

# 섬유강화 플라스틱 복합재의 압축성형에 있어서 이방성과 금형-재료계면의 미끄럼을 고려한 3차원 유한요소해석

윤두현\* · 조선희\*\* · 김이곤\*  
(1998년 7월 2일 접수)

## Three-Dimensional Flow Analysis for Compression Molding of Unidirectional Fiber-Reinforced Polymeric Composites with Slip Between Mold and Material

Doo-Hyun Yoon, Seon-Hyung Jo and E-Gon Kim

**Key Words:** Unidirectional Fiber Reinforced Polymeric Composites (일방향 섬유강화 플라스틱 복합재), Compression Molding (압축성형), Slip Parameter (미끄럼 지배상수), Anisotropic Viscosity Ratio (이방성 점도비), 3-D Flow Analysis with F.E.M (유한요소법을 이용한 3차원 유동해석)

### Abstract

The family of unidirectional continuous fiber reinforced polymeric composites are currently used in automotive bumper beams and load floors. The material properties and mechanical characteristics of the compression molded parts are determined by the curing behavior, fiber orientation and formation of knit lines, which are in turn determined by the mold filling parameters. In this paper, a new model is presented which can be used to predict the 3-dimensional flow under consideration of the slip of mold-composites and anisotropic viscosity of composites during compression molding of unidirectional fiber reinforced thermoplastics for isothermal state. The composites is treated as an incompressible Newtonian fluid. The effects of longitudinal/transverse viscosity ratio  $A$  and slip parameter  $\alpha$  on the bulging phenomenon and mold filling patterns are also discussed.

### 1. 서론

섬유로 강화된 플라스틱 복합재는 비강도와 비강성이 크기 때문에 항공기 및 자동차의 경량화를 위하여 많이 이용되고 있으며, 모재인 플라스틱 용융점 전후의 온도로 가열하여 열간압축 성형을 한다.

이 복합재료 중에서 어느 특정한 방향으로의

강도 향상을 위하여 개발된 일방향 섬유강화 고분자 복합판은 무배향 유리섬유 매트에 일정한 방향으로 배향된 유리 장섬유가 조합되어 있는 상태로 수지가 함침되어 있다. 이러한 소재는 재료자체가 일방향 섬유층의 길이방향과 가로방향에 대해서 유동특성이 다른 이방성 재료이므로, 점도에 대한 이방성 그리고, 금형과 재료사이 존재하는 마찰상태를 고려하여 유동해석을 하는 것은 성형품에 대한 재료특성이나 유동특성 등을 예측할 수 있어 매우 중요하다.

열간 압축성형을 하는 경우 금형내의 재료거동 등에 관하여 연구한 예를 살펴보면, Tucker 등<sup>(1)</sup>은 두께가 얇은 제품의 사출성형에서 유동방정식

\* 회원, 국민대학교 기계·자동차공학부

\*\* 회원, 동서울대학 금형설계과

인 Hele-Shaw 모델을 일반화시킨 GHS 모델을 제시하였다. Michaeli와 Mahlke 등<sup>(2)</sup>은 길이가 긴 압축성형품에 대하여 연속, 운동량, 에너지 방정식을 2차원으로 단순화하여 해를 구하였으며, Lee와 Tucker<sup>(3)</sup>는 등온과 비등온인 경우 Hele-Shaw 모델의 3차원 유한요소해석을 하여 2차원으로 해석한 경우와 비교한 바 있다. 한편, Lee 등은 GHS 모델을 이용하여 등방성 뉴턴유체와 맥지수법칙 유체로 가정하여 두께가 얇은 부품에서의 속도장 및 충전패턴 등을 예측하였고, 얇은 부품에 대해서는 혼합물의 점성거동이 충전패턴에 큰 영향이 없음도 증명하였다.

Barone과 Caulk<sup>(4-6)</sup>는 SMC재내의 두께변화를 수반한 압축성형을 통해 금형표면과 재료사이에는 미끄럼이 존재하며 이를 지배하는 상수로 유체마찰계수를 제안하였고, 이 유체마찰계수를 도입하여 금형표면과 수지와의 미끄럼을 고려한 지배방정식으로 유동상태를 표현하였으며, Barone과 Osswald<sup>(7)</sup>는 이러한 방정식을 이용하여 경제요소법으로 SMC재의 유동상태와 니트라인 등에 관한 해석을 하였다.

Hirai 등<sup>(8)</sup>은 이방성 점도를 정의하여 리브부분에서 유동에 대한 실험과 수치해석을 수행하였고, Hojo와 Kim 등<sup>(9)</sup>은 일정한 배향을 가진 섬유를 포함한 열가소성 재료의 유동에 대한 실험 및 수치해석을 수행하였다.

또한 유동중 발생하는 섬유와 모재와의 분리 및 배향의 변화에 관하여 Hojo와 Kim 등<sup>(10,11)</sup>이 액상과 혼합물인 성형재료의 유동에서 섬유와 수지의 분리에 대한 모델링 및 수치해석을 수행하여 이를 실험결과와 비교한 바 있으며, Advani,<sup>(12)</sup> Reifschneider<sup>(13)</sup> 등은 그후 압축성형시 섬유의 배향에 대한 실험과 모델링을 수행하여 성형과정중의 섬유배향을 예측하였다.

그리고 Hojo와 Kim 등<sup>(14,15)</sup>은 중공원형 평판압축을 통해서 미끄럼 상태를 지배하는 상수를 Barone 등이 구한 방법과는 별도로 구하였으며, Agassant 등<sup>(16)</sup>은 유한요소법을 이용, 유리섬유매트의 구조변화에 따른 맥지수법칙 유체의 계수를 달리하여 해석하였고, 조선행 등<sup>(17,18)</sup>은 이방성이 강한 일방향 섬유강화 복합재를 해석하는 경우와 전단점성과 인장점성을 도입하여 유동해석을 하는 각각의 경우에 있어서 금형-재료 계면에서의 미끄럼을 고려하여 속도장과 충전패턴 등을 계산

하였다.

또한 김수영 등<sup>(19)</sup>은 열전달과 경화반응을 고려한 강점소성 유한요소법을 사용하여 SMC재의 압축성형 공정을 3차원적으로 해석한 바 있으나 두께가 두껍고 이방성이 강한 복합재료를 금형과 재료의 미끄럼을 고려하여 3차원 유동해석한 예는 아직 없는 실정이다.

그러므로 본 연구에서는 일방향 섬유층의 길이방향과 가로방향에 대한 점도비와 미끄럼 지배상수를 변화시켜 별칭현상과 같은 유동선단 특성 등을 수치적으로 계산하여 이에 미치는 점도비 A와 미끄럼 지배상수  $\alpha$  등의 영향에 대하여 분석한 결과를 보고한다.

## 2. 이론

### 2.1 지배방정식

섬유강화 플라스틱 복합재를 Fig. 1과 같이 압축성형 하는 경우의 비압축성 조건에 의하여 연속방정식은

$$\nabla \cdot (\mathbf{u}) = 0 \quad (1)$$

점성을 고려한 경우의 뉴턴 유체의 구성방정식은

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \lambda \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ij} + \mu \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (2)$$

식 (2)에서 3개의 수직응력을 더하여 나눈 것이 정수압이기 때문에 이를 만족하기 위해서는  $(3\lambda + 2\mu)\theta = 0$ 이 되어야 한다. 이와같은 관계를 대입하면

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} - \frac{2}{3}\mu \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ij} + \mu \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (3)$$

인 Stokes방정식을 얻으며, 이것을 Euler의 운동방정식에 대입하여 정리하면

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial \mathbf{x}} + \mu \left( \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial z^2} \right) + \frac{1}{3}\mu \left( \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{v}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \mathbf{w}}{\partial x \partial z} \right) + \rho \mathbf{f}_x \quad (4a)$$

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left( \frac{\partial^2 \mathbf{v}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{v}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{v}}{\partial z^2} \right) + \frac{1}{3}\mu \left( \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \mathbf{v}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{w}}{\partial y \partial z} \right) + \rho \mathbf{f}_y \quad (4b)$$

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + \frac{1}{3} \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 v}{\partial y \partial z} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + \rho f_z \quad (4c)$$

일반적으로 점도는 압력과 온도의 함수로 주어 져 유동에 저항을 나타내지만, 식 (4)에서 x방향 유속(u)에 저항을 주는 점도를  $\mu_x$ , y방향 유속(v)에 저항을 주는 점도를  $\mu_y$ , z방향 유속(w)에 저항을 주는 점도를  $\mu_z$  라고 가정하면 즉, 복합재 내에서 한 방향 섬유층에 대한 길이방향의 점도를  $\mu_y$ , 가로방향에 대한 점도를 각각  $\mu_x$ ,  $\mu_z$  라고 할 수 있다.

여기에서 섬유가 일방향으로 배향되어 있는 길이방향의 점도  $\mu_y$  를 제외한 다른 x나 z방향의 점도는 동일한 것으로 하면  $\mu_y/\mu_x = \mu_y/\mu_z = A$  라 놓을 수 있으며,  $\mu_y = A \cdot \mu_x = A \cdot \mu_z$  가 되는데 여기에서 A를 이방성 점도비라 정의하기로 한다. 또한 물체력, 관성력을 무시하고, 비압축성을 고려하여 식 (4)를 전개하면

$$-\frac{\partial p}{\partial x} + \left( 2\mu_x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \mu_x \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \mu_x \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \mu_y \frac{\partial^2 v}{\partial y \partial x} + \mu_z \frac{\partial^2 w}{\partial z \partial x} = 0 \quad (5a)$$

$$-\frac{\partial p}{\partial y} + \mu_x \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \mu_y \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial z} + \left( \mu_z \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + 2\mu_z \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \mu_z \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) = 0 \quad (5b)$$

$$-\frac{\partial p}{\partial z} + \mu_x \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} + \mu_y \frac{\partial^2 v}{\partial y \partial z} + \left( \mu_z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu_z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2\mu_z \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) = 0 \quad (5c)$$

가 되며, 무차원화된 특성값들을 정의하면 다음과 같다.

$$\bar{x} = \frac{x}{L}, \bar{y} = \frac{y}{L}, \bar{t} = \log h_0 - \log h = \log \frac{h_0}{h}, \quad (6)$$

$$\bar{u} = \frac{dx}{dt}, \bar{v} = \frac{dy}{dt}, \bar{P} = -\frac{ph}{k_H h L^2}, \alpha = \frac{\mu_x}{k_H L^2}$$

여기에서  $k_H(4,5)$ 는 금형표면과 재료사이의 미끄럼을 지배하는 유체마찰계수이고, 연속방정식 (1) 및 운동방정식 (5)를 무차원화된 구성방정식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \quad (7)$$

$$-\frac{\partial \bar{P}}{\partial x} + \alpha \left( 2 \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} \right) + A \alpha \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial y \partial x} + \alpha \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial z \partial x} - \bar{u} = 0 \quad (8a)$$

$$-\frac{\partial \bar{P}}{\partial y} + \alpha \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x \partial y} + \alpha \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial z \partial y} + A \alpha \left( 2 \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial z^2} \right) - \bar{v} = 0 \quad (8b)$$

$$-\frac{\partial \bar{P}}{\partial z} + \alpha \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x \partial z} + A \alpha \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial y \partial z} + \alpha \left( \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial z^2} \right) = 0 \quad (8c)$$

금형-재료계면의 미끄럼을 지배하는 무차원 상수  $\alpha$ 는 유동장에 의해서 결정되며 그 범위는 0에서  $\infty$  사이에 있다.  $\alpha$ 가 0인 경우에는 계면에서 미끄럼이 없는 경우이고,  $\alpha$ 가 커질수록 계면에서의 미끄럼이 크기 때문에 성형중 초기의 형상을 유지하면서 유동하는 상태로 된다. 즉 마찰이 큰 경우에는 미끄럼이 없고, 마찰이 작은 경우에는 모두 미끄러져 유동선단은 초기충전 상태의 형상을 유지하면서 움직인다.

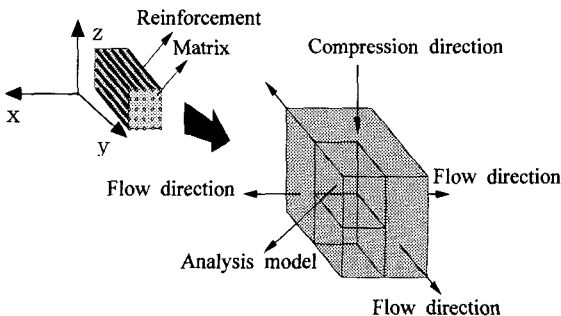


Fig. 1 Initial specimen geometry used in simulation.

2.2 유한요소 수식화

무차원화된 연속방정식과 운동방정식을 가중 잔차방정식으로 변환하면

$$\int \bar{p}^*(\bar{u}_{,x} + \bar{v}_{,y} + \bar{w}_{,z}) dV = 0 \tag{9a}$$

$$\begin{aligned} & \int \frac{\partial \bar{u}^*}{\partial x} \sigma_{xx} dV + \int \frac{\partial \bar{u}^*}{\partial y} \sigma_{yx} dV \\ & + \int \frac{\partial \bar{u}^*}{\partial z} \sigma_{zx} dV - \int \bar{u}^* \sigma_{xx}|_x dS \\ & - \int \bar{u}^* \sigma_{yx}|_y dS - \int \bar{u}^* \sigma_{zx}|_z dS = 0 \end{aligned} \tag{9b}$$

$$\begin{aligned} & \int \frac{\partial \bar{v}^*}{\partial x} \sigma_{xy} dV + \int \frac{\partial \bar{v}^*}{\partial y} \sigma_{yy} dV \\ & + \int \frac{\partial \bar{v}^*}{\partial z} \sigma_{zy} dV - \int \bar{v}^* \sigma_{xy}|_x dS \\ & - \int \bar{v}^* \sigma_{yy}|_y dS - \int \bar{v}^* \sigma_{zy}|_z dS = 0 \end{aligned} \tag{9c}$$

$$\begin{aligned} & \int \frac{\partial \bar{w}^*}{\partial x} \sigma_{xz} dV + \int \frac{\partial \bar{w}^*}{\partial y} \sigma_{yz} dV \\ & + \int \frac{\partial \bar{w}^*}{\partial z} \sigma_{zz} dV - \int \bar{w}^* \sigma_{xz}|_x dS \\ & - \int \bar{w}^* \sigma_{yz}|_y dS - \int \bar{w}^* \sigma_{zz}|_z dS = 0 \end{aligned} \tag{9d}$$

가 되며 경계조건을 대입하여 풀면

$$\begin{aligned} & \int (u^* \sigma_{xx}|_x + u^* \sigma_{yx}|_y + u^* \sigma_{zx}|_z) dS \\ & = \int_S u^* (\sigma_{xx}l + \sigma_{yx}m + \sigma_{zx}n) dS \end{aligned} \tag{10a}$$

$$\begin{aligned} & \int (v^* \sigma_{xy}|_x + v^* \sigma_{yy}|_y + v^* \sigma_{zy}|_z) dS \\ & = \int_S v^* (\sigma_{xy}l + \sigma_{yy}m + \sigma_{zy}n) dS \end{aligned} \tag{10b}$$

$$\begin{aligned} & \int (w^* \sigma_{xz}|_x + u^* \sigma_{yz}|_y + u^* \sigma_{zz}|_z) dS \\ & = \int_S w^* (\sigma_{xz}l + \sigma_{yz}m + \sigma_{zz}n) dS \end{aligned} \tag{10c}$$

또한 금형과 재료계면에서의 마찰 경계 조건을 적용하면  $\tau = k_H v$  이므로

$$\begin{aligned} & \int \bar{u}^*_{,x} \sigma_{xx} dV + \int \bar{u}^*_{,y} \sigma_{yx} dV \\ & + \int \bar{u}^*_{,z} \sigma_{zx} dV + \int \bar{u}^* u_{kH} dS = 0 \end{aligned} \tag{11a}$$

$$\begin{aligned} & \int \bar{v}^*_{,x} \sigma_{xy} dV + \int \bar{v}^*_{,y} \sigma_{yy} dV \\ & + \int \bar{v}^*_{,z} \sigma_{zy} dV + \int \bar{v}^* v_{kH} dS = 0 \end{aligned} \tag{11b}$$

$$\begin{aligned} & \int \bar{w}^*_{,z} \sigma_{xz} dV + \int \bar{w}^*_{,y} \sigma_{yz} dV \\ & + \int \bar{w}^*_{,z} \sigma_{zz} dV = 0 \end{aligned} \tag{11c}$$

를 얻게된다. 그리고 가중 함수가 고려된 각 변수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \bar{u} &= \Phi_a(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) \bar{u}_a, \bar{v} = \Phi_a(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) \bar{v}_a, \\ \bar{w} &= \Phi_a(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) \bar{w}_a, \bar{p} = \Psi_\lambda(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) \bar{p}_\lambda, \\ & \alpha = 1 \sim 10, \lambda = 1 \sim 4 \end{aligned} \tag{12a}$$

$$\begin{aligned} \bar{u}^* &= \Phi_a(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) \bar{u}_a^*, \bar{v}^* = \Phi_a(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) \bar{v}_a^*, \\ \bar{w}^* &= \Phi_a(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) \bar{w}_a^*, \bar{p}^* = \Psi_\lambda(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) \bar{p}_\lambda^*, \\ & \alpha = 1 \sim 10, \lambda = 1 \sim 4 \end{aligned} \tag{12b}$$

식 (12)를 식 (9)에 대입하여 정리하면

$$\begin{aligned} & \int \Psi_\lambda \bar{p}_\lambda^* (\Phi_{\beta,x} \bar{u}_\beta) dV + \int (\Psi_\lambda \bar{p}_\lambda^* \Phi_{\beta,y} \bar{v}_\beta) dV \\ & + \int (\Psi_\lambda \bar{p}_\lambda^* \Phi_{\beta,z} \bar{w}_\beta) dV = 0 \end{aligned} \tag{13a}$$

$$\begin{aligned} & \int \Phi_{a,x} \bar{u}_a^* (-\Psi_\lambda \bar{p}_\lambda + 2\mu_x \Phi_{\beta,x} \bar{u}_\beta) dV \\ & + \int \Phi_{a,y} \bar{u}_a^* (\mu_x \Phi_{\beta,y} \bar{u}_\beta + \mu_y \Phi_{\beta,x} \bar{v}_\beta) dV \\ & + \int \Phi_{a,z} \bar{u}_a^* (\mu_x \Phi_{\beta,z} \bar{u}_\beta + \mu_z \Phi_{\beta,x} \bar{w}_\beta) dV \\ & + \int \Phi_a \bar{u}_a^* \Phi_\beta \bar{u}_\beta k_H dS = 0 \end{aligned} \tag{13b}$$

$$\begin{aligned} & \int \Phi_{a,x} \bar{v}_a^* (\mu_x \Phi_{\beta,y} \bar{u}_\beta + \mu_y \Phi_{\beta,x} \bar{v}_\beta) dV \\ & + \int \Phi_{a,y} \bar{v}_a^* (-\Psi_\lambda \bar{p}_\lambda + 2\mu_y \Phi_{\beta,y} \bar{v}_\beta) dV \\ & + \int \Phi_{a,z} \bar{v}_a^* (\mu_y \Phi_{\beta,z} \bar{v}_\beta + \mu_z \Phi_{\beta,y} \bar{w}_\beta) dV \\ & + \int \Phi_a \bar{v}_a^* \Phi_\beta \bar{v}_\beta k_H dS = 0 \end{aligned} \tag{13c}$$

$$\begin{aligned} & \int \Phi_{a,x} \bar{w}_a^* (\mu_x \Phi_{\beta,z} \bar{u}_\beta + \mu_z \Phi_{\beta,x} \bar{w}_\beta) dV \\ & + \int \Phi_{a,y} \bar{w}_a^* (\mu_y \Phi_{\beta,z} \bar{v}_\beta + \mu_z \Phi_{\beta,y} \bar{w}_\beta) dV \\ & + \int \Phi_{a,z} \bar{w}_a^* (-\Psi_\lambda \bar{p}_\lambda + 2\mu_z \Phi_{\beta,z} \bar{w}_\beta) dV = 0 \end{aligned} \tag{13d}$$

가 된다. 이산화된 연속방정식과 평형방정식을 정리하면 다음과 같이 된다.

$$H_{\lambda\beta}^{\bar{x}}\bar{u}_\beta + H_{\lambda\beta}^{\bar{y}}\bar{v}_\beta + H_{\lambda\beta}^{\bar{z}}\bar{w}_\beta = 0 \quad (14a)$$

$$\alpha(2M_{a\beta}^{\bar{x}\bar{x}} + M_{a\beta}^{\bar{y}\bar{y}} + M_{a\beta}^{\bar{z}\bar{z}})\bar{u}_\beta + A\alpha M_{a\beta}^{\bar{x}\bar{y}}\bar{v}_\beta + \alpha M_{a\beta}^{\bar{x}\bar{z}}\bar{w}_\beta - H_{a\beta}^{\bar{x}}\bar{p}_\lambda + f_1 = 0 \quad (14b)$$

$$\alpha M_{a\beta}^{\bar{y}\bar{x}}\bar{u}_\beta + A\alpha(M_{a\beta}^{\bar{x}\bar{x}} + 2M_{a\beta}^{\bar{y}\bar{y}} + M_{a\beta}^{\bar{z}\bar{z}})\bar{v}_\beta + \alpha M_{a\beta}^{\bar{y}\bar{z}}\bar{w}_\beta - H_{a\beta}^{\bar{y}}\bar{p}_\lambda + f_2 = 0 \quad (14c)$$

$$\alpha M_{a\beta}^{\bar{z}\bar{x}}\bar{u}_\beta + A\alpha M_{a\beta}^{\bar{z}\bar{y}}\bar{v}_\beta + \alpha(M_{a\beta}^{\bar{x}\bar{x}} + M_{a\beta}^{\bar{y}\bar{y}} + 2M_{a\beta}^{\bar{z}\bar{z}})\bar{w}_\beta - H_{a\beta}^{\bar{z}}\bar{p}_\lambda = 0 \quad (14d)$$

여기에서 각각의 변수들은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} M_{a\beta}^{\bar{x}\bar{x}} &= \int (\Phi_{a,\bar{x}}\Phi_{\beta,\bar{x}})dV, M_{a\beta}^{\bar{y}\bar{y}} = \int (\Phi_{a,\bar{y}}\Phi_{\beta,\bar{y}})dV \\ M_{a\beta}^{\bar{z}\bar{z}} &= \int (\Phi_{a,\bar{z}}\Phi_{\beta,\bar{z}})dV, M_{a\beta}^{\bar{x}\bar{y}} = \int (\Phi_{a,\bar{x}}\Phi_{\beta,\bar{y}})dV \\ M_{a\beta}^{\bar{y}\bar{x}} &= \int (\Phi_{a,\bar{x}}\Phi_{\beta,\bar{y}})dV, M_{a\beta}^{\bar{x}\bar{z}} = \int (\Phi_{a,\bar{x}}\Phi_{\beta,\bar{z}})dV \\ M_{a\beta}^{\bar{z}\bar{x}} &= \int (\Phi_{a,\bar{x}}\Phi_{\beta,\bar{z}})dV, M_{a\beta}^{\bar{z}\bar{y}} = \int (\Phi_{a,\bar{y}}\Phi_{\beta,\bar{z}})dV \\ M_{a\beta}^{\bar{y}\bar{z}} &= \int (\Phi_{a,\bar{z}}\Phi_{\beta,\bar{y}})dV \\ T_{a\beta}^{\bar{x}\bar{x}} &= 2M_{a\beta}^{\bar{x}\bar{x}} + M_{a\beta}^{\bar{y}\bar{y}} + M_{a\beta}^{\bar{z}\bar{z}} \\ T_{a\beta}^{\bar{y}\bar{y}} &= M_{a\beta}^{\bar{x}\bar{x}} + 2M_{a\beta}^{\bar{y}\bar{y}} + M_{a\beta}^{\bar{z}\bar{z}} \\ T_{a\beta}^{\bar{z}\bar{z}} &= M_{a\beta}^{\bar{x}\bar{x}} + M_{a\beta}^{\bar{y}\bar{y}} + 2M_{a\beta}^{\bar{z}\bar{z}} \\ H_{a\beta}^{\bar{x}} &= \int \Phi_{a,\bar{x}}\Psi_{\beta}dV, H_{a\beta}^{\bar{y}} = \int \Phi_{a,\bar{y}}\Psi_{\beta}dV \\ H_{a\beta}^{\bar{z}} &= \int \Phi_{a,\bar{z}}\Psi_{\beta}dV, \\ f_1 &= \int \Phi_a\Phi_{\beta}\bar{u}_\beta k_H dS, f_2 = \int \Phi_a\Phi_{\beta}\bar{v}_\beta k_H dS \end{aligned}$$

이산화된 연속방정식과 운동방정식을 행렬로 나타내면

$$\begin{bmatrix} \alpha T_{a\beta}^{\bar{x}\bar{x}} & A\alpha M_{a\beta}^{\bar{x}\bar{y}} & \alpha M_{a\beta}^{\bar{x}\bar{z}} & -H_{a\beta}^{\bar{x}} \\ \alpha M_{a\beta}^{\bar{y}\bar{x}} & A\alpha T_{a\beta}^{\bar{y}\bar{y}} & \alpha M_{a\beta}^{\bar{y}\bar{z}} & -H_{a\beta}^{\bar{y}} \\ \alpha M_{a\beta}^{\bar{z}\bar{x}} & A\alpha M_{a\beta}^{\bar{z}\bar{y}} & \alpha T_{a\beta}^{\bar{z}\bar{z}} & -H_{a\beta}^{\bar{z}} \\ H_{\lambda\beta}^{\bar{x}} & H_{\lambda\beta}^{\bar{y}} & H_{\lambda\beta}^{\bar{z}} & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \bar{u}_\beta \\ \bar{v}_\beta \\ \bar{w}_\beta \\ \bar{p}_\lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -f_1 \\ -f_2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (15)$$

식 (15)를 유동장에 있는 개개의 유한요소에 대해서 세우고 이것들을 서로 합침으로서 전체 해석대상에 대한 유한요소 방정식을 얻을 수 있으며, 경계조건식을 대입하여 해를 구하면 속도장과 유동선단 등을 구할 수 있다.

### 3. 해석결과 및 고찰

Fig. 2는 해석대상의 형상과 요소수 및 절점수

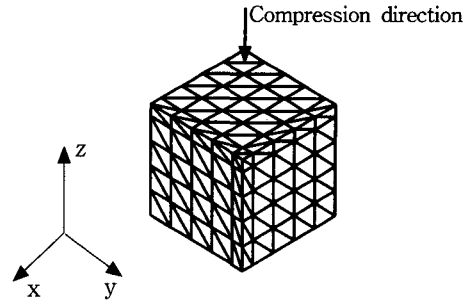


Fig. 2 Finite element mesh for a specimen with 1331 elements and 216 nodes.

를 나타낸 그림으로서 4면체 2차요소를 이용하였다. 복합재의 유동상태에 미치는 미끄럼 지배상수  $\alpha$ 의 영향을 알아보기 위하여 직육면체상의 복합재를 미끄럼 지배상수를 변화시키면서 압축성형 해석을 하였다. 이 때의 압축속도는 50mm/sec이다. 기하학적인 대칭성을 고려하여 전체의 1/4만을 해석하였으며 크기는 45×45×90mm이다.

Fig. 3 (a)~(d)에는 그 해석결과가 나타나 있으며 x-y평면과 x-z평면의 단면에 대한 변형 상태를 보여주고 있다. 이 때 미끄럼 지배상수  $\alpha$ 는 0, 0.01, 0.1, 1.0이다. 이들 그림에서 미끄럼 지배상수  $\alpha$ 가 1인 경우에는 벌징현상이 거의 나타나지 않으나 0인 경우에는 벌징현상이 두드러지게 나타나고 있음을 알 수 있다.

성형품의 형상에 미치는 미끄럼 지배상수  $\alpha$ 의 영향을 알아보기 위하여 각각의 압축비 별로 Fig. 4 (a)~(d)에 나타내었다. 미끄럼 지배상수  $\alpha=0$ 인 경우에는 식 (6)에서 점성보다는 마찰이 지배하는 흐름상태가 되기 때문에 가장자리 부분에서의 벌징현상이 일어나고 그러한 경향은 압축비  $R_r$ 이 증가할수록 더욱 두드러지게 나타나고 있다.  $\alpha$ 가 증가함에 따라서 미끄럼이 지배하는 유동상태가 되기 때문에 성형품 초기의 형상을 유지하면서 유동선단이 형성되고 있음을 알 수 있다.

Fig. 5는 성형전 x-y평면상의 길이와 압축성형중의 길이와의 비  $\zeta$ 에 미치는 압축비  $R_r$ 의 영향을 나타낸 그림이다. Fig. 3, Fig. 4의 결과와 같이 미끄럼 지배상수  $\alpha=0$ 인 경우 벌징현상이 가장 현저하기 때문에 압축비의 증가와 더불어

어 유동선단 길이비  $\zeta$ 가 가장 큰 값으로 변화하고 있음을 보여주고 있다.

압축하중에 미치는 압축비의 영향을 Fig. 6에 나타내었다. 금형과 재료계면에서의 마찰이 지배하는 유동상태인 미끄럼 지배상수  $\alpha=0$ 의 경우가 가장 큰 압축하중 값을 나타내고 있음을 알 수 있다. ( $\mu = 10^5 Pa \cdot sec$ )

성형품의 x-z평면의 단면에 대한 형상에서 별징부분을 포함한 전체면적과 별징부분 면적과의 비를  $\lambda$ 로 하였을 때 무차원 변수  $\bar{t}$ 와의 관계를 Fig. 7에 나타내었다. 미끄럼보다도 마찰이 지배하는 유동패턴인  $\alpha=0$ 인 경우가 가장 별징현상이 두드러지게 나타나고 있음을 알 수 있으며, 두꺼운 성형품의 두께방향의 변위에 따라서 반드시 수반되는 별징현상을 정량적으로 표현할 수 있다.

복합재를 압축비  $R_{cr}=0.4$ 로 압축성형을 하였을 때 이방성 점도비 A와 미끄럼 지배상수  $\alpha$ 의 변화에 따른 성형품의 유동선단 변형상태를 x-y 평면에 나타낸 것이 Fig. 8 (a)~(d)이고, x-z평면에 나타낸 것이 Fig. 9 (a)~(d)이다. 이들 그림에서 이방성 점도비 A가 증가함에 따라서 유동선단은 x축 방향으로는 증가하지만 y축 방향으로는 감소하는 경향을 나타내고 있으며, 금형-재료계면의 미끄럼 지배상수  $\alpha$ 가 커지면 별징현상은 현저하게 감소하고 있음도 알 수 있다.

Fig. 10 (a)~(d)에는 성형품의 형상에 미치는 미끄럼 지배상수  $\alpha$ 와 이방성 점도비 A의 영향을 알아보기 위하여 각각의 조건별로 나타내었다. 미끄럼 지배상수  $\alpha=0$ 인 경우는 점정보다는 마찰이 지배하는 흐름상태가 되기 때문에 가장자리 부분에서 별징현상이 일어나고 그러한 경향은 이방성 점도비 A가 증가할수록 더욱 두드러지게 나타나고 있다. 이것은  $\alpha=0$ 인 경우에는 GHS 유동 모델과 동일한 유동선단을 나타내게 되며,  $\alpha$ 가 증가함에 따라서 마찰의 영향이 적어지는, 즉 금형-재료계면에서의 미끄럼이 크게 되기 때문에 성형중의 유동선단은 성형초기의 형상을 그대로 유지하면서 형성된다. 이러한 이유로 유동선단의 별징현상은  $\alpha$ 가 적고 A가 큰 조건에서 가장 현저함도 알 수 있다.

Fig. 11 (a)~(d)는 성형품의 이방성 정도를 나

타내는 이방성 길이비  $\zeta$ 에 미치는 무차원 변수  $\bar{t}$ 의 영향을 나타낸 것이다. 여기서 이방성 길이비  $\zeta$ 는 성형전후의 x방향과 y방향의 길이비이며,  $\bar{t}$ 는 식 (6)에서 성형품의 초기두께와 성형후의 두께에 대한 함수로 주어지는 변위 함수이다. 이들 그림에서 이방성 점도비 A가 1인 경우  $\zeta$ 는 1인 상태를 유지하지만 A값이 증가하면  $\zeta$ 도 증가하며, 금형-재료계면의 미끄럼 지배상수  $\alpha$ 가 커질수록 x, y축 방향 유동선단의 길이 차이가 커지므로  $\zeta$ 가 증가함을 알 수 있다.

성형품의 x-z평면의 단면에 대한 형상에서 별징부분을 포함한 전체면적과 별징부분 면적과의 비를  $\lambda$ 로 하였을 때 압축비  $R_{cr}$ 과의 관계를 Fig. 12 (a)~(d)에 나타내었다. 미끄럼 보다도 마찰이 지배하는 유동패턴인  $\alpha=0$ 인 경우와 이방성 점도비 A가 큰 경우에 별징현상이 크기 때문에 면적비  $\lambda$ 도 가장 급한 경사를 이루면서 변화하고 있음을 알 수 있으며 이것으로 두꺼운 성형품의 두께방향의 변위에 따라서 반드시 수반되는 별징현상을 정량적으로 알 수 있다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 일방향 섬유강화 고분자 복합재의 압축성형 하는 경우에 대해서 금형-재료계면의 마찰상태를 고려한 3차원 유한요소 프로그램을 개발하였으며, 해석한 결과의 주요내용을 정리하면 다음과 같다.

- (1) 이방성 점도비 A가 증가함에 따라서 유동선단은 x축 방향으로는 증가하지만 y축 방향으로는 감소하는 경향을 나타내고 있으며, 금형-재료계면의 미끄럼 지배상수  $\alpha$ 가 커지면 별징현상은 현저하게 감소한다.
- (2) 미끄럼 보다도 마찰이 지배하는 유동패턴인  $\alpha=0$ 인 경우와 이방성 점도비 A가 큰 경우에 별징현상이 크기 때문에 면적비  $\lambda$ 도 가장 급한 경사를 이루면서 변화한다.

이 해석모델의 검증을 위해 두꺼운 복합판의 압축성형을 함으로써 실제 존재하는 별징현상의 규명이 필요하며, 비등온과 비뉴턴 및 압축성으로 가정한 해석모델에 대해서도 연구가 필요하여 현재 진행중에 있다.

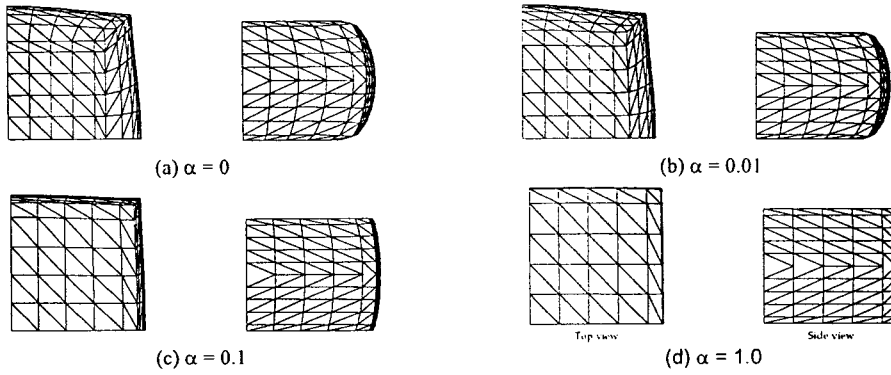


Fig. 3 Effects of slip parameter  $\alpha$  on shapes of flow fronts ( $R_{cr}=0.4$ ).

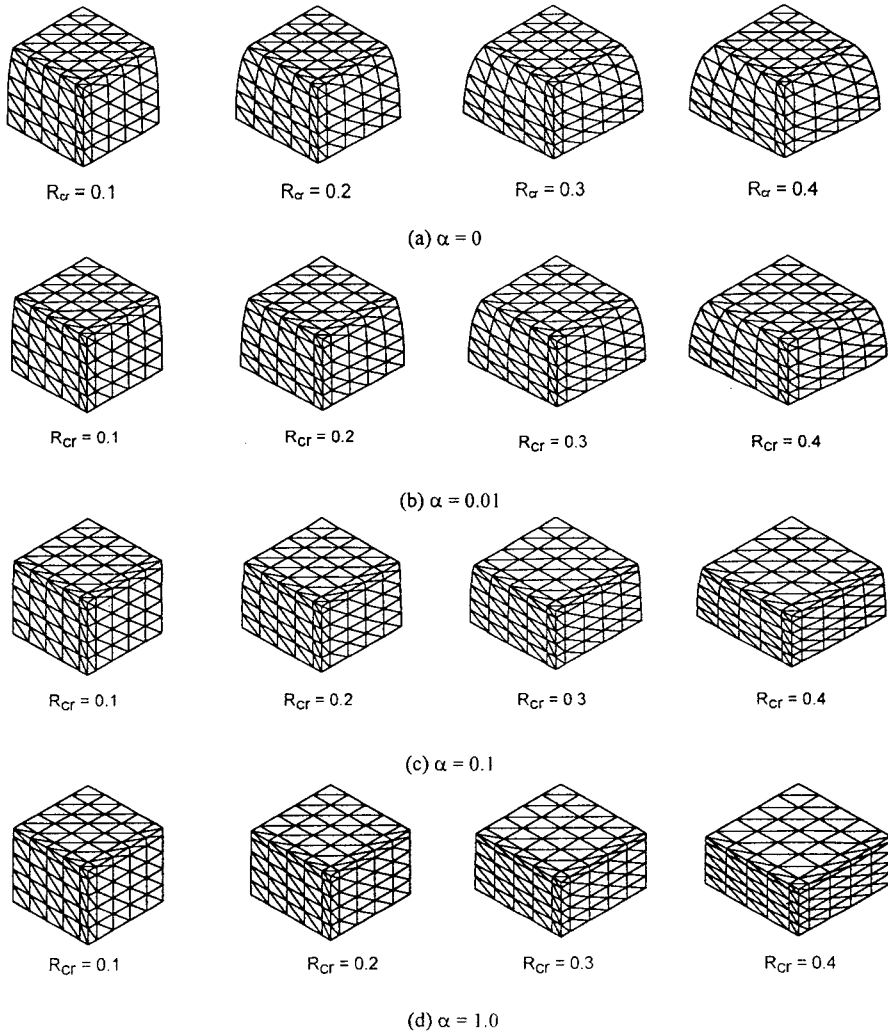


Fig. 4 Effects of slip parameter  $\alpha$  on deformed shapes at various  $R_{cr}$ .

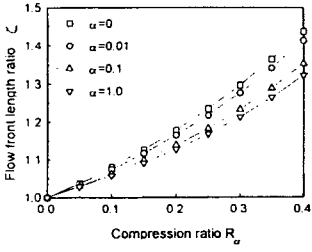


Fig. 5 Flow front length ratio  $\zeta$  as a function of  $R_{cr}$  at various  $\alpha$ .

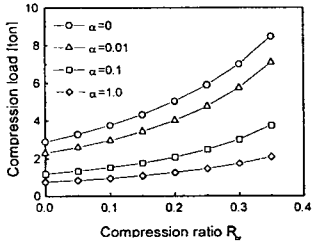


Fig. 6 Relationship between Compression load and compression ratio  $R_{cr}$  at various  $\alpha$ .

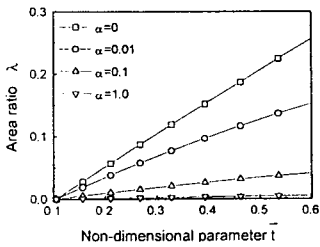
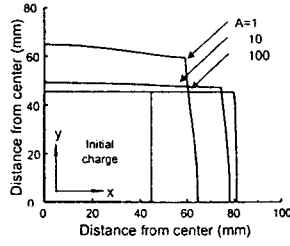
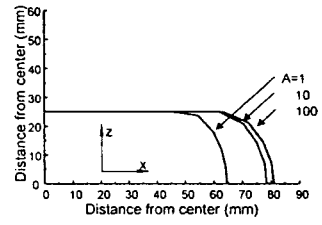


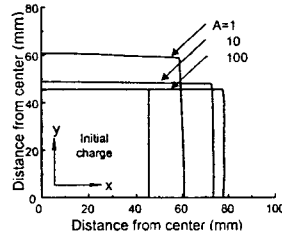
Fig. 7 Area ratio  $\lambda$  as a function of  $\bar{t}$  at various  $\alpha$ .



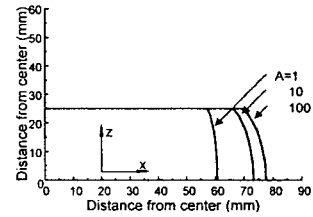
(a)  $\alpha = 0$



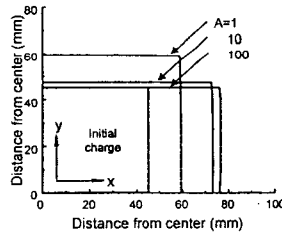
(a)  $\alpha = 0$



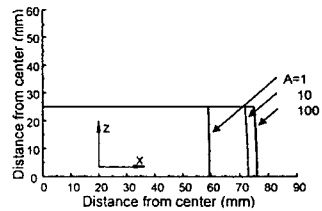
(b)  $\alpha = 0.1$



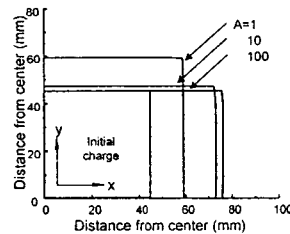
(b)  $\alpha = 0.1$



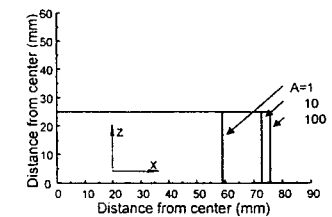
(c)  $\alpha = 1$



(c)  $\alpha = 1$



(d)  $\alpha = 10$



(d)  $\alpha = 10$

Fig. 8 Effects of viscosity ratio  $A$  and slip parameter  $\alpha$  on shapes of flow fronts in case of  $R_{cr}=0.4$ (Top view)

Fig. 9 Effects of viscosity ratio  $A$  and slip parameter  $\alpha$  on shapes of flow fronts in case of  $R_{cr}=0.4$ (Side view)



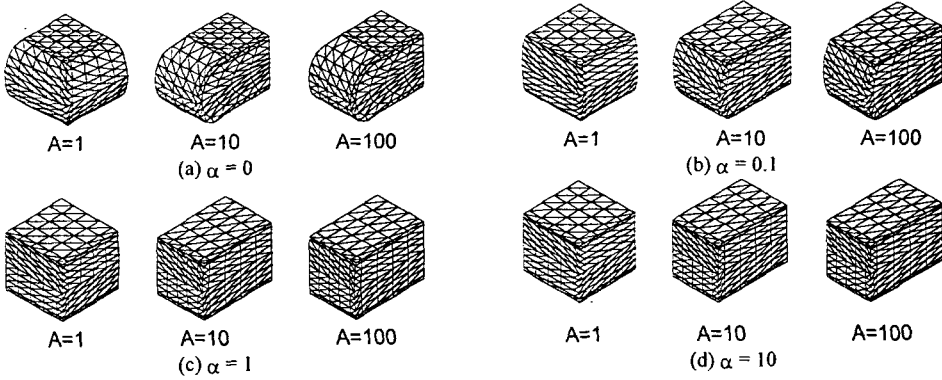


Fig. 10 Effects of viscosity ratio  $A$  and slip parameter  $\alpha$  on deformed shapes in case of  $R_{cr}=0.4$ .

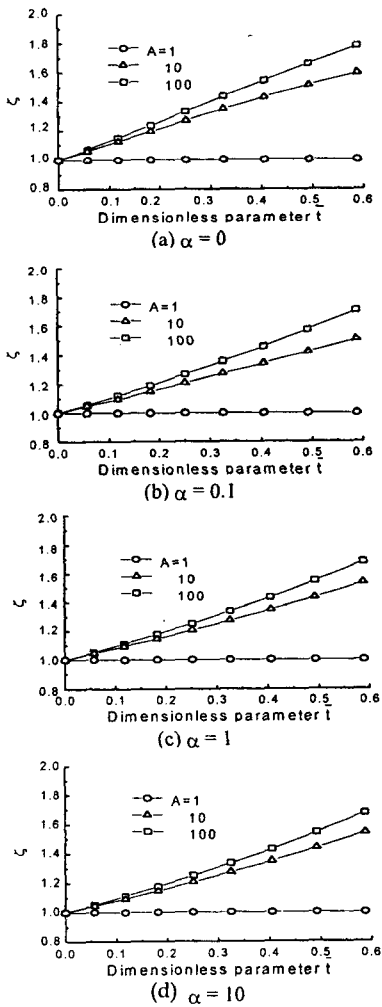


Fig. 11 Anisotropic length ratio  $\zeta$  as a function  $\bar{t}$  for various  $A$ .

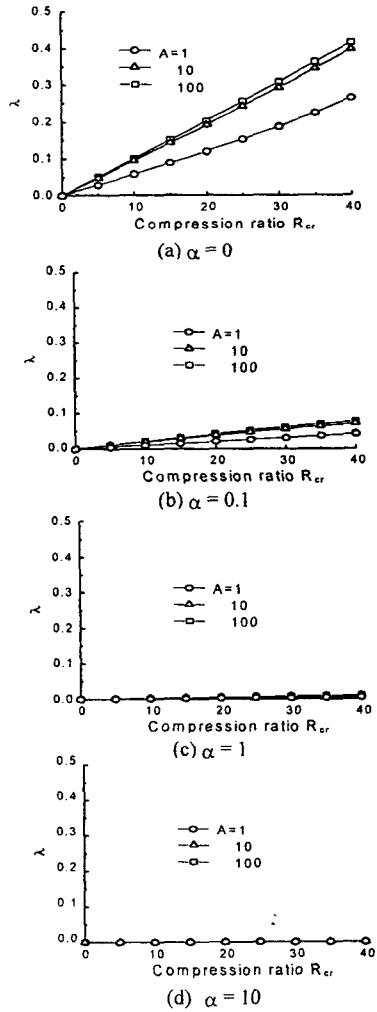


Fig. 12 Area ratio  $\lambda$  as a function of  $R_{cr}$  for various  $\alpha$ .

## 후 기

본 연구는 정밀정형 및 금형가공 연구센터의 지원에 의하여 수행되었으며, 연구비 지원에 감사드립니다.

## 참고문헌

- (1) Tucker III, C. L. and Folgar, F., 1983, "A Model of Compression Mold Filling," *Polymer Engineering and Science*, Vol. 23, No. 23, pp. 69~73.
- (2) Michaeli, W., Mahlke, M., Osswald, T. A. and Nölke, M. N., 1990, "Analyse und Messung des Fließens von SMC mit Einem Preßrheometer," *Kunststoffe* 80, 1, p. 70.
- (3) Lee, C-C., Tucker III, C. L., 1987, "Flow and Heat Transfer in Compression Mold Filling," *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 24, pp. 245~246.
- (4) Barone, M. R. and Caulk, D. A., 1986, "A Model for the Flow of a Chopped Fiber Reinforced Polymer Compound in Compression Molding," *J. Applied Mechanics*, Vol. 53, pp. 361~371.
- (5) Barone, M. R. and Caulk, D. A., 1985, "Kinematics of Flow in Sheet Molding Compound," *Polymer Composites*, Vol. 6, pp. 105~109.
- (6) Barone, M. R. and Caulk, D. A., 1985, "Kinematics of Flow in Sheet Molding Compound," *Polymer Composites*, Vol. 6, pp. 105~109.
- (7) Barone, M. R. and Osswald, T. A., 1988, "A Boundary Element Analysis of Flow in Sheet Molding Compound," *Polymer Composites*, Vol. 9, No. 2, pp. 158~164.
- (8) Hirai, T., Katayama, T. and Hamada, H., 1980, "Flow State of Composite Materials in the Forging Die During the Molding Process Continued : Effects of Molding Temperature," *Advances in Composite Materials*, Vol. 2, pp. 1606~1619.
- (9) Hojo, H., Yaguchi, H., Onodera, T. and Kim, E. G., 1988, "Simulation of Compression Molding with Matrix-Fiber Separation and Fiber Orientation for Long Fiber-Reinforced Thermoplastics," *Intern. Polymer Processing* III, pp. 54~61.
- (10) Hojo, H., Kim, E. G., etc, 1986, "Separation of Matrix and Fibers during Molding of Long Fiber-Reinforced Thermoplastics," *Proceedings of the Third Japan - U.S. Conference on Composite Materials*, pp. 605~612.
- (11) Hojo, H., Kim, E. G. and Tamakawa, K., 1987, "The Fiber Content Distribution of Compression Molded Long Fiber-Reinforced Thermoplastic Products," *Intern. Polymer Processing* 1, pp. 60~65.
- (12) Advani, S. G. and Tucker III, C. L., 1990, "A Numerical Simulation of Short Fiber Orientation in Compression Molding," *Polymer Composites*, Vol. 11, No. 3, pp. 164~173.
- (13) Reifschneider, L. G. and Akay, H. U., 1994, "Applications of a Fiber Orientation Prediction Algorithm for Compression Molded Parts with Multiple Charges," *Polymer Composites*, Vol. 15, No. 4, pp. 261~269.
- (14) Hojo, H., Kim, E. G., Onodera, T., Yaguchi, H., Kim, S. H. and Koshimoto, M., 1989, "Position of Neutral Surface during Hollow Disk Compression Molding of Long Fibre Reinforced Thermoplastics," *Int. Polym. Process.* Vol. 4, pp. 179~182.
- (15) 장수학, 김석호, 백남주, 김이곤, 1991, "섬유강화 고분자 복합판의 압축성형에 있어서 금형-재료계면의 미끄럼을 고려한 유동해석," 대한기계학회 논문집, 제15권, 제1호, pp. 163~168.
- (16) Ducloux, R., Vincent, M. and Agassant, J. F., 1992, "Simulation of Compression Molding of Long-Glass-Fiber-Reinforced Thermoplastic Sheets," *Polymer Composites*, Vol. 1, pp. 30~37.
- (17) 조선형, 임영호, 김이곤, 1996, "섬유강화 고분자 복합재료의 압축성형에 있어서 이방성을 고려한 유동해석," 한국복합재료학회지, 제 9권, 제 1호, pp. 1~9.
- (18) 조선형, 김이곤, 1997, "섬유강화 고분자 복합재료의 압축성형에 있어서 인장점성과 전단점성을 고려한 유동해석," 한국소성가공학회지, 제 6권 제4호, pp. 311~318.
- (19) 김수영, 임용택, 1996, "열유동을 고려한 SMC 압축성형공정의 3차원 유한요소해석," 대한기계학회논문집(A), 제20권 제2호, pp. 488~499.