

Pole piece 효과를 고려한 MRI용 최소 인덕턴스 경사자계코일 설계 기법

이수열* · 강현수* · 문찬홍** · 박 현욱**

*경희대학교 동서의학대학원 의료공학전공, **한국과학기술원 전기 및 전자공학과
(1999년 6월 10일 접수, 1999년 10월 2일 채택)

A Design Method for Planar Minimum-Inductance Gradient Coils Considering Pole Piece Effect

S.Y. Lee*, H.S. Khang*, C.H. Moon**, H.W. Park***

* Dept. of Medical Eng., Graduate School of East-West Medical Science, Kyunghee Univ.

**Dept. of Electrical Eng., KAIST

(Received June 10, 1999. Accepted October 2, 1999)

요 약 : 자기공명영상시스템의 경사자계코일을 영구자석의 자극에 부착할 경우 경사자계의 분포가 변하고 코일의 인덕턴스가 증가하는 현상이 생긴다. 본 논문에서는 이러한 자극효과를 고려하여 평면형 경사자계코일을 설계하는 방법을 제시하였다. 제시한 방법에서는 자극 효과란 거울 전류로 모델링하였고, 모델링한 거울 전류를 고려하여 경사자계코일의 인덕턴스를 최소화하는 방법을 구했다. 또한 실제 상황과 가장 흡사한 자계 분포를 만들어주는 거울 전류의 크기란 구하기 위해 유한요소법을 적용하였다. 제시한 방법으로 설계된 경사자계코일은 종래의 방법으로 설계된 경사자계코일에 비해 우수한 성능을 보였다.

Abstract : We propose a design method of a planar gradient coil with the presence of a pole piece around the gradient coil. In MRI (Magnetic Resonance Imaging) systems using permanent magnets magnetic material of high permeability is used for the pole piece to get uniform magnetic field. Due to the high permeability of the pole piece, the gradient field produced by the conventional planar gradient coil deviates from the desired one and the coil inductance increases by the factor of two. We have modeled the pole piece effect as mirror current in the design of minimum-inductance gradient coil. Using the finite element method, we have found the optimal amplitude of the mirror current that makes the magnetic field most similar to the real field. With the optimal mirror current, we have derived the current density function that gives minimum inductance with the presence of the pole piece. Simulation results of the proposed method are presented with the comparison with conventional methods.

Key words. Planar gradient coil, Minimum inductance, Pole piece, Mirror current, Magnetic resonance imaging, Finite element method

서 론

자기공명영상시스템은 공간적으로 매우 균일한 주자계를 만드는 주사석, 3차원 공간상에서 서로 직교하는 경사자계를 만

들어주는 경사자계코일, 그리고 촬영 대상체에 에너지를 전달하고 대상체로부터 자기공명신호를 감지하는 고주파코일 등으로 이루어져 있다. 이 중 경사자계코일이 촬영 영역 안에서 매우 선형적인 경사자계를 만들어 주어야만 공간적으로 왜곡이 없는 자기공명영상을 얻을 수 있다. 경사자계코일의 성능을 향상하기 위한 많은 연구가 수행되어 왔는데 그 중에서 R. Turner가 제안한 방법이 많이 사용되고 있다. Turner는 몇 개의 주어진 점에서 원하는 자계치를 갖도록 하는 제한조건을 주고, 이 제한조건 하에서 경사자계코일이 만드는 자계 에너지를

통신저자: 이수열 (449-701) 경기도 용인시 기흥읍 서천리 1

경희대학교 동서의학대학원 의료공학전공

Tel. (0331)201-2980 Fax. (0331)204-8119

E-mail: sylee01@nms.kyunghee.ac.kr

최소화 시키는 전류밀도함수를 수학적으로 구하였다[1-2]. 이 전류밀도함수의 사제에너지는 최소화 되었기 때문에 구해진 전류밀도함수로 구한 경사자계코일의 인덕턴스도 최소화 되어진다. 경사자계코일의 인덕턴스가 최소화 되면 경사자계코일의 시간 응답 특성이 좋아지기 때문에 고속 자기광명영상 등 특수한 활용을 하기가 좋아진다.

최근 Turner의 방법을 개량하여 타원형 표면, 쌍곡선을 회전시킨 표면 등 특수한 구조의 경사자계코일을 설계하는 방법도 소개되었다[3-6]. 또한 Turner의 방법을 개량하여 경사자계코일의 성능을 향상시키는 방법도 소개되었다[7-11].

경사자계코일을 영구자석에 부착할 경우 영구자석의 자극(pole piece)에 의해서 경사자계코일의 특성이 많이 달라지게 된다. 영구자석의 자극은 자계의 균일도를 높여주는 역할을 하기 때문에 순철과 같이 자기 투자율(magnetic permeability)이 매우 높은 재질로 만들어진다. 자극의 높은 투자율은 경사자계코일이 만드는 자계를 심하게 왜곡하게 되고, 따라서 경사자계코일의 특성이 많이 바뀌게 되는 것이다. 자극의 투자율이 매우 높으면 자극 표면에서 자계는 수직으로 입사하게 된다. 따라서 자극 주위에 전류가 흐르는 코일이 놓이게 되면 전류가 만드는 자계는 자극 표면에 수직으로 입사하게 되고, 코일 주변에 형성되는 자계 분포는 자극 표면으로부터 반대편에 또 하나의 코일이 있어 이 코일에 같은 방향, 같은 크기의 전류가 흐르는 상황에서의 자계 분포와 같아진다. 이런 현상을 영상 전류(image current), 혹은 거울 전류(mirror current) 현상이라고도 부른다. 이 거울 전류 때문에 경사자계코일의 자계 분포도 왜곡되고 코일의 인덕턴스도 늘어나게 된다.

본 논문에서는 이러한 거울 전류 효과를 고려하여 경사자계코일을 설계하는 방법을 제시하였다. 실제 영구자석에서의 자극은 크기가 무한히 크지 않을 뿐만 아니라 와신류 억제층 위해 투자율이 그다지 높지 않은 재질도 사용되기 때문에 거울 전류 효과가 이상적인 경우와 많은 차이가 날 수 있다. 따라서 본 논문에서는 실제 영구자석 상황을 최소 오차로 표현하는 거울 전류의 크기를 요한요소법을 이용하여 구하였다. 그리고 제시한 설계방법으로 구한 경사자계코일과 종래의 방법, 즉 자극 효과를 고려하지 않고 자유공간 상에서 설계한 경사자계코일의 성능을 비교하여 제시하였다.

자극 효과의 모델링

만일 크기와 투자율이 무한대인 자성체 주위에 전류가 흐른다면, 전류가 만드는 자계 분포는 자성체 표면으로부터 반대인 위치에 전류의 방향과 크기가 같은 거울 전류가 있는 것으로 모델링하여 구할 수 있다. 그러나 영구자석의 자극과 같이 크기가 유한하고 투자율도 유한하면 거울 전류의 형성은 이상적인 경우와 차이가 나게 된다. 즉 코일 전류에 의해서 형성되는 자계의 분포는 거울 전류에 의한 모델링으로 구한 값과 차이가 나게 된다. 따라서 본 논문에서는 실제 상황에서의 자계분포와 가장 유사한 자계분포를 만드는 거울 전류의 크기를 구하였다.

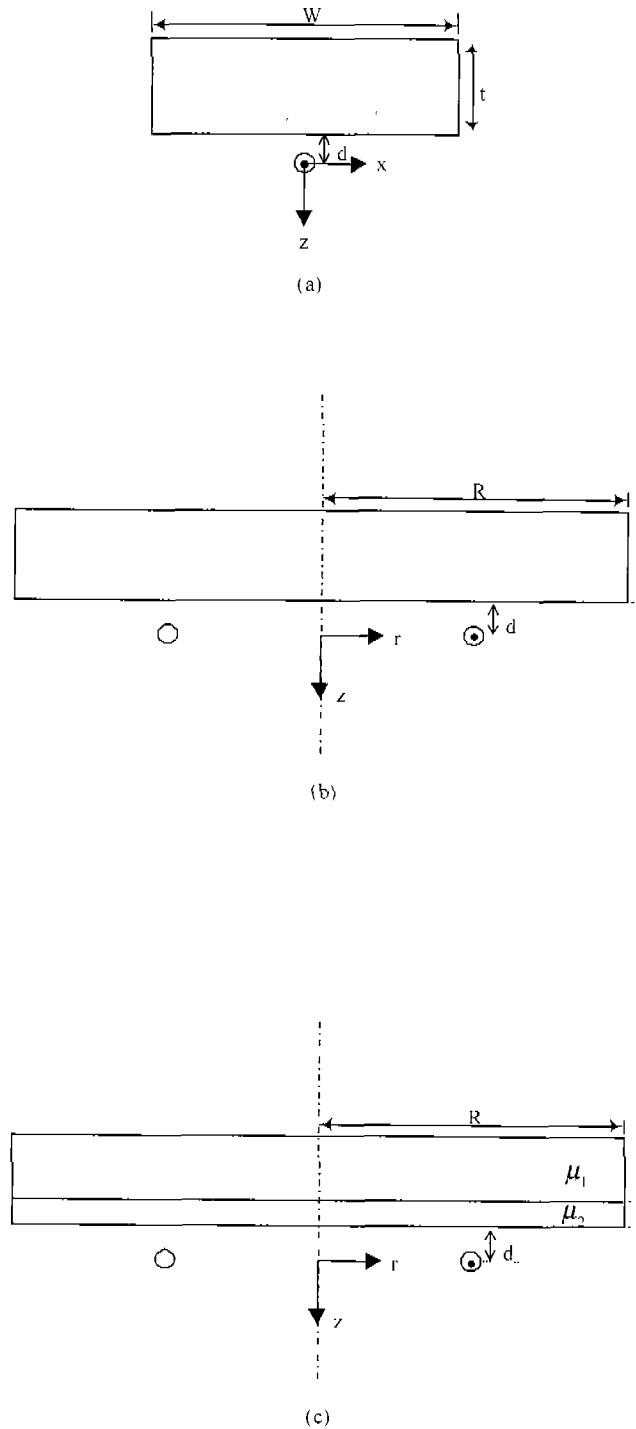


그림 1. 자극 효과를 분석하기 위한 자극과 권선 형태 (a) 사각 통형 자극 (b) 원통형 자극 (c) 2층 구조의 원통형 자극
 Fig. 1. Models for the pole piece and current wire. (a) Rectangular pole piece (b) Cylindrical pole piece (c) Cylindrical pole piece with double layers

표 1. 상대투자율과 자극의 크기에 따른 거울 전류의 크기. 오차는 실제 자계와 모델링한 자계 사이의 차를 나타낸다.

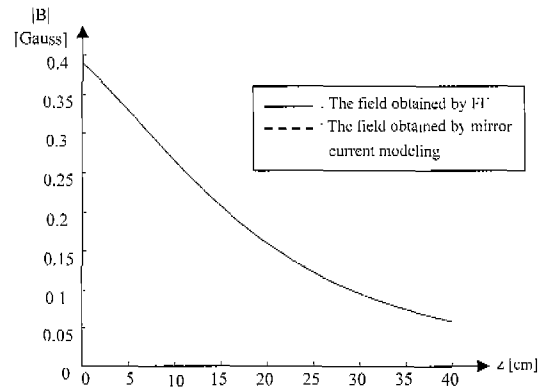
Table 1. Mirror current amplitudes I_m with respect to permeability values and sizes of the pole pieces. The errors are difference between the actual and modeled fields.

상대 투자율 μ_R	사각통형 자극 (fig.1(a), d=3cm)				원통형 자극 (fig.1(b), d=3cm)				이층구조자극 (fig.1(c), d=3cm)	
	Case I: W=300cm, t=120cm		Case II: W=60cm, t=10cm		Case III: R=300cm, t=120cm		Case IV: R=60cm, t=10cm		Case V: R=60cm, t ₁ =8 cm, t ₂ =2cm	
	Im(A)	오차 (%)	Im(A)	오차 (%)	Im(A)	오차 (%)	Im(A)	오차 (%)	Im(A)	오차 (%)
50	0.94	0.25	0.73	2.42	0.96	0.24	0.83	1.55	0.895	1.61
100	0.96	0.26	0.77	2.43	0.98	0.25	0.87	1.59		
500	0.98	0.28	0.80	2.43	1.0	0.24	0.89	1.62		
1,000	0.98	0.26	0.81	2.43	1.0	0.25	0.90	1.63		
5,000	0.98	0.27	0.81	2.43	1.0	0.26	0.90	1.64		

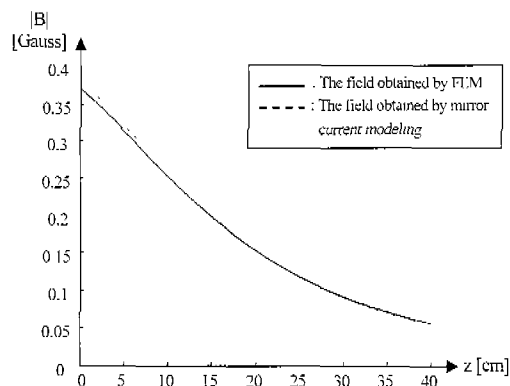
실제 상황에서의 자계분포는 유한요소법을 이용하여 구했는데 사용한 유한요소법 모델을 그림1에 보였다. 그림1(a)에는 무한히 긴 사각통 모양의 자극 밑에 무한히 긴 권선이 있는 경우를, 그리고 그림 1(b)에는 원통형의 자극 밑에 환형 코일이 놓인 경우를 보였다. 그림 1(c)에는 원통형의 자극 구조가 2층으로 되어 있는 경우를 나타내었다. 그림 1(c)는 와전류를 감소시키기 위해 순철로 만들어진 자극 위에 페라이트와 같은 연자성체를 부착한 경우를 보이고 있다. 그림1(c)에서의 코일 형상은 그림1(b)에서와 같이 환형이다. 그림 1의 모델들의 코일에 전류를 흘릴 때 형성되는 자계분포를 유한요소법을 이용해 구하였다. 유한요소법 소프트웨어로는 Infolytica사의 Magnet 5.2를 사용하였다[12].

유한요소법으로 구한 실제 자계분포와 가장 흡사한 자계분포를 만들어 내는 거울 전류의 크기를 또한 구하였다. 거울 전류의 위치는 자극면으로부터 경사자계코일과 반대편 위치에 같은 거리 상에 놓여 있다고 가정하였다. 거울 전류로 모델링한 자계분포를 유한요소법으로 구한 실제 자계분포와 비교하고, 이들 사이의 차이가 최소화되는 거울 전류 값을 구하였다. 모델링한 자계분포는 경사자계코일 전류와 거울 전류에 대해서 Biot-Savart의 법칙을 적용하여 구하였다. 자극 효과의 모델링은 다섯 가지 경우에 대해 시행하였다. 자극의 모양이 사각형이면서 크기가 경사자계코일에 비해 상대적으로 매우 큰 경우와 비슷한 경우(Case I과 Case II), 자극의 모양이 원통형이면서 크기가 경사자계코일에 비해 상대적으로 매우 큰 경우와 비슷한 경우(Case III과 Case IV), 그리고 자극이 이층 구조이면서 모양이 원통형이고 크기가 경사자계코일과 비슷한 경우(Case V)에 대해 거울 전류 효과를 모델링하였다.

표1에 관심 영역에서 모델링한 자계분포와 실제 자계분포 사이의 차이가 최소화되는 거울 전류의 크기를 보였다. 관심 영역은 권선으로부터 5-20 cm 아래 부분을 택하였다. 먼저 자극의 크기가 충분히 큰 경우(Case I 과 Case III) 모든 자기 투자율에 대해 거울 전류의 크기가 이상적인 경우와 거의 같음을



(a)



(b)

그림 2. 유한요소법으로 구한 자계의 거울전류 모델링으로 구한 자계. (a) Case III ($\mu_R=1,000$) (b) Case IV($\mu_R=1,000$)

Fig. 2. Magnetic fields obtained by FEM and magnetic fields obtained by mirror current modeling. (a) Case III ($\mu_R=1,000$) (b) Case IV($\mu_R=1,000$)

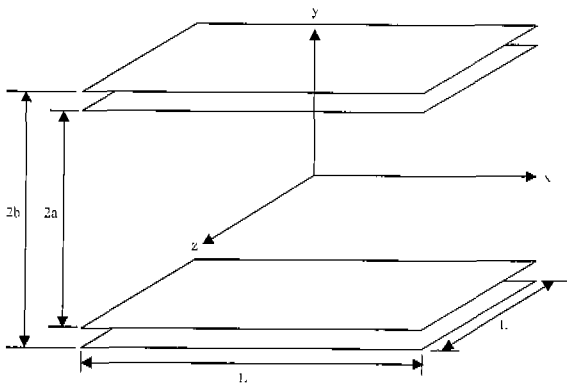


그림 3. 자극 효과를 고려한 평면형 경사자계코일 모형. 원래의 경사자계코일 전류는 면 위에, 거울 전류는 면 위에 있다.

Fig. 3. The planar gradient coil with the pole piece effect. The primary gradient coil planes are at, and the mirror current planes are at.

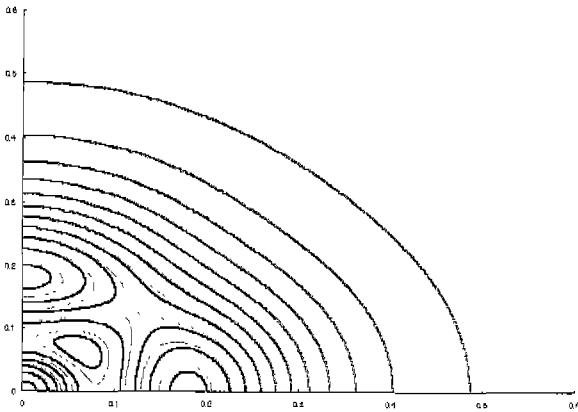


그림 5. y-방향 경사자계코일의 제1사분면 권선 모양. 굵은 선 및 가는 선은 각기 제안한 방법과 종래의 방법으로 설계된 권선 형태를 나타낸다. a = 250 mm, b = 300 mm.

Fig. 5. One quadrant of the y-gradient coil pattern. Thick and thin lines represent the wire patterns of the gradient coils designed by the proposed method and the conventional method, respectively. a = 250 mm, b = 300 mm.

알 수 있다. 표1에서 상대투자율은 50에서 5,000까지 보였는데, 이는 페라이트의 투자율이 수십에서 수백 사이, 그리고 순철의 투자율이 수천 이상인 것을 고려한 것이다. 페라이트는 자극에서의 와전류 발생을 억제하기 위해 자극 표면에 붙이는 경우가 많은데, 이 경우 동작 자계에서 페라이트의 투자율은 수십 이하의 수준까지 낮아질 수 있다. 그리고 투자율이 5,000 이상이 되면 자계분포의 차이가 거의 나지 않아 고려하지 않았다. 자극의 크기가 큰 경우 모델링한 자계분포와 실제 자계분포 사이의 오차는 거의 무시할 수 있을 만한 수준이다.

그림2(a)에 Case III($\mu_R=1,000$)에서 모델링한 자계분포와 실제 자계분포를 보였다. 두 경우의 차가 거의 없어 서로 구별되지 않고 있음을 알 수 있다. 표1에 자극의 크기가 실제 영구

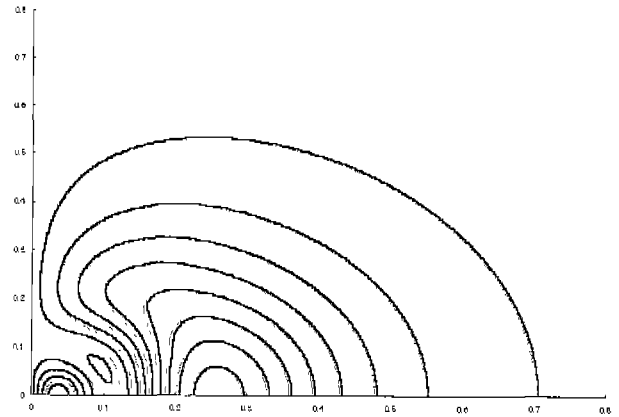


그림 4. x-방향 경사자계코일의 제1사분면 권선 모양. 굵은 선 및 가는 선은 각기 제안한 방법과 종래의 방법으로 설계된 권선 형태를 나타낸다. a = 250 mm, b = 300 mm.

Fig. 4. One quadrant of the x-gradient coil pattern. Thick and thin lines represent the wire patterns of the gradient coils designed by the proposed method and the conventional method, respectively. a = 250 mm, b = 300 mm.

표2. x-경사자계코일과 y-경사자계코일을 설계하기 위한 목표 자속밀도치

Table 2. The target field constraints used in the design of the x- and y-gradient coils.

	j	위치(cm)			자속밀도 (Gauss)
		x_i	y_i	z_i	
x-경사자계코일	1	1.0	1.0	1.0	4.0
	2	1.0	12.5	1.0	4.0
	3	12.5	51.0	1.0	50.0
	4	1.0	1.0	12.5	4.0
y-경사자계코일	1	1.0	1.0	1.0	4.0
	2	1.0	12.5	1.0	50.0
	3	12.5	1.0	1.0	4.0
	4	1.0	1.0	12.5	4.0

자석에서와 같은 수준인 경우(Case II와 Case IV)의 거울 전류 크기도 나타나 있다. 이 경우 거울 전류의 크기는 이상적인 경우에 비해 많이 작음을 알 수 있다. 그리고 투자율의 크기가 작아질수록 거울 전류의 크기도 작아짐을 알 수 있다. 그림2(b)에 Case IV($\mu_R=1,000$)에서 모델링한 자계분포와 실제 자계분포를 비교하였다. 이 경우 두 자계분포는 서로 약간의 차이가 남을 알 수 있다. 그러나 이 두 자계분포 사이의 평균상대 오차는 약 1.6% 수준으로 약간의 오차는 있지만 거울전류 모델링은 경사자계코일을 설계하는데 매우 유용하게 사용될 수 있음을 알 수 있다. 그림2(c)에 대해서 $\mu_{R1}=5,000$, $\mu_{R2}=50$ 이고, 자극의 반경 R이 60cm인 상황을 만들어 거울 전류의 크기를 구해보았다. 여기서 $\mu_{R1}=5,000$ 은 순철의 상대투자율을, 그리고 $\mu_{R2}=50$ 은 페라이트의 상대투자율을 나타낸다. 그 결과가 표1에 나타나 있다(Case V). 이 경우 거울 전류의 크기는 0.895A로 Case IV의 $\mu_R=5,000$ 인 경우와 거의 같음을 알 수 있다. 즉 상대투자율이 큰 자성체 위에 상대투자율이 작은 영

표3. 종래의 방법과 제안한 방법으로 설계한 x-경사자계코일의 성능치.
권선수=16, 2a = 500mm, 2b = 600mm.

Table 3. Performances of the x-gradient coils designed by the conventional and proposed methods. The number of turns is 16 for all cases, and 2a = 500mm, 2b = 600mm.

	Λ=0	Λ=1.0		Λ=0.9		Λ=0.8	
		종래 방법	제안한 방법	종래 방법	제안한 방법	종래 방법	제안한 방법
Inductance (μH)	85.3	140.9	144.2	135.4	138.3	129.8	132.4
Gradient strength (G/cm/A)	0.0044	0.0079	0.0075	0.0076	0.0072	0.0072	0.0069
Average linearity error (%)	2.86	1.92	2.01	1.95	1.99	1.98	1.99
Magnetic field at target points (Gauss)	4.00	7.13	4.03	6.82	4.03	6.50	4.03
	3.91	7.20	4.06	6.87	4.08	6.51	4.12
	50.0	87.8	50.3	84.0	50.3	80.2	50.3
	4.00	7.02	4.02	6.71	4.04	6.41	4.03

표4. 종래의 방법과 제안한 방법으로 설계한 y-경사자계코일의 성능치. 권선수=12, 2a = 500mm, 2b = 600mm.

Table 4. Performances of the y-gradient coils designed by the conventional and proposed methods. The number of turns is 12 for all cases, and 2a = 500mm, 2b = 600mm.

	Λ=0	Λ=1.0		Λ=0.9		Λ=0.8	
		종래 방법	제안한 방법	종래 방법	제안한 방법	종래 방법	제안한 방법
Inductance (H)	114.9	192.0	182.4	184.5	176.4	176.8	170.0
Gradient strength (G/cm/A)	0.0075	0.0135	0.0122	0.0128	0.0117	0.0123	0.0112
Average linearity error (%)	1.43	2.11	1.24	2.04	1.26	1.97	1.27
Magnetic field at target points (Gauss)	4.01	7.23	4.02	6.91	4.02	6.59	4.02
	50.1	91.3	50.2	87.1	50.2	83.0	50.2
	4.02	7.04	4.02	6.73	4.02	6.43	4.02
	4.02	7.03	4.02	6.73	4.02	6.43	4.02

자성체를 부착하더라도 연자성체가 자계에 미치는 영향은 미미한 수준임을 알 수 있다.

최소 인덕턴스 전류밀도함수

거울 전류 효과를 고려하면, 자극면에 부착된 경사자계코일은 그림3에 보인 것과 같이 4개의 면으로 구성된 것으로 볼 수 있다. 즉, 원래의 경사자계코일 면이 y = a 와 -a 면에 있고, 자극 내의 거울 전류면이 y = b 와 -b 면에 있는 것으로 가정할 수 있다. 코일 면은 크기가 L×L인 사각형으로 가정하였다. 4개의 면 위에서의 전류밀도함수는 아래의 식으로 주어진다.

$$\begin{aligned}
 \vec{J}(\vec{r}) = & [J_x^a(x, z)\hat{x} + J_z^a(x, z)\hat{z}]\delta(y-a) \\
 & + [AJ_x^a(x, z)\hat{x} + AJ_z^a(x, z)\hat{z}]\delta(y-b) \\
 & [J_x^{-a}(x, z)\hat{x} + J_z^{-a}(x, z)\hat{z}]\delta(y+a) \\
 & + [AJ_x^{-a}(x, z)\hat{x} + AJ_z^{-a}(x, z)\hat{z}]\delta(y+b) \quad (1)
 \end{aligned}$$

식(1)에서 Λ는 거울 전류의 상대적인 크기, δ는 델타함수를 나타낸다. 그리고 J_x 와 J_z는 x-방향과 z-방향의 전류밀도를, 그리고 J^{±a}는 y = ±a 면에서의 전류밀도를 나타낸다. x-방향 전류밀도에 대한 푸리에변환은 아래의 식으로 주어진다.

$$j_x^a(a, \beta) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx dz e^{-i(ax+\beta z)} J_x^a(x, z) \quad (2)$$

$$J_x^a(x, z) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx dz e^{i(ax+\beta z)} j_x^a(a, \beta) \quad (3)$$

전류밀도에 대해 아래의 연속방정식을 적용하면,

$$\nabla \cdot \vec{J}(x, z) = 0, \quad (4)$$

j_x 와 j_z에 대해 아래의 관계식을 만들 수 있다.

$$aj_x^a(\alpha, \beta) + \beta j_z^a(\alpha, \beta) = 0 \tag{5}$$

식(5)를 벡터전위 함수에 적용하면, 벡터 전위의 각 성분들은 아래의 식으로 주어진다.

$$\begin{aligned} A_x(\vec{r}) &= \frac{\mu_0}{8\pi^2} \iint \frac{dad\beta}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} e^{i(\alpha x + \beta z)} \{1 + \Lambda e^{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}(b-a)}\} \\ &\quad \{ e^{-\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}(a-y)} j_x^a(\alpha, \beta) + e^{-\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}(a+y)} j_x^{-a}(\alpha, \beta) \} \\ A_z(\vec{r}) &= \frac{\mu_0}{8\pi^2} \iint \frac{dad\beta}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} e^{i(\alpha x + \beta z)} \{1 + \Lambda e^{-\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}(b-a)}\} \\ &\quad \{ e^{-\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}(a-y)} j_z^a(\alpha, \beta) + e^{-\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}(a+y)} j_z^{-a}(\alpha, \beta) \} \\ A_y(\vec{r}) &= 0 \end{aligned} \tag{6}$$

최소 인덕턴스를 가지는 전류밀도함수를 구하기 위해서는 먼저 전류밀도함수가 만드는 자계에너지에 관한 식을 구해야 한다. 신티에 의해 발생하는 자계에너지는 아래의 식으로 표현된다.

$$W = \frac{1}{2} \iint (\vec{A}^a \cdot \vec{J}^a + \vec{A}^b \cdot \vec{J}^b + \vec{A}^{-a} \cdot \vec{J}^{-a} + \vec{A}^{-b} \cdot \vec{J}^{-b}) dx dz \tag{7}$$

위 식에서 $\vec{A}^{\pm a}$ 와 $\vec{A}^{\pm b}$ 는 경사자계코일 신티에 의해서 $y = \pm a$ 와 $\pm b$ 면에서 생기는 벡터자계신티를 나타낸다. 식(7)에서 첫번째와 세번째 항은 경사자계코일의 자기인덕턴스(self-inductance) 성분을, 그리고 두번째와 네번째 항은 경사자계코일 전류와 자극 내 거울 신티 사이의 상호인덕턴스(mutual inductance) 성분을 나타낸다. 식(7)에서 $y = a$ 와 $y = -a$ 면 사이의 상호인덕턴스는 무시하였다. 식(7)에 Parseval의 정리를 적용하여 자계에너지를 공간주파수 영역에서 표현하면 아래와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{8\pi^2} \iint dad\beta \{ (a_x^a j_x^{a*} + a_z^a j_z^{a*}) \\ &\quad + (a_x^{-a} j_x^{-a*} + a_z^{-a} j_z^{-a*}) + (a_x^b j_x^{b*} + a_z^b j_z^{b*}) \\ &\quad + (a_x^{-b} j_x^{-b*} + a_z^{-b} j_z^{-b*}) \} \end{aligned} \tag{8}$$

위 식에서 a_x 와 a_z 는 벡터자계전위 성분 A_x 와 A_z 의 푸리에변환을 나타내는데, 이들에 대한 식은 아래에 주어진다.

$$a_x^a = \frac{\mu_0}{2} \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \{ j_x^a + e^{-2\alpha\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} j_x^{-a} \} \tag{9-a}$$

$$a_x^{-a} = \frac{\mu_0}{2} \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \{ j_x^{-a} + e^{2\alpha\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} j_x^a \} \tag{9-b}$$

$$a_x^b = \frac{\mu_0}{2} \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} e^{-\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}(b-a)} \{ j_x^a + e^{-2\alpha\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} j_x^{-a} \} \tag{9-c}$$

$$a_x^{-b} = \frac{\mu_0}{2} \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} e^{-\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}(b-a)} \{ j_x^{-a} + e^{2\alpha\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} j_x^a \} \tag{9-d}$$

식(8)에 전류에 관한 연속방정식(5)를 적용하면 자계에너지는 아래의 식으로 표현된다.

$$\begin{aligned} W &= \frac{\mu_0}{16\pi^2} \iint dad\beta \frac{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{\beta^2} \{ |j_x^a|^2 + |j_x^{-a}|^2 + e^{-2\alpha\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} (j_x^{-a} j_x^{a*} + j_x^a j_x^{-a*}) \} + \\ &\quad \Lambda e^{-\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}(b-a)} \{ |j_x^a|^2 + |j_x^{-a}|^2 + e^{-2\alpha\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} (j_x^{-a} j_x^{a*} + j_x^a j_x^{-a*}) \} \end{aligned} \tag{10}$$

자계는 벡터자계전위에 대해서 회전(curl)을 취하여 얻을 수 있다. 주자계의 방향과 같은 y-방향의 경사자계 신티를 구하면 아래의 식으로 주어진다.

$$\begin{aligned} B_y(\vec{r}) &= \frac{i\mu_0}{8\pi^2} \iint dad\beta e^{i(\alpha x + \beta z)} \frac{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{\beta^2} \\ &\quad \{ 1 + \Lambda e^{-\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}(b-a)} \} \{ e^{-\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}(a-y)} j_x^a(\alpha, \beta) \\ &\quad + e^{-\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}(a+y)} j_x^{-a}(\alpha, \beta) \} \end{aligned} \tag{11}$$

전류밀도함수에 대한 아래의 대칭성을 고려하면

$$j_x^a(\alpha, \beta) = j_x^{-a}(\alpha, \beta) \text{ for } x, z\text{-gradient}, \tag{12-a}$$

$$j_x^a(\alpha, \beta) = -j_x^{-a}(\alpha, \beta) \text{ for } y\text{-gradient}, \tag{12-b}$$

x-방향 경사자계코일의 자계에너지 W와 자계 B_y 는 아래의 식으로 주어진다.

$$\begin{aligned} W &= \frac{\mu_0}{4\pi^2} \iint dad\beta \frac{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{\beta^2} (1 + \Lambda e^{-\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}(b-a)}) \\ &\quad |j_x^a|^2 e^{-\alpha\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \cosh(\alpha\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}) \end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned} B_y(\vec{r}) &= \frac{i\mu_0}{8\pi^2} \iint dad\beta e^{i(\alpha x + \beta z)} \frac{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{\beta^2} \\ &\quad e^{-\alpha\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \{ 1 + \Lambda e^{-\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}(b-a)} \} \\ &\quad \cosh(\alpha\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}) j_x^a(\alpha, \beta) \end{aligned} \tag{14}$$

y-방향 경사자계코일의 자계에너지와 자계에 관한 식은 식(13)과 (14)의 cosh를 모두 sinh로 바꾸면 된다. 촬영 공간에서

선형적인 경사자계코일을 얻는 가운데 경사자계코일의 인덕턴스를 최소화하기 위해서는 아래의 식을 최소화하는 과정을 취해야 한다.

$$E(j_x^{\prime\prime}) = W - \sum_{j=1}^N \lambda_j \{ B_v(\vec{r}_j) - B_{v,j}^{\prime} \} \quad (15)$$

위 식에서 B_v^{\prime} 는 활영 공간 내 정해진 위치에서 원하는 자계 강도를 나타내고, λ_j 는 정해야 할 Lagrange 변수를 나타낸다. 식(15)를 전류밀도함수에 대해 미분을 취해 E함수를 최소화하는 전류밀도함수를 구하면 최소 인덕턴스를 가지는 전류밀도함수는 아래의 식으로 주어진다.

$$j_x^{\prime\prime} = \frac{-i\beta}{2\cosh(a\sqrt{\alpha^2 + \beta^2})} \sum_j \lambda_j e^{-i\alpha x_j - i\beta z_j} / \cosh(y\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}) \quad (16)$$

위 식에서 Lagrange 승수 λ_j 는 아래의 선형 방정식을 풀어서 구할 수 있다.

$$B_{v,j}^{\prime} = \sum C_{ij} \lambda_j \quad (17)$$

$$C_{ij} = \frac{\mu_0}{8\pi^2} \int \int da db e^{i\alpha(x_i - x_j) + i\beta(z_i - z_j)} \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} e^{-\alpha\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} (1 + \Lambda e^{-\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} (b-a)})} \frac{\cosh(y\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \cosh(y\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}))}{\cosh(\alpha\sqrt{\alpha^2 + \beta^2})} \quad (18)$$

y-경사자계코일에 대한 전류밀도함수는 식(16)과 (18)에서 모든 cosh를 sinh로 바꾸면 된다. 식(16)으로 주어지는 최소 전류밀도함수에 관한 표현식은 종래의 방법으로 설계된 선류밀도함수와 같음을 알 수 있다. 그러나 자극의 거울 전류 효과 때문에 Lagrange 승수가 달라지고, 따라서 전류밀도함수로 얻어지는 권선 형태도 달라지게 될 것이다.

결과 및 고찰

전 상에서 구한 선류밀도함수를 이용하여 표2에 주어진 제한조건에 대해 최소 인덕턴스 전류밀도함수를 구해 보았다. 경사자계코일 면의 크기는 $3000 \times 3000 \text{ mm}^2$ 로 하였고, 경사자계코일 면 사이의 거리 $2a$ 는 500 mm 로 하였다. 경사자계코일 면과 자극 면 사이의 거리는 25 mm 로 하였다. 따라서, 두 거울 선류 면 사이의 거리 $2b$ 는 600 mm 가 될 것이다.

그림 4에 제안한 방법으로 설계된 x-방향 경사자계코일의 권선 모양을 보였다. 보인 권선 모양은 전체 권선의 1사분면에 해당한다. 그림4에는 권선 형태를 쉽게 비교하기 위하여 종래

의 방법으로 설계된 권선 형태도 함께 보였다. 그림4에 보인 경사자계코일을 설계하는데 있어 거울 선류의 상대 크기 Λ 는 1로 가정하였다. 그림3의 경사자계코일 모양 사이에는 큰 차이가 없음을 알 수 있다. 제안한 방법과 종래의 방법으로 설계한 x-방향 경사자계코일의 성능 지표를 표3에 나타내었다. 표3에는 경사자계코일의 주요 성능 지표인 인덕턴스, 경사자계강도, 선형성 오차 등을 거울 전류의 크기에 따라 나타내 보았다. 경사자계코일의 인덕턴스 L은 아래의 식으로 구하였다.

$$W = \frac{1}{2} L I^2 \quad (19)$$

식(19)에서 I는 경사자계코일에 흐르는 전류의 크기를 나타낸다. I는 전류밀도함수를 어느 한 방향으로 적분하여 Stream 함수를 구한 뒤 이 Stream 함수의 최대 진폭을 권선수로 나누어서 구하였다[2]. 선형성 오차는 $400 \times 300 \times 400 \text{ mm}^3$ 크기의 타원통에서 구하였는데 선형성 오차를 구하는 식을 아래에 나타내었다.

$$Error = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{B_i - B_i^{\prime}}{B_i^{\prime}} \times 100 \right)^2} \quad (20)$$

위 식에서 B_i and B_i^{\prime} 는 각기 실제 자계와 이상적인 자계를 나타내며, N은 관심 영역 안에서 표본화 수를 나타낸다. x-방향 경사자계코일의 성능을 구하는데 있어 권선 수는 16으로 하였다. x-방향 경사자계코일의 경우 제안한 방법과 종래의 방법으로 설계한 코일의 인덕턴스와 자계의 선형성이 오차 한계 범위에서 거의 같음을 알 수 있다. 그러나 종래의 방법으로 설계하는 경우 설계된 위치에서의 자계치가 제한 조건으로 주어진 설계치보다 훨씬 큰데 반해 제안한 방법은 설계치와 거의 일치하는 수준의 자계를 형성함을 알 수 있다.

그림5에는 y-방향 경사자계코일의 권선 형태를 나타내었다. 이 경우 종래의 방법과 제안한 방법으로 설계한 경사자계코일의 권선 형태 사이에 특히 중심부에서 차이가 있음을 볼 수 있다. 표4에 y-방향 경사자계코일의 성능을 나타내었다. 이 경우 제안한 방법으로 설계한 경사자계코일이 종래의 방법으로 설계한 것에 비해 인덕턴스가 낮고, 선형성 오차도 개선됨을 알 수 있다. y-방향 경사자계코일의 경우 기존 방법으로 설계한 것보다 성능이 상대적으로 크게 나은 것은 경사자계코일의 권선 형태가 중심부 푼 형태로 되어 있어 자극과의 자기적 결합이 보다 크기 때문이라고 생각된다.

결론

자극효과를 고려하여 평면형 경사자계코일을 설계하는 방법을 제시하였다. 자극 효과 때문에 경사자계코일의 자계가 왜곡되고 경사자계 강도가 설계값과 차이가 많이 날 뿐만 아니라 코일의 인덕턴스도 증가하게 된다. 본 논문에서는 자극 효과들

표현하는 거울 전류의 최적 크기를 구하였고 이 거울 전류 효과를 고려한 상태에서 최소 인덕턴스를 갖는 경사자계코일을 설계하였다. 제안한 방법으로 설계한 경사자계코일의 경사자계 상도는 선계값과 같아졌으며, 자극과의 자계 결합이 큰 y-방향 경사자계코일의 경우 경사자계의 선형성이 증가하고 코일의 인덕턴스가 감소하는 것을 알 수 있었다.

참고 문헌

1. R. Turner, *Minimum inductance coils*, J. Phys. E: Sci. Instrum, Vol. 21, pp948-952, 1988
2. R. Turner, *Gradient coil design: a review of methods* Magn. Reson. Imaging, Vol. 11, pp902-920, 1993
3. L. S. Petropoulos et al., *An MRI elliptical coil with minimum inductance*, Meas. Sci. Technol., Vol. 4, pp349-356, 1993
4. S. Pissanetzky, *Minimum energy MRI gradient coils of general geometry*, Meas. Sci. Technol., Vol.3, pp667-673, 1992
5. J. W. Carson and M. S. Roos, *Shielded gradient coils on hyperbolic surfaces of revolution*, Magn. Reson. Med., Vol. 34, pp762-769, 1995
6. Q. Liu et al., *Improved, minimum-inductance, elliptic-cylinder z -gradient coil using axial and azimuthal current flow*, J. Magn. Reson., Vol.B113, pp228-235, 1996
7. M. A. Martens et al., *Insertable bi planar gradient coil for MR imaging*, Rev. Sci. Instrum., Vol.62, pp2639-2645, 1991
8. D. G. Hughes et al., *Compact, cylindrical, distributed-current, transverse-gradient coils for use in MRI*, J. Magn. Reson., Vol.B110, pp158-163, 1996
9. B. A. Chronik and B. K. Rutt, *Constrained length minimum inductance gradient coil design*, Magn. Reson. Med., Vol. 39, pp270-278, 1998
10. S. Y. Lee et al., *Planar gradient coil design by scaling the spatial frequencies of minimum inductance current density*, Magn. Reson. Med., Vol. 38, pp858-861, 1997
11. R. Bowtell et al., *Multilayer gradient coil design*, J. Magn. Reson., Vol.131, pp286-294, 1998
12. Magnet version 6 Getting started guide, Infolytica corporation, 1997