



T-joint 용접부의 형상에 따른 역학적 메카니즘에 관한 연구

방한서* · 김종명**

* 조선대학교 공과대학 선박해양공학과

** 담양대학 기계·자동차 공학부

A Study on the Mechanical Mechanism According to the Groove Shape of T-welded Joint

H.S. Bang* and J.M. Kim**

* Dept. of Naval Architecture and Ocean Engineering, Chosun University, Kwang-ju 501-759, Korea

** Dept. of Mechanical Engineering, Provincial College Damyang, Chonnam 517-800, Korea

Abstract

The use of thick plate is increasing in recent years due to the rapid expansion of chemical plants, nuclear plants, ships and other industrial plants. Welding is the most popular joining techniques employed in manufacturing industrial machineries and structures. Normally, groove shapes are prepared according to appropriate rules and regulations such as KS, JIS, AWS, LR, DNV and etc. for various thicknesses of plate. However those groove angles tend to be too large. As a result of large groove angle, residual stress, deformation of material and strength reduction is obtained. Therefore, the reliability and safety of structures and machinery tend to be decreasing. Therefore, in this paper, theoretical as well as experimental study are carried out to find optimum groove shapes for T-welded joint of mild steel. The test specimen are made in same condition with simulation model. Welding residual stresses measurement by sectional cutting method.

- i) The mechanical difference for change the thickness of plate and groove angle are not appeared.
- ii) In a mechanical point of view minimum preparation angle(40°) is more suitable than maximum groove angle(60°)
- iii) The measurement value and distribution of welding residual stresses are not effected largely by groove angle

It is mechanical restraint that mainly affect welding residual stresses distribution. In mechanical point of view minimum groove angle is more suitable than maximum groove angle. Therefore, it is appropriate to minimize the size of groove shape in strength and safety.

(Received June 12, 1999)

Key Words: T-welded joint, Groove shape, Optimum design, Welding residual stresses, Plastic strain, Sectional cutting-method, Numerical simulation

1. 서 론

강 구조물의 제조공정에서 필릿용접은 I형 및 H형 등 각종 빔의 제작이나 보강재등의 제작에 널리 쓰이는 용접법이다. 그러나, 후판의 경우에 웨브(Web)쪽의 판을 홈 가공하지 않으면 불완전 상태의 용입의 되기 쉬우므로, 일반적으로 개선각을 가진 홈 형태를 유지하며 루트갭등의 영향을 배제 하기위해 완전 Penetration의 형태를 취하게 된다. 이러한, T-joint 용접부는 이음부 형상이 기하학적으로 복잡하고, 용착 금속부가 응고되는 과정에서 용접체에 작용하는 구속도가 방향에 따라 서로 다르게 되므로, 용접시 발생하는 용접잔류응력 및 변형율이 매우 복잡하며 정확히 예측하기가 매우 어려운 실정이다. 용접잔류응력 문제의 컴퓨터를 이용한 수치해석 방법은 일본 오사카 대학의 Ueda교수팀을 비롯하여 각국 학자들에 의하여 활발한 연구와 좋은 논문⁷⁻¹¹⁾이 발표되고 있으나 용접부의 형상 및 치수 결정을 위한 용접이음부 설계에 직접 적용한 경우는 거의 없는 실정이다.

따라서, 본 연구에서는 이러한 T-joint 용접부의 홈 개선각도 및 루트부의 크기와 웨브의 두께를 KS등 각종 규격¹⁻⁴⁾을 근거로 하여, 다양하게 변화시켜 용접수행시 용접체에 발생하는 역학적 메카니즘을 규명 하였다. 먼저, 유한요소법을 이용하여 자체 개발된 수치해석용 컴퓨터 프로그램¹⁸⁾을 사용하여 T-joint 용접시험편에 대한 수치 시뮬레이션을 수행하여 용접잔류응력, 상당응력 및 소성변형율등의 발생기구를 규명하였으며, 수치해석 시험편과 동일한 조건의 실시험편을 제작하여 정도가 높은 단면절단법을 사용하여 각종 시험편에 대하여 잔류응력을 측정하여 측정된 결과와 수치해석 결과를 비교 · 분석하였다. 이러한 과정을 통하여 최종적으로 T-joint 용접부의 최적(최소)형상을 도출하였다.

2. 해석모델 및 용접조건

T-joint 시험편의 형상은 Fig. 1에 도시한 바와 같이 용접시 용접부의 역학적 조건 즉, 시험편이 수축 및 팽창의 영향을 받지 않는(무한판의 역학적 조건) 최소크기로 선정하였으며, 시험편의 제원은 Table 1에 나타내었다. 해석모델에서 x는 용접선 방향, y는 판(Plate)의 폭 방향 및 웨브(Web)의 두께 방향을 나타내고, z는 판의 두께 방향 및 웨브의 폭 방향을 나타낸다.

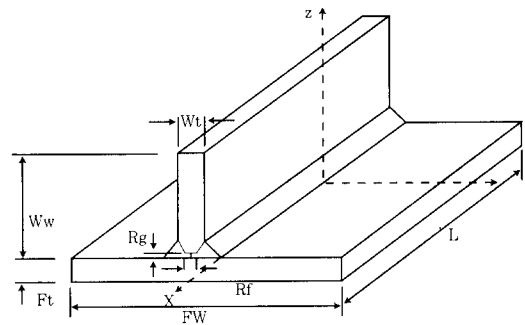


Fig. 1 Model of test specimen

또한, 수치해석 모델 및 요소분할은 열분포 특성 및 응력변화 특성을 고려한 것으로 Fig. 2에 나타냈으며, 홈 형상은 T-joint 용접 시험편 모두 최소각 40°와 60°(T-joint)로 하였다. 요소분할은 4절점 아이소-파라메터를 도입하여, 4절점 사각형요소 와 4절점 삼각형 요소를 사용하여 총요소수 700-900개, 총절점수 800-1100개로 분할 하였으며, 용접잔류응력 및 소성 변형율등의 해석에서 사용한 경계조건은 시험편의 대칭성을 고려하여, 시험편이 자유롭게 수축 및 팽창 할 수 있도록 Fig. 3에 나타낸 바와 같이 웨브(Web) 상단의 중앙점(y=0mm, z=200mm)을 좌 · 우(y방향)로 구속하고, 플랜지(Flange) 하단의 중앙부(y=0mm, z=0mm)를 좌 · 우(y방향), 상 · 하(z방향)로 구속 하였다.

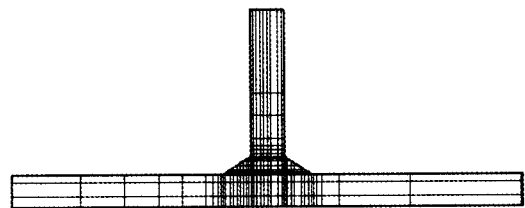


Fig. 2 Analysis model and mesh division

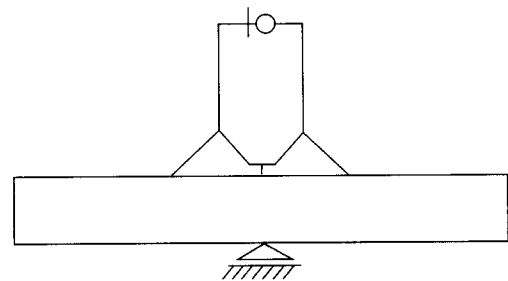


Fig. 3 Boundary condition of analysis model

홈 형상 선정은 작업조건 및 현재 사용중인 각종 규정을 참고하여, 최소각은 실제 작업현장에서 용접봉의 운봉조건등을 고려하여 작업가능한 최소각 40°를, 최대각 60°는 규정 및 규칙에서 정한 값으로 선정하였으

며, 웨브 두께는 범용성을 고려하여 10mm, 20mm 및 30mm를 선정하였다. 재료는 연강(SM41)을 사용하였으며, 용접은 자동 Submerged-Arc 용접을 하였고, 용접 조건은 전류 700-850(Amperes), 전압 33-40(Voltages) 및 용접속도 30-50(cm/min)로 하였다.

Table 1 Dimensions of specimen

(unit:mm)

| Dimension | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ | ⑥ |
|-------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Length of model(L) | 600 | 600 | 600 | 600 | 600 | 600 |
| Width of web(Ww) | 170 | 170 | 170 | 170 | 170 | 170 |
| Width of flange(Fw) | 300 | 300 | 300 | 300 | 300 | 300 |
| Thickness of web(Wt) | 10 | 10 | 20 | 20 | 30 | 30 |
| Thickness of flange(Ft) | 30 | 30 | 30 | 30 | 30 | 30 |
| Weld size(l) | 8 | 8 | 16 | 16 | 24 | 24 |
| Root gap size(Rg) | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| Root face size(Rf) | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 | 5 |
| Bevel angle | 40° | 60° | 40° | 60° | 40° | 60° |

각 모델에 대한 용접입열(Q)의 계산은 (1)식에 의하여 산정하였으며

$$Q = \eta \frac{V \cdot I}{v} \text{ (Joule)} \quad (1)$$

용접금속의 각 요소에 대한 입열 q는 식(1)을 칼로리로 환산한 식(2)를 이용하였다.

$$q = \frac{Q \cdot l}{4.19 \cdot A \cdot l \cdot t} \text{ (cal)} \quad (2)$$

여기서, $t(l/v)$: 용접시간(sec), V: 전압(V),
 I: 전류(A), Q: 입열량(Joule), A: 단면적(mm²),
 v : 용접속도(mm/sec), l: 용접길이(mm),
 η : 용접효율 이다.

3. 해석 및 실험결과 고찰

3.1 수치해석 결과

3.1.1 개선각에 따른 특성

Fig. 4(a),(b),(c)그림은 T-joint 용접부의 웨브 두께가 일정(30mm)하고, 홈 형상이 40°에서 60°로 변화할 때, 플랜지의 상표면에서의 열전달 효과를 고려하기 위해, 두께 방향으로 2mm인 지점에서 폭 방향에 걸친 용접잔류응력 성분(σ_x, σ_y 및 σ_z)을 나타낸 것이다. 주목점의 위치는 용접후 냉각과정에서의 온도분포를 고려하여 고찰 하였다.

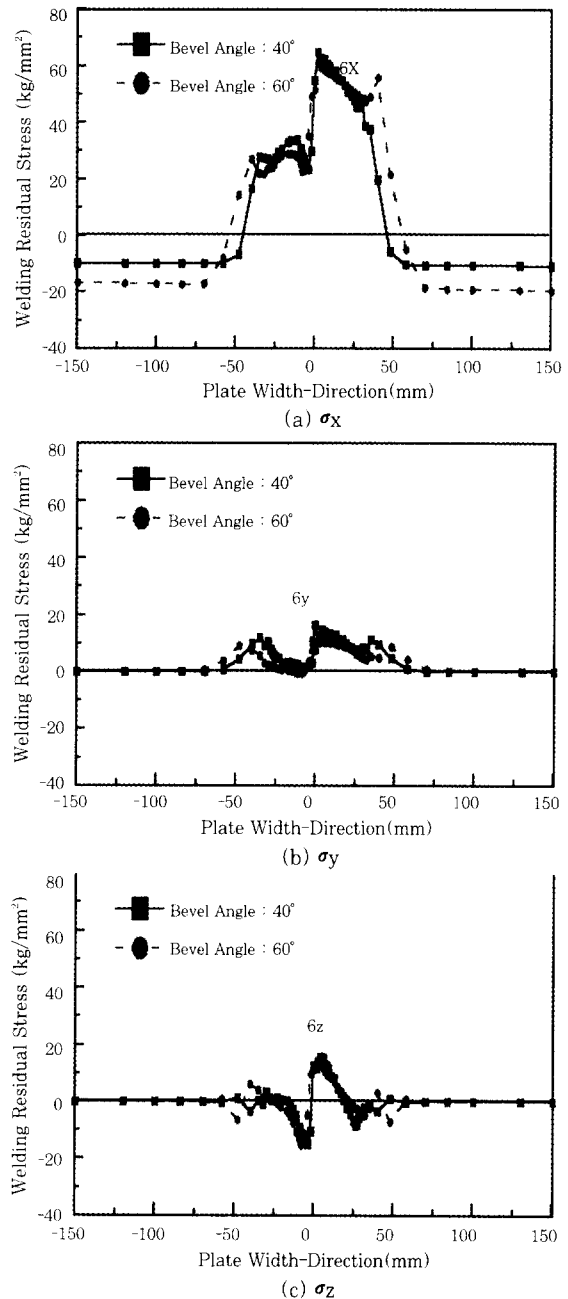


Fig. 4 Distribution of welding residual stresses on the bevel angle 40° and 60°

그림에서 주목하여 보면, T-joint 용접부의 홈 형상이 40°에서 60°로 커질수록, 응력의 분포양상은 동일하게 나타났으나, 용접잔류응력의 크기는 다소 커짐을 보이고 있고, 용착금속부의 증가로 용접잔류응력의 분포가 플랜지 폭 방향으로 상당부분 증가하였다. 또한, 용접잔류응력 성분(σ_x, σ_y 및 σ_z) 모두 플랜지 중심을 기점으로 용접잔류응력의 분포가 좌·우 대칭을 나타내지 않는 이유는, 용접순서를 실제 작업상태를 기준으로 좌측을 먼저 수행하고, 우측을 수행한 순으로 행하였기 때문에 후행패스(우측) 수행시의 입열효과로

먼저 형성된 선행패스(좌측)시의 용접잔류응력의 완화 현상 때문이라고 판단된다. 홈 형상의 변화(40° 및 60°)에 따른 용접잔류응력 각 성분의 크기를 비교해 보면 40° 및 60°공히 $\sigma_x > \sigma_y \geq \sigma_z$ 순으로 나타났다. 용접잔류응력이 이러한 분포를 나타내는 이유는, 용접선 길이 방향(σ_x)으로의 역학적 구속력이 가장 크기 때문이며, 용접선 폭 방향(σ_y) 및 두께 방향(σ_z)으로의 구속력은 T-joint 용접부 형상("⊥"형)의 특징상 구속력이 서로 비슷하기 때문인 것으로 판단된다.

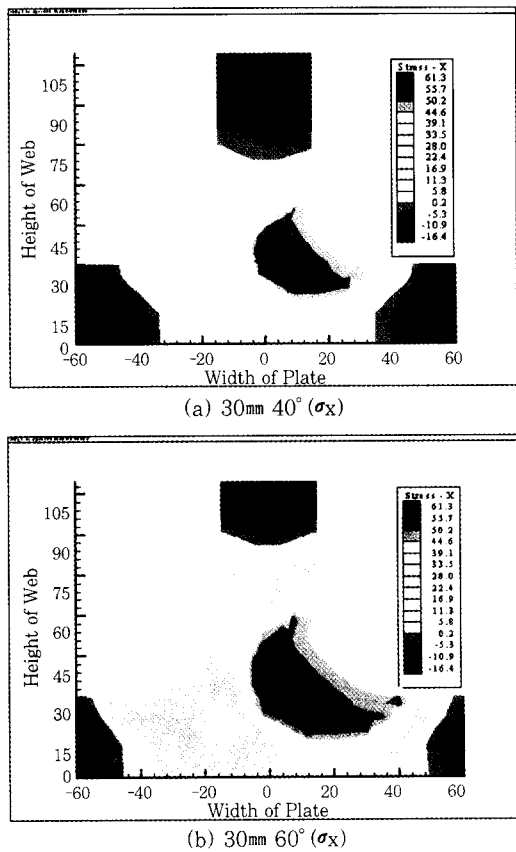


Fig. 5 Distribution of welding residual stress(σ_x) in the part of full model

Fig. 5(a),(b)에서 도시한 것은, 6종류의 T-joint 용접부 해석 시험편 전영역에 걸쳐 용접잔류응력 성분(σ_x, σ_y 및 σ_z)중 각 성분을 주도하는 용접선방향 성분(σ_x)을 도시한 것이다.

Fig. 5에서 주목하여 보면, 동일한 용접조건에서도 선행패스(좌측)영역보다 후행패스(우측)영역에서 용접잔류응력이 크게 나타남을 보이고 있는데 이는 후행패스시 선행패스시 발생되었던 용접잔류응력이 후행패스시의 입열효과로 인해 응력이 완화된 것으로 판단된다.

또한, 각 두께별로 홈 형상이 40°에서 60°로 커짐에 따라 시험체에 잔류하는 용접잔류응력(σ_x)성분의 분

포양상은 동일하게 나타났으나, 그 절대치의 크기 및 분포영역이 시험체에 걸쳐 증가함을 뚜렷히 보여주고 있다. 이러한 결과는 두께가 두꺼워 질수록 더욱 뚜렷이 나타나는데, 두께가 두꺼워질수록 홈 형상이 40°일 경우 보다 60°일 경우에 용착금속이 차지하는 영역이 더욱 비례적으로 커지게 때문에 이로 인한 결과로 판단된다.

Fig. 6(a),(b),(c)그림은 Fig. 4(a),(b),(c)와 동일한 위치에서의 용접잔류 소성변형을 성분($\epsilon_x^p, \epsilon_y^p$ 및 ϵ_z^p)의

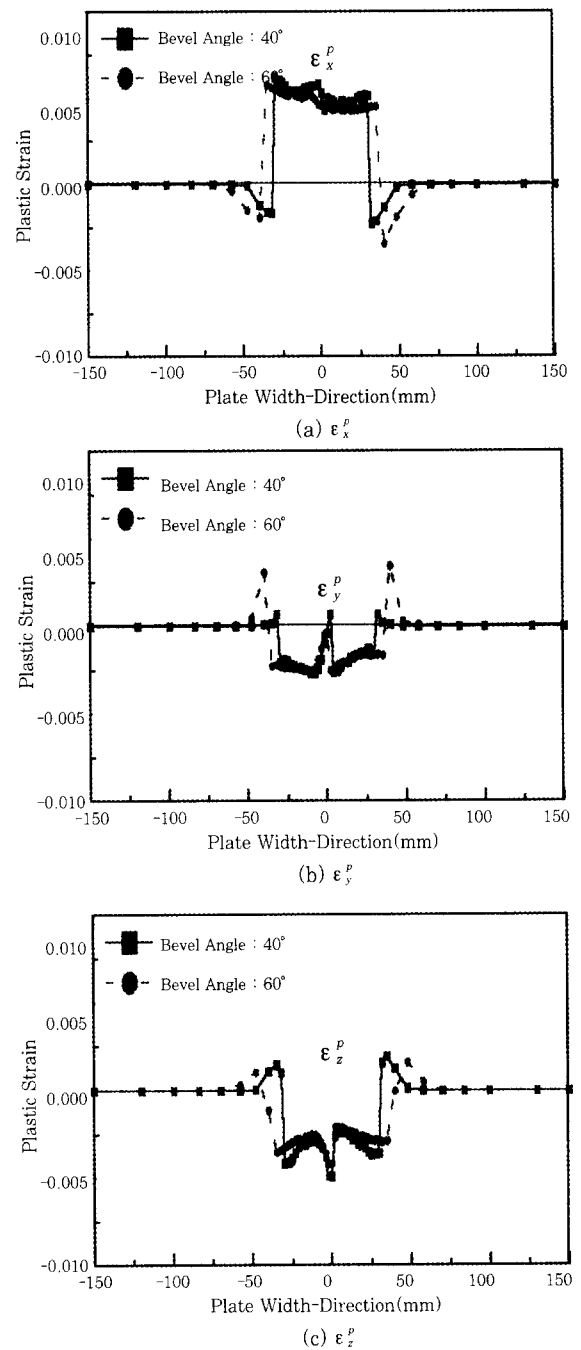


Fig. 6 Distribution of plastic strains on the bevel angle 40° and 60°

분포양상 및 그 크기를 나타낸 것이다. Fig.6에서 관찰해 보면, 용접잔류 소성변형율(ϵ_x^p , ϵ_y^p 및 ϵ_z^p)의 분포양상은 흠 형상의 변화에 따라 동일하게 나타났으나, 분포역은 용접 폭 방향(플레이트 폭 방향)으로 증가하였다.

각 성분별 특징을 비교해 보면, 용접선 방향의 소성 변형율 성분(ϵ_x^p)은 인장분포를 용접 폭방향(ϵ_y^p) 및 두께 방향성분(ϵ_z^p)은 압축분포를 주로 보이고 있으며, 이들 인장 및 압축성분의 분포의 합은 전 영역에서 zero임을 보여 주고 있다. 또한, 이러한 인장 및 압축 성분이 열영향부 및 인근모재역에서 가파른 기울기를 보이며 교차하고 있다.

Fig. 7(a),(b)에서 도시한 그림은 좌·우 동시용접(1-1pass) 및 순차적 용접(1-2pass)수행의 경우를 30mm 60°를 예들들어 비교해 보았다. 그림에서 나타낸 바와같이 중심선을 기점으로 순차적 용접(1-2pass)의 경우 좌측의 용접잔류응력 및 소성변형율 성분이 후행패스의 열처리 효과에 기인하여 상당부분 완화됨을 보이고 있으며, 동시용접(1-1pass)의 경우와 비교해 보면, 폭 방향으로 용접잔류응력 분포영역에는 그 차가 거의 발생되지 않았다.

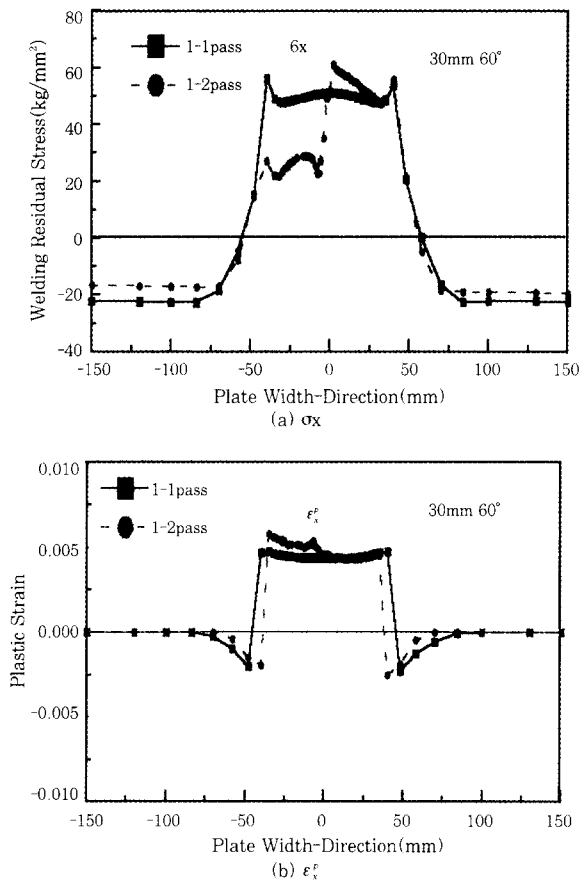


Fig. 7 Comparison of welding residual stress (σ_x) and plastic strain(ϵ_x^p) in the 1-1pass and 1-2pass

3.1.2 판 두께별 특성

Fig. 8(a)는 T-joint 용접부 웨브 흠 형상이 양면 60°로 일정하고, 두께가 변화(10mm, 20mm 및 30mm)할 때, 플랜지(Flange)의 상표면에서 두께방향으로 2mm인 지점에서 플랜지 폭 방향에 걸쳐 용접잔류응력 성분(σ_x)을 나타낸 것이고, Fig. 8(b)는 (a)와 동일한 위치에서, 소성변형율 성분(ϵ_x^p)의 분포를 나타낸 것이다. Fig. 8(a)에서는 두께 변화에 따른 용접잔류응력의 분포 양상은 동일하였으며, 두께가 변화함에 따라 특이한 역학적 현상은 발생되지 않았다. 그러나, T-joint용접부의 경우 두께가 증가할수록 동일 흠 형상(60°)이더라도 용착금속부의 크기의 차가 발생되기 때문에, 이로 인해 용접잔류응력이 차지 하는 영역이 또한 폭 방향으로 이동하였다.

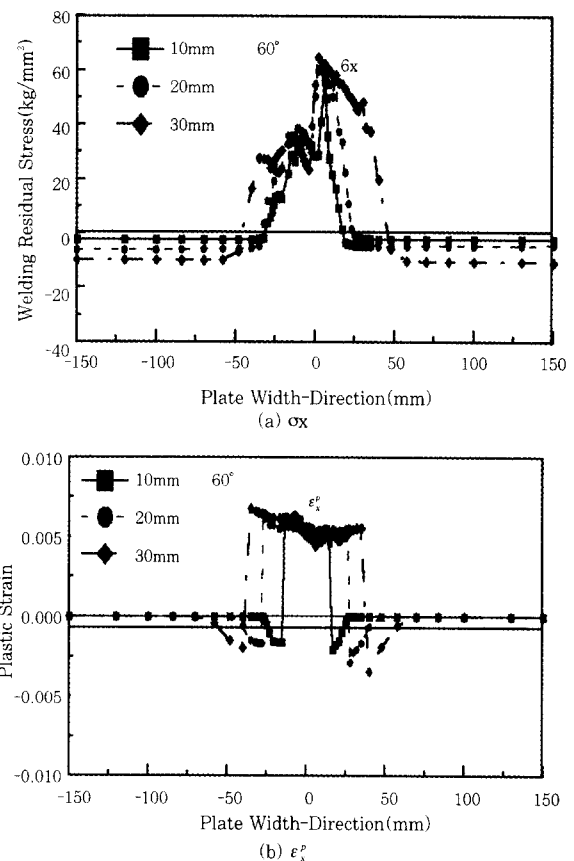


Fig. 8 Distribution of welding residual stress and plastic strain on the thickness(plate width direction)

또한, Fig. 8(b)에서 두께변화에 따른 용접잔류 소성 변형율의 분포양상은 동일하였고, 크기의 차도 거의 나타나지 않았다.

Fig. 9(a),(b)그림은 T-joint 용접수행시 선행패스(1pass:좌측)만 수행했을 때의 용접잔류응력(σ_x) 및 소성변형율(ϵ_x^p)의 분포도이고, (c),(d)그림은 후행패스

(1-2pass)가 완료되었을 때의 분포도이다. 먼저, 용접잔류응력의 분포양상에서 비교해 보면, (c)의 후행패스가 수행됨에 따라 (a)의 응력분포는 열처리 효과에 기인하여 상당부분 응력이 감소함을 보이고 있다. 또한, (b)의 선행패스시의 소성변형율의 분포는 그 절대 크기가 후행패스(d)가 수행됨에 따라 좌측(선행패스)의 소성변형율 ϵ_p 값이 우측의 값보다 크게 나타나는 이유는 선행패스 수행시, 좌측에 일정 크기의 소성변형율 성분이 분포하게 되고 우측의 용착금속부는 이때에는 존재하지 않게 되며, 우측(후행패스)에 용접이 수행됨에 따라 우측에 발생하는 소성변형율 값보다 좌측값이 더 큰 값을 나타내었다. 이는 이미 형성돼 있는 소성변형율의 값에 새로 발생한 소성변형율이 더하게 되어 나타난 결과라 판단된다.

3.2 실험 결과

용접잔류응력을 측정하는 기존의 X-ray 나 Laser 투시법⁵⁾, 용접부위에 구멍을 뚫어 변형을 이완량을 측정 하는법⁶⁾ 용접부의 길이 변화에 따른 Klein법등

이 있다. 이들 방법을 면밀히 검토하여 본 결과, 후판의 경우 단면절단법이 가장 정도가 높은 것으로 나타났다.

따라서, 용접잔류응력 측정용 시험편의 제작은 수치해석과 동일한 조건 즉, 시험편 크기(Table 1)와 용접 조건등을 동일하게 제작하였으며, 용접잔류응력 측정 위치의 선정은 수치해석 결과에 따라, 대칭성을 고려하여 반 쪽에 대해서 측정하였으며, 비정상역 및 준정상역을 고려하여 시험체 길이 방향과 시험체 길이 방향의 중앙에서 폭 방향 (x=300mm)지점을 선정하였으며 수치해석 결과에 따라 응력의 변화가 급격한 위치를 측정점으로 하였다.

측정용 계이지는 Tokyo-Sokki Kenkyuio사의 1축 및 2축계이지를 사용하였으며, 계측기(Data-Logger)는 동사 제품의 모델인 TDS-601을 사용하였다.

3.2.1 개선각별 측정 결과

T-joint 용접부의 용접잔류응력 측정 결과를 홈 각도의 변화에 따라 비교해 보았다. 계측위치는 수치해

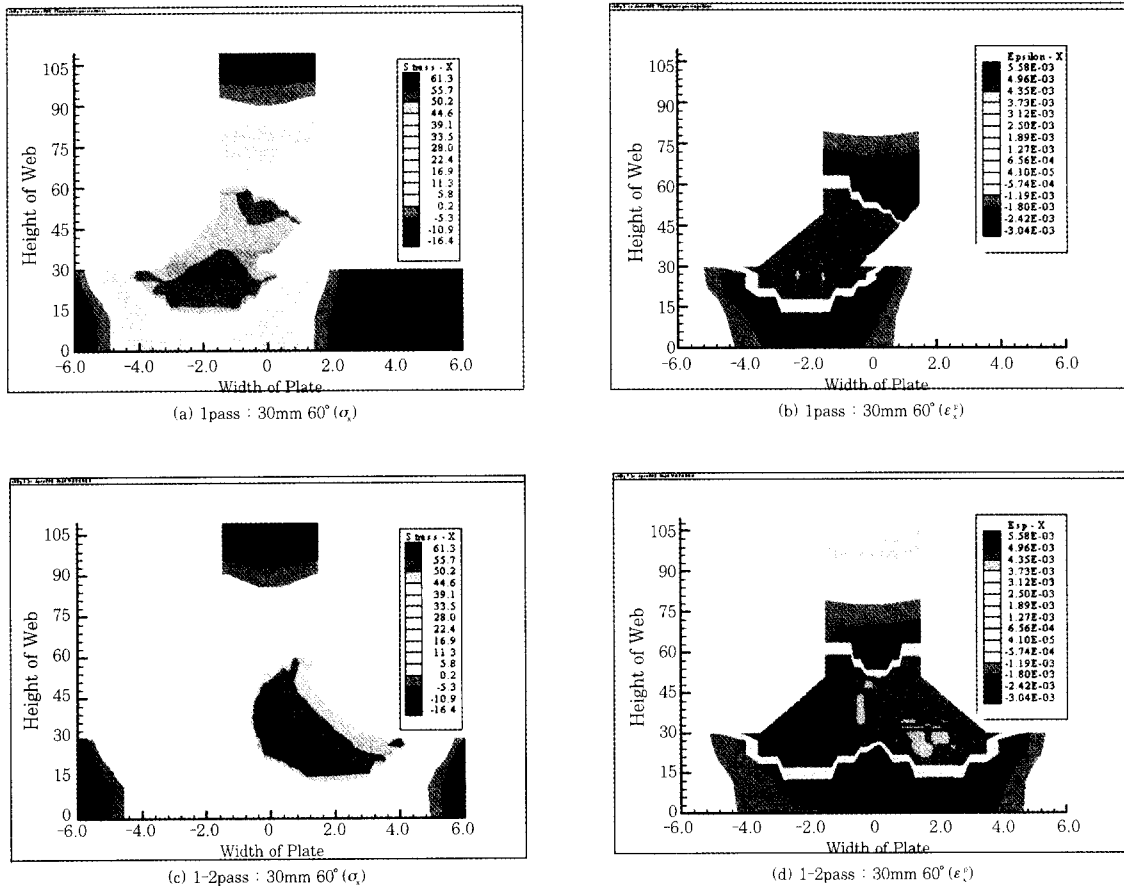
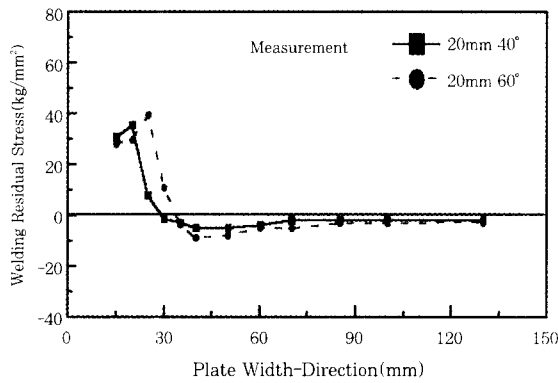


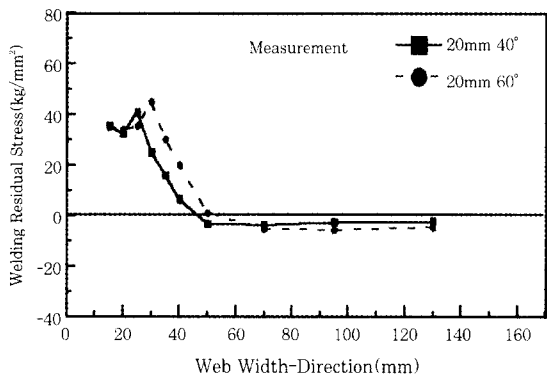
Fig. 9 Distribution of welding residual stress(σ_x) and plastic strain(ϵ_p) in the part of full model on the 1-1pass and 1-2pass

석 결과를 토대로 용접잔류응력이 급변하는 위치를 선정하였다. Fig. 10(a)에서 도시한 그림은, 웨브 두께가 20mm로 일정하고, 홈 각도가 40° 및 60°로 변화할 때, 판의 우측 상표면 용착금속부에서 5mm떨어진 HAZ지점에서 판 폭 방향에 걸쳐 측정된 용접잔류응력 분포도 이고, (b)의 그림은 웨브의 용착금속부에서 5mm떨어진 HAZ지점에서 웨브 폭 방향으로의 용접잔류응력 분포도이다.

측정결과에 주목해 보면, 플레이트 및 웨브의 폭방향으로 홈 각도의 변화에 따른 용접잔류응력의 분포양상은 동일하게 나타났으나, 홈 각도가 60°일 때가 40°일때보다 그 절대치가 다소 높게 나타났으며, 분포역은 판 폭 방향으로 다소 증가하고 있다.



(a) Plate width-direction

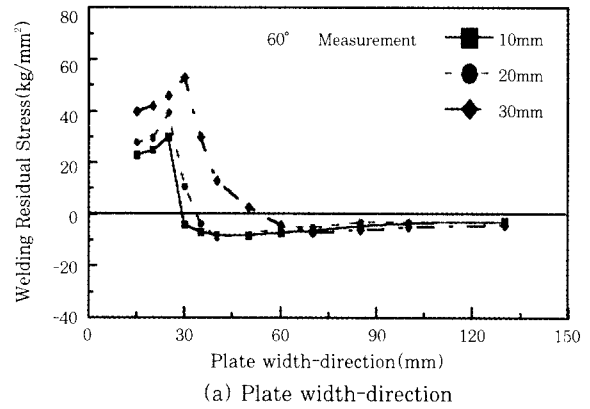


(b) Web width-direction

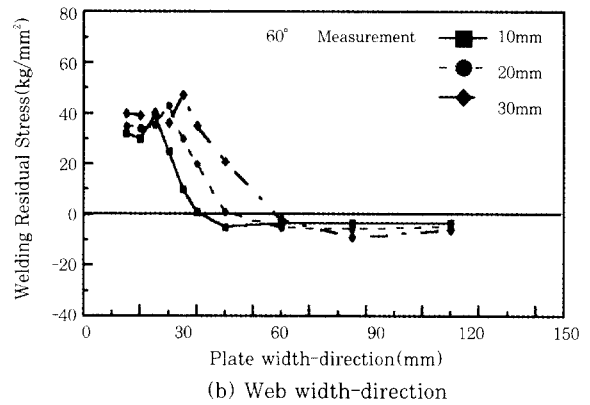
Fig. 10 Measurement results of welding residual stresses on the bevel angle 40° and 60° (plate width-direction)

3.2.2 판 두께별 측정 결과

Fig. 11(a),(b)에서 도시한 그림은, 홈 각도를 일정(60°)하게 하고, 두께를 변화(10mm, 20mm 및 30mm)시켰을 때의 측정결과이다. 두께변화에 따른 용접잔류응력의 분포양상은 판 폭 방향 및 웨브 폭 방향으로 동일하였으며, 특히 홈 각도가 60°로 일정하고 두께를



(a) Plate width-direction



(b) Web width-direction

Fig. 11 Measurement results of welding residual stresses on the thickness

변화시켰을 경우의 분포양상은 두께가 증가할수록 용접잔류응력이 다소 높은 값을 나타내었다.

3.4 수치해석 결과와 측정 결과 비교

용접부 형상변화에 따라 각기 제작된 시험편에 대해, 용접잔류응력을 측정된 결과를 수치해석 결과와 함께 비교·분석하였다. Fig. 12(a),(b)에 도시한 그림은 두께가 30mm로 일정하고, 홈 각도가 40°에서 60°로 변화할 때 수치해석 결과와 측정 결과를 웨브의 우측 상표면 용착금속부에서 5mm떨어진 HAZ지점에서 웨브 폭 방향에 걸쳐 용접잔류응력(σ_x)을 홈 각도의 변화에 따라 비교하였다.

그림에서 보면, 측정 결과 및 수치해석 결과 모두 용접잔류응력의 분포양상은 동일하게 나타났고, 수치해석 결과의 경우가 다소 크게 나타남을 보여 주고 있다. 수치해석치는 상표면에서의 열전달 효과를 고려하여 T-joint 용접부의 플랜지 및 웨브 두께 방향으로 $z=2$ mm 떨어진 지점을 고려하였고, 측정치는 표면에서의 응력치를 측정하였기 때문에 발생하는 수치적 오차에 기인한 결과라 판단된다.

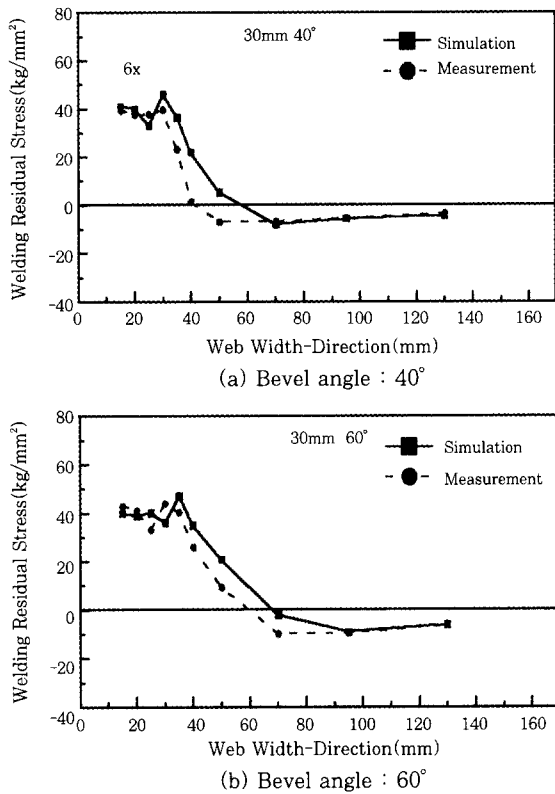


Fig. 12 Comparison of welding residual stresses simulation and measurement on the bevel angle 40° and 60°

4. 결 론

이상의 결과를 통하여, T-joint 용접부의 형상 및 역학적 구속력이 용접잔류응력의 분포양상 및 크기에 지배적인 역할을 하는 것으로 나타났으며, 홈 각도가 클수록 용접부에 발생하는 용접잔류응력이 과다하게 분포되어 역학적 측면에서 매우 불리한 것으로 판명되었으며, 이는 최소 용접부가 최적의 용접 이음부라는 것을 역학적으로 규명한 것이라 하겠다.

1) 홈 형상 및 두께가 증가함에 따라 용접잔류응력의 분포양상은 동일하였으나, 그 분포역은 증가하였다.

2) 플랜지 폭 방향으로의 용접잔류응력의 성분별 크기는 $\sigma_x > \sigma_y \geq \sigma_z$ 순이었으나, 웨브폭 방향(z방향)으로의 응력분포는 $\sigma_x > \sigma_z \geq \sigma_y$ 순으로 나타났다. 이는 용접잔류응력의 형성에 있어서, 형상("⊥"형)에 기인한 역학적 구속력에 따른 결과라 판단된다.

3) T-joint 용접시험편에 발생한 용접 소성변형을 성분의 분포양상은 열영향부와 인근모재에서 인장과 압축 성분이 전 영역에 걸쳐 교차하였다.

4) 수치해석 결과 및 실험결과가 일치하였다.

후 기

본 논문은 1998년도 조선대학교 학술연구비의 지원에 의해 연구되었으며, 관계자 여러분께 깊은 감사드립니다.

참 고 문 헌

1. KS, JIS, DIN 各國 規格, 熔接片(1992)
2. KR, ABS, LR 各國 船級規則, 鋼船片(1991)
3. AWS, WELDING HANDBOOK, Vol.1, Eighth Edition(1987)
4. AWS, WELDING HANDBOOK, Vol.2, Eighth Edition(1991)
5. Norton, J.H. and Rosenthal, D. : Stress measurement by X-ray diffraction, proceedings of the society for experimental stress analysis, M.I.T.(1973), pp.78~85.
6. Bynum, J.E. : Modification to the hole drilling technique of measuring residual stresses for improved accuracy and reproducibility, Journal of Experimental Mechanics, U.S.A., Vol.21, No.1, January(1981), pp.45~51.
7. Yukio UEDA, Keiji FUKUDA and Jin Kiat LOW : Mechanism of production of residual stress due to slit weld, Transactions of JWRI, Vol.3, No.2 (1974), pp.33~40.
8. Yukio UEDA and Keiji FUKUDA : Analysis of welding stress relieving by annealing based on finite element method, Transactions of JWRI, Vol.3, No. 2(1974), pp.39~45.
9. Yukio UEDA and Keiji NAKACHO : Theory of thermal elastic-plastic analysis with a more general workhardening rule, Transactions of JWRI, Vol.9, No.1(1980), pp.107~114.
10. Yukio UEDA, Tetsuya YAO, Keiji NAKACHO and M.G.Yuan : Prediction of welding stress, deformation and ultimate strength of plate panels, Trans. JWRI Vol.21, No.2(1972), pp.276~283.
11. Z. Daley, P. D. Hibbert : Computation of temperature in actual weld design, America Welding Journal, Vol.54, No.11(1975), pp.385~392.
12. 武田 : 力除去焼なましわれ, 日本金屬學會報, 18-

- 6(1979), pp.425-431.
13. 房漢瑞, 山北, 金 : 力除去焼なまし割れ評價法の提案, 日本溶接學會論文集, 6-3(1988), pp.335-340.
 14. 寺崎俊夫 : 構造用材料の溶接残留應力 溶接變形におよぼす溶接諸條件の影響に関する研究, 博士學位論文集, 昭和 51年5月(1976), pp.1-30.
 15. 袁 敏 剛 : 板構造物に生じる溶接残留應力の 固有歪特性に基づく推定法に関する研究, 博士學位論文集 (1990), pp.1-41.
 16. Yukio Ueda, Keiji Nakacho, Yu Chul Kim : 溶接残留應力の解析と測定 of 材料力學(數値解析入門), 日本溶接學會誌, 第55巻, 第6號(1986), pp.336-348.
 17. 上田 外 : 厚板補修溶接部の力學的特性, 日本溶接學會論文集, 第4巻, 第3號(1986), pp.533-539.