떤 시간  $t_3$ 가 존재하며, 이 시간  $t_3$  이후는 (ii)의 경우로 되돌아가게 되므로 결국 정리 1이 성립함을 알 수 있다. ■

이상과 같이  $r$ 이  $R_s$ 로 접근하면  $\theta$ 는 0으로 수렴하게 되므로, 2.1절에서 구성한 최적제어문제의 해는  $R_s$  근방에서는 식(2.1)과 식(2.2)의 비선형 시스템에 대한 최적해와 거의 같다고 할 수 있다. 따라서 식(2.5)로 주어지는 선형시스템의 점근적 특성(Asymptotic Characteristics)은 실제 비선형 시스템의 점근적 특성과 마찬가지로 결과를 제공한다[7].

2.1절에서 유도된 목표점 지향 유도 법칙을 이용하여 유도되는 비행체의 점근적 운동 특성을 조사하기 위하여, 식(2.5)의 선형 시스템 방정식에 식(2.14)의 입력을 인가하여 얻은 미분방정식인 식(2.32)의  $|\theta| < \epsilon_\theta \ll 1$  근방에서의 해를 생각해 보자.

$$\dot{\theta} = \left[ \frac{1}{t_s + t_{go}} - 3 \frac{(t_s + t_{go})^2}{(t_s + t_{go})^3 - t_s^3} \right] \theta \quad (2.32)$$

식(2.32)를 변수분리하여 적분하면 식(2.33)과 같은 해를 얻을 수 있다.

$$\theta = C_\theta \frac{t_{go}^3 + 3t_s t_{go}^2 + 3t_s^2 t_{go}}{t_s + t_{go}} \quad (2.33)$$

여기서  $C_\theta$  는 적분상수이다. 식(2.33)에서  $t_{go}$  가 매우 작은 경우를 고려하면  $\theta$  는 다음과 같은 점근적 특성을 가짐을 알 수 있다.

**【특성 1.】**  $\theta \approx 3C_\theta t_s t_{go} \rightarrow 0$ , as  $t_{go} \rightarrow 0$

즉,  $t_{go}$  가 매우 작은 구간에서의  $\theta$  는 대략  $t_{go}$  에 비례하여 감소하여 0으로 접근함을 알 수 있다.

$\theta$  의 점근적 특성을 조사하기 위하여,  $|\theta| < \epsilon_\theta$  근방에서의  $\theta$  의 운동을 묘사하는 식인 식(2.33)을 식(2.32)에 대입하여  $\lim_{t_{go} \rightarrow 0} \dot{\theta}$  를 구하면 다음과 같다.

**【특성 2.】**  $\lim_{t_{go} \rightarrow 0} \dot{\theta} = -3C_\theta t_s$

한편  $t_{go}$  가 매우 작아서  $|\theta|$  도 매우 작은 경우 식(2.1) 또는 식(2.5)에서 대략 다음과 같은 근사식을 얻을 수 있다.

$$\dot{\theta} = -\frac{1}{V} u^*(t_{go}) \quad (2.34)$$

식(2.34)와 [특성 2.]를 이용하면 입력  $u$  에 대한 다음과 같은 점근적 성질을 구할 수 있다.

**【특성 3.】**  $\lim_{t_{go} \rightarrow 0} u = -V \lim_{t_{go} \rightarrow 0} \dot{\theta} = 3C_\theta V t_s = 3C_\theta R_s$

한편, 식(2.5)와 식(2.14)에 의하면  $\dot{\theta}$  와 유도명령의 크기는  $t_{go}$  가 0에서 멀리 있는 경우에는 항상 유한하며,  $t_{go}$  가 0으로 접근함에 따라 유도명령의 제한이득이 크게 증가하게 되어 발산할 가능성이 있음을 알 수 있다. 그러나, [성질 2.]와 [성질 3.]에 의하면  $t_{go}$  가 0으로 접근하여도  $\dot{\theta}$  와 유도명령의 크기는 역시 유한한 크기로 제한되어 있음을 알 수 있고, 이것은 목표점 지향유도가 수행되는 동안에는 항상  $\dot{\theta}$  와 유도명령이 유한한 값을 유지함을 알려준다. 그렇지만,  $R_s$  (또는  $t_s$ )가 0이 되지 않는 한,  $t_{go}$ 가 0으로 접근하여도  $\dot{\theta}$  와 유도명령이 0으로 되는 것은 아니며, 따라서 목표점 지향유도 종료이후에도 계속  $\theta$  가 0이 되어 목표점을 지향하게 하기 위해서는 추가적인 방안이 필요할 것으로 생각된다. 이를 위해서는, 목표점 지향유도가 종료된 후에도

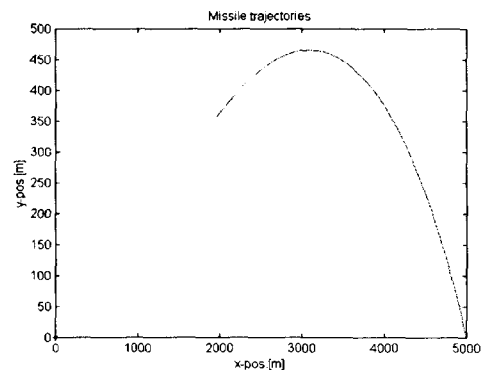
비례항법유도[1,3] 등을 이용하여 비행체의 비행방향이 목표점을 향한 방향으로 유지되도록 하는 방법과, 참고문헌[9]에서 제시한 바와 같이 자동조종장치의 동력학을 추가함으로써 유도 종료시  $\dot{\theta}$  를 0으로 만드는 조건을 추가하여 목표점 지향유도 문제를 재구성하는 하는 방법 등을 생각해 볼 수 있다. 3장에서는 목표점 지향유도에 이어서 비례항법유도를 적용하는 경우에 대한 시뮬레이션 예를 제시하였다.

### 3. 시뮬레이션 예제

본 장에서는 간단한 시뮬레이션을 통하여 2장에서 유도된 목표점 지향 유도법칙의 특성들을 검토하였다. 시뮬레이션 시 비행체의 6자유도 운동방정식은 고려하지 않고 단지 질점의 운동으로만 생각하였으며, 가속도 유도명령은 비행체의 속도벡터 방향에 수직으로 시간지연 없이 인가된다고 가정하였다. 정리 1에서 제시한 유도법칙의 전역적 수렴성을 확인하기 위하여, 비행체의 초기 비행방향이 목표점을 향하는 방향인 경우( $\theta_0 = -30$ 도)와 목표점과 반대 방향인 경우( $\theta_0 = -150$ 도) 두 가지에 대하여 시뮬레이션하였다. 기타 시뮬레이션 조건에 이용된 수치는 표 1과 같으며 변수기호들은 그림 1에서의 것과 동일하다.

표 1 시뮬레이션 조건  
Table 1 Simulation Conditions

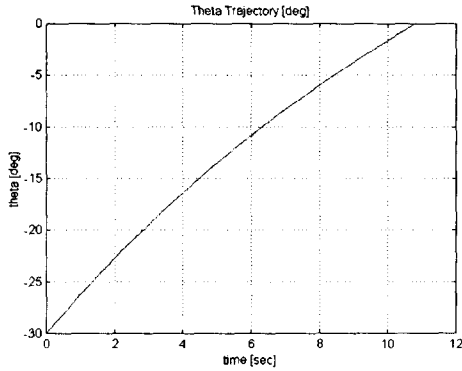
● 목표점의 위치	원점
● 비행체의 속도	$V = 289$ m/sec
● 비행체의 초기 거리	$r_0 = 5$ Km
● 초기 시선각	$\lambda_0 = 0$ 도
● 초기 지향오차	$\theta_0 = -30$ 도, $-150$ 도
● 목표점 지향거리	$R_s = 2$ Km



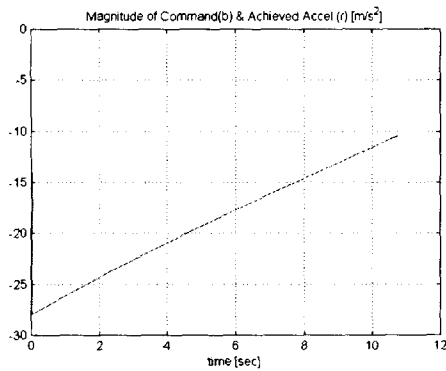
(a) 비행체의 비행궤적(Flight Trajectory) [m]

그림 2 다음 쪽으로 계속됨.

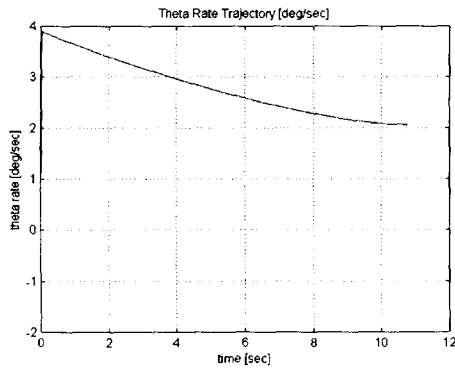
Fig. 2 To be continued.



(b)  $\theta$ 의 변화(Time Trajectory of  $\theta$ ) [deg]



(c) 유도명령(Guidance Command Trajectory) [m/sec<sup>2</sup>]



(d)  $\dot{\theta}$ 의 변화(Time Trajectory of  $\dot{\theta}$ ) [deg/sec]

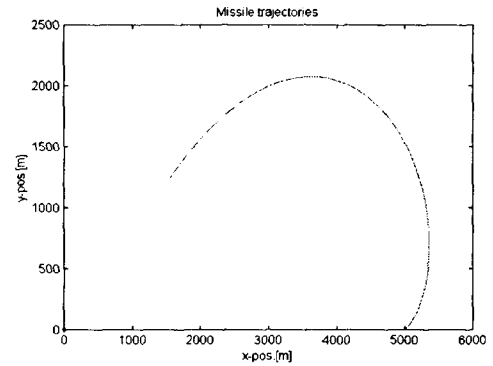
그림 2 목표점 지향유도법칙의 시뮬레이션결과( $\theta_0 = -30$ 도)

Fig. 2 Simulation Results of Target Pointing Guidance ( $\theta_0 = -30$ deg.)

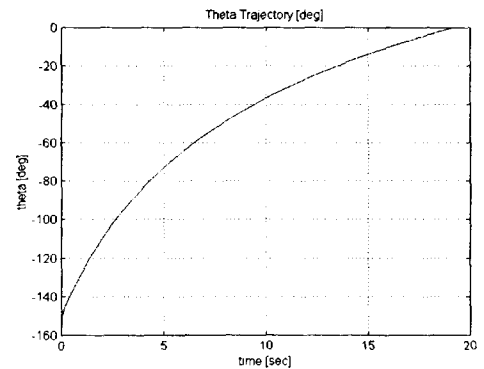
그림 2와 그림 3은 각각  $\theta_0 = -30$ 도 및  $\theta_0 = -150$ 도인 경우에 대한 시뮬레이션 결과를 도시한 것이다. 그림을 살펴보면, 2.2절의 정리 1에서 언급하였듯이, 비행체의 초기 속도 벡터가 목표점을 향하는 방향이거나 목표점과 반대 방향이

거나에 관계없이 제안된 유도법칙을 이용하여 비행체가 원 점을 향하도록 유도할 수 있음을 알 수 있다. 또한,  $\theta$  및  $\dot{\theta}$ 의 변화를 살펴보면,  $\theta$ 는 시간에 따라 감소하여 0으로 수렴함으로써 유도목적은 잘 만족시키는 반면에,  $\dot{\theta}$ 는 상수로 수렴하는 형태를 보인다. 이는 2.2절에서 설명한 점근적 특성을 그대로 반영하여 보여주는 것이다. 한편, 그림 3의 (c)에서 볼 수 있듯이, 제안된 유도법칙은 비행체의 초기 지향오차  $\theta$ 가 큰 경우에는 매우 큰 유도명령을 산출하게 되므로, 실제 응용시에는 계산된 유도명령의 크기를 적절한 수준으로 제한시키는 방법이 추가되어야 할 것으로 생각된다.

이상과 같이 2장에서 제시한 목표점 지향 유도법칙의 특성들을 살펴보았다. 그러나, 전술한 바와 같이, 제안된 알고리즘을 실제로 적용하는 경우에는 다음과 같은 세가지의 문제점이 더 추가된 상황에서 운용될 것이 예상된다. 첫째는 계산된 유도명령의 크기가 과다한 경우 이를 적절한 크기에서 포화(Saturation)시켜 비행체가 구현할 수 있는 크기의 유도명령으로 제한시켜야 한다는 것이다.



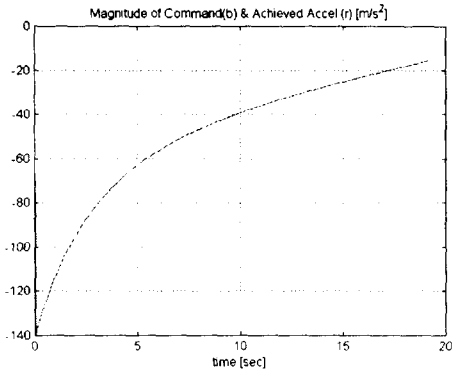
(a) 비행체의 비행궤적(Flight Trajectory) [m]



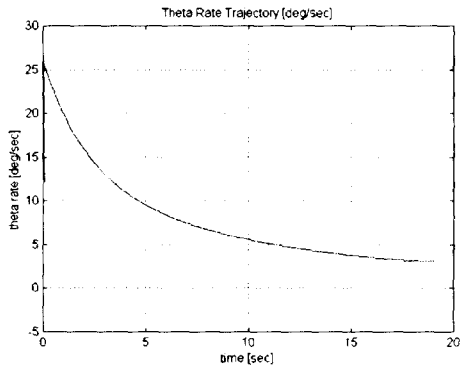
(b)  $\theta$ 의 변화(Time Trajectory of  $\theta$ ) [deg]

그림 3 다음 쪽으로 계속됨.

Fig. 3 To be continued.



(c) 유도명령(Guidance Command Trajectory) [m/sec<sup>2</sup>]



(d)  $\theta$ 의 변화(Time Trajectory of  $\theta$ ) [deg/sec]

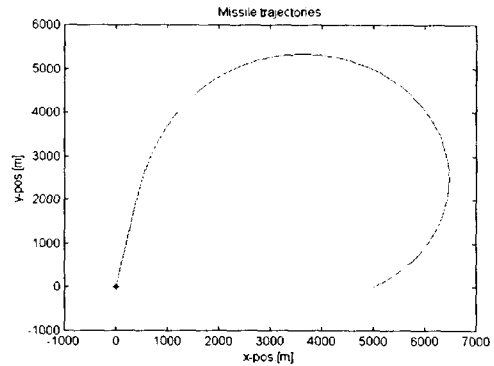
그림 3 목표점 지향유도법칙의 시뮬레이션 결과( $\theta_0 = -150$ 도)

Fig. 3 Simulation Results of Target Pointing Guidance( $\theta_0 = -150$ deg.)

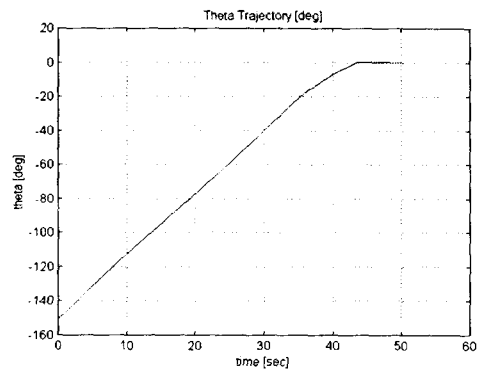
두 번째는 유도명령으로 인가된 가속도는 실제 비행체에서 횡가속도 자동조종장치(Autopilot) 동력학을 통하여 구현되므로 이러한 자동조종장치 동력학에 의한 시간지연을 고려하여야 한다는 것이다. 마지막으로 2.2절의 후미에서 서술하였듯이 제안된 유도법칙은 유도종료시  $\theta$ 의 크기가 0이 아니므로 계속적으로 목표점을 지향시키려면 추가적인 유도가 이어져야 한다는 것이다.

그림 4에서는 이상과 같은 문제점을 고려하여, 유도명령의 크기 제한 및 자동조종장치 동력학이 포함된 경우에 대한 시뮬레이션을 수행한 결과를 보였다. 즉, 비행체의 횡가속도 자동조종장치의 동력학은  $\frac{1}{1+0.2s}$ 로 가정하였으며, 유도명령의 크기를 최대 3g로 제한하여 시뮬레이션하였다. 또한, 2.2절의 후미에 언급한 바와 같이, 유효항법계수(Effective Navigation Ratio) 3을 가지는 비례항법유도를 목표점 지향유도에 이어서 적용하는 경우를 고려하였다. 기타 시뮬레이션 조건은 그림 3의 경우와 같다. 그림 4의 (c)항에서 점선은 인가된 유도명령을, 실선은 유도명령을 입력으로

하여 자동조종장치 동력학을 통하여 성취된 횡가속도를 표시한다. 그림을 살펴보면 자동조종장치 시간지연 및 유도명령 제한이 있음에도 불구하고 제안된 알고리즘을 이용하면 전반적으로 양호하게 유도를 수행할 수 있음을 볼 수 있다. 이 때, 그림 3의 경우에 비하여 목표점 지향유도를 수행하는데 필요한 시간이 증가된 것은 유도명령의 크기를 3g로 제한시켰기 때문이며, 목표점 지향유도에서 비례항법유도로 전환되는 시점(43초 부근)에서 유도명령이 약 2.2g 정도의 값으로 급격히 변화한 것은 목표점 지향유도 종료시 잔류된  $\theta$ 를 상쇄하기 위한 비례항법 유도명령이 인가되었기 때문이다. 시뮬레이션에서 볼 수 있듯이 이러한  $\theta$  잔류의 영향은 아주 짧은 시간에 보상될 수 있으며, 보상이 이루어진 이후의 유도명령은 거의 0으로 유지되어 비행체가 목표점을 향하여 똑바로 접근하고 있음을 알 수 있다.



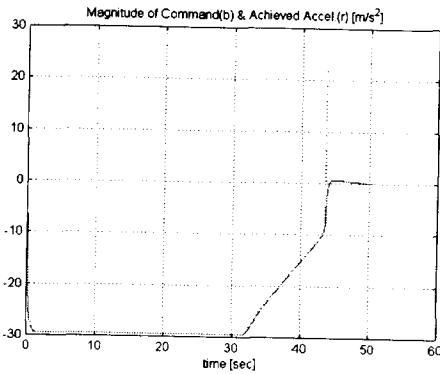
(a) 비행체의 비행궤적(Flight Trajectory) [m]



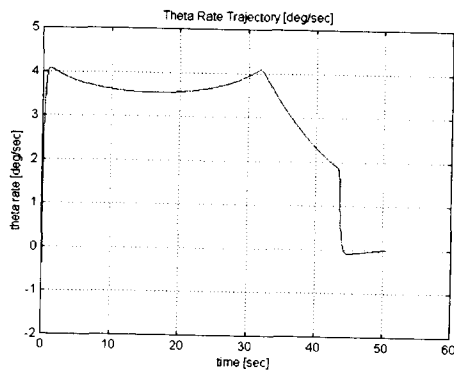
(b)  $\theta$ 의 변화(Time Trajectory of  $\theta$ ) [deg]

그림 4 다음 쪽으로 계속됨.

Fig. 4 To be continued.



(c) 유도명령(Guidance Command Trajectory) [m/sec<sup>2</sup>]



(d)  $\dot{\theta}$ 의 변화(Time Trajectory of  $\dot{\theta}$ ) [deg/sec]

(d) Time Trajectory of  $\dot{\theta}$  [deg/sec]

그림 4 목표점 지향유도법칙의 시뮬레이션 결과  
( $\theta_0 = -150$ 도, 유도명령 제한 및 자동조종장치 시간지연이 있는 경우)

Fig. 4 Simulation Results of Target Pointing Guidance  
( $\theta_0 = -150$  deg., with Ac Limiter and Autopilot Delay)

#### 4. 결론

본 논문에서는 목표점에 대한 비행체의 운동을 비선형 미분방정식으로 모델링하고, 이를 선형화하여 최적제어이론을 적용함으로써 목표점 지향 유도법칙을 유도하였다. 또한 제안된 유도법칙은 비행체의 초기 비행 방향이 어떤 방향이던지 항상 비행체가 지정한 거리에서 목표점을 지향하도록 할 수 있음을 보였으며, 목표점 지향유도 종료점 부근에서의 유도 법칙의 점근적 특성들을 검토하였다. 이러한 특성은 간단한 시뮬레이션 예제를 통하여 다시 확인할 수 있었으며, 자동조종장치를 1차 모델로 모델링하고, 유도명령의 크기에 제한을 둔 경우에도 제안된 유도법칙을 이용하여 양호한 유도 성능을 얻을 수 있음을 확인하였다. 이상의 결과로 보아 제안된 유도법칙은 목표점 지향유도를 위하여 실제적이며 효과적으로 이용될 수 있을 것으로 기대된다.

#### 참고문헌

- [1] Ching-Fang Lin, Modern Guidance and Control Processing, Prentice-Hall, Inc., 1991.
- [2] 조항주, 류창경, 유도탄 속도변화를 고려한 최적유도, 연구보고서, MSDC-516-970584, 국방과학연구소, 1997
- [3] P. Zarchan, Tactical and Strategic Missile Guidance, 2nd ed., Progress in Astronautics and Aeronautics Vol. 157, A Volume in the AIAA Tactical Missile Series, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., 1994.
- [4] 조항주, 김종주, 윤원식, 최적유도기법 연구보고서('91), 연구보고서 MSDC-417-92312, 국방과학연구소, 1992
- [5] 황익호, 황태원, "최적제어를 이용한 경로점 유도," 제12차 자동제어학술회의 논문집, 제어 자동화 시스템 공학회, 1997. 10.
- [6] A. E. Bryson, Jr. & Yu-Chi Ho, Applied Optimal Control, John Wiley & Sons, 1975.
- [7] J.L.Meriam & L.G.Kraige, Engineering Mechanics Volume 2 Dynamics, 2nd Ed., John Wiley and Sons, 1986.
- [8] Derrick, Grossman, Elementary Differential Equations with Applications, 2nd Ed. Addison-Wesley Publishing Company, 1981.
- [9] 황익호, "자동조종장치 시간지연을 고려한 목표점 지향 유도법칙," 1998 학술 발표회 논문집, 제어 자동화 시스템 공학회 충청 대전지부, 1998. 12.
- [10] 황익호, "목표점 지향 최적 유도 법칙," 제13차 자동제어학술회의 논문집, 제어 자동화 시스템 공학회, 1998. 10.

#### 저 자 소 개



황 익 호(黃益鎬)

1964년 8월 18일 생. 1988년 서울대 공대 제어계측공학과 졸업. 1990년 동 대학원 제어계측공학과 졸업(석사). 1995년 동 대학원 제어계측공학과 졸업(공학박). 1995~ 현재 국방과학연구소 유도조종기법 II팀 선임연구원.

Tel : 042-821-4413, Fax : 042-821-2224.

E-mail : ickho@sunam.kreonet.re.kr