

# 바이스펙트럼에 의한 비선형 시계열 신호 해석과 그 응용

김응수<sup>†</sup> · 이유흥<sup>††</sup>

## 요 약

대부분의 자연현상에서 규칙적이고 예측가능하며, 시간의 순서에 무관한 선형의 세계는 아주 적은 부분에 지나지 않는다. 실제 우리가 접하고 있는 자연현상에서 발생하는 신호는 선형적인 것이 거의 없다 해도 과언이 아니다. 따라서 예측 가능하며, 규칙적인 선형 시스템만으로 자연현상을 이해하고 해석하기는 대단히 어렵다. 이러한 이유로 그 동안 잡음신호 등으로 간주되어 해석이 배제되었던 비선형 신호들에 대한 연구가 활발하게 이루어지고 있다. 비선형 시스템에서 발생하는 무수한 신호들은 그 시스템에 관한 정보를 담고 있는데 그 신호들을 분석하는 일은 선형시스템에서와 같이 간단하지는 않다. 하지만 이 신호들을 정량화하여 규칙을 찾아내고, 정보를 얻어낸다면 상당히 많은 분야에서 유용하게 쓰일 수 있을 것이다. 따라서 본 논문에서는 비선형 시스템을 이해하기 위한 파라미터로서 고차스펙트럼, 특히 바이스펙트럼을 도입하여 이를 전형적인 카오스 신호인 로지스틱 맵에 적용하여 타당성을 증명한 다음, 이를 청각 자극에 따른 실제 뇌파 신호분석에 적용한 결과를 보임으로써 고차스펙트럼이 비선형 신호해석에 유용한 파라미터임과 동시에 청각 자극에 따른 뇌파 분석의 결과를 보인다.

## Analysis of Nonlinear Time Series by Bispectrum Methods and its Applications

Eung-Soo Kim<sup>†</sup> · You-Jung Lee<sup>††</sup>

### ABSTRACT

The world of linearity, which is regular, predictable and irrelevant to time sequence in most natural phenomenon, is a very small part. In fact, signals generated from natural phenomenon with which we're in contact are showed only slight linearity. Therefore it is very difficult to understand and analyze natural phenomenon with only predictable and regular linear systems. Due to these reasons researches concerning non-linear signals that of analysis were excluded being regarded as noise are being actively carried out. Countless signals generated from nonlinear system have the information about itself, and analyzing those signals are not simple as in the case of linear system. However, if we find the regularity fixed-quantizing these signals and get information from it, that will be able to be used effectively in so many fields. Hence, in this paper we used a higher order spectrum, especially the bispectrum. After we prove the validity applying bispectrum to logistic map, which is typical chaotic signal. Subsequently by showing the result applying for actual signal analysis of EEG according to auditory stimuli, we show that higher order spectra is a very useful parameter in analysis of non-linear signals and the result of EEG analysis according to auditory stimuli.

\* 본 연구는 1998년도 대학기초연구로부터 지원을 받았습니다.

† 종신회원 : 선문대학교 전자정보통신공학부 교수

†† 준회원 : 선문대학교 대학원 전자정보통신공학부

논문접수 : 1999년 2월 2일, 심사완료 : 1999년 3월 5일

## 1. 서 론

지금까지 비선형 신호들을 분석하는데 주로 1차원적인 파워스펙트럼이 많이 이용되었다. 파워스펙트럼은 레이더, 음파탐지기, 통신분야 및 음성처리분야를 비롯하여 다른 많은 신호분석에 유용하게 사용되었고, 실제 매우 가치있는 결과를 보여주기도 하였다[1,2,13]. 자기상관값을 1차 푸리에(Fourier) 변환한 값으로 정의되는 파워스펙트럼은 시계열 신호속에 포함된 하나 이상의 특정주파수의 파워 분포를 분석해 준다. 이때 주파수간의 위상관계는 나타나지 않으며 선형적인 주파수 특성만을 반영한다. 시스템이 2차 또는 3차 이상의 비선형 항을 포함할 경우, 1차원적인 파워스펙트럼으로는 이러한 비선형 항을 분석할 수 없다. 다시 말해 가우시안 분포를 벗어난 신호나 신호의 주파수 성분이상호 간섭하여 위상이 결합되는 경우, 이러한 시스템의 매커니즘에 대한 직접적인 정보를 읽어낼 수 없다 [1,2,3,5]. 이러한 한계 때문에 파워스펙트럼은 복잡한 비선형 시스템을 분석하는데 매우 제한적인 범위에서만 사용된다.

따라서 비선형 시스템에서는 신호로부터 보다 많은 정보를 얻기 위해 2차 푸리에 변환 이상의 해석이 요구되며, 고차스펙트럼에 의해 이러한 정보들을 분석해 낼 수 있다. 즉, 어떤 신호의 푸리에 성분 사이에서 비선형적으로 발생하는 위상결합을 검출하거나 비선형 신호의 특징을 분석하기 위해 고차스펙트럼이 도입된다[1,2,3,4,5,10,11,12,14,16]. 고차스펙트럼 중 바이스펙트럼(bispectrum)은 파워스펙트럼보다 한 차원 높은 분석법으로서, 선형 스펙트럼 값 이외의 다른 값, 즉 위상에 관련된 정보를 해석할 수 있으므로 신호를 보다 정확하게 분석해 낼 수 있다. 이러한 위상결합에 대한 정보는 신호의 비선형성을 검출하는데 바이스펙트럼이 유용하게 사용될 수 있음을 뜻한다. 바이스펙트럼을 정규화한 바이코히어런스(bicoherence)는 2차 위상결합이 우세한 곳에서 큰 값을 나타내며, 이를 로지스틱 맵(Logistic Map)[6,7,8] 및 뇌파(Electroencephalogram : EEG) 분석 등과 같은 응용분야에 실제 적용하여 얻어진 결과에 대하여 기술한다.

본 논문에서는 대표적인 카오스 신호인 로지스틱 맵의 특성분석에 바이스펙트럼을 도입하여 이 파라미터의 정당성과 유용성을 확인하였고, 또한 실제 뇌파

신호분석에 적용한 결과를 보인다. 우리가 실험한 뇌파는 이미 여러 연구 결과에 의해 카오스 신호라는 것이 밝혀지고 있으며[8,9,17,18,19], 우리 몸에서 자생적으로 발생하는 신호로 인간의 뇌에서 이루어지는 정보처리의 과정을 담아내지 않을까 하는 기대 때문에 실제 많이 연구되어지고 있다. 여기서는 꽤/볼록 청각 자극에 따른 뇌파를 바이스펙트럼으로 분석하여 감성상태에 있는 뇌파의 특징을 파악하고 분류하였으며, 바이스펙트럼이 비선형 신호를 분석하는데 유용한 파라미터임을 확인하였다.

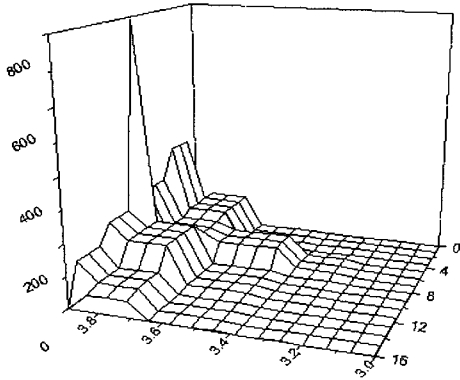
## 2. 비선형 시계열 신호 모델

### 2.1 카오스 신호 : Logistic Map

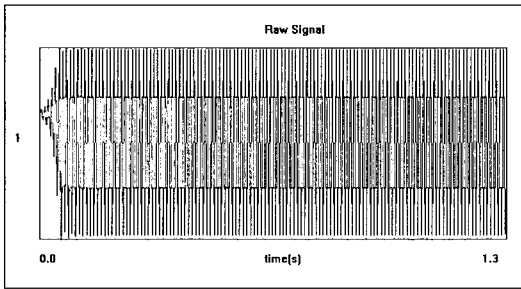
어떤 비선형 신호의 푸리에 성분사이에서 발생하는 위상결합이나 비선형 특성을 분석하기 위하여 도입된 바이스펙트럼 해석법이 대상 신호를 해석함에 있어서 과연 유용하며 또한 타당성을 가지고 있는가를 알아보기 위해, 여기서는 전형적인 카오스 신호인 로지스틱 맵에 바이스펙트럼 분석법을 적용한 결과, 바이스펙트럼 분석이 카오스와 같은 비선형 신호의 해석에 매우 유용하게 쓰일 수 있음에 대하여 기술한다.

로지스틱 맵은  $x(t+1) = a \cdot x(t)(1-x(t))$ ,  $2 (t=1, 2, 3, \dots)$ 와 같은 매우 간단한 모델로 부터 발생하는 시계열 신호이다. 이 신호의 궤적은  $a$ 가 다음의 범위 즉,  $3 < a \leq 4$  일 때 흥미로운 궤적을 그리며, 특히  $a \geq 3.5$  일 때부터의 궤적은 더욱 불안해지며 소위 카오스적인 궤적을 그리기 시작한다[4,11,17,18,19]. 이것을 관측하기 위해  $a$ 의 값을 다양하게 변화시켜 가면서 바이스펙트럼 값을 계산하였다. 변수  $a$ 의 값을 3.0에서 4.0까지 변화 시켜가면서 계산된 바이스펙트럼 값에 대한 결과를 (그림 1)에 나타내었다. 여기에서 흥미로운 사실을 볼 수 있는데, 다양한  $a$ 의 값 가운데에서  $3 < a \leq 3.4$ 일 때의 바이스펙트럼 값은 매우 적음을 알 수 있다. 구체적으로  $a = 3.4$  일 때의 raw 신호와 바이스펙트럼 분포에 대한 그림을 (그림 2) (a), (b)에 각각 나타내었다. 여기서 바이스펙트럼 분포에 대한 (그림 2)의 (b)를 살펴보면 몇 군데의 피크치를 관찰할 수 있다. 이러한  $a$ 값의 범위에서 주파수 축에 따라 나타나는 바이스펙트럼의 특징들을 관찰할 수 있지만, 이 값들은 그렇게 중요한 의미를 가지고 있지 아니하다. 왜냐 하면 이 때의 바이스펙트럼 값 자

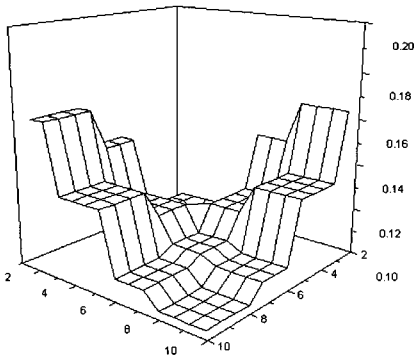
체가 매우 작기 때문이다. 또한  $a > 3.5$ 일 때 얻어지는 바이스펙트럼 값이  $a < 3.5$ 일 때 얻어지는 값보다 훨씬 크며,  $a < 3.4$ 일 때의 값들과 비교해 보는 것도 대단히 흥미롭다.  $a$ 의 값이 증가함에 따라 바이스펙



(그림 1) 로지스틱 맵에서  $a$ 값 변화 ( $3.0 \leq a < 4.0$ )에 따른 바이코히어런스 분석



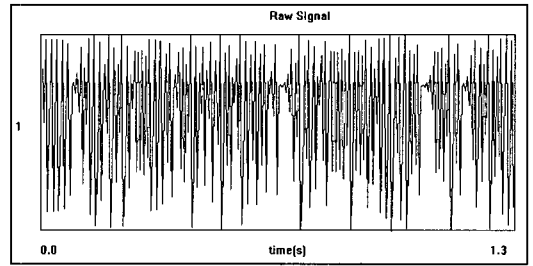
(a)



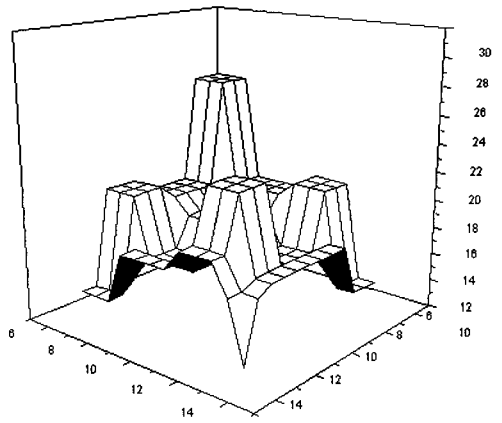
(b)

(그림 2)  $a=3.4$ 일 때 로지스틱 맵의 (a) raw 신호와 (b) 바이코히어런스 분석

트럼 값이 여러 군데에서 피크치를 나타내는 현상을 관찰할 수 있으며,  $a = 3.9$ 일 때의 raw 신호 및 바이스펙트럼 분포도를 (그림 3) (a)와 (b)에 나타내었다.



(a)



(b)

(그림 3)  $a=3.9$  일 때 로지스틱 맵의 (a) raw신호와 (b) 바이코히어런스 분석

위와 같이 로지스틱 맵의 비선형 특성 분석에 도입된 바이스펙트럼 해석법은 로지스틱 맵에 포함된 선형 스펙트럼 값 이외의 다른 값, 즉 위상에 관계된 정보를 해석하여 신호를 보다 정확하게 분석해 낼 수 있다. 따라서 이러한 위상결합에 대한 정보는 신호의 비선형성을 검출하는데 바이스펙트럼이 유용하게 사용될 수 있음을 뜻한다.

## 2.2 뇌파(EEG) 신호

1929년 Hans Berger가 사람의 두뇌에서 자발적 전기 신호인 뇌파를 발견한 이후 뇌파는 뇌활동의 변화를 시간적, 공간적으로 파악하는 수단으로서 널리 사

용되어져 왔다[20,21,22]. 뇌는 약 100억개 이상의 신경 세포들로 구성되어 있으며, 각각의 신경세포는 1,000 ~ 10,000개 정도의 다른 신경세포들과 연결되어 정보를 처리하고 있다. 하나의 신경세포에서 발생하는 전류는 매우 미약하지만 실제 뇌가 정보처리를 수행할 때는 여러 개의 신경세포가 동시에 흥분하여 제법 큰 전류를 형성하면서 주위의 전도성 매질인 뇌막, 두개골 등을 지나 머리표면에도 전류를 형성한다. 이렇게 발생한 뇌파는 보통 수십  $\mu V$  정도로 매우 미약하며, 적절히 증폭하여 뇌전위를 측정한다.

초기의 뇌파측정은 피검자가 각성 안정상태에서만 행해졌으나 이후 시각, 청각, 촉각 등을 자극하였을 때의 감각기 자극에 의존하는 뇌파 검출도 시행되고 있다. 전자를 자발전위(Spontaneous Potential : SP), 후자를 유발전위(Evoked Potential : EP)라고 부른다. 이러한 뇌파의 측정은 전극사이의 간격이 10%와 20%로 구성되는 국제 전극배치법(ten-twenty electrode system)이 주로 쓰이며, 통상적으로 귀에 부착한 기준전극과 활성전극 사이의 전위차를 기록하는 단극유도법과 두 개의 활성전극 사이의 전위차를 측정하는 쌍극유도법이 있으며, 심전도(ECG), 근전도(EMG), 안구운동(EOG) 등도 대개 동시에 기록된다.

또한 뇌파는 검출되는 주파수 대역에 따라  $\delta$  파(0.5 ~ 3Hz),  $\theta$  파(4 ~ 7Hz),  $\alpha$  파(8 ~ 13Hz),  $\beta$  파(14 ~ 30Hz),  $\gamma$  파(30Hz 이상)로 구분한다. 정상인의 경우, 각성상태나 눈을 감았을 때 그리고 안정시 후두부에서  $\alpha$  파가 우세함을 볼 수 있다. 암산 또는 어떤 생각을 하거나 시각, 청각, 체감각 등과 같은 자극을 받거나 혹은 불안함을 느끼고 긴장을 하게 되면  $\alpha$  파는 감소하게 된다. 정신적 자극이나 흥분시에  $\beta$  파가 우세하고, 잠을 자게 되면 두뇌의 활동도는 떨어지면서  $\delta$  파와  $\theta$  파가 나타난다.

뇌파의 측정에는 잡파가 불가피하게 혼입되게 되는데, 규칙적인 잡파로는 교류, 심전도 그리고 호흡에 의한 것들을 들 수 있으며, 불규칙적인 것들로서는 눈 깜박임, 이다물기, 침을 삼키는 등의 근육활동, 머리, 손, 발 등의 움직임, 땀 흘림 그리고 정전기 등을 들 수 있다. 그 중에서 피험자에게 주의를 줌으로써 일부의 잡파 발생은 부분적으로 피할 수 있으나 그러한 주의 자체가 올바른 실험을 방해할 수 있으며, 어떠한 필터를 씌우므로써 원하지 않는 잡파 이외에 필요한 정보까지도 잃어버릴 수 있다. 통상적으로 잡파가 많은

데이터는 버리거나 필터 등을 이용하여 걸러낸다[15, 22].

### 3. 고차스펙트럼 분석

신호처리에 고차스펙트럼 분석법을 도입하는 이유는 Non-Gaussian 신호에 기인한 정보의 추출과 그 위상 관계를 평가하고, 신호의 고조파 성분의 위상 관계를 통해 시계열 신호를 발생시키는 메커니즘의 비선형성을 찾고 특징 지우는 것이다. 따라서 본 장에서는 바이스펙트럼의 정의로부터 이산 신호에 대한 파워스펙트럼, 바이스펙트럼(바이코히어런스) 및 트라이스펙트럼 등을 계산하고, 이들 중 바이스펙트럼을 이용하여 비선형 신호로부터 위상결합을 검출하는 예를 보인다.

#### 3.1 바이스펙트럼의 정의

디지털 신호처리에 있어서 결정적 혹은 확률적 이산 신호를 평가하는데 파워스펙트럼이 유용하게 쓰이고 있다. 파워스펙트럼은 자기상관에 관한 정보를 가지고 있으며, 이것으로 평균을 알고 있는 가우시안(Gaussian) 신호를 통계적으로 충분히 기술할 수 있다 [13]. 그러나 신호가 Non-Gaussian 신호이거나 혹은 비선형적인 위상관계가 있다면 파워스펙트럼만으로는 이러한 정보를 얻을 수 없다. 그러나 고차스펙트럼은 일반적인 선형 스펙트럼 분석으로는 해석할 수 없는 비선형 위상결합 검출이나 비선형 신호의 특성을 분석하는데 유용하게 사용된다.

고차스펙트럼에서 특히 2차 스펙트럼을 파워스펙트럼, 3차 스펙트럼을 바이스펙트럼이라고 하며, 바이스펙트럼은 3차 쿨물런트 항의 2차 푸리에 변환으로 정의된다. 바이스펙트럼은 평균이 0인 가우시안 신호에 대해 0인 값을 가지는 중요한 성질을 가진다. 이 성질에 의해 바이스펙트럼은 정규분포를 벗어나는 양을 측정하는데 유용하게 사용될 수 있다. 바이스펙트럼은 신호의 시간적인 이동에 대하여 불변하는 특징을 가지고 있으며, 선형 위상에 대한 영향을 받지 않는다. 즉, 신호의 선형 위상에 대한 정보는 손실되지만 푸리에 변환의 계수나 위상에 대한 정보를 가지고 있다. 따라서 바이스펙트럼을 분석하면 비선형 시스템의 운동방정식에 들어 있는 이차함수적인 푸리에 모드 세 개간의 비선형적 위상결합을 분리해 낼 수 있다.

어떤 물리적인 양이나 신호에 대한 고차통계 특성

을 분석하는데 사용되는 고차스펙트럼은 큐물런트(cumulant)와 모멘트(moment)에 의해 정의된다. 큐물런트와 모멘트 항의 조합으로 스펙트럼 분석을 하는데, 이 두 항은 약간의 차이점을 가진다. 모멘트 항은 결정적인(주기적인) 신호를 분석하는데 사용되는 반면, 큐물런트는 확률적인(비주기적인) 신호를 분석하는데 많이 이용된다.

신호  $\{X(k)\}$  ( $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ )가 평균값이 0이고 정상 상태를 유지하는 실수값을 가지는 랜덤 신호라고 하면, 이 신호  $x(k)$ 에 대한  $n$ 차 모멘트는 다음과 같이 정의 된다.

$$m_n^x(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{n-1}) = E\{x(k)x(k+\tau_1)\dots x(k+\tau_{n-1})\} \quad (1)$$

위의 (1) 식으로부터 2차 모멘트 값은  $m_2^x(\tau_1) = E\{x(k)x(k+\tau_1)\}$  임을 알 수 있는데, 이것을  $x(k)$ 에 대한 자기상관(autocorrelation)이라고 하며, 신호  $x(k)$ 와 시간지연  $\tau_1$  만큼 떨어진 신호  $x(k+\tau_1)$ 과의 상관관계를 나타낸 값이다. 3차 모멘트 값은 triplecorrelation이라고 하며,  $m_3^x(\tau_1, \tau_2) = E\{X(k)X(k+\tau_1)X(k+\tau_2)\}$ 으로 기술되고, 신호  $x(k)$ 와 시간지연  $\tau_1, \tau_2$ 만큼 떨어진 신호  $x(k+\tau_1), x(k+\tau_2)$ 와의 상관 관계를 나타낸 값이다. 이렇게 구해지는 상관값들로부터 임의의 신호와 시간에 따른 변화값의 관계를 알 수 있으며,  $E\{\cdot\}$ 는 기대치(Expectation)를 나타낸다.

신호  $\{X(k)\}$  ( $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ )가 non-Gaussian 신호일 경우, 이 신호  $x(k)$ 에 대한  $n$ 차 큐물런트는 다음과 같이 정의 된다.

$$C_n^x(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{n-1}) = m_n^x(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{n-1}) - m_n^G(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{n-1}) \quad (2)$$

여기서  $m_n^x(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{n-1})$ 는  $\{X(k)\}$ 의  $n$ 차 모멘트 값이고  $m_n^G(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{n-1})$ 는  $\{X(k)\}$ 와 같은 평균치와 자기상관 값을 갖는 가우시안 함수의 모멘트 값이다. 따라서 신호  $\{X(k)\}$ 가 평균값이 0이고, 정상상태를 유지하는 실수값을 가지는 랜덤 신호라고 하면, 이 신호의 모멘트 항은 큐물런트와 다음과 같은 관계를 가진다.

$$E\{x(k)x(k+\tau_1)\} = m_2^x(\tau_1) = c_2^x(\tau_1) \quad (3)$$

$$E\{x(k)x(k+\tau_1)x(k+\tau_2)\} = m_3^x(\tau_1, \tau_2) = c_3^x(\tau_1, \tau_2) \quad (4)$$

$$E\{x(k)x(k+\tau_1)x(k+\tau_2)x(k+\tau_3)\} = m_4^x(\tau_1, \tau_2, \tau_3) = c_4^x(\tau_1, \tau_2, \tau_3) + c_4^x(\tau_1) \cdot c_4^x(\tau_3 - \tau_2) + c_4^x(\tau_2) \cdot c_4^x(\tau_3 - \tau_1) + c_4^x(\tau_3) \cdot c_4^x(\tau_2 - \tau_1) \quad (5)$$

식 (3)은 같은 신호의 시간지연에 따른 상관값을 나타내는 자기상관을 나타낸다. 식 (4)는 같은 신호에 대한 두 개의 시간지연에 대한 모멘트를 나타내며, 이를 3차 모멘트 또는 3차 큐물런트라고 하며, 3차 자기상관(triplecorrelation)이라고도 한다. 또한 식 (5)는 같은 신호에 대한 세 개의 시간지연에 대한 모멘트로서 4차 모멘트 항이라고 한다. 평균이 제로인 랜덤변수에 대해 식 (4)의 3차 모멘트와 3차 큐물런트는 동일하지만, 식 (5)에 나타난 4차 모멘트와 4차 큐물런트는 서로 다른 값을 가진다. 따라서 4차의 큐물런트를 구하기 위해서는 4차 모멘트와 자기상관 값을 알아야 한다.

이렇게 정의되는 물리적인 값인  $n$ 차 모멘트와 큐물런트를 이용하여 신호  $\{X(k)\}$ 에 대한  $n$ 차 스펙트럼을 구한다.  $n$ 차 스펙트럼  $C(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots, \omega_{n-1})$ 는  $n$ 차 큐물런트 시퀀스  $c_n^x(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{n-1})$ 을 푸리에 변환한 값으로 정의된다. 즉,

$$C(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots, \omega_{n-1}) = \sum_{\tau_1=-\infty}^{+\infty} \dots \sum_{\tau_{n-1}=-\infty}^{+\infty} c_n^x(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{n-1}) \exp\{-j(\omega_1\tau_1 + \omega_2\tau_2 + \dots + \omega_{n-1}\tau_{n-1})\} \quad (6)$$

따라서  $n$ 차 스펙트럼의 특수한 경우로서  $n = 2$ 인 경우, 식 (3)을 1차 푸리에 변환한 값을 파워스펙트럼  $P(\omega)$ 라고 하며,  $n = 3$ 의 경우인 식 (4)를 2차 푸리에 변환한 값을 바이스펙트럼  $B(\omega_1, \omega_2)$ 라고 한다.  $n = 4$ 인 경우를 3차 푸리에 변환한 값을 트라이스펙트럼  $T(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ 이라고 한다. 이들을 식 (6)으로부터 정리하면 각각 다음과 같이 정의된다.

$$P(\omega) = \sum_{\tau=-\infty}^{+\infty} c_2^x(\tau) \exp\{-j(\omega\tau)\} \quad (7)$$

$$B(\omega_1, \omega_2) = \sum_{\tau_1=-\infty}^{+\infty} \sum_{\tau_2=-\infty}^{+\infty} c_3^*(\tau_1, \tau_2) \exp\{-j(\omega_1 \tau_1 + \omega_2 \tau_2)\} \quad (8)$$

$$T(\omega_1, \omega_2, \omega_3) = \sum_{\tau_1=-\infty}^{+\infty} \sum_{\tau_2=-\infty}^{+\infty} \sum_{\tau_3=-\infty}^{+\infty} c_4^*(\tau_1, \tau_2, \tau_3) \exp\{-j(\omega_1 \tau_1 + \omega_2 \tau_2 + \omega_3 \tau_3)\} \quad (9)$$

3.2 바이스펙트럼에 의한 비선형 위상결합 분석

입력의 시계열 신호로부터 발생된 서로 다른 독립적인 주파수의 고조파 성분이 비선형적으로 결합되어 서로의 주파수에 영향을 주어 다른 주파수를 만들어 내는 것을 위상결합이라고 하며, 여기서는 위상결합에 의해 발생된 주파수의 영향을 분석하기 위하여 바이스펙트럼이 나타나는 과정을 다음의 식으로부터 발생시킨 6개의 주파수를 가진 신호를 대상으로 살펴본다.

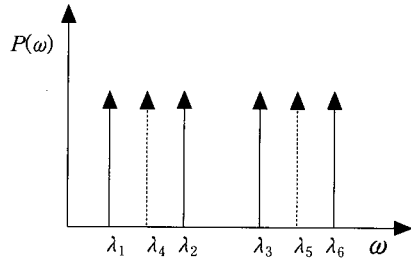
$$X(n) = \sum_{i=1}^6 \cos(\lambda_i n + \varphi_i) \quad (10)$$

단, 주파수는  $\lambda_1 > \lambda_2 > 0$ ,  $\lambda_4 > \lambda_5 > 0$ ,  $\lambda_3 = \lambda_1 + \lambda_2$ ,  $\lambda_6 = \lambda_4 + \lambda_5$ ,  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_5$ 이고,  $[0, 2\pi]$ 인 구간에서 모두 독립적이며,  $\varphi_6 = \varphi_4 + \varphi_5$ 이다.  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 과  $\lambda_4, \lambda_5, \lambda_6$ 이 고조파적인 관계에 놓여 있을 때  $\lambda_6$ 만이  $\lambda_4$ 과  $\lambda_5$  사이에서 위상결합이 나타난다.  $\lambda_3$ 은 독립적인 고조파 성분이다. 이 신호를 파워스펙트럼으로 분석해보면 (그림 4) (a)와 같이 나타난다. 실제로 위의 신호는  $\lambda_6$ 만이 위상결합이 있는데 (그림 4) (a)를 통해서 어떤 신호들이 위상결합이 되는지 알아내기 어렵다. 그러나 신호  $\{X(k)\}$ 의 3차 큐물런트  $c_3^*(a, b)$ 로부터 위상결합 성분만이 나타나는 과정을 다음의 식을 통해 알 수 있다.

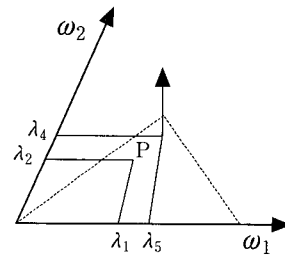
$$c_3^*(a, b) = \frac{1}{4} \{ \cos(\lambda_5 a + \lambda_4 b) + \cos(\lambda_6 a + \lambda_4 b) + \cos(\lambda_4 a + \lambda_5 b) + \cos(\lambda_6 a - \lambda_5 b) + \cos(\lambda_4 a - \lambda_6 b) + \cos(\lambda_5 a - \lambda_6 b) \} \quad (11)$$

결론적으로 (그림 4) (b)에서 보는 바와 같이 바이스펙트럼으로 비선형 신호를 분석하면 큐물런트의 대칭성에 의해 한 개의 영역 즉, 삼각형 영역에서 바이스펙트럼 값을 구할 수 있고, 위상결합이 일어나는 주파수를 분석해 낼 수 있다. (그림 4) (b)에서 위상결합이 없는 주파수쌍  $(\lambda_1, \lambda_2)$ 인 점 p는 거의 제로값을 나

타내며, 위상결합을 보인 주파수쌍  $(\lambda_4, \lambda_5)$ 에서는 피크값을 보여준다. 따라서 바이스펙트럼 분석을 통해 비선형적인 2차 위상결합을 분명하게 검출해낼 수 있음을 알 수 있다.



(a) 파워스펙트럼 분석



(b) 바이스펙트럼 분석

(그림 4) 2차 위상결합

이렇게 얻어지는 위상결합의 결과를 더 정확하게 보기 위해서 바이스펙트럼을 정규화한 바이코히어런스는 다음과 같이 정의된다.

$$b_3^*(\omega_1, \omega_2) = \frac{B(\omega_1, \omega_2)}{\sqrt{P(\omega_1)P(\omega_2)P(\omega_1 + \omega_2)}} \quad (12)$$

바이코히어런스는 위상결합 현상을 더 두드러지게 나타내 준다. 즉, 커플링이 일어나는 주파수 대역값은 주파수 값이 크게 나타나므로 정규화하면 더 큰 값으로 나타나고 위상결합이 없는 대역은 작은 값을 가지므로 정규화하면 거의 제로에 가깝게 된다. 우리는 바이스펙트럼을 정규화함으로써 커플링되는 주파수에 대한 정보를 보다 정확하게 알 수 있게 된다.

4. 뇌파 신호의 분석

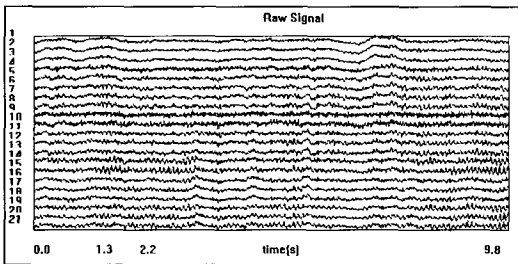
4.1 실험 조건

뇌파를 측정하기 위한 실험장치는 크게 감성유발을

위한 시스템과 데이터 수집을 위한 시스템의 두 가지로 구분된다. 우선 피검자들은 약 20세의 청각에 장애가 없는 대학생들로 남자 10명, 여자 8명으로 하였다. 이들에게는 다음과 같은 동일한 조건을 부여했다. 안락하게 누운 자세에서 눈을 감은 채 무작위 소리 자극을 주었는데, 이때 한 자극에 대해 30초의 자극 시간을 주고, 그 다음 자극을 위한 대기 시간으로 무자극 상태를 2분간 주었다. 청각 자극을 위해 콤팩트 디스크를 사용한 오디오 시스템을 이용하였다. 자극 내용은 쾌/불쾌의 감성을 유발할 수 있는 소리를 선정하였다. 쾌한 자극으로는 시냇물소리, 파도소리, 종소리를 이용하였고 불쾌한 자극으로는 차 충돌소리, 기계톱소리, 제트 비행기 소음을 이용하였다. 따라서 청각 자극의 상태는 쾌한 자극, 쾌한 자극전, 불쾌한 자극, 불쾌한 자극전의 네 가지 상태가 된다. 피험자에게 처음 전극을 부착한 후 적응할 수 있도록 여유시간을 주었고, 동기 유발을 위해 실험내용과 목적을 이해시켰다.

뇌파 측정을 위해 10/20 국제표준 전극배치를 따라 21개 전극을 두피에 배치하였으며, 기준 전극은 양쪽 귀로 하였다. 뇌파 측정 장치는 Spectrum 32 D/P(Cadwell)을 사용하고 표본추출 시간간격(sampling time)은 약 5ms(0.00488 sec)로 하였다.

우리는 21채널 중에 고속 푸리에 변환(FFT : Fast Fourier Transform) 결과로 부터 청각 자극에 대한 반응을 잘 나타낸 T3와 T4 채널을 선택하여 이들의 특성을 분석하였다. 분석에 사용된 뇌파 중 10번째 피험자의 21 채널에 대한 뇌파신호의 예를 (그림 5)에 보인다. 이 중 T3 채널과 T4 채널의 뇌파신호는 9번째와 10번째 신호이다.



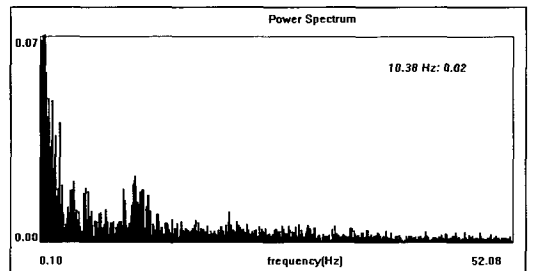
(그림 5) 쾌한 자극에 따른 뇌파 신호 : 21채널

4.2 바이스펙트럼에 의한 뇌파 분석

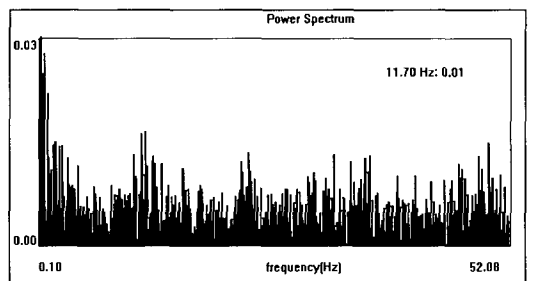
청각자극을 주었을 때의 뇌파를 측정하여 이를 분

석해 보면, 21채널 중 좌우 귀에 근접한 부분인 T3, T4 채널에서 청각자극에 가장 민감한 반응을 나타낼 수 있다. 따라서 T3, T4 채널에서 측정된 뇌파를 대상으로 파워스펙트럼 및 바이스펙트럼 분석을 시행하였다.

T3 채널에서 측정하여 계산된 각 주파수 대역에서의 파워스펙트럼 값을 쾌/불쾌에 따라 각각 (그림 6)과 (그림 7)에 나타내었다. 가로 축은 주파수를 나타내며, 세로 축은 파워스펙트럼의 값을 나타낸다. 파워스펙트럼 분석 결과는 쾌한 자극과 불쾌한 자극에 대한 뚜렷한 차이점을 보이지 않는다. 따라서 파워스펙트럼의 결과만으로 두 자극을 시각적으로 판단하여 분리하기는 쉽지않다는 것을 알 수 있다.



(그림 6) 10번째 피험자의 T3 채널에서 파워스펙트럼 분석 : 쾌한 자극

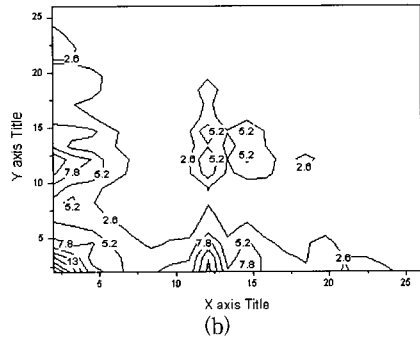
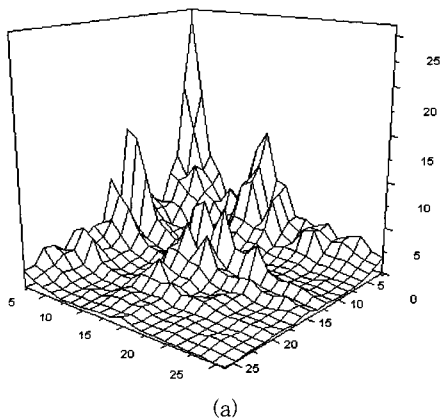


(그림 7) 10번째 피험자의 T3 채널에서 파워스펙트럼 분석 : 불쾌한 자극

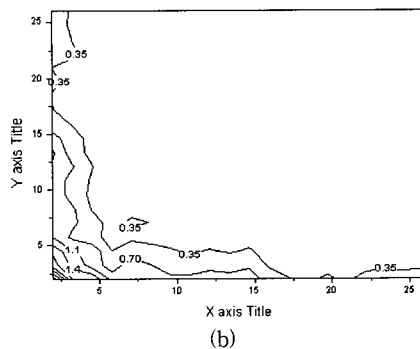
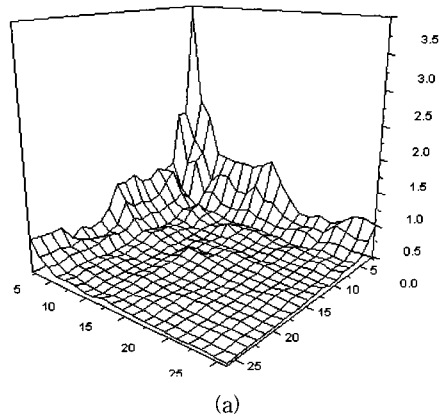
같은 데이터에 대하여 바이스펙트럼으로 분석한 결과를 (그림 8) (a)에 보인다. 가로 축과 세로 축은 주파수 값을 나타내며, 나머지 z축은 바이스펙트럼 값을 나타낸다. 높게 솟은 피크 값들을 통해 주파수들의 상호작용이 어느 대역에서 일어나고 있는지를 알 수 있

다. 먼저 피크의 위치와 위상 커플링의 경향을 잘 볼 수 있도록 3차원 그래프로 표시한 그림을 통해 알 수 있는 바와 같이, 쾌한 상태와 불쾌한 상태에서의 뇌파의 변화는 확실한 차이를 나타내고 있으며, 쾌/불쾌 자극을 주기 전의 휴식 상태에서의 위상 커플링의 상태는 특별한 차이를 보이지 않음을 알 수 있다. 각각의 청각 자극에 따른 쾌/불쾌 감성상태의 뇌파에 대한 바이스펙트럼 분석을 수행한 결과들을 살펴보면 다음과 같은 특징들을 발견할 수 있다. 즉, 쾌한 청각자극을 주었을 때에는 유사한 주파수 대역에서 상호 간섭작용(quadratic coupling)이 강함을 볼 수 있으며, 불쾌한 청각자극을 주었을 때에는 차이가 큰 주파수 대역에서의 상호 간섭작용이 크게 일어나는 사실을 확인할 수 있다. 또한 쾌/불쾌 청각자극을 주기 전의 상태에서는 유사한 주파수 대역과 차이가 큰 주파수 대역에서의 상호 간섭작용이 골고루 일어남을 알 수 있다. (그림 8) (b)의 그래프는 바이스펙트럼의 결과를 2차원 등고선으로 보여주고 있다. (그림 8) (b)의 결과를 보면 쾌한 자극에서의 위상 커플링 현상이 유사한 주파수 대역에서 많이 일어나고 있는 것을 볼 수 있다. 원점을 중심으로 그래프를 대각선 이동분한다고 생각할 때 대각선이 그어지는 부분에서 위상 커플링이 많이 일어나고 있음을 확인할 수 있다.

(그림 9)는 불쾌한 자극의 바이스펙트럼 결과를 3차원과 2차원 등고선으로 분석한 그래프이다. 불쾌한 자극일 경우는 위상 커플링 현상이 적을 뿐만 아니라 차이가 큰 주파수 대역에서 위상 커플링 현상이 일어나고 있음을 볼 수 있다. 가로와 세로 축 근방에서 위상 커플링 현상이 주로 나타난다.



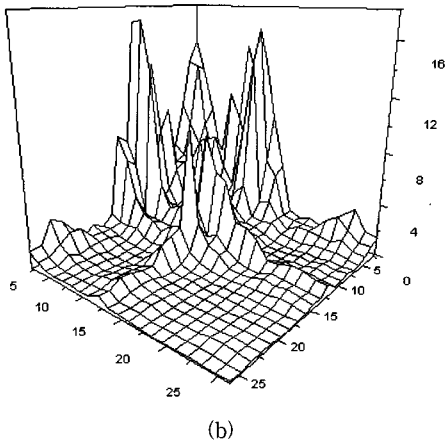
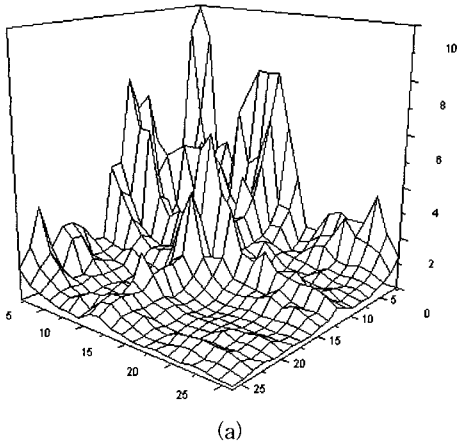
(그림 8) 쾌한 자극에 의한 뇌파의 바이코히어런스 분석



(그림 9) 불쾌한 자극에 의한 뇌파의 바이코히어런스 분석

(그림 10)은 쾌한 자극과 불쾌한 자극 전의 휴식상태에서 측정된 데이터를 분석한 결과이다. 이 상태에서는 모든 영역에서 골고루 위상 커플링 현상이 보여지고 쾌한 자극 전과 불쾌한 자극 전의 차이가 거의 없음을 알 수 있다.





(그림 10) 쾌/불쾌 자극 전에 의한 뇌파의 바이코 히어런스 분석

5. 결론(검토 및 고찰)

고차 뇌기능을 이해하고 규명한다는 입장에서 사람의 두뇌에서 자연스럽게 발생하는 뇌파를 대상으로 그 특징을 알아보기 위하여 고차스펙트럼 분석법을 도입하였다. 인체에서 발생하는 뇌파는 대단히 복잡한 비선형 시계열 신호로서 그 특징을 제대로 파악하지 못하고 있었으나 최근의 연구 결과, 뇌파도 카오스 신호 같다는 사실이 널리 인식되면서 지금까지 베일에 싸여 있던 뇌파의 분석에 비선형 신호해석법도 도입되고 있다. 여기서는 고차스펙트럼에 의한 분석을 시도하고 있으며, 도입된 분석법의 타당성을 증명하기 위하여 대표적인 카오스 신호인 로지스틱 맵을 대상으로 고차

스펙트럼 분석을 하여 그 결과를 나타내었다. 이러한 실험 결과를 바탕으로 감성 상태에 있는 뇌파신호에 대한 분석을 시행하였으며, 그 결과를 아래에 기술하였다.

본 논문에서는 청각자극에 의한 쾌/불쾌 감성상태의 특징을 구별하기 위하여 양쪽 귀를 기준으로 한 몽타주에서 21채널의 측정된 뇌파신호를 이용하였다. 본 실험에서는 이 중에서도 비교적 청각 신호에 잘 반응하는 T3, T4 채널에 대하여 조사하였으며, 쾌/불쾌 감성상태의 특징을 구별하기 위하여 비선형 분석방법인 바이스펙트럼 분석을 도입하였다. 그 결과 쾌한 감성 상태에서는 비슷한 주파수 쌍의 상호작용이 크며, 불쾌한 상태에서는 차이가 큰 주파수 쌍의 상호작용이 클 수 있었다. 또한 쾌한 감성 상태가 불쾌한 감성 상태일 때보다 상대적으로 많은 피크치를 나타내며, 위상 커플링이 상대적으로 많이 일어난다는 것을 알 수 있다. 이것으로 뇌의 활동은 쾌한 감성 상태일 때가 불쾌할 때보다 더욱 활성화 된다고 볼 수 있다. 또한 각각 뇌의 좌우에 있는 T3, T4 채널에서 측정된 신호를 분석한 결과를 비교하여 보았을 때, 대단히 유사한 결과가 얻어짐을 알 수 있었으며, 이는 좌뇌와 우뇌가 동등하게 청각 자극과 같은 감성 상태의 정보처리에 반응한다는 사실을 증명하는 것으로 볼 수 있다.

그러나 18명의 피검자를 대상으로 동일한 조건과 환경속에서 측정된 뇌파임에도 불구하고, 이번 조사에서 나타난 특징은 모든 뇌파 데이터가 위에서 보여지듯이 쾌/불쾌의 감성 상태를 특징적으로 잘 구별할 수 있는 것은 아니었다. 그것은 뇌파의 측정과정에서 삽입된 근전도와 같은 잡파에 의한 것인지, 아니면 개인적 특이성이나 눈 깜박임과 같은 동작에 의한 것인지 이유가 뚜렷하지 않았다. 이에 대해서는 보다 정확한 뇌파 데이터 측정을 위한 심도있는 고찰이 필요할 것이다. 그러나 뇌파가 위와 같이 기존 지식의 모호함, 신경세포에서 두피까지 이르는 동안 정보의 손실, 뇌파의 미시적 원천(신경세포)에 비해 거시적인 측정방법, 현장에서 근거가 충분하지 않은 응용 등 뇌파를 이용하려면 풀어야 할 문제가 너무 많다. 그럼에도 불구하고 뇌파에 대한 연구가 더욱 증대되는 것은 측정시 인체에 아무런 해를 주지 않는다는 것, 적극적인 행위가 없더라도 누구에게서나 끊임없이 나오고 있다는 것, 그리고 축적된 임상지식이 있다는 것에 연유한

다고 생각된다. 따라서 앞으로도 뇌파에 대한 많은 연구가 이루어질 것이며, 이를 해석하기 위해 바이스펙트럼 뿐만이 아니라 많은 비선형 파라미터들이 이용될 것이다.

### 참 고 문 헌

- [1] Chrysostomos L.Nikias and Jerry M.Mendel, "Signal Processing with Higher-order Spectra", IEEE Signal Processing Magazine, pp.10-37, 1993.
- [2] Chrysostomos L.Nikias and A.P. Petropulu, "Higher-order Spectra Analysis : A non-linear Signal Processing Framework", Prentice-Hall, Inc., 1993.
- [3] S.L. Marple, Jr., "Digital Spectral Analysis with Applications", Prentice-hall, Inc., Englewood Cliffs, NJ, 1987.
- [4] T. Subba Rao, "Analysis of Nonlinear Time Series (and Chaos) by Bispectral Methods", Nonlinear Modeling and Forecasting, SFI Studies in the Sciences of Complexity, Vol.7, pp.199-224, 1992.
- [5] Chrysostomos L.Nikias, Mysore R.Raghuvver, "Bispectrum Estimation : A Digital Signal Processing Framework", Proceeding of the IEEE, Vol. 75, No.7, July, 1987.
- [6] J.M Thompson and H.B. Stewart, "Nonlinear Dynamics and Chaos", John Wiley & Sons Ltd., 1994.
- [7] A.H. Nayfeh and B. Balachandran, "Applied Non-linear Dynamics", John Wiley & Sons Ltd., 1995.
- [8] C.D. Koch and R.A. Palovcik, "Chaotic Activity during Iron-Induced Epileptiform Discharge in Rat Hippocampal Slice", IEEE Trans. On Biomedical Eng., Vol.39, No.11, 1992.
- [9] J.M. Choi and B.H. Bae, S.Y. Kim, "The analysis of EEG signal responding to pure tone auditory stimulus", Journal of KOSOMBE, Vol.15, 1994.
- [10] J.M. Choi and B.H. Bae, S.Y. Kim, "The Analysis of Brain Activity in Wakefulness and Deep Sleep States from a dog EEG", Journal of the Korean Physical Society, Vol.30, No.2, pp.328-331, 1997.
- [11] T. Subba Rao and M. Gabr, "The Estimation of the Bispectral Density Function and the Detection of Periodicities in a Signal", Journal of Mult. Analysis, Vol.27, pp.457-472, 1988.
- [12] E. S. Kim and D.Y. Cho, Y.J. Lee, C.S. Ryu, "An Estimation of the Bispectrum for the EEG in Emotional states", The Fifth International Conference on Neural Information Processing, Vol.1, pp.438-441, Oct., 1998.
- [13] S.B. Kesler, Ed., "Modern Spectrum Analysis II", New York, NY : IEEE Press, 1986.
- [14] 김기봉, "반데이폴-더핑 진동자에서의 카오스 : 바이스펙트럼 해석", 한국과학기술원, 박사학위논문, 1996.
- [15] 류창수, 김승환, 박선희, 황민철, "청각 자극에 의한 감성상태의 뇌파에 대한 상관차원 추정", 정보과학회 논문지(B), 제25권, 제2호, pp.408-416, 1998.
- [16] 최정미, 배병훈, 김수용, "비선형 구동계의 바이스펙트럼에 의한 효과적인 혼돈제어 알고리즘", Journal of Korean Physical Society, Vol.35, No.4, pp. 457-467, 1995.
- [17] 아이하라 가즈유키, "쉽게 읽는 카오스", 한빛출판사, 1994.
- [18] 스티븐 켈러트, "카오스란 무엇인가", 범양사, 1995.
- [19] Kazuyuki Aihara, "Chaos : Fundamental and Application of Chaos Theory", Science Press, 1995.
- [20] Kazuyuki Aihara, "Chaos for Neural System", Tokyo Denki Univ. Press, 1993.
- [21] Masayosi Inoue, "카오스와 복잡계의 과학", 일본 실업출판사, 1996.
- [22] 한선호, 사이포 쇼지, "임상뇌파", 일조각, 서울, 1987.
- [23] K.G. Choi, E.K. Cho, S.H. Chae, E.S. Kim, J.S. Kim, "Spectral and Bispectral EEG analysis in acute unilateral ischemic stroke patients", Neurology Psychiatry and Brain Research, Will be published.



### 김응수

e-mail : eskim@omega.sunmoon.ac.kr  
1977년 부산대학교 공과대학 전자  
공학과 졸업  
1979년 부산대학교 대학원 전자공  
학과 졸업(공학석사)  
1993년 Tohoku Univ.(일) 공학연  
구과 졸업(공학박사)

1986년~1987년 Waseda Univ. 객원연구원  
1984년~1993년 한국전자통신연구원 책임연구원  
1994년~현재 선문대학교 전자정보통신공학부 교수  
관심분야 : (Neural Network and Brain Computing),  
Statistical Physics of Neural Network,  
Chaos and Fractal theory in Neural Net-  
work, Modeling biological function with  
Neural Network, Learning and Generali-  
zation Algorithm



### 이유정

e-mail : ysoh@omega.sunmoon.ac.kr  
1996년 3월~현재 선문대학교 전  
자정보통신공학부 재학중  
관심분야 : Chaos,  
Nonlinear,  
Signal Processing,  
Neural Network