

탄성 경계를 고려한 I형보의 좌굴 거동

Buckling Behavior of I-Beam with the Elastic Support

강 영 종¹⁾ · 이 규 세²⁾ · 임 남 형³⁾

Kang, Young Jong · Lee, Gyu Sei · Lim, Nam Hyoung

요 약 : 탄성 경계에 의해 지지된 보는 브레이스된 보나 철도 궤도와 같은 구조 부재로서 사용된다. 이러한 탄성 경계는 단면의 임의의 점에 위치할 수 있다. 본 논문은 탄성 경계를 가진 보의 탄성 좌굴에 미치는 경계의 편심과 강성의 효과를 고찰하였다. 유한 요소 정식화를 통해 탄성 경계를 가진 보-요소와 해석 프로그램을 개발하였다. 탄성 경계는 탄성 스프링 요소를 사용하였으며 탄성 경계의 편심을 고려하기 위하여 오프셋(offset) 기법을 사용하였다. 보-요소는 뒹 자유도를 고려하여, 요소당 14개의 자유도를 갖는 직선 보-요소를 사용하였다. 많은 수치 해석을 통해, 본 연구에서 개발한 좌굴 해석 프로그램이 탄성 경계를 가진 보의 탄성 좌굴 하중과 모드를 정확하게 산출함을 알 수 있다.

ABSTRACT : A beam supported by a flexible elastic support is commonly used as structural elements, e.g. , braced beam, railway track, etc. The elastic support can be located in arbitrary point in the cross-section. This paper investigates the effects of support eccentricity on the elastic buckling of beams with elastic supports. The effects of stiffness of the elastic support are also studied. A beam element with elastic supports and the analysis program are developed for elastic buckling analysis using finite element formulation. The elastic support is modeled by elastic spring element. Using the offset technique, the eccentricity of support is taken into account. A beam element having 14 degrees of freedom including the warping degree of freedom is used. Various numerical example analyses show that the present formulation and analysis program accurately and effectively compute the buckling load and mode of beams with elastic supports.

핵심용어 : I형보, 경계 편심, 탄성 경계, 좌굴, 유한 요소 해석

KEYWORDS : I-Beam, Eccentric Supports, Elastic Restraints, Buckling, FEM

1) 정회원, 고려대학교 토목환경공학과, 교수
2) 정회원, 선문대학교 건설공학부, 교수
3) 정회원, 고려대학교 토목환경공학과, 박사과정

본 논문에 대한 토의를 1999년 10월 31일까지 학회로 보내 주시면 토의 회답을 게재하겠습니다.

1. 서 론

구조물의 좌굴에 대한 저항성을 높여 안정성을 추구하고 또한 재하 하중을 증가시킬수 있도록 하기 위하여 일반 구조물의 기둥이나 강형교의 거더에 브레이스(Brace)를 연결하기도 하고, 어떤 다른 목적으로 주부재에 부부재(Secondary Member)가 연결되어 좌굴 하중이나 좌굴 모드에 영향을 주기도 한다. 그리고 2경간, 3경간 연속보와 같은 구조물의 내부지점에서 부모멘트의 영향으로 인해, 가로보의 단면내 연결 위치가 매우 중요하게 된다.

범용 프로그램의 보요소를 사용하여 이러한 경계의 편심을 고려하기에는 너무나 복잡하며 또한 박판단면의 중요한 특징인 뒹(warping)을 고려할 수가 없다. 그리고 쉘요소를 사용하여 경계의 편심등을 어느 정도 정확하게 묘사하여 좌굴 해석을 수행할 수 있으나, 실제로 시간이 많이 걸리고 복잡한 단점을 가지고 있다. Trahair⁽⁵⁾는 횡방향 또는 비틀림이 구속된 이축 대칭 I형 단순보에 균일 정모멘트가 작용하고 있을 때 구속 부재의 강성과 단면 내 위치의 효과에 대해 에너지 방법을 이용하여 이론적인 좌굴 하중을 유도하여, 구속 부재의 강성과 단면 내 위치의 영향이 크다고 하였으나 아직까지는 그 거동 파악이 미비한 상태이다. 또한 구속 부재들의 단면 내 정확한 위치를 고려한 일축 대칭 I형보의 좌굴 해석에 대한 연구는 아직 미비하며 특히, 뒹에 의한 변형을 고려함으로써 발생하는 상부 플랜지와 하부 플랜지의 법선 응력의 전단 중심에 대한 단면의 추가적인 비틀림 효과 즉, 와그너(wagner) 효과를 고려하여 정확한 단면의 비틀림 거동까지 포함한 복합적인 좌굴 분석도 미비한 상태이다.

본 연구에서는 뒹을 고려한 절점당 7개의 자유도를 가지는 일축 대칭 I형보에 대한 유한요소 정식화를 수행하였으며 구속 부재들의 강성을 고려하기 위해서, 탄성 스프링 요소를 사용하여 정식화하였다. 또한 구속 부재들의 단면 내 위치를 정

확하게 묘사하기 위하여 오프셋(offset) 기법을 적용하였다. 이러한 유한 요소 정식화 과정을 통해 탄성 좌굴 해석프로그램을 개발하였으며 다양한 수치해석을 통하여 탄성 경계 편심의 영향을 파악하였다.

2. 일축 대칭 I형보

2.1 기본가정

뒹을 고려한 일축 대칭 I형 직선보의 지배미분 방정식을 전개함에 있어서 사용한 기본가정은 다음과 같다.

- ① 단면은 원래의 형상을 유지한다.
- ② 박판단면의 중앙면에 발생하는 전단변형률은 무시할 수 있을 정도로 작다.
- ③ 휨이나 뒹에 의해 발생하는 법선응력의 축방향 변화에 따른 전단변형률은 무시할 수 있을 정도로 작다(Euler-Bernoulli Hypothesis).

2.2 변위와 변형률

변위와 변형률의 관계는 식(1)의 Green-Lagrange Strain Tensor를 사용하며 기본적인 좌표계는 Principal Central Coordinate와 Principal Sectorial Coordinate를 사용한다.

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \cdot [U_{i,j} + U_{j,i} + U_{k,i} \cdot U_{k,j}] \quad (1)$$

그림1 박판단면의 기준점에서 임의점 N의 X, Y축 방향의 변위, u , v 는 기본가정 ①을 적용하고 Y축에 대해 대칭인 단면($x_0=0$)을 고려하면 다음 식(2)와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} u &= u_0 - (y - y_0) \cdot \theta \\ v &= v_0 + x \cdot \theta \end{aligned} \quad (2)$$

Z축 방향의 변위, w 는 기본가정 ②와 ③의 수학적 해석 식(3)을 이용하면 식(4)와 같이 표현된다.

$$\gamma_{zs}^* = \gamma_{zm} = 0 \quad (3)$$

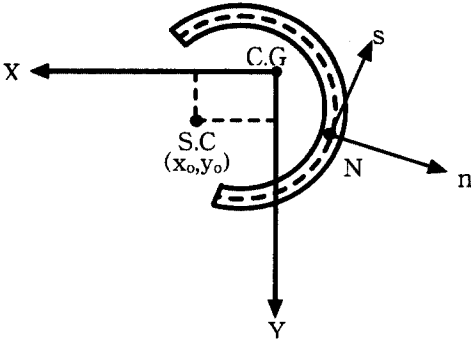


그림 1. 박판단면의 기준점

$$w = w_c - y \cdot v'_0 - x \cdot u'_0 - \omega \cdot \theta \quad (4)$$

여기에서, y_0 는 도심에 대한 전단중심의 y 축 좌표를 나타내며, u_0, v_0, θ 는 각각 전단중심에서의 x, y, z 축 방향의 기준변위를 그리고 w_c 는 단면의 z 축방향 평균 변위를 나타낸다. ω 는 뒹함수를 나타내며 뒹침자, *는 단면의 중앙면을 나타낸다.

식(2)와 식(4)를 식(1)의 Green-Lagrangian Strain Tensor 중, 0이 아닌 변형률 ($\epsilon_z, \gamma_{xz}, \gamma_{yz}$)에 대입하면 변위와 변형률의 관계식을 얻을 수 있으며 이때, Z 축 방향의 변위, w 에 관계된 비선형항은 다른 변위에 비해 상대적으로 작다는 일반적인 보이론을 적용하여 무시한다.

2.3 단면력

그림2에서 나타낸 것과 같이 법선응력에 관계된 단면력들은 식(5)와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} F_z &= \int_A \sigma_z dA \\ M_x &= \int_A \sigma_z \cdot y dA \\ M_y &= - \int_A \sigma_z \cdot x dA \\ B_i &= \int_A \sigma_z \cdot \omega dA \end{aligned} \quad (5)$$

전단응력과 관계된 Saint-Venant 비틀림모멘트는 식(6)과 같이 표현된다.

$$T = \int_A \left[\tau_{xz} \cdot \left(y - y_0 + \frac{\partial \omega}{\partial x} \right) + \tau_{yz} \cdot \left(x - \frac{\partial \omega}{\partial y} \right) \right] dA \quad (6)$$

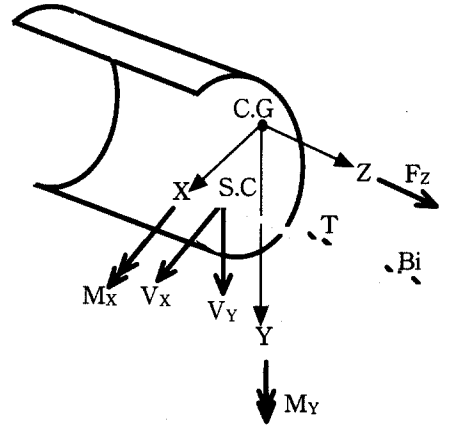


그림 2. 단면력

뒹에 의한 단면의 변형을 고려하면, 법선응력에 의해 단면의 전단중심에 대한 추가적인 비틀림모멘트가 발생하게 되며, 이는 와그너(wagner)효과라 불리우는 것으로 식(7)과 같이 표현된다.

$$\omega_a = \int_A \sigma_z \cdot [x^2 + (y - y_0)^2] dA \quad (7)$$

식(5),(6)에서 정의된 단면력들과 기준변위와의 관계는 법선응력과 전단응력에 대한 구성법칙을 적용, 단면적에 대해 적분을 수행하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} F_z &= EA w_c'' \\ M_x &= -EI_x v'' \\ M_y &= EI_y u'' \\ B_i &= -EI_\omega \theta'' \\ T &= GK_T \theta' \end{aligned} \quad (8)$$

여기에서, A 는 단면적, I_x 와 I_y 는 각각 x 와 y 축에 대한 단면이차모멘트를 그리고 I_ω 는 뒹상수, K_T 는 Saint-Venant 비틀림상수를 나타낸다. E 와 G 는 탄성계수와 전단탄성계수이다.

법선응력, σ_z 는 식(8)의 단면력과 기준변위와의 관계를 적용하면 다음과 같이 표현된다.

$$\sigma_z = \frac{F_z}{A} + \frac{M_x}{I_x} \cdot y - \frac{M_y}{I_y} \cdot x + \frac{B_i}{I_\omega} \cdot \omega \quad (9)$$

식(7)로 정의되는 와그너 효과, ω_a 는 식(9)를 대입하면 다음과 같이 표현된다.

$$\omega_a = \gamma_o^2 \cdot F_z + \beta_y \cdot M_x \quad (10)$$

여기에서, γ_o 는 전단중심에 대한 회전반경을, β_y 는 1축대칭단면변수를 나타낸다.

$$\gamma_o = \sqrt{\frac{1}{A} \cdot (I_x + I_y) + y_o^2} \quad (11)$$

$$\beta_y = \frac{1}{I_x} \cdot (J_{xy} + J_x) - 2y_o \quad (12)$$

$$-EA w_c'' = q_z \quad (16a)$$

$$EI_x v_o'''' - (F_z v_o' - M_y \theta')' = q_y + m_x' \quad (16b)$$

$$EI_y u_o'''' - (F_z u_o' - M_x \theta' + F_z y_o \theta')' = q_x - m_y' \quad (16c)$$

$$EI_\omega \theta'''' - GK_T \theta'' - (-M_y v_o' - M_x u_o' + F_z y_o u_o' + \omega_a \theta')' = m_z + m_o' \quad (16d)$$

2.4 지배미분방정식

전체 포텐셜 에너지는 변형된 구체에 저장된 변형 에너지와 작용하중에 의한 포텐셜 에너지 감소량의 합으로 정의된다. 또한 전체 포텐셜 에너지의 1차 변분을 취하고 그것을 0으로 놓으면 식(13)과 같은 전체 포텐셜 에너지 최소 법칙의 방정식을 얻을 수 있다.

$$\delta \Pi = \delta U + \delta V = 0 \quad (13)$$

δU 는 변분 변형 에너지로서 다음 식(14)와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \delta U &= \int_V \sigma_z \delta \epsilon_z dV + \int_V \tau_{xz} \delta \gamma_{xz} dV \\ &\quad + \int_V \tau_{yz} \delta \gamma_{yz} dV \\ &= \int_V \sigma_z \delta \epsilon_z^L dV + \int_V \tau_{xz} \delta \gamma_{xz}^L dV \quad (14) \\ &\quad + \int_V \tau_{yz} \delta \gamma_{yz}^L dV + \int_V \sigma_z \delta \epsilon_z^N dV \\ &\quad + \int_V \tau_{xz} \delta \gamma_{xz}^N dV + \int_V \tau_{yz} \delta \gamma_{yz}^N dV \end{aligned}$$

여기에서, 윗첨자 L 은 선형 변형률항을 그리고 윗첨자 N 은 비선형 변형률항을 나타낸다. σ , τ 는 각 축에 대한 법선응력과 전단응력을 나타내며 ϵ , γ 는 각 축에 대한 법선 변형률과 전단 변형률을 나타낸다.

δV 는 작용 하중에 의한 포텐셜 에너지의 감소를 나타내는 것으로 다음 식(15)와 같이 표현된다.

$$\delta V = - \int_L q_i \delta u_i dz \quad (15)$$

여기에서 q_i 와 u_i 는 각각 표면력과 변위장을 나타내는 것으로 지배 미분 방정식을 구하면 다음 식(16)과 같다.

여기에서, q_x , q_y , m_z 는 전단 중심축에 작용하는 등분포 하중과 등분포 비틀 모멘트이며 q_z , m_x , m_y 는 도심축에 작용하는 등분포 하중과 등분포 모멘트이다.

2.5 형상 함수

그림 3에서 처럼 I형 보요소는 절점당 7개, 요소당 14개의 자유도를 갖으며 절점변위벡터($\{d\}$)를 네 개의 기준변위로 나누어 표현하면 다음과 같다.

$$d = [d^{uT}, d^{vT}, d^{wT}, d^{\theta T}]^T \quad (17)$$

여기에서,

$$d^{uT} = [u_{oi}, u'_{oi}, u_{oj}, u'_{oj}] \quad (18a)$$

$$d^{vT} = [v_{oi}, -v'_{oi}, v_{oj}, -v'_{oj}] \quad (18b)$$

$$d^{wT} = [w_{oi}, w_{oj}] \quad (18c)$$

$$d^{\theta T} = [\theta_i, -\theta'_i, \theta_j, -\theta'_j] \quad (18d)$$

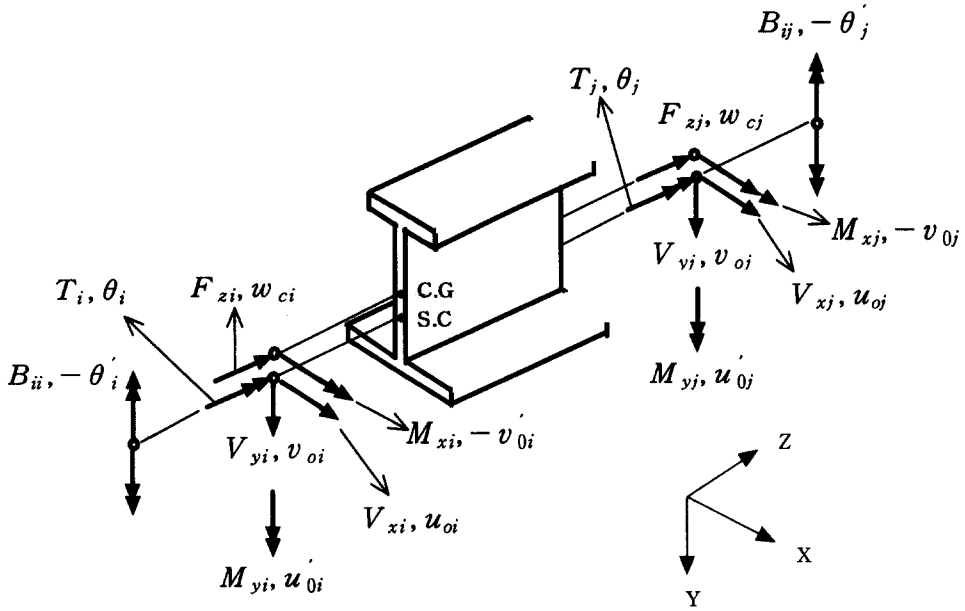


그림 3. 보요소의 절점변위와 절점력

여기에서, i, j 는 절점번호이고, 윗첨자 T 는 전치행렬을 의미한다.

본 연구에서는 변위장과 절점변위의 관계를 유도하기 위하여 식(16)의 지배미분방정식에서 선형 지배미분방정식의 제차해를 형상함수로 사용하였다.

(1) 단면의 회전 변위, θ

$$\theta = [N_{\theta 1} \ N_{\theta 2} \ N_{\theta 3} \ N_{\theta 4}] \cdot \mathbf{d}^\theta = \mathbf{N}_\theta \cdot \mathbf{d}^\theta \quad (19)$$

형상함수 N_θ 는 다음과 같다.

$$N_{\theta 1} = \frac{1}{D} [\alpha + \alpha k \text{Sinh} k - \alpha \text{Cosh} k - \alpha^2 x \text{Sinh} k + \alpha \text{Sinh} k \text{Sinh}(\alpha z) - \alpha \text{Cosh} k \text{Cosh}(\alpha z) + \alpha \text{Cosh}(\alpha z)] \quad (20a)$$

$$N_{\theta 2} = \frac{1}{D} [-\alpha z + \text{Sinh} k - k \text{Cosh} k + \alpha z \text{Cosh} k - k \text{Sinh} k \text{Sinh}(\alpha z) + \text{Cosh} k \text{Sinh}(\alpha z) - \text{Sinh}(\alpha z) + k \text{Cosh} k \text{Cosh}(\alpha z) - \text{Sinh} k \text{Cosh}(\alpha z)] \quad (20b)$$

$$N_{\theta 3} = \frac{1}{D} [\alpha - \alpha \text{Cosh} k + \alpha^2 z \text{Sinh} k - \alpha \text{Sinh} k \text{Sinh}(\alpha z) + \alpha \text{Cosh} k \text{Cosh}(\alpha z) - \alpha \text{Cosh}(\alpha z)] \quad (20c)$$

$$N_{\theta 4} = \frac{1}{D} [k - \text{Sinh} k + \alpha z \text{Cosh} k - \alpha z + \text{Sinh}(\alpha z) - \text{Cosh} k \text{Sinh}(\alpha z) + \text{Sinh} k \text{Cosh}(\alpha z) - k \text{Cosh}(\alpha z)] \quad (20d)$$

여기에서,

$D = 2\alpha - 2\alpha \text{Cosh}(\alpha L) + \alpha^2 L \text{Sinh}(\alpha L)$ 이고, $k = \alpha \cdot L$ 이다. 또한 α^2 는 Saint-Venant 비틀림강성과 뒹강성의 비(GK_T/EI_ω)를 의미한다.

(2) x 방향 기준 변위, u_0

$$u_0 = \mathbf{N}_u \cdot \mathbf{d}^u \quad (21)$$

형상함수 N_u 는 다음과 같다.

$$\mathbf{N}_u = \begin{bmatrix} 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3 & L(\xi^3 + \xi - 2\xi^2) \\ 3\xi^2 - 2\xi^3 & L(\xi^3 - \xi^2) \end{bmatrix} \quad (22)$$

여기서, ξ 는 z/L 을 나타내고 L 은 요소의 길이를 의미한다.

(3) y 방향 기준 변위, v_0

$$v_0 = N_v \cdot d^v \quad (23)$$

형상함수 N_v 는 다음과 같다.

$$N_v = \begin{bmatrix} 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3, & L(-\xi^3 - \xi + 2\xi^2) \\ 3\xi^2 - 2\xi^3, & L(-\xi^3 + \xi^2) \end{bmatrix} \quad (24)$$

(4) z 방향 기준 변위, w_c

$$w_c = N_w \cdot d^w \quad (25)$$

형상함수 N_w 는 다음과 같다.

$$N_w = [1 - \xi, \xi] \quad (26)$$

3. 탄성경계

다양한 탄성경계를 모사하기 위해서, 본 연구에서는 종방향, 횡방향, 수직방향 스프링과 z 방향에 대한 회전 스프링을 사용하였다. 이러한 탄성경계가 단면 내 임의의 위치에 작용할 수 있도록 식(2)와 식(4)의 변위장을 이용해 보요소의 절점 변위와 스프링 요소의 절점 변위가 일치하도록 하는 offset 기법을 사용하였다.

그림4에서 C.G.는 단면의 도심을 그리고 S.C.는 단면의 전단중심을 나타낸다. 만약 그림4와 같이 스프링요소가 보요소의 하부 플랜지의 중앙에 위치하면, 식(27)은 단면 절점변위(D)를 스프링요소의 절점변위(D_{sp})로 변환하는 변환행렬(T_{sp})을 나타내는 것이며 이러한 변환행렬을 이용하여 식(28)과 같이 보요소의 강성 행렬과 결합시킬 수 있는 스프링 강성 행렬을 구할 수 있다.

$$\{D_{sp}\} = [T_{sp}] \cdot \{D\}$$

$$\begin{bmatrix} u_{sp} \\ v_{sp} \\ w_{sp} \\ -v_{sp}' \\ u_{sp}' \\ \theta_{sp}' \\ -\theta_{sp}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -YS & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & YC & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \\ -v_0' \\ u_0' \\ \theta \\ -\theta' \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$[K_{sp}] = [T_{sp}]^T \cdot [k_{sp}] \cdot [T_{sp}] \quad (28)$$

여기에서, $[k_{sp}]$ 행렬은 스프링 요소의 절점변위(D_{sp})에 대응하는 스프링 요소 강성행렬(spring elemental stiffness matrix)로 식(29)와 같이 표현된다.

$$[k_{sp}] = \begin{bmatrix} k_L & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_V & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_H & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_R & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (29)$$

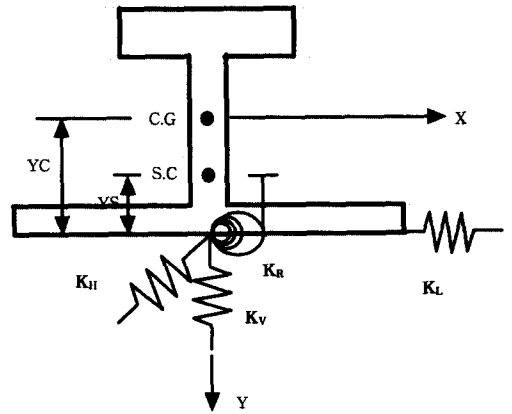


그림 4. 탄성경계

4. 수치해석

4.1 수평브레이스를 갖는 단순보

지간 중앙에 위치하는 수평브레이스의 단면내 위치에 따른 I형보의 좌굴 거동의 특성을 파악하기 위하여 12m 지간의 단순보에 대한 좌굴압축력과 좌굴모멘트를 각각 산출하여 비교하였다. 사용된 단면은 [단면1-상·하부 플랜지 폭:32cm, 상·하부 플랜지 두께:1.4cm, 복부판 두께:1.2cm, 단면깊이:60cm, 단면2-상부 플랜지 폭:18cm, 하부 플랜지 폭:32cm, 상·하부 플랜지 두께:1.4cm, 복부판 두께:1.2cm, 단면깊이:60cm]와 같다. 그리고 탄성계수는 210GPa, 전단탄성계수는 81GPa이다.

표 1은 수평브레이스가 없는 단순보의 좌굴압축력을 나타내는 것으로 단면 1의 1차모드는 Euler 좌굴, 2차모드는 순수비틀좌굴 그리고 단면 2의 모드는 휨-비틀좌굴 현상이 발생된다. 표 2는 수평 브레이스가 없는 단순보의 좌굴모멘트(+)을 나타 내는 것으로 휨-비틀좌굴 현상이 발생된다.

표 1. 좌굴압축력(P_0)

모드	단면1		단면2	
	좌굴하중(kN)	모드	좌굴하중(kN)	모드
1차	1,102	Euler	508.9	휨-비틀
2차	2,583	순수비틀	1,480	휨-비틀

표 2. 좌굴모멘트(+, M_0)

모드	단면1	
	좌굴하중(kN-m)	모드
1차	431	휨-비틀
2차	1,411	휨-비틀

4.1.1 좌굴압축력

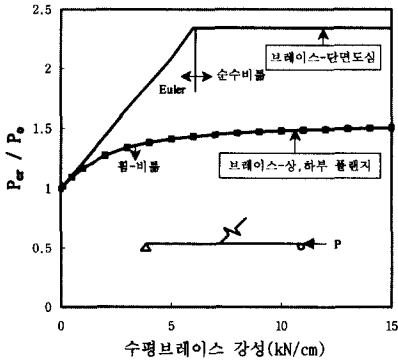


그림 5. 단면1-좌굴압축력 비

그림 5와 6은 단면 1(2축대칭단면)과 단면2(1축 대칭단면)에 대한 좌굴압축력과 단면의 도심(또는 전단중심) 그리고 상·하부 플랜지에 위치한 수평 브레이스 강성과의 관계를 나타낸다. 여기에서 P_{cr}

은 수평브레이스를 고려한 좌굴압축력이며 P_0 는 표 1에서 제시한 수평브레이스가 없는 단순보에 대한 좌굴압축력(1차)을 나타낸다.

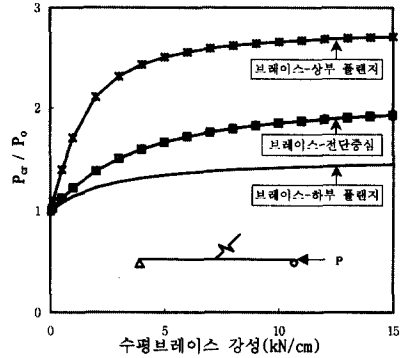


그림 6. 단면2-좌굴압축력 비

그림 5로부터 단면 1에 수평브레이스가 단면의 도심에 위치하는 경우에는 수평브레이스의 강성이 증가함에 따라 Euler좌굴(그림7①)의 수평방향이동이 제한되어 좌굴압축력이 증가를 하게되며 브레이스의 강성이 6kN/cm 이상부터는 Euler좌굴이 완전하게 방지되어 2차모드인 순수비틀좌굴(그림 7②)이 발생되어 일정한 좌굴압축력(2,583 kN)이 나타남을 알 수 있다.

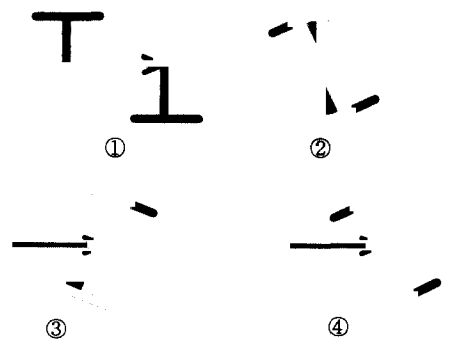


그림 7. 단면의 좌굴 형상

그리고 수평브레이스가 상부 혹은 하부 플랜지에 위치하는 경우에는 브레이스의 강성이 증가함에 따라 Euler좌굴이 아닌 휨-비틀 좌굴이 발생

된다. 이러한 비틀림 현상은 브레이스가 위치하는 플랜지와 브레이스가 위치하지 않은 플랜지의 상대적인 수평방향 변위의 차이 때문에 발생된다. 그러므로 수평브레이스가 상부 플랜지에 위치하는 경우에는 그림 7의 ④와 같은 좌굴 형상이, 하부 플랜지에 위치하는 경우에는 그림 7의 ③과 같은 좌굴 형상이 발생된다. 상부와 하부 플랜지의 좌굴강성이 같고 동일한 압축력을 받고 있으므로 수평브레이스의 위치(상부 혹은 하부 플랜지)와 관계없이 동일한 좌굴압축력을 나타내며 브레이스가 단면도심에 위치하는 것보다 효과적이지 못하다는 것을 알 수 있다.

그림 8은 압축력을 받는 단면 2의 상부 플랜지에 위치하는 수평브레이스의 강성에 따른 비틀림 모드의 변화를 나타내며, 그림 9는 압축력을 받는 단면 2의 전단중심에 위치하는 수평브레이스의 강성에 따른 횡방향 수평 변위 모드의 변화를 나타낸다. 그림 8에서 (+) 영역은 그림 7의 ③과 같은 좌굴형상을 (-) 영역은 그림 7의 ④와 같은 좌굴형상을 의미한다.

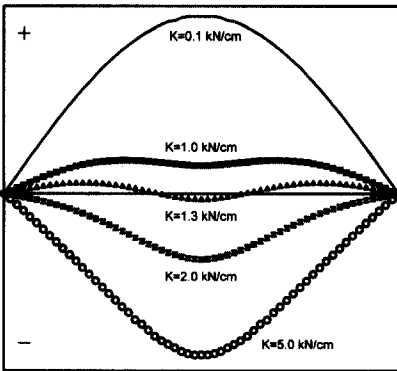


그림 8. 단면2-비틀림 모드 (브레이스-상부 플랜지)

그림 6으로부터, 단면2에 대해서 브레이스가 상부 플랜지에 위치하는 것이 가장 효과적으로 좌굴압축력을 증가시킨다는 것을 알 수 있다. 이는 상부 플랜지의 좌굴강성이 하부 플랜지보다 작아서 전체 단면의 좌굴 거동을 지배하기 때문이다.

단면 2와 같은 1축대칭단면은 폭이 작은 상부 플랜지가 원래의 위치에서 멀어지는 좌굴 형상(그림 7의 ③)을 나타내나 수평브레이스가 상부 플랜지에 위치하면 그림 8의 비틀림 모드에서 볼 수 있듯이 브레이스 강성이 약 1.3kN/cm 이상부터는 폭이 작은 상부 플랜지의 수평방향 이동이 완전 제한되어 폭이 큰 하부 플랜지가 원래의 위치에서 멀어지는 좌굴 형상(그림 7의 ④)이 나타난다.

수평브레이스가 전단중심에 위치하면 그림9의 횡방향 수평 변위 모드에서 볼 수 있듯이 브레이스 강성이 약 20kN/cm 이상부터는 단면의 수평방향 이동이 제한되기 시작함을 알 수 있다.

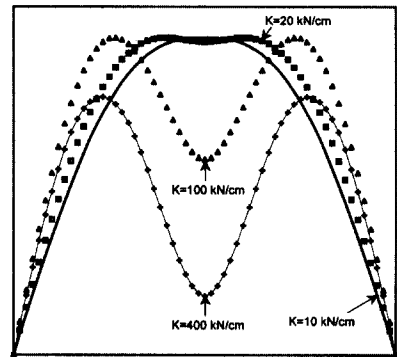


그림 9. 단면2-수평 변위 모드 (브레이스-전단중심)

4.1.2 좌굴모멘트

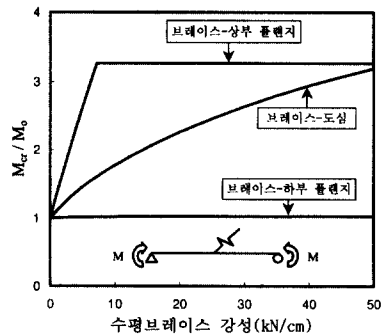


그림 10. 단면1-좌굴모멘트 비

그림 10은 단면1에 대한 좌굴모멘트와 단면의

도심 그리고 상·하부 플랜지에 위치한 수평브레이스 강성과의 관계를 나타낸다. 여기에서 M_{cr} 은 수평브레이스를 고려한 좌굴모멘트이며 M_o 는 표 2에서 제시한 수평브레이스가 없는 단순보에 대한 좌굴모멘트(1차)를 나타낸다.

그림 10으로부터 단면1에 대해서 브레이스가 상부 플랜지에 위치하는 것이 가장 효과적으로 좌굴모멘트를 증가시킬을 알 수 있다. 그리고 수평브레이스가 단면의 도심에 위치한다면, 상부 플랜지에 위치하는 경우와 같은 좌굴모멘트를 갖기 위해서는 약 8배의 브레이스 강성이 필요하다. 수평브레이스가 하부 플랜지에 위치하면 좌굴모멘트의 증가에 영향을 미치지 않는다. 이는 정모멘트하중을 받게되면 하부 플랜지는 인장력을 받게 되고 상부 플랜지는 압축력을 받기 때문이다.

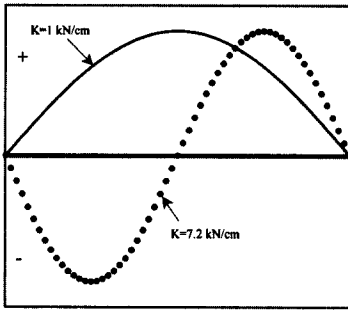


그림 11. 단면1-수평 변위 모드
(브레이스-상부 플랜지)

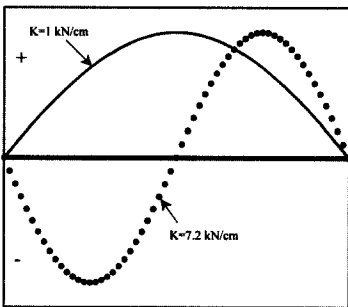


그림 12. 단면1-비틀림 모드
(브레이스-상부 플랜지)

그림 11과 12는 정모멘트하중을 받는 단면1의 상부 플랜지에 위치하는 수평브레이스의 강성에 따른 횡방향 수평 변위 모드와 비틀림 모드의 변화를 나타낸다. 수평브레이스가 도심이나 하부 플랜지에 위치하는 경우에는 그림7의 ③과 같이 압축을 받는 상부 플랜지가 원래의 위치에서 멀어지는 좌굴 형상을 유지하며 브레이스의 강성이 증가함에 따라 1차모드를 나타낸다. 그러나 수평브레이스가 상부 플랜지에 위치하는 경우에는 브레이스의 강성이 약 7.2kN/cm 이상부터는 상부 플랜지의 수평방향 이동이 완전히 제한되어 그림 11과 12와 같은 2차모드를 나타내며 이때의 좌굴모멘트는 1,411 kN-m로 일정하게 된다.

4.2 일정간격으로 연속 구속된 I형보

전 길이(12m)에 걸쳐 일정간격(20cm)으로 종방향 또는 수직방향으로 연속 구속된 I형보(그림 13 그림 14)의 온도에 대한 좌굴 거동을 파악하기 위하여 1축대칭단면인 단면2를 사용, 좌굴온도를 산출하여 비교하였다. 온도팽창계수는 $1.2 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}$ 를 사용하였다.

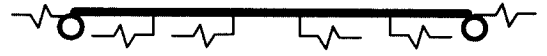


그림 13. 종방향 연속 구속

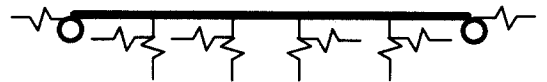


그림 14. 종방향,수직방향 연속구속

4.2.1 종방향 연속 구속

그림 15는 그림 13과 같이 종방향으로 연속 구속된 단면 2에 대한 좌굴온도와 단면의 도심 그리고 하부 플랜지에 위치한 종방향 경계의 강성과의 관계를 나타낸다. 그림16은 온도가 1°C이고 종방향 경계가 도심에 위치할 때, 경계의 강성에 따른 압축력도의 변화를 나타낸다. 그림 17과 18

은 온도가 1℃이고 종방향 경계가 하부 플랜지에 위치할 때, 경계의 강성에 따른 압축력과 모멘트도의 변화를 나타낸다.

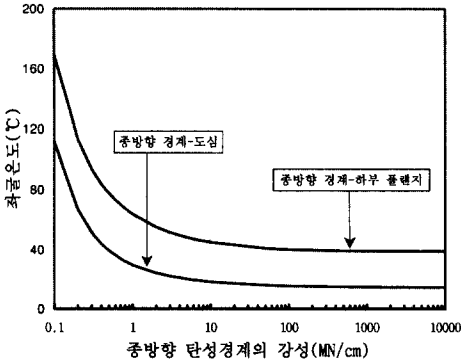


그림 15. 좌굴온도-종방향 탄성 경계

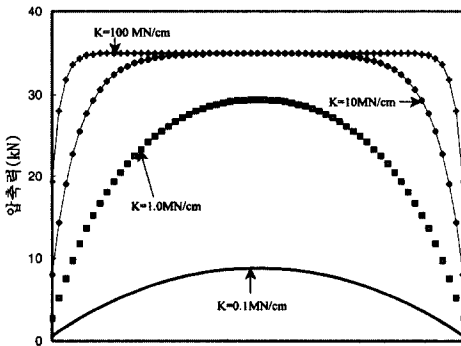


그림 16. 압축력도(종방향 경계-도심)

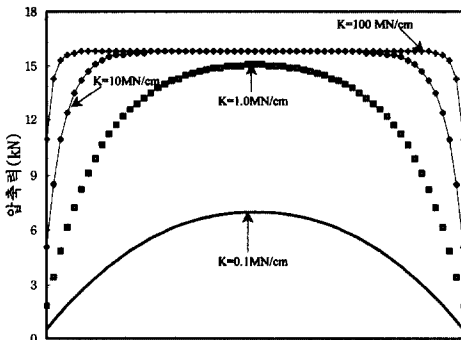


그림 17. 압축력도
(종방향 경계-하부 플랜지)

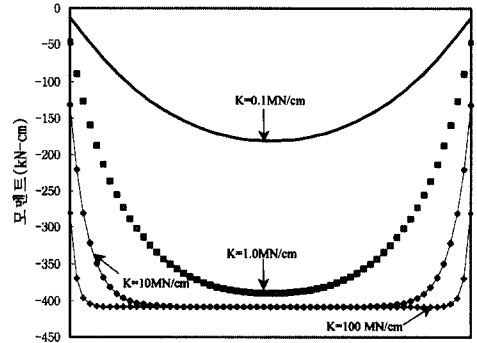


그림 18. 모멘트도
(종방향 경계-하부 플랜지)

그림 15로부터, 종방향 경계가 단면의 도심에 위치하는 경우에는 종방향 강성이 커짐에 따라 일정한 좌굴온도를 유지한다. 이때의 좌굴온도는 종방향 경계가 없는 양단이 고정된 보의 좌굴온도(14.6℃)와 같게되며 그림 7의 ③과 같이 폭이 작은 상부 플랜지가 원래의 위치에서 멀어지는 좌굴 형상을 나타낸다. 이는 그림 16의 압축력도의 변화를 살펴볼 때, 종방향 경계의 강성이 작을 때는 온도에 의한 신축이 허용되어(보의 양단에서의 신축량은 크고 지간 중앙으로 갈수록 신축량이 줄어든다.) 압축력 분포가 포물선 형태를 띄다가 종방향 경계의 강성이 커짐에 따라 온도에 의한 신축이 전 지간에 걸쳐 일정하게 구속되면서 균일한 압축력 분포를 띄게되어 종방향 경계가 없는 양단이 고정된 보의 거동과 일치하기 때문이다.

종방향 경계가 하부 플랜지에 위치하는 경우에는 종방향 강성이 커짐에 따라 도심에 위치하는 경우보다는 큰 일정한 좌굴온도(39℃)를 유지하며 그림 7의 ④와 같이 폭이 큰 하부 플랜지가 원래의 위치에서 멀어지는 좌굴 형상을 나타낸다. 이는 종방향 경계에 의해 구속받는 하부 플랜지에 발생한 압축력이 단면의 도심에 대해 그림 18과 같이 부모멘트를 야기시키기 때문이다. 종방향 경계가 도심에 위치하는 경우의 응력분포(그림 19 σ_1)와 달리 이러한 추가적인 부모멘트의 영향으

로 폭이 큰 하부 플랜지에 압축응력이 작용하고 폭이 작은 플랜지에는 인장응력이 작용하게 된다.(그림 19 σ_2)

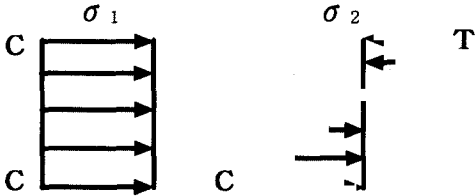
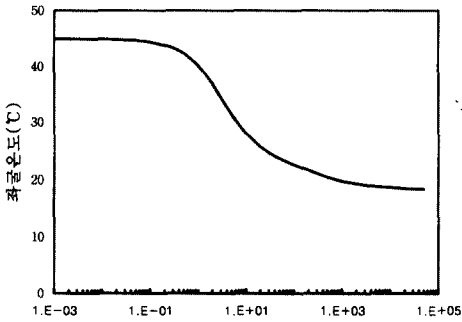


그림 19. 단면 내 응력 분포도

4.2.2 종방향, 수직방향 연속 구속



수직방향 탄성경계의 강성(K_v , kN/cm)

그림 20. 좌굴온도
(중,수직방향 경계-하부 플랜지)

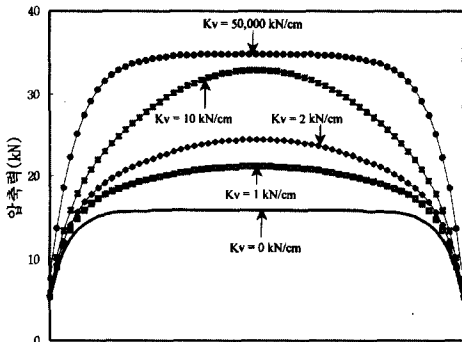


그림 21. 압축력도
(중,수직방향 경계-하부 플랜지)

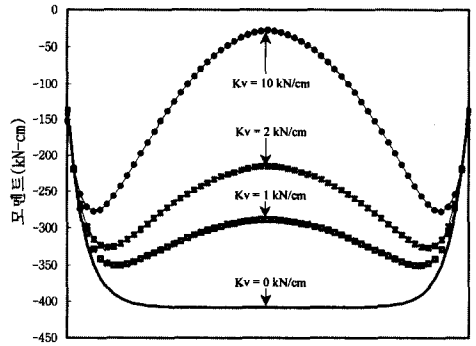


그림 22. 모멘트도
(중,수직방향 경계-하부 플랜지)

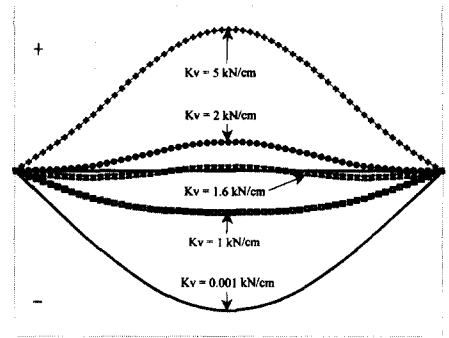


그림 23. 비틀림 모드
(중,수직방향 경계-하부 플랜지)

그림 20은 그림 14와 같이 종방향·수직방향으로 연속 구속된 단면에 대한 좌굴온도와 수직방향 경계의 강성과의 관계를 나타낸다. 종방향 경계는 하부 플랜지에 위치하며 강성은 10MN/cm이다. 그림 21과 22는 온도가 1°C이고 종방향·수직방향 경계가 하부 플랜지에 위치할 때, 수직방향 경계의 강성에 따른 압축력도와 모멘트도의 변화를 나타낸다. 그림 23은 수직방향 경계의 강성에 따른 비틀림 모드의 변화를 나타내며 (+) 영역은 그림 7의 ③과 같은 좌굴형상을 (-) 영역은 그림 7의 ④와 같은 좌굴형상을 의미한다.

그림 20으로부터, 하부 플랜지에 위치하는 종방

향 경계의 강성이 10MN/cm로 일정할 때 수직방향 경계의 강성이 증가함에 따라 초기에는 일정한 값(강성이 10MN/cm인 종방향 경계만이 하부 플랜지에 위치할때의 좌굴온도와 같은 값, 44.9℃)을 가지다가 급격하게 변하는 영역을 거쳐 다시 일정한 값(강성이 10MN/cm인 종방향 경계만이 도심에 위치할때의 좌굴온도와 같은 값, 18.2℃)을 유지함을 알 수 있다. 그림 21의 압축력도와 그림 22의 모멘트도의 변화를 살펴보면, 수직방향 경계의 강성이 증가함에 따라 압축력의 분포는 균일한 분포에서 다시 포물선 형태의 분포를 띄게되며 종국에는 강성이 10MN/cm인 종방향 경계만이 도심에 위치할때의 압축력도(그림 16)와 일치하게 된다. 반대로 부모멘트의 분포는 점점 감소하게 되어 종국에는 "0"이 된다. 그러므로 수직방향의 강성이 매우 클때는 종방향 경계가 도심에 위치하는 보의 거동과 일치하게 되는 것이다.

그림 23의 비틀림 모드를 살펴보면, 수직방향 경계의 강성이 약 1.6kN/cm에서 모드의 부호가 변함을 알 수 있으며 이로 인해 그림 20에서 좌굴온도가 급격하게 변하는 영역이 발생하는 것이다. 즉, 수직방향 경계의 강성이 1.6kN/cm 이하 일때는 부모멘트의 영향이 크기 때문에 단면에 작용하는 응력분포는 그림 19의 σ_2 와 같아서 그림 7 ④와 같은 좌굴형상을 나타내다가 1.6kN/cm을 초과하면서 응력분포가 그림 19의 σ_1 와 같게 되어 그림 7 ③과 같은 좌굴형상을 나타낸다.

5. 결 론

본 연구에서는 뒀을 고려한 절점당 7개의 자유도를 가지는 일축 대칭 I형보와 오프셋(offset)기법을 적용한 탄성 스프링 요소를 사용한 좌굴해석 프로그램을 개발하였으며 수치해석을 통하여 탄성경계의 강성과 단면내 위치 영향을 파악하였다.

① 단순보의 지간 중앙에 위치하는 수평브레이스의 강성과 단면 내 위치의 영향을 좌굴하중과 좌굴모드를 분석하여 파악하였으며, 정확하게 브레

이스의 단면 내 위치를 모사할 수 있었다.

② 연속 구속된 보에 있어서, 종방향으로 연속 구속된 경우와 종방향·수직방향으로 연속 구속된 경우에 대해 좌굴온도, 좌굴모드, 압축력도, 모멘트도 그리고 단면 내 응력분포 등을 분석하여 탄성 경계의 강성과 단면 내 위치의 영향을 합리적으로 파악하였으며 복잡한 경계조건들을 정확하게 모사할 수 있었다.

③ 연속으로 구속된 보의 좌굴하중을 증가시키기 위해서는 각 방향(종방향, 수직방향, 횡방향 등) 경계들의 상호 관계를 정확하게 파악하여 가장 효과적인 강성과 단면 내 위치를 결정하여야 한다.

참 고 문 헌

- (1) D. W. Murray & S. Rajasekaran, 1975, Technique for Formulating Beam Equations, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol.101, No.5, pp561~573
- (2) Timoshenko & Gere, 1963, Theory of Elastic Stability, McGraw-Hill
- (3) Yura, J. A. & Philips, B. A., 1992, Bracing Requirement for Elastic Steel Beams, Research Report 1239-1, Center for Transportation Research, The University of Texas at Austin
- (4) Winter, G., 1958, Lateral Bracing of Columns and Beams, Journal of the Structural Division, ASCE, ST2, March, pp1561-1565
- (5) Trahair, N. S., Flexural Torsional Buckling of Structures, 1993, E&FN SPON

(접수일자 : 1999년 2월 4일)

기 호 정 의

K_V, K_H, K_L, K_R : 탄성경계의 수직방향, 종방향, 횡방향 그리고 비틀 강성
 $C.G, S.C$: 단면의 도심 그리고 전단 중심
 Y_C, Y_S : I형단면의 저부에서 도심까지 길이 그리고 전단 중심까지 길이

$$J_{xy} = \int_A x^2 \cdot y \, dA \quad J_x = \int_A x^3 \, dA$$