

등단면 3경간 연속 곡선격자형교의 휨모멘트 근사해석에 관한 연구

A Study on the Approximate Analysis of the Bending Moment for
the Three-Span Continuous Curved Girder Bridges with Constant
Cross Section

장 병 순¹⁾ · 서 상 근²⁾ · 차 기 혁³⁾
Chang, Byung Soon Seo, Sang Geun Cha, Ki Hyuk

요 약 : 휨비틀림 효과를 고려한 곡선보의 일반적 거동은 Vlasov에 의해 제시된 미분 방정식으로 표시된다. 일반적으로 거더의 단면을 결정하는데 가장 큰 영향을 미치는 요인은 휨모멘트이다. 곡선 교량 계획시 곡선격자형교의 단면을 쉽게 가정하기 위해서 본 논문에서는 직선거더와 곡선거더의 휨모멘트비를 제시하였다. 이 비는 중심각 θ (L/R)를 변수로 하여 근사식으로 나타내었다. 이 휨모멘트 근사식과 제시된 영향선은 3경간 곡선격자형교를 보다 쉽게 설계하는데 이용될 수 있다.

ABSTRACT : The general behavior of the curved girder including the warping effects can be presented as the series of differential equations developed by Vlasov. Generally, bending moment is the most important factor for engineer to decide the section of the girder. In order to accommodate easiness of the structural analysis for the curved girder bridge, this paper suggest the ratios of bending moment of curved girder to that of straight girder. These ratios are presented by an approximate formula setting central angle θ (L/R) as a variable. The approximate formula of the maximum bending moment ratios and influence lines of all stress resultants can be used to design the three-span curved girder bridges.

핵심용어 : 곡선격자형교, 영향선, 근사식

KEYWORDS : curved girder grid bridge, influence line, approximate formula

1) 정회원, 부산대학교 토목공학과 교수, 공학박사
2) 부산대학교 생산기술연구소 전임연구원, 공학박사
3) 부산대학교 토목공학과 석사과정

본 논문에 대한 토의를 1999년 10월 31일까지 학회로 보내주시면 토의 회답을 게재하겠습니다.

1. 서 론

복잡화되고 거대화되는 도시의 교통을 원활히 하기 위해 도로나 교량의 확충이 이루어지고 있다. 도로선형이 곡선일 때 교량계획은 교통의 보다 원활한 흐름을 위한 기능적 측면이나 외형상의 미관등을 고려하여 점차로 수평곡선거더교의 사용이 증가되고 있다. 이에 곡선형교의 거동에 관한 연구의 필요성이 증가되고 있다.

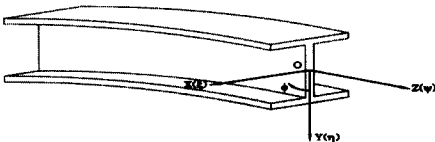
본 연구에서는 유한 차분법으로 등단면 연속곡선격자형교를 해석하고 휨모멘트, 전단력, 순수 비틀림모멘트, 뒹 비틀림 모멘트, 바이모멘트의 영향선을 구하고 이를 이용하여 최대 단면력이 발생하는 위치 및 이때의 재하위치를 구하였다.

곡선격자형교의 지간과 곡률반경에 따른 중심각을 변화시켜 직선격자형교와 곡선격자형교에서의 최대 휨모멘트비를 산정하여 곡선격자보의 휨모멘트를 구하는 근사식을 제시하였다.

2. 곡선격자교에 대한 유한차분정식과 및 부재력

2.1 곡선부재의 변위 및 부재력 ⁽¹⁾

곡률이 일정한 원형 곡선보의 부재좌표계를 그림과 같이 곡선좌표계 (x, y, z) 로 설정하고, 곡선보의 부재축상의 임의점의 변위는 부재 축방향 변위 ϕ , 연직방향 변위 η , 곡률 중심방향 변위 ξ , 부재축의 회전각 θ 로 정의한다.



○ : 단면의 도심

그림 1. 곡선부재의 좌표축과 변위

이때, 축력 N_z , 모멘트 M_x , M_y , 비틀림모멘트 T 는 다음과 같다.

$$N_z = EA\varepsilon_z = EA\left(\frac{d\phi}{dz} - \frac{\xi}{R}\right) \quad (1)$$

$$M_x = -EI_x K_x = -EI_x\left(\frac{d^2\eta}{dz^2} - \frac{\phi}{R}\right) \quad (2)$$

$$M_y = EI_y K_y = EI_y\left(\frac{d^2\xi}{dz^2} + \frac{\xi}{R^2}\right) \quad (3)$$

$$T = -EI_w\left(\frac{d^3\phi}{dz^3} + \frac{1}{R}\frac{d^3\eta}{dz^3}\right) + GK_t\left(\frac{d\phi}{dz} + \frac{1}{R}\frac{d\eta}{dz}\right) \quad (4)$$

2.2 곡선부재의 지배 미분방정식 ⁽¹⁾⁽⁵⁾⁽⁹⁾

그림 2와 같은 곡선부재의 거동은 다음과 같은 3개의 지배미분방정식으로 표현된다.

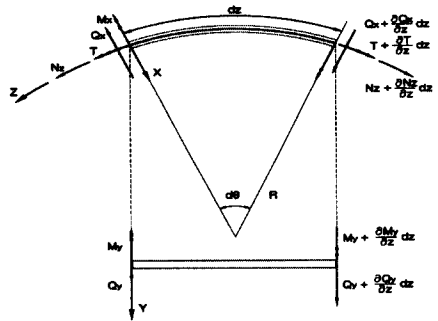


그림 2. 곡선요소의 힘의 평형

$$\frac{\partial^3 M_y}{\partial z^3} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial M_y}{\partial z} = \frac{\partial q_x}{\partial z} - \frac{q_x}{R} - \frac{\partial^2 m_y}{\partial z^2} - \frac{m_y}{R^2} \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial z^2} + \frac{1}{R} \cdot \frac{\partial T}{\partial z} = -q_y - \frac{\partial m_x}{\partial z} \quad (6)$$

$$-\frac{M_x}{R} + \frac{\partial T}{\partial z} = -m_z \quad (7)$$

2.3 지배 미분 방정식의 해법 ⁽¹⁾

곡선부재의 지배미분방정식에 식 (1)~(4)의 M_x , M_y , T 를 대입하면 다음과 같고,

$$EI_y\left(\xi'' + \frac{2}{R^2}\xi + \frac{1}{R^2}\xi\right) = \frac{\partial q_x}{\partial z} - \frac{q_x}{R} - \frac{\partial^2 m_y}{\partial z^2} - \frac{m_y}{R^2} \quad (8)$$

$$\left(\frac{EI_w}{R^2} + EI_x\right)\eta^{IV} - \left(\frac{GK_T}{R^2}\right)\eta'' + \left(\frac{EI_w}{R}\right)\phi^{IV} - \left(\frac{EI_x + GK_T}{R}\right)\phi'' = q_y + \frac{\partial m_z}{\partial z} \quad (9)$$

$$\left(\frac{EI_w}{R}\right)\eta^{IV} - \left(\frac{EI_x + GK_T}{R}\right)\eta'' + (EI_w)\phi^{IV} - (GK_T)\phi'' + \left(\frac{EI_x}{R^2}\right)\phi = m_z \quad (10)$$

이 식들에 경계조건을 대입하여 해석해를 구할 수 있으나 이를 실제 구조물에 적용시켜 해석하기에는 상당한 노력과 어려움이 있어 수치해를 구하는 것이 일반적이다. 본 연구에서는 유한차분법을 사용하여 해를 구하였다

2.4 곡선부재의 유한 차분정식화

그림 3 과 같이 나타내어진 곡선거더의 차분점 $n-2, n-1, n, n+1, n+2$ 에 관계되는 η 및 ϕ 의 도함수는 다음과 같다.

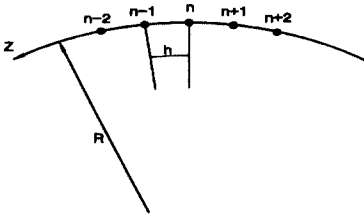


그림 3. 곡선거더의 유한 차분 표기

$$\eta_n' = \frac{1}{2h} (\eta_{n+1} - \eta_{n-1}) \quad (11a)$$

$$\eta_n'' = \frac{1}{h^2} (\eta_{n+1} - 2\eta_n + \eta_{n-1}) \quad (11b)$$

$$\eta_n''' = \frac{1}{2h^3} (\eta_{n+2} - 2\eta_{n+1} + 2\eta_{n-1} - \eta_{n-2}) \quad (11c)$$

$$\eta_n^{IV} = \frac{1}{h^4} (\eta_{n+2} - 4\eta_{n+1} + 6\eta_n - 4\eta_{n-1} + \eta_{n-2}) \quad (11d)$$

$$\phi_n' = \frac{1}{2h} (\phi_{n+1} - \phi_{n-1}) \quad (11e)$$

$$\phi_n'' = \frac{1}{h^2} (\phi_{n+1} - 2\phi_n + \phi_{n-1}) \quad (11f)$$

$$\phi_n''' = \frac{1}{2h^3} (\phi_{n+2} - 2\phi_{n+1} + 2\phi_{n-1} - \phi_{n-2}) \quad (11g)$$

$$\phi_n^{IV} = \frac{1}{h^4} (\phi_{n+2} - 4\phi_{n+1} + 6\phi_n - 4\phi_{n-1} + \phi_{n-2}) \quad (11h)$$

2.5 가로보의 강도방정식 (1)(8)

가로보(diaphragm) #1, #2에서 발생하는 처짐각은 곡선거더의 n 점에서 발생하는 비틀림각과 같고, 처짐은 n 점에서의 처짐과 같으므로 다음과 같은 강도방정식을 얻을 수 있다. Girder 2 의 n 점에 작용하는 가로보(Diaphragm)에 의한 강도방정식은 다음과 같다.

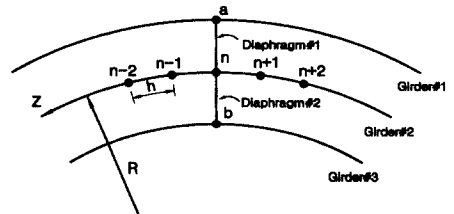


그림 4. 가로보(Diaphragm)를 포함한 격자형보의 차분표기

$$\begin{bmatrix} M_{D,n} \\ Q_{D,n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{31} & K_{32} & K_{33} + K_{11} & K_{34} + K_{12} & K_{13} & K_{14} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} + K_{21} & K_{44} + K_{22} & K_{23} & K_{24} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_a \\ \eta_a \\ \phi_n \\ \eta_n \\ \phi_b \\ \eta_b \end{bmatrix} \quad (12)$$

여기서 K_{ij} = 가로보의 강성도 matrix $[4 \times 4]$

2.6 등단면 곡선격자교의 유한차분 정식화 (1)

식 (9), (10) 에서 외력을 q_y, m_z 만으로 두고 식 (11.a-h) 를 대입하면 각 절점에 대한 변위 ϕ, η 의 유한 차분식을 구할 수 있다. 여기에 곡선보의 변위로 인한 가로보의 강도방정식을 도입하면, n, a, b 절점에서의 가로보를 고려한 곡선격자교의 유한차분방정식이 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned}
& \left(-\frac{EI_w}{R}\right) \cdot \phi_{n-2} + \left(h^2 \frac{GK_\tau}{R} + \frac{4EI_w}{R} + h^2 \frac{EI_x}{R}\right) \cdot \phi_{n-1} \\
& + \left(-2h^2 \frac{GK_\tau}{R} - \frac{6EI_w}{R} - 2h^2 \frac{EI_x}{R} - h^3(K_{21} + K_{43})\right) \cdot \phi_n \\
& - h^3(K_{41}\phi_a + K_{23}\phi_b) \\
& + \left(h^2 \frac{GK_\tau}{R} + \frac{4EI_w}{R} + h^2 \frac{EI_x}{R}\right) \cdot \phi_{n+1} \\
& + \left(-\frac{EI_w}{R}\right) \cdot \phi_{n+2} + \left(-\frac{EI_w}{R^2} - EI_x\right) \cdot \eta_{n-2} \\
& + \left(h^2 \frac{GK_\tau}{R^2} + \frac{4EI_w}{R^2} + 4EI_x\right) \cdot \eta_{n-1} \\
& + \left(-2h^2 \frac{GK_\tau}{R^2} - \frac{6EI_w}{R^2} - 6EI_x - h^3(K_{22} + K_{44})\right) \cdot \eta_n \\
& - h^3(K_{42}\eta_a + K_{24}\eta_b) \\
& + \left(h^2 \frac{GK_\tau}{R^2} + \frac{4EI_w}{R^2} + 4EI_x\right) \cdot \eta_{n+1} \\
& + \left(-\frac{EI_w}{R^2} - EI_x\right) \cdot \eta_{n+2} = -q_y h^4 \quad (13)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (-EI_w) \cdot \phi_{n-2} + (h^2 GK_\tau + 4EI_w) \cdot \phi_{n-1} \\
& + \left(-2h^2 GK_\tau - 6EI_w - h^4 \frac{EI_x}{R^2} - h^3(K_{11} + K_{33})\right) \cdot \phi_n - h^3(K_{31}\phi_a + K_{13}\phi_b) + (h^2 GK_\tau + 4EI_w) \cdot \phi_{n+1} \\
& + (-EI_w) \cdot \phi_{n+2} + \left(-\frac{EI_w}{R}\right) \cdot \eta_{n-2} + \left(h^2 \frac{GK_\tau}{R} + \frac{4EI_w}{R} + h^2 \frac{EI_x}{R}\right) \cdot \eta_{n-1} \\
& + \left(-\frac{2GK_\tau}{R} h^2 - \frac{6EI_w}{R} - h^2 \frac{2EI_x}{R} - h^3(K_{12} + K_{34})\right) \cdot \eta_n - h^3(K_{32}\eta_a + K_{14}\eta_b) \\
& + \left(h^2 \frac{GK_\tau}{R} + \frac{4EI_w}{R} + h^2 \frac{EI_x}{R}\right) \cdot \eta_{n+1} \\
& + \left(-\frac{EI_w}{R}\right) \cdot \eta_{n+2} = -m_z h^4 \quad (14)
\end{aligned}$$

2.7 곡선요소의 부재력 ⁽¹⁾⁽⁸⁾

유한차분을 도입한 곡선요소의 휨모멘트 M_x , 순수 비틀림 모멘트 T_s , 뒹 비틀림 모멘트 T_w , 바이모멘트 B_i , 전단력 Q_y 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
M_x &= -EI_x \left(\eta'' - \frac{\phi}{R} \right) \\
&= -EI_x \left[\left(\frac{\eta_{n+1} - 2\eta_n + \eta_{n-1}}{h^2} \right) - \frac{\phi_n}{R} \right] \quad (15)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T &= T_s + T_w \\
&= -EI_w \left(\phi''' + \frac{1}{R} \eta'' \right) + GK_\tau \left(\phi' + \frac{1}{R} \eta' \right) \\
&= -\frac{EI_w}{2h^3} [(\phi_{n+2} - 2\phi_{n+1} + 2\phi_{n-1} - \phi_{n-2}) \\
&\quad + \frac{1}{R} (\eta_{n+2} - 2\eta_{n+1} + 2\eta_{n-1} - \eta_{n-2})] \\
&\quad + \frac{GK_\tau}{2h} [(\phi_{n+1} - \phi_{n-1}) + \frac{1}{R} (\eta_{n+1} - \eta_{n-1})] \quad (16)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B_i &= EI_w \left(\phi'' + \frac{1}{R} \eta' \right) = \frac{EI_w}{h^2} [(\phi_{n+1} \\
&\quad - 2\phi_n + \phi_{n-1}) + \frac{1}{R} (\eta_{n+1} - 2\eta_n + \eta_{n-1})] \quad (17)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Q_y &= \frac{\partial M_x}{\partial z} + \frac{T}{R} \\
&= \frac{M_{x(n+1)} - M_{x(n-1)}}{2h} + \frac{T_n}{R} \quad (18)
\end{aligned}$$

실제 작용하는 외력을 q_y , m_z 로 제한하면 부재력 Q_x , Q_z , M_y 는 0 이다.

3. 3경간 연속곡선격자형교의 해석 및 직선/곡선 격자형교의 휨모멘트비 산정

3.1 해석 모델의 단면 및 재료 특성

그림과 같은 3경간 곡선격자형교에 단위 수직 하중 1.0 ton 및 단위 비틀림 모멘트 1.0 t·m 를 재하했을 때의 영향선을 구하였다. 반경은 60, 80, 100, 120, 150, 200, 300 m 로, 지간은 30, 40, 50, 60 m 로 변화시켜 해석하였으나, 본 제출된 논문에서 부재력 영향선은 지간 50m의 결과만 나타내었다. 연속보의 단면치는 격자교의 외형의 단면치를 사용하여 해석하였다.

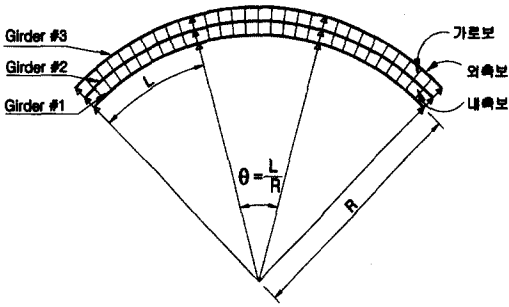


그림 5. 3경간 연속격자형교 평면도

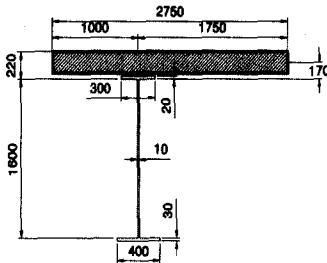


그림 6. 외형 단면도

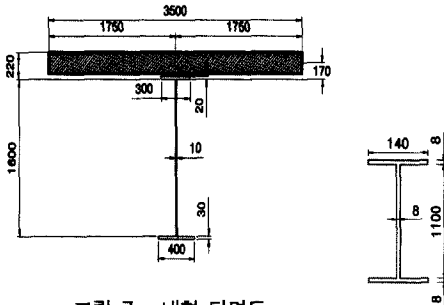


그림 7. 내형 단면도

그림 8. 가로보의 단면도

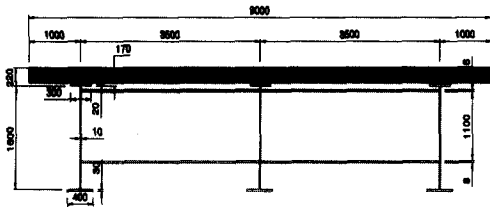


그림 9. 격자형교의 정면도

표 1. 단면의 재료 특성

	E(t/m ²)	G(t/m ²)	K _r (m ⁴)	I _x (m ⁴)	I _y (m ⁶)
내 형	2.1E+07	8.1E+06	1.53E-03	4.52E-02	4.86E-04
외 형	2.1E+07	8.1E+06	1.21E-03	4.30E-02	4.85E-04
Diaphragm	2.1E+07	8.1E+06	-	1.58E-03	-

3.2 단위 수직하중이 작용할 때 3경간 곡선격자형교의 휨모멘트 영향선

단위 수직하중 1 ton을 각 거더의 전단 중심에 작용시켰을 때 최대 휨모멘트, 최대 전단력, 최대 비틀림 모멘트, 최대 바이모멘트의 발생위치와 그 때의 하중위치를 표 2에 나타내었고, 최대 단면력이 생기는 위치에서의 영향선을 각각 그림 10~17에 나타내었다.

표 2. 최대단면력이 생기는 위치 및 최대단면력이 생길때의 단위하중(집중하중)작용위치

단면력 구분	최대단면력이 생기는 위치	최대단면력이 생길때의 단위하중(집중하중)의 작용위치
휨 모멘트	+M _{max}	3번거더의 0.4L지점 1번거더의 0.50L지점 2번거더의 0.50L지점 3번거더의 0.44L지점
	-M _{max}	3번거더의 내부지점 1번거더의 0.30L, 1.70L지점 2번거더의 0.52L, 1.48L지점 3번거더의 0.56L, 1.44L지점
전 단 력	+Q _{max}	1번거더의 1.10L지점 2번거더의 1.10L지점 3번거더의 1.32L지점
	-Q _{max}	3번거더의 내부지점 1번거더의 0.48L지점 2번거더의 0.74L지점 3번거더의 0.98L지점
순 수 비틀림 모멘트	+(T _s) _{max}	3번거더의 0.9L지점 1번거더의 0.32L지점 2번거더의 0.13L지점 3번거더의 0.34L지점
	-(T _s) _{max}	2번거더의 0.1L지점 1번거더에서는 거의 없음 2번거더의 0.44L지점 3번거더의 0.40L지점
뒹 비틀림 모멘트	+(T _w) _{max}	3번거더의 내부지점 1번거더의 1.02L지점 2번거더의 1.22L지점 3번거더의 0.54L지점
	-(T _w) _{max}	1번거더의 1.58L지점 2번거더의 1.48L지점 3번거더의 1.46L지점
바 이 모멘트	+(B _i) _{max}	1번거더의 0.91L지점 2번거더의 1.01L지점 3번거더의 0.96L지점
	-(B _i) _{max}	1번거더의 0.40L지점 1번거더의 0.40L지점 2번거더의 1.48L지점 3번거더의 1.40L지점

가. G3의 0.4L지점에서 (+) M_{max} Influence Line

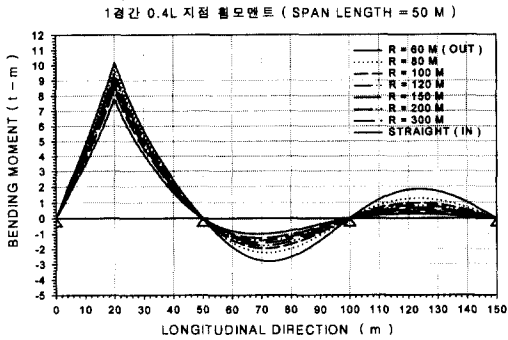


그림 10. 하중이 G3을 지날 때 휨모멘트 영향선

나. G3의 내부지점에서 (-) M_{max} Influence Line

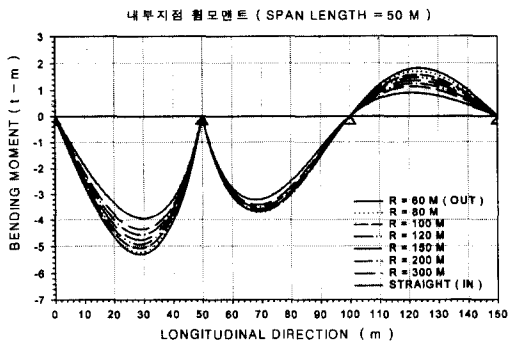


그림 11. 하중이 G3을 지날 때 휨모멘트 영향선

다. G3의 내부지점에서 (\pm) Q_{max} Influence Line

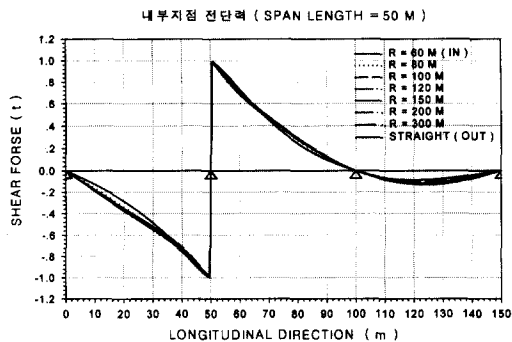


그림 12. 하중이 G3을 지날 때 전단력 영향선

라. G3의 0.9L지점에서 (+) $[T_s]_{max}$ Influence Line

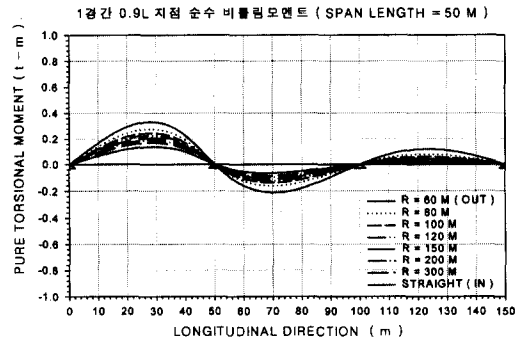


그림 13. 하중이 G3을 지날 때 순수 비틀림모멘트 영향선

마. G2의 0.1L지점에서 (-) $[T_s]_{max}$ Influence Line

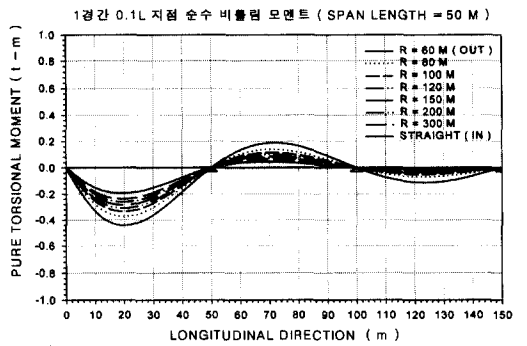


그림 14. 하중이 G3을 지날 때 순수 비틀림모멘트 영향선

바. G3 내부지점에서 (\pm) $[T_w]_{max}$ Influence Line

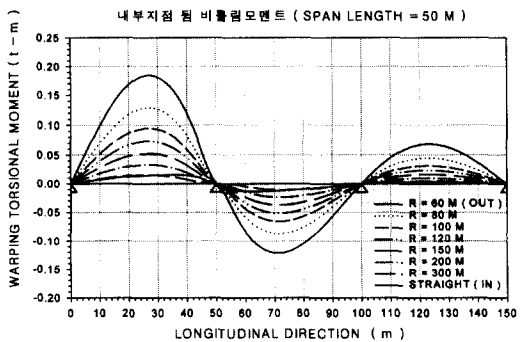


그림 15. 하중이 G3을 지날 때 뒤틀 비틀림모멘트 영향선

사. G1의 0.4L지점에서 (+)[B_i]_{max} Influence Line

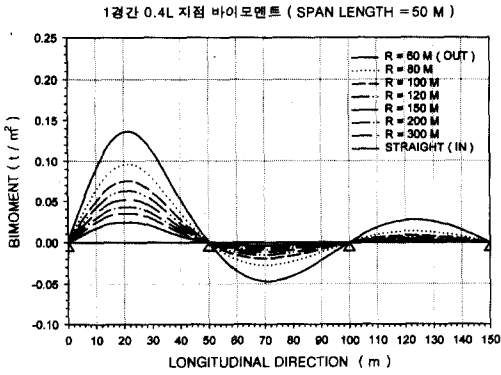


그림 16. 하중이 G3를 지날 때 바이모멘트 영향선

야. G1의 0.4L지점에서 (-)[B_i]_{max} Influence Line

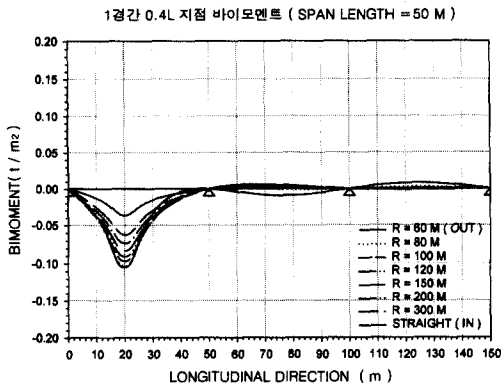


그림 17. 하중이 G1을 지날 때 바이모멘트 영향선

3.3 단위 비틀림 모멘트가 작용할 때 3경간 곡선격자형교의 휨모멘트 영향선

단위 비틀림 모멘트 1 t·m을 각 거더의 전단 중심에 작용시켰을 때 최대 휨모멘트, 최대 전단력, 최대 비틀림 모멘트, 최대 바이모멘트의 발생 위치와 그 때의 하중위치를 표 3에 나타내었고, 최대 단면력이 생기는 위치에서의 영향선을 각각 그림 18~25에 나타내었다.

표 3. 최대 단면력이 생기는 위치 및 최대 단면력이 생길 때의 단위 하중(집중 하중) 작용 위치

단면력 구분	최대 단면력이 생기는 위치	최대 단면력이 생길 때의 단위 하중(집중 하중)의 작용 위치
휨 모멘트	+M _{max}	1번거더의 0.4L지점
	-M _{max}	3번거더의 0.4L지점
전단력	+Q _{max}	1번거더의 0.70L지점 2번거더의 0.90L지점 3번거더의 0.90L지점
	-Q _{max}	1번거더의 1.30L지점 2번거더의 1.10L지점 3번거더의 1.10L지점
순수 비틀림 모멘트	+(T _s) _{max}	1번거더의 0.50L지점 2번거더의 0.40L지점 3번거더의 0.13L지점
	-(T _s) _{max}	1번거더의 0.50L지점 2번거더의 0.50L지점 3번거더의 0.86L지점
휨 비틀림 모멘트	+(T _w) _{max}	3번거더의 내부지점
	-(T _w) _{max}	
바이모멘트	+[B _i] _{max}	1, 2번거더에서는 거의 영향을 주지 않는다. 3번거더의 0.96L지점
	-[B _i] _{max}	1번거더에서는 영향이 없다. 2번거더의 0.30L, 0.50L지점 3번거더의 0.40L지점

가. G1의 0.4L지점에서 (+)M_{max} Influence Line

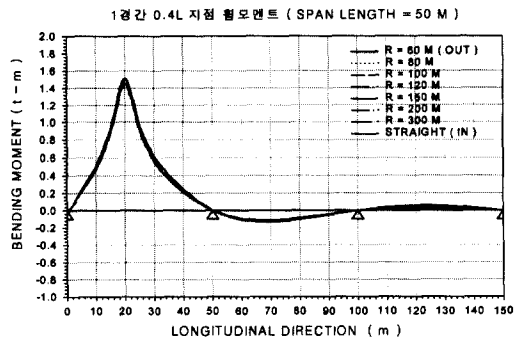


그림 18. 하중이 G1을 지날 때 휨모멘트 영향선

나. G3의 0.4L지점에서 (-)M_{max} Influence Line

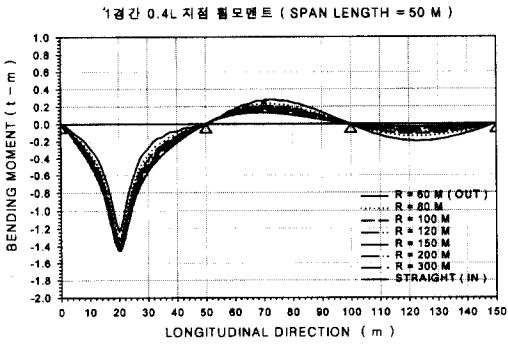


그림 19. 하중이 G3을 지날 때 휨모멘트 영향선

마. G1의 0.9L지점에서 (-)T_smax Influence Line

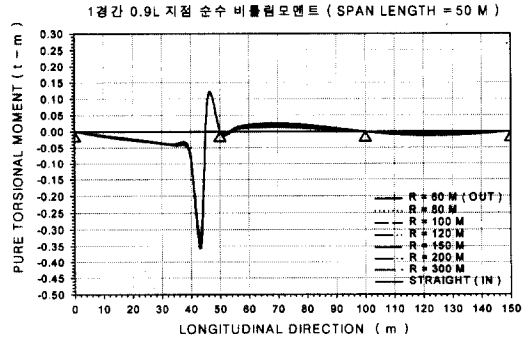


그림 22. 하중이 G3을 지날때 순수 비틀림모멘트 영향선

다. G3의 내부지점에서 (±)Q_{max} Influence Line

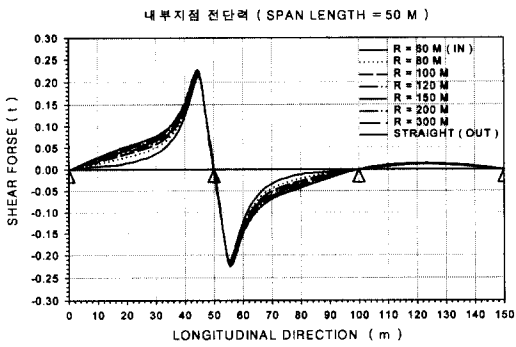


그림 20. 하중이 G3을 지날 때 전단력 영향선

바. G3 내부지점에서 (±)T_wmax Influence Line

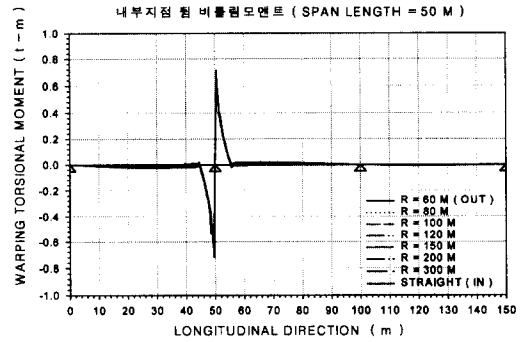


그림 23. 하중이 G3을 지날 때 휨 비틀림모멘트 영향선

라. G3의 0.1L지점에서 (+)T_smax Influence Line

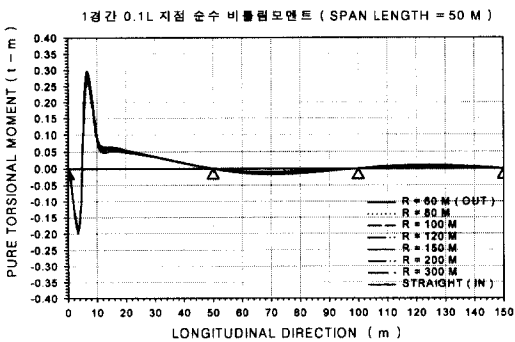


그림 21. 하중이 G3을 지날때 순수 비틀림모멘트 영향선

사. G3 내부지점에서 (+)B_imax Influence Line

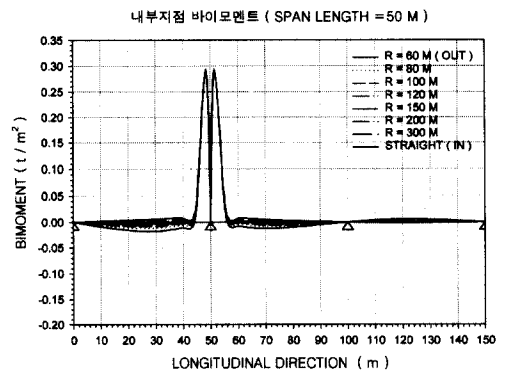


그림 24. 하중이 G3을 지날 때 바이모멘트 영향선

아. G3의 0.4L지점에서 $(-)[B_i]_{\max}$ Influence Line

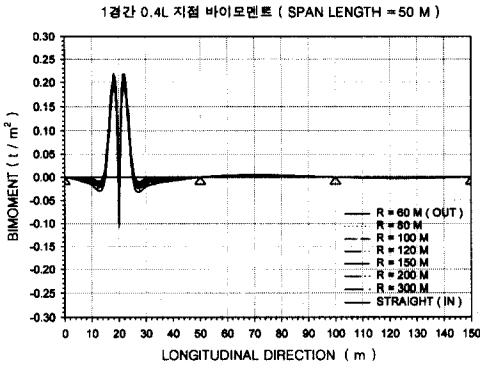


그림 25. 하중이 G3을 지날 때 바이모멘트 영향선

가. 0.4L 지점에서 $(+)M_{\max}$ Influence Line

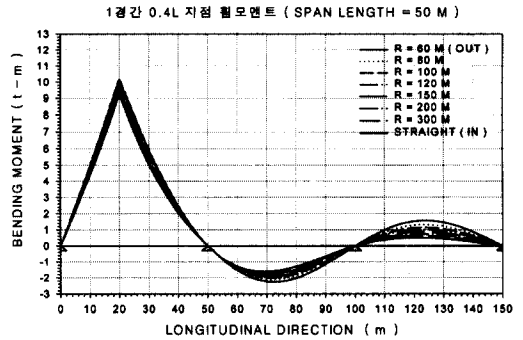


그림 26. 3경간 연속보의 1경간 0.4L 지점에서 휨모멘트 영향선

3.4 단위 수직하중이 작용할 때 중심각에 따른 곡선격자형교와 직선격자형교에서의 최대 휨모멘트비

곡선격자형교에서 (+)최대 휨모멘트가 발생하는 위치는 첫 번째 경간 0.4L 위치이고, (-)최대 휨모멘트는 내부지점에서 발생하였다. 반경을 60, 80, 100, 120, 150, 200, 300 m 로 변화시키고 지간을 30, 40, 50, 60 m 로 변화시켰을 때, 직선 연속보 및 곡선 연속보, 직선 격자형교 및 곡선 격자형교의 최대 휨모멘트의 비(M_c / M_s)를 중심각 $\theta (= L/R)$ 에 관해 각각 나타내었다.

3.4.1 3경간 연속보에서의 최대 휨모멘트비

3경간 연속보의 단면치는 표 1의 외형과 같다. 3경간 연속곡선보에서 단위 수직하중 작용시 (+)최대 휨모멘트의 영향선은 그림 26에, (-)최대 휨모멘트의 영향선은 그림 27에 나타내었다. 동일한 지간을 가지는 직선 연속보에 단위 수직하중을 곡선보의 하중위치와 동일하게 재하하여 최대 휨모멘트를 구하였다. 중심각에 대해 최대 휨모멘트비를 산정하여 그림 28, 29에 그래프로 나타내었고, 휨모멘트비는 근사적으로 그래프내의 수식과 같이 제시된다.

나. 내부지점에서 $(-)M_{\max}$ Influence Line

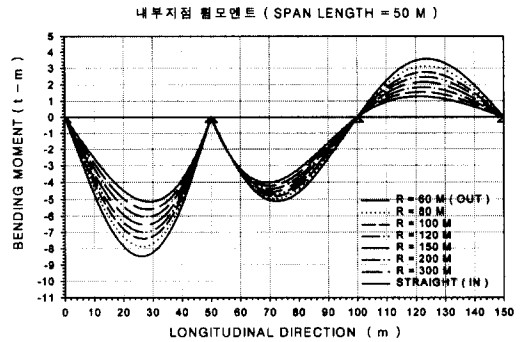


그림 27. 3경간 연속보의 내부지점에서 휨모멘트 영향선

다. 중심각에 따른 최대 휨모멘트비

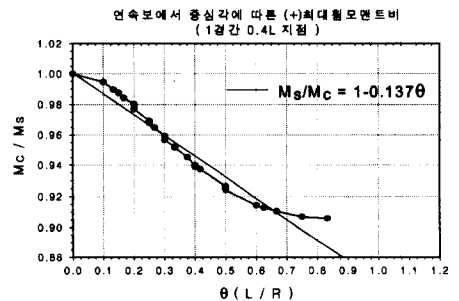


그림 28. 3경간 연속보에서 중심각(θ)에 따른 직선(M_s)과 곡선(M_c)보에서의 (+) M_{\max} 비

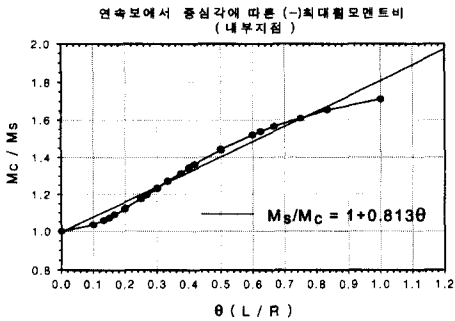


그림 29. 3경간 연속보에서 중심각(θ)에 따른 직선(M_s)과 곡선(M_c)보에서의 (-) M_{max} 비

3.4.2 등단면 3경간 연속격자형교에서의 최대 휨모멘트비

(+), (-) 최대 휨모멘트값을 그림 10, 11의 영향선에서 구하고, 동일한 지간을 가지는 직선격자형교의 최대 휨모멘트를 구하였다. 중심각에 대해 최대 휨모멘트비를 산정하여 이를 그림 30, 31에 그래프로 나타내었다. 휨모멘트비는 표 4에서와 같이 근사식으로 제시된다.

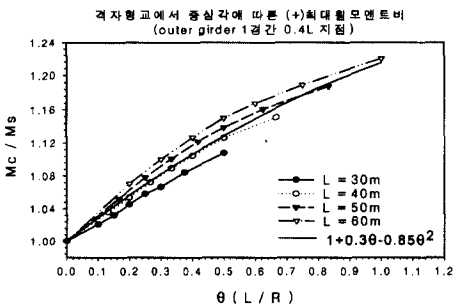


그림 30. 3경간 연속격자형교에서 중심각(θ)에 따른 직선(M_s)과 곡선(M_c)보에서의 (+) M_{max} 비

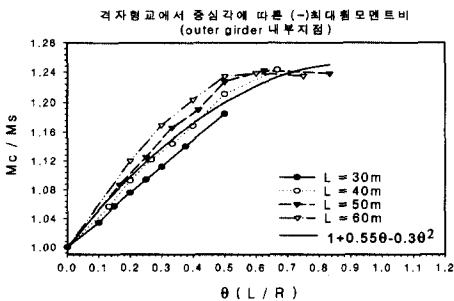


그림 31. 3경간 연속격자형교에서 중심각(θ)에 따른 직선(M_s)과 곡선(M_c)보에서의 (-) M_{max} 비

3.4.3 해석 결과 및 검증

등단면 I-형 격자형교에 단위 수직하중 1 ton 및 단위 비틀림모멘트 1 t·m을 재하했을 때 각 경간을 100등분하여 해석하였고, 가로보는 경간당 10개씩 배치하였다.

동일지간의 직선연속보 및 직선격자형교의 최대 휨모멘트값을 구하여 중심각(θ)에 대한 곡선연속보 및 곡선 격자형교에서의 최대 휨모멘트비를 각각 산정하였으며, 이를 그래프로 그림 28~31과 같이 나타내었다. 이 그래프를 사용하여 표 4와 같은 최대 휨모멘트비의 근사식을 제시하였다. 곡선격자형교의 (+), (-)최대 휨모멘트의 크기는 중심각이 커짐에 따라 즉 곡률이 커짐에 따라 증가하는 것을 볼 수 있었다. 단 연속보에서의 (+)최대 휨모멘트값은 곡률이 커짐에 따라 감소하였다.

표 4의 격자형교의 휨모멘트의 근사식 대신 그림 30, 31에서 제시된 휨모멘트 근사식, 즉 (+) M_{max} 비는 $1 + 0.3\theta - 0.85\theta^2$, (-) M_{max} 비는 $1 + 0.55\theta - 0.3\theta^2$ 를 사용하더라도 2~4%의 오차로 지간의 크기에 상관없이 (+), (-) M_{max} 의 비를 얻을 수 있었다.

또한, 본 수치해의 결과를 검증하기 위해 범용 구조해석 프로그램 SAP을 이용하여 곡선보에 대한 최대 휨모멘트 값을 비교하였고, 표 5, 6에 나타난 것과 같이 최대 휨모멘트비를 근사식을 이용하여 비교한 결과 비교적 잘 일치하였다.

4. 결 론

등단면 I-형 직선·곡선격자형교를 유한차분법으로 해석하여 각 거더의 휨 모멘트, 전단력, 순수 비틀림 모멘트, 뒹 비틀림 모멘트, 바이모멘트의 영향선을 구하였다. 등단면 곡선연속보 및 곡선격자형교를 해석하고 곡선 연속보 및 곡선격자형교와 동일한 지간을 가지는 직선의 연속보와 직선격자형교와의 최대 휨모멘트비를 각각 산정하였으며 이를 근사식으로 나타내었다.

(1) 3경간 I-형 연속 곡선보 및 연속 곡선격자

형교의 휨모멘트의 근사값을 연속직선보 및 연속 직선격자형교의 휨모멘트의 크기로 구할 수 있는 근사식을 제시하였다.

(2) 3경간 연속곡선보 및 연속 곡선격자형교의 휨모멘트 근사값으로 곡선보의 단면을 가정할 수 있고, 가정된 단면으로 연속곡선보 및 곡선격

자형교의 휨 모멘트, 전단력, 바이모멘트, 순수 비틀림모멘트, 뒹 비틀림모멘트를 본 논문에서 제시한 영향선을 이용하여 구할 수 있다. 이 값으로 3경간 연속곡선보 및 연속 곡선격자형교를 쉽게 설계 할 수 있다.

표 4. 지간에 따른 최대 휨모멘트비의 근사식

span length(m)		연속보		격자형교	
		(+)M _{max}	(-)M _{max}	(+)M _{max}	(-)M _{max}
30	M _c M _s	1 - 0.137θ	1 + 0.813θ	1 + 0.22θ	1 + 0.38θ
40				1 + 0.25θ	1 + 0.5θ - 0.2θ ²
50				1 + 0.35θ - 0.15θ ²	1 + 0.63θ - 0.4θ ²
60				1 + 0.38θ - 0.16θ ²	1 + 0.75θ - 0.6θ ²

표 5. 3경간 연속보에서 수치해 검증

L(m)	R(m)	θ (=L/R)	(+)M _{max} (t · m)				(-)M _{max} (t · m)			
			수치해	SAP	M _c /M _s	근사식	수치해	SAP	M _c /M _s	근사식
50	60	0.833	9.240	9.260	0.907	0.886	-8.470	-8.190	1.651	1.678
	80	0.625	9.310	9.320	0.914	0.914	-7.880	-7.680	1.536	1.508
	100	0.500	9.436	9.430	0.926	0.932	-7.390	-7.250	1.441	1.407
	120	0.416	9.560	9.540	0.938	0.943	-6.980	-6.890	1.361	1.339
	150	0.333	9.706	9.690	0.953	0.954	-6.520	-6.480	1.271	1.271
	200	0.25	9.873	9.860	0.969	0.966	-6.037	-6.020	1.177	1.203
	300	0.167	10.04	10.03	0.985	0.977	-5.585	-5.580	1.089	1.136
	straight	0.000	10.19	10.19	1.000	1.000	-5.130	-5.130	1.000	1.000

표 6. 3경간 연속 격자형교에서 수치해 검증

L(m)	R(m)	θ (=L/R)	(+)M _{max} (t · m)				(-)M _{max} (t · m)			
			수치해	SAP	M _c /M _s	근사식	수치해	SAP	M _c /M _s	근사식
50	60	0.833	10.19	10.21	1.188	1.187	-5.30	-5.25	1.238	1.247
	80	0.625	9.74	9.77	1.161	1.160	-5.23	-5.19	1.242	1.238
	100	0.500	9.43	9.47	1.139	1.138	-5.07	-5.06	1.228	1.215
	120	0.416	9.20	9.24	1.122	1.120	-4.94	-4.93	1.190	1.193
	150	0.333	8.95	9.00	1.101	1.100	-4.77	-4.77	1.166	1.166
	200	0.25	8.69	8.74	1.078	1.078	-4.58	-4.49	1.125	1.133
	300	0.167	8.41	8.46	1.053	1.054	-4.37	4.39	1.087	1.094
	straight	0.000	7.81	7.81	1.000	1.000	-3.95	3.95	1.000	1.000

참 고 문 헌

- (1) Heins, C.P., 1975, Bending and Torsional Design in Structural Members, Lexington Book
- (2) Heins, C.P., Kuo, J.T.C., 1972, Composite Beams in Torsion, ASCE Vol 98, May
- (3) Heins, C.P., Kuo, J.T.C., 1972, Torsional Properties of Composite Girders, ASCE Vol. 9
- (4) Heins, C.P., Bell, L.C., Curved Girder Bridge Analysis, JCS, Vol. 2 pp. 785-797, Pergamon Press, London.
- (5) Timonshenko, S.P. and Goodier, J.N., 1982, Theory of Elasticity, 3rd ed McGraw-Hill, Inc.
- (6) Timonshenko, S.P. and Gere, J.M., 1961, Theory of Elastic Stability, 2nd ed McGraw-Hill, Inc.
- (7) Timonshenko, S.P. and Gere, J.M., 1992, Mechanics of Materials, 3rd Chapman & Hall
- (8) Heins, C.P. and Spates, K.R., 1970, Behavior of a Single Horizontally Curved Girder, ASCE Structural Division Journal
- (9) Bell, L.C. and Heins, C.P., 1970, Analysis of Curved Girder Bridge, ASCE, Structural Division Journal, Vol. 96, August
- (10) 장병순 외 2인, 1997, 등단면 I형 곡선격자형 교의 영향선에 관한 연구, 한국 강구조학회 논문집 제9권 4호 pp501~513
- (11) 방명석 역, 1993, 강교 설계의 기초, 도서출판 건설도서
- (12) 건설교통부, 1996, 도로교 표준 시방서

(접수일자 : 1999년 2월 5일)