

# 선물 만기효과를 고려한 주가지수 선물의 헤지효율성

유 일 성\*

## 요 약

본 논문에서는 KOSPI 200 주가지수 선물의 만기효과와 베이스스의 행태를 체계적으로 헤지 의사결정에 반영하기 위한 몇 가지 방법을 실증분석하였다. 우선 베이스스의 동태적 운동형태를 명시적으로 설정하지 않고 통계적인 방법을 통하여 헤지해제시점이 선물만기에 접근함에 따라 베이스스가 변동되는 양상을 반영한 헤지비율을 산출한다. 그 다음에는 헤지기간 전체에 걸친 베이스스의 운동형태를 명시적으로 설정하여 이에 입각한 헤지비율을 계산한다. 명시적인 베이스스의 운동형태는 비확률적인 과정과 확률적인 과정으로 다시 구분하고, 이 각각에 입각하여 최적헤지활동을 결정한다.

모든 헤지활동은 가장 최근까지의 정보를 이용하여 사전적으로 미래 헤지기간에 대한 의사결정을 하게 된다. 그러한 헤지활동의 사후적인 결과는 베이스스 행태를 별도로 고려하지 않고 단순선형회귀분석만을 이용하여 산출된 헤지성과와 비교되고, 변동성 감소 및 손실감소의 측면에서 각 접근방법이 가지는 특징 및 효율성을 평가한다. 실증 분석 결과, 헤지의 성과를 제고하기 위하여 선물의 만기효과와 베이스스의 행태변화를 체계적으로 반영한 세 가지의 시도 중 어느 것도 위험-수익의 2차원적인 비교에서 베이스스의 행태변화를 명시적으로 반영하지 않은 전통적 단순회귀분석을 압도하지 못하였다.

---

\* 부경대학교 경영대학 부교수

## I. 서 론

불확실성아래에서 각 경제주체들의 의사결정이 파레토 최적상태가 되기 위해서는 상태의존 재화청구권 내지는 상태의존 화폐청구권 혹은 증권의 존재를 전제로 하게 된다. 무수한 상태 각각에 해당하는 그러한 선물계약의 존재는 현실적으로 불가능하다고 할 수 있으나, 다양한 금융자산의 새로운 도입과 기업의 지속적인 창업이 경제주체들이 부담하는 위험의 배분을 최적상태로 가까이 접근하도록 기여하게 된다. 최근 우리 나라 증권시장에서 주가지수 선물계약의 도입은 다른 어느 선물계약보다도 이러한 최적위험배분에의 접근에 중요한 역할을 수행할 것으로 평가된다. 구체적으로, 주가지수선물이 수행하는 가장 큰 기능은 투자자의 현물 포트폴리오가 갖는 시장위험 혹은 체계적 위험을 통제할 수 있는 매우 효율적인 수단을 제공한다는 점이다. 주가지수 선물상품이 존재하지 않은 경우에는 투자자가 자신이 현재 보유하고 있거나 혹은 미래에 보유하고자 하는 현물 포트폴리오의 체계적 위험을 조정하기 위해서는 현물시장에서 적지 않은 거래비용과 유동성 위험을 부담하며 현물 포트폴리오 자체를 재조정하는 길 이외에는 달리 방도가 없다. 우리 나라에서는 1996년 5월부터 한국증권거래소에서 KOSPI 200 주가지수 선물을 도입하여 현물 포트폴리오의 체계적 위험을 완화하거나 증폭하기 위한 효율적 수단을 마련하였으며, 2년이 경과된 1998년 상반기에 이미 그 거래량이 세계 주가지수선물 거래소 중 5위권 안으로 진입할 정도로 성장하였다.

본 논문에서는 KOSPI 200 주가지수 선물이 투자자의 체계적 위험을 감소하기 위한 헤지목적에 실제로 어느 정도 효과적인가를 실증분석하고자 한다. 주가지수 선물이 헤지에 활용이 되는 경우 일반적으로 완전한 위험제거는 기대하기 어려우며 단지 부분적인 위험감소에 그치게 된다. 이는 우선 주가지수 선물을 통해 헤지하고자 하는 현물 포트폴리오가 체계적 위험뿐만 아니라 일반적으로 비체계적 위험을 함께 보유하고 있으며, 이 경우에 주가지수 선물을 이용하여 그러한 비체계적 위험을 제거하는 것이 어렵기 때문이다. 설사 헤지대상 현물 포트폴리오가 매우 잘 분산된 포트폴리오라고 할지라도 KOSPI 200 선물을 구성하는 증권들과 정확하게 일치되는 구성이 아닌 경우에는 엄격한 의미에서의 교차헤지에 해당하며, 헤지에 따르는 위험감소효과에 제약이 불가피하다. 이러한 교차헤지에 해당하지 않는 경우

로서 KOSPI 200 현물 포트폴리오를 KOSPI 200 선물로써 헤지하는 경우를 상정할 수 있다. 그러나 이 경우 역시 현물의 헤지기간(hedge duration)의 종료시점과 선물의 만기가 정확하게 일치하지 않는 한 헤지가 개시된 이후부터 헤지가 해제되는 시점 사이의 이자율 및 배당수익률 변동의 불확실성, 현물과 선물시장에서의 예상하지 못한 유동성 변동 등으로 헤지의 효과는 제약될 수 있다.

헤지거래는 그 목적이 무엇이냐에 따라서 기대수익극대화, 효용극대화, 포트폴리오 위험극소화 등의 여러 가지 다른 형태를 취하게 되는데, 본 연구에서는 헤지거래를 현물과 선물을 함께 포함하는 포트폴리오의 위험을 극소화하고자하는 노력(Ederington, 1979)으로 해석한다. 현물가격과 선물가격의 차이를 베이스라 부르며, 이의 예상치 못한 변동 혹은 불확실성이 베이스 위험인데 이것이 결국 헤지의 효과를 제약하게 된다. 교차헤지가 아닌 경우 만기일에는 선물가격과 현물가격이 일치하게 되어 베이스가 소멸되는데 이를 베이스의 만기소멸효과라 부르며, 헤지거래를 설계할 때 당연히 고려되어야 하는 중요한 요소이다. 선물이 만기에 근접함에 따라 베이스의 크기는 일반적으로 축소되지만, 그 변동성이 만기에 근접함에 따라서 일반적으로 어떠한 행태를 보이는가 하는 문제(Samuelson, 1965)에 대해서는 이론적으로나 실증적으로 아직 결론이 혼재되어 있는 상황이다. 본 연구에서는 선물이 만기에 근접할수록 베이스의 폭 뿐만 아니라 변동성 역시 축소되어 선물가격이 선물의 이론가격에 점진적으로 수렴하리라는 가설을 묵시적으로 지지하는 입장에서 여러 헤지방법을 모색한다. 본 연구에서 베이스의 만기소멸효과라 함은 선물 만기시점에 선물가격과 현물가격이 일치하는 사실뿐만 아니라 선물의 만기가 가까워올수록 베이스의 폭과 변동성이 축소되는 가설까지 포함하는 넓은 의미로 사용하고자 한다.

본 연구에서는 베이스 위험을 고려하는 여러 가지 헤지거래를 설정함으로써 헤지의 효율성을 증대시킬 수 있는 가능성을 모색하고자 한다. 이를 위하여 첫째 베이스의 동태적 운동형태를 명시적으로 설정하지 않고 통계적인 방법을 통하여 헤지해제 시점이 선물만기에 접근함에 따라 베이스가 변동되는 양상을 반영한 헤지비율을 산출한다. 둘째 헤지기간 전체에 걸친 베이스의 운동형태를 명시적으로 설정하여 이에 입각한 헤지비율을 계산한다. 명시적인 베이스의 운동형태는 비확률적인 과정과 확률적인 과정으로 다시 구분하고, 이 각각에 입각하여 최적헤지활동을 결정한다. 모든 헤지활동은 가장 최근까지의 정보를 이용하여 사전적으로

미래 헤지기간(hedge duration)에 대한 의사결정을 하게 된다. 그러한 헤지활동의 사후적인 결과는 베이스스 행태를 별도로 고려하지 않고 단순선행회귀분석만을 이용하여 산출된 헤지성과와 비교되고, 변동성 감소 및 손실감소의 측면에서 각 접근 방법이 가지는 특징 및 효율성을 평가하고자 한다.

만기효과 및 베이스스 위험을 명시적으로 고려한 헤지에 대한 실증적 연구가 해외에서는 상당히 이루어졌다(Figlewski, 1984; Castelino, 1992; Lindahl, 1992). 헤지 해제시점이 선물 시장의 만기에 근접할수록 최소분산 헤지비율이 1에 점진적으로 증가하는 만기효과의 존재에 대해서는 그 결론이 헤지기간 설정에 따라서 동일하지 아니하다. 그러나 대체적으로 선물의 만기에 가까운 시점에서 해제되는 헤지들을 대상으로 하는 경우에는 만기효과가 관찰되었다. 국내의 경우 그 동안 KOSPI 200 주가지수 선물을 활용한 헤지거래의 효율성에 대하여 이론적인 연구는 상당히 이루어졌으나, 선물시장에 관련된 시계열 통계자료의 제약으로 인하여 실증적인 연구는 많이 이루어지지 않았다. 이제 선물시장 개설이후 2년이 경과하여 선물과 관련된 어느 정도의 기초통계자료가 축적된 현 시점에서 베이스스 위험의 만기소멸효과에 초점을 맞춘 헤지거래의 실증연구를 시도한다. 이어지는 다음 장에서는 전통적 단순회귀분석 헤지방법, 더미변수를 이용하여 통계적으로 만기소멸효과를 고려하는 헤지방법, 비확률적 베이스스 행태가정에 근거한 헤지방법, 베이스스의 확률적 동태과정을 반영한 헤지방법 등 크게 네 절로 구분하여 그 각각에 대하여 모델을 설정하고 실증적 분석결과를 제시한다. 전통적 단순회귀분석 헤지방법은 다시 현물과 선물의 절대적 가격변화에 입각하여 헤지비율을 산출한 경우와 퍼센티지 가격변화에 입각하여 헤지비율을 산출한 경우로 나누어서 헤지의 사후적 결과를 비교한다. 비확률적 베이스스 행태가정에 입각하여 헤지비율을 산출하는 경우에는 한국증권거래소에서 발표되는 이론적 가격을 헤지비율의 산출에 그대로 이용한 경우에 얻어지는 헤지활동의 성과와 함께 제시함으로써, 증권거래소에서 발표하는 선물의 이론적 가격이 추가적으로 활용될 수 있는 영역 및 유용성을 확인하고자 한다. 베이스스의 확률적 동태과정을 헤지비율 산정에 감안한 경우에는 IMF관리 체제하의 금융구조 변화 가능성도 함께 고려한다. 이러한 모든 접근들이 공통적인 차원에서 비교·평가될 수 있도록, 헤지된 현·선물 포트폴리오의 가치변동 최소화라는 동일한 목적함수가 모두에게 부여되고, 헤지에 관련된 의사결정은 최근까지의 정보에 입각하여 헤지기간에 앞서

서 이루어지고, 헤지기간 이후의 실제 결과치에 근거하여 헤지의 성공정도가 평가된다. 마지막 장에서는 본 연구의 결과를 요약하고 한계점을 시사하였다.

## II. 만기효과 처리에 따르는 사후적 헤지성과 분석

본 연구에서 헤지거래를 하고자 하는 투자자는 1단위의 현물포트폴리오를 보유하고 있으며, 이에 대하여 h단위의 선물을 매도함으로써 전체 포트폴리오의 위험을 최소화하고자 한다고 가정한다. 투자자가 설정하고 있는 헤지기간(hedge duration)은 1주간이며 만기가 가장 먼저 도래하는 최근월 선물이 일반적으로 유동성이 가장 높으므로 이를 헤지에 사용한다. 모든 헤지비율은 헤지 개시시점 이전의 과거 일정기간과 현재의 정보를 이용하여 결정하게 되며, 최근시점으로 헤지 개시시점이 접근함에 따라서 헤지비율의 산출을 위하여 이용되는 정보도 당연히 최근의 자료로 갱신된다.

헤지기간을 하루나 1달이 아닌 1주간으로 설정한 것은 본 연구의 결론이 갖게 되는 현실적인 유용성과 기초 데이터의 제약을 함께 고려한 절충안이다. 만일 헤지기간을 하루로 설정한다면, 헤지기간이 1주간으로 설정된 경우보다 6배에 달하는 많은 수의 표본을 얻을 수 있으며, 이에 따라서 연구 결론의 통계적 신뢰성을 제고시킬 수 있는 이점이 있다. 그러나, 구체적인 자료가 제시되어 있지는 않지만 우리나라에서 외환선물시장도 아닌 주가지수 선물시장에서 단 하루(overnight)를 목표로 하여 헤지거래가 실제로 이루어지는 상황을 상상하는 것이 쉽지 않다. 주가지수 선물시장에서 그러한 초단기 헤지기간설정에 입각하여 도출된 결론을 여러 다른 헤지기간에 입각한 결론들과 비교하는 것이 흥미로운 고찰일 수도 있으나 그 자체로서는 실무적인 응용에 큰 도움이 되리라 보기 어렵다. 또한, 주가지수 선물시장의 만기효과를 실증적으로 다룬 대표적인 기존 연구인 Figlewski(1984)와 Lindahl(1992) 등에서도 가장 기본적인 헤지설정기간으로서 1주간을 선택하였다.

게다가 본 연구에서는 비확률적인 베이스스의 변동행태를 이용하여 최적 헤지비율을 산정하는 방법도 포함시키고 있는데, 이 경우 헤지설정기간이 하루로 설정되는 경우 최적헤지비율의 행태를 실증적으로 살펴는데 불편이 따르게 된다. 왜냐하면 이 경우 최적헤지비율의 변동은 3절에서 상세히 설명하고 있듯이 이자율의 변

화폭과 헤지기간 크기의 곱에 의존하게 되기 때문이다. 일반적으로 하루간의 이자율 변동이 얼마되지 않은데다, 설사 하루간의 이자율 변동폭이 크다고 하더라도 이에 단 하루의 헤지설정기간을 적용하는 경우 최적헤지비율의 변화에 미치게 되는 효과를 미약하게 만들어 버린다. 따라서 대부분의 헤지의사결정에 있어서 헤지비율의 변동행태를 뚜렷이 파악하는 것이 어렵게 된다.

Lindahl(1992)의 경우 헤지설정기간을 1주, 2주, 4주로 나누어 만기효과를 찾고 있는데, 본 연구에서는 1주간을 초과하는 기간을 대상으로 그러한 다양한 접근을 시도하지 못하였다. 이는 본 연구에서 헤지설정기간이 1주간을 초과하는 경우 통계적으로 신뢰성이 있는 정보를 제시하기 위한 충분한 표본크기를 확보하는 것이 1996년 5월 개장된 우리 주가지수 선물시장의 현실에서 아직 무리가 있다고 판단하였기 때문이다.

## 1. 만기효과를 명시적으로 고려하지 않은 전통적 단순선형회귀분석

전통적인 통계적 방법에서는 헤지비율을 산정하기 위하여 베이스스의 변동행태나 베이스스의 만기소멸에 대하여 별도의 고려를 하지 않는다. 다시 말해서 직접헤지이든 교차헤지이든 구분을 두지 않고 헤지해제 시점과 선물만기와의 관계도 별도로 고려함이 없이 과거의 시계열자료를 이용하여 단순선형회귀분석(OLS)을 하고 그 결과 추정되는 회귀계수를 헤지비율로 활용한다. 회귀분석식은  $\Delta S_t = a + \beta \Delta F_t + \varepsilon_t$ 로 나타낼 수 있는데, 여기서  $\Delta S_t = S_t - S_{t-1}$ ,  $\Delta F_t = F_t - F_{t-1}$ 이며,  $S_t$ 는 헤지대상이 되는 현물포트폴리오 가격과 관련된 시계열을 나타내고,  $F_t$ 는 헤지에 이용되는 선물 가격과 관련된 시계열을 의미한다. 본 연구에서는 KOSPI 200 선물 가격에 관련된 시계열이  $F_t$ 이다.

선형회귀분석을 통한  $\beta$ 의 추정치를  $b$ 라고 표시하자.  $b$ 는  $Cov(S_t, F_t)/Var(F_t)$ 을 추정하고 있는데, 이것이 헤지비율로서 활용되는 근거는 헤지포트폴리오의 헤지기간동안의 가치변동이  $\Delta S_t - h \Delta F_t$ 이며, 그 변동위험  $Var(\Delta S_t - h \Delta F_t)$ 을 최소화시키는 헤지비율  $h^*$ 가  $Cov(S_t, F_t)/Var(F_t)$ 로 도출되기 때문이다. 그런데, OLS를 통하여 추정된  $b$ 가  $Cov(S_t, F_t)/Var(F_t)$ 의 불편효율(unbiased efficient)추정치로 수용되려면  $\varepsilon_t$ 가 OLS에서 요구하는 여러 제약조건들, 예컨대 자기상관성의 부재 및 동분산성 등을 만족시켜야 한다. 그러나 종종 현물가격과 선물가격의 절대적 변화를 변수로 이용하는

상기의 회귀방정식  $\Delta S_t = \alpha + \beta \Delta F_t + \varepsilon_t$ 에서  $\varepsilon_t$ 가 그러한 OLS에서 부과하는 제약 조건을 만족시키지 못하는 경우가 발생한다. 이 경우 만일 가격의 비율적 변화를 변수로 활용하는 회귀방정식  $S_{t+1}/S_t = \alpha' + \beta' F_{t+1}/F_t + \eta_t$ 에서  $\eta_t$ 가 단순선형회귀분석의 제약조건을 보다 가깝게 만족시킨다면 회귀방정식  $S_{t+1}/S_t = \alpha' + \beta' F_{t+1}/F_t + \eta_t$ 을 헤지비율 산출에 활용하는 것이 바람직하다. 이 때  $\beta'$ 의 OLS추정치인  $b'$ 는 최적헤지비율인  $\text{Cov}(S_t, F_t)/\text{Var}(F_t)$ 를 추정하는 것이 아니라  $(F_t/S_t)\text{Cov}(S_{t+1}, F_{t+1})/\text{Var}(F_{t+1})$ 를 추정한 것이다. 따라서 실제 헤지거래의 목적이  $\text{Var}(\Delta S_t - h \Delta F_t)$ 을 최소화시키고자 한다면  $\beta'$ 의 추정치를 최적헤지비율  $h^*$ 로 그대로 활용할 수는 없으며,  $h^* = \beta' (S_t/F_t)$ 의 관계를 이용하여  $h^*$ 를 얻게 된다. 본 연구에서  $\Delta S_t = \alpha + \beta \Delta F_t + \varepsilon_t$  및  $S_{t+1}/S_t = \alpha' + \beta' F_{t+1}/F_t + \eta_t$ 를 추정하는데 있어서, 데이터 시계열들의 통계적 특성, 특히 이분산성이나 자기상관성 등의 문제 해결에 적합한 통계적 추정방법을 새로이 찾고자 하지는 않는다. 실제로 현실에서 널리 활용되고 있는 전통적 접근 방법을 그대로 좇아 상기 두 가지 회귀식에 OLS만을 적용하여 최적헤지비율을 추정하고자 한다.

이제 우리 나라 KOSPI 200 선물 최근 월물을 이용하여 다음과 같이 KOSPI 200 (현물)을 헤지하고자 한다. 헤지기간은 원칙적으로 매주 목요일에 헤지가 해제되는 1주일로 하였으며, 헤지목적은 순수하게 헤지포트폴리오의 절대적 가치,  $\Delta S_t - h \Delta F_t$ 의 변동성을 극소화하고자 하는 노력으로 설정하였다. 이를 위하여 1996년 11월 첫 주부터 1998년 7월말까지 매주 헤지를 반복하는 경우를 분석하였으며, 헤지가 헤지비율을 결정할 때 헤지가 개시되는 시점으로부터 그 이전 6개월(26주)간의 실제 거래자료를 이용한다고 가정한다. 헤지비율의 추정근거가 되는 기간이 헤지가 개시이전의 6개월이 된 이유는 우선 일별이 아닌 주별 선·현물시장 데이터를 활용하고자 하는 입장에서 매주 이동하는 데이터 창 크기의 크기를 3개월 정도로 짧게 정하는 것은 표본오류를 증가시킬 위험이 있기 때문이다. 반면 1년이 넘는 긴 기간을 이동데이터 창으로 이용하는 것은 최근의 시장구조변화 등을 적시에 반영시키지 못하는 단점이 있다. 게다가 이동데이터 창이 길수록 실제 헤지성과의 분석에 활용되는 표본의 크기를 제약하게 되어 연구의 신뢰성을 손상시킬 수 있으므로 이동데이터 창 크기를 6개월로 선택하였다.

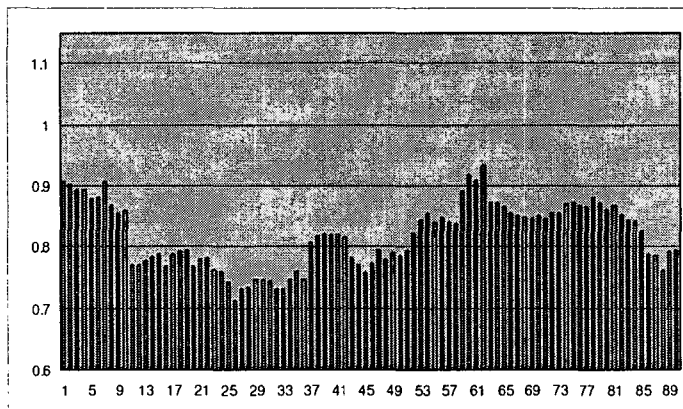
1996년 11월부터 1998년 7월말까지 90주 동안 전통적 방법  $\Delta S_t = \alpha + \beta \Delta F_t + \varepsilon_t$ 에 근거한 헤지활동 결과가 <표 1-1>, [그림 1-1]과 [그림 1-2]에 정리되어 있다.

OLS에 입각한 헤지비율이 [그림 1-1]에서 표시되었고, 사전적으로 헤지의 유효성을 측정하는 회귀방정식의 결정계수( $R^2$ )는 평균 0.85정도의 수준이다. [그림 1-2]에서는 헤지가 이루어지지 않은 현물의 가치변동과 헤지된 선·현물 포트폴리오의 가치 변동이 매주별로 비교되었다. [그림 1-1]에서 보듯이, 매주의 헤지비율이 0.9를 초과하는 경우가 거의 없는데 이는 선·현물가격간 높은 베이스 변동불확실성을 반영하는 결과로 볼 수 있다. 사후적인 헤지성과는 <표 1-1>에서 보듯이 헤지되지 아니한 현물 포트폴리오의 1주간 가치변동은 3.32의 표준편차 수준이지만, 헤지된 포트폴리오 1주간 가치변동은 1.26에 그치고 있으므로, 헤지는 약 62%의 변동성 감소효과를 가져왔다고 볼 수 있다. 표본기간 중 현물시장은 전반적으로 약세를 보였다고 볼 수 있는데, 헤지의 긍정적 효과는 당연히 1주간 평균 손실액 및 최대손실액을 비교함으로써도 확인된다. 비헤지의 경우에 1주간 0.422정도로 발생하는 평균손실을 헤지를 통하여 0.064 정도의 평균손실로 축소시켰다. 그리고 1996년 11월초부터 1998년 7월말사이의 기간동안 현물포트폴리오의 1주간 최대손실이 12.38인데 반하여 선·현물포트폴리오의 1주간 최대손실은 3.15에 그쳤다.

<표 1-1> 헤지성과 요약

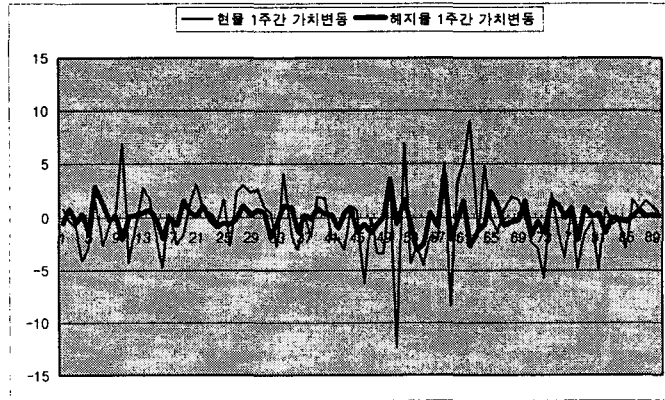
	평균	표준편차	최소값	최대값
현물가치변동	-0.42167	3.32241	-12.38000	9.14000
헤지물 가치변동	-0.064254	1.26248	-3.14490	4.03820

[그림 1-1] 헤지비율  $h^*$



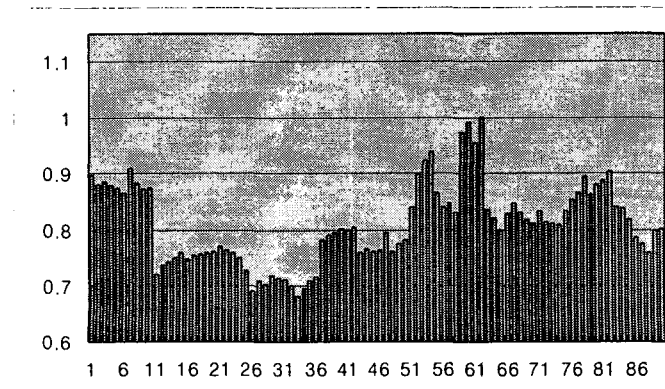


[그림 1-2] 현물 대 헤지물 1주간 가치변동



현물과 선물의 가격변화를 변수로 한 상기의 전통적 단순회귀분석은 평균 2.066이라는 상당히 높은 더빈-왓슨(DW)계수를 보이고 있으며, 이는 교란항이 음의 자기상관성을 가짐을 시사하고 있다. 따라서 상기에서 이미 설명한 대로 현물과 선물 가격의 퍼센티지 변화를 이용하여 최적헤지비율을 추정하여 헤지의 사후적 성과를 검토해 보았다. 그러나 사전적 헤지유효성의 지표인 회귀방정식의 결정계수( $R^2$ )의 크기와 자기상관성을 측정한 DW계수의 평균 수준은 뚜렷한 개선을 보이지 않았다. 최적헤지비율의 동태는 [그림 1-3]에서 보듯이 [그림 1-1]과 비교하여 변동성이 증가하였으나, [그림 1-1]과 마찬가지로 최적헤지비율이 1을 초과하는 경우가 없고 전체적인 추세흐름과 헤지비율의 평균수준에서 큰 차이가 없다.

[그림 1-3] 헤지비율  $h^*$



그 결과 아래 <표 1-2>에서 보듯이 절대적 가격변화를 이용한 경우와 비교해서 퍼센티지 가격변화를 이용한 경우에 헤지성과의 개선이 이루어지지 않았으며, 오히려 미세하나마 열등한 결과를 보이고 있다. 따라서 앞으로 이어지는 2절, 3절, 4절에서의 헤지성과에 대한 비교기준으로서는 <표 1-1>에 제시된 절대가격변화를 이용한 전통적 헤지에 입각한 사후적 성과를 사용하고자 한다.

<표 1-2> 헤지성과 요약

	평균	표준편차	최소값	최대값
현물가치변동	-0.42167	3.32241	-12.380	9.14000
헤지물 가치변동	-0.080688	1.26960	-3.61290	4.04510

## 2. 만기효과를 명시적으로 고려한 제약조건 선형회귀분석

헤지에 사용된 선물은 현물과 동일하고 헤지종료시점이 선물의 만기와 일치하는 경우, 만기에 현물가격과 선물가격이 일치하므로 베이스는 확실하게 영이 되고 베이스 위험이 없으므로 해당 선물의 헤지비율은 당연히 1이 되어야 할 것이다. 그리고 선물만기시점에 얼마나 가까운가에 따라서 베이스의 폭과 변동성이 달라지므로, 헤지개시시점이 선물만기와 어느 정도 멀리 떨어져 있는가에 따라서 헤지비율도 달라져야 할 것이다. 일반적으로 만기까지의 기간이 짧을수록 불확실성의 정도가 낮아지므로 헤지비율은 1에 가까운 수준으로 증가할 것이라는 예상을 가질 수 있다. 이러한 베이스 행태변화를 반영한 헤지비율을 통계적인 방법으로 산출하기 위하여 만기까지 남아있는 기간을 더미변수로 추가하여 만기까지의 잔여기간별 회귀계수를 다음과 같은 회귀방정식을 이용하여 추정하게 된다.

$$\Delta S_t = \alpha + \beta_0 D_0 \Delta F_t + \beta_1 D_1 \Delta F_t + \dots + \beta_{12} D_{12} \Delta F_t + \varepsilon_t, \quad (1)$$

여기서

$D_0$  : 만기에 해제되는 헤지포트폴리오의 경우 1, 그 외의 포트폴리오의 경우 0

$D_1$  : 헤지해제시점에서 만기까지 잔여기간이 1주일 남은 헤지포트폴리오의 경우 1, 그 외의 포트폴리오의 경우 0이며, 그 나머지  $D_j$  값들도 비슷하게 정의된다.

만기효과를 반영하는 최적헤지비율을 결정하기 위한 상기 회귀방정식 (1)은 외견적으로는 1절에서의 단순회귀분석에 비하여 적합하다. 하지만 본 연구에서 매 헤지개시시점에서 과거 26주의 데이터를 이용하여 사전적 헤지비율을 결정하기 때문에, 26개의 표본관찰치를 이용하여 14개의 회귀계수를 추정하는 통계적 접근은 일반적으로 적지 않은 표본오류위험을 부담해야 한다. 실제로 회귀방정식 (1)에 입각하여 결정된 헤지의사결정을 시행해 본 결과, 헤지비율이 대단히 불안정하고 상식적인 수준을 벗어난 행태를 보이고 있다. 헤지비율이 과소헤지와 과대헤지를 번덕스럽게 드나들면서 그 결과 헤지된 포트폴리오가 오히려 비헤지된 현물보다 수익성과 위험성 모두에서 크게 미치지 못하는 결과를 보이고 있다.

따라서 여기서는 그러한 무모한 접근을 우회해서 만기까지의 기간을 크게 세 가지로 구분하여 그 세 분류에 대하여 최적헤지비율을 산출하는 타협을 구하고자 한다. 헤지해제시점이 1주에서 6주까지 잔여기간을 가진 포트폴리오 집단과 7주에서 12주까지의 잔여만기기간을 가진 집단, 그리고 헤지해제시점이 선물외의 만기와 일치되는 집단을 구분하여 다음과 같은 제약단순회귀분석을 적용한다.

$$\Delta S_t = \alpha + \beta_0 \Delta F_t + \beta_1 D_1 \Delta F_t + \beta_2 D_2 \Delta F_t + \varepsilon_t, \quad (2)$$

여기서

$$\beta_0 = 1.$$

$D_0$  : 만기에 해제되는 헤지포트폴리오의 경우 1, 그 외의 포트폴리오의 경우 0

$D_1$  : 헤지해제시점에서 만기까지 잔여기간이 1주일부터 6주일까지 남은 헤지포트폴리오의 경우 1, 그 외의 포트폴리오의 경우 0.

$D_2$  : 헤지해제시점에서 만기까지 잔여기간이 7주일부터 12주일까지 남은 헤지포트폴리오의 경우 1, 그 외의 포트폴리오의 경우 0.

선물의 만기 1주전에 헤지가 개시되어 선물만기시점에 헤지가 해제되는 포트폴리오의 경우 완전헤지가 이루어지므로 이들에 대해서는 모두 최적헤지비율 1을 부과한다. 따라서,  $\beta_0 = 1$ 의 제약조건을 포함시킨 제약회귀분석식 (2)를 매주 헤지개시시점에 지나간 과거 6개월간의 자료를 사용하여 추정한다. 현재의 헤지개시시점

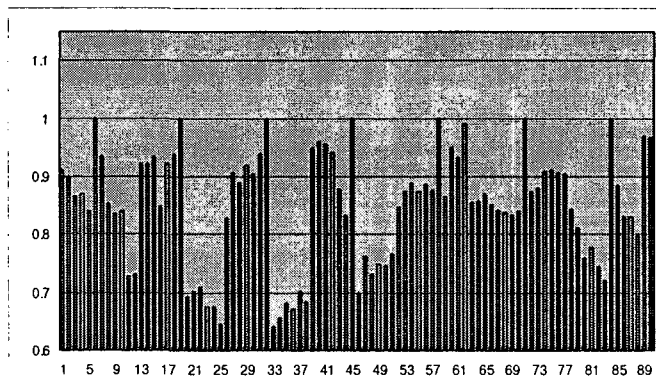
에서 선물만기까지의 기간이 2주에서 7주 사이에 해당하는 경우에는 최적헤지비율로서  $\beta_1$ 의 추정치를 이용하며, 현재 헤지개시시점이 잔여만기기간 8주에서 13주에 해당하는 경우에는  $\beta_2$ 의 추정치를 최적헤지비율로서 사용한다. 이러한 방법을 통하여 1996년 11월부터 1998년 7월까지 매주 베이스의 만기소멸효과를 반영한 헤지를 시행하고, 그 결과를 <표 2-1>과 [그림 2-1]과 [그림 2-2]에 정리하였다.

[그림 2-1]에서 보듯이 선물의 만기에 가까운 시점에서 헤지가 해제되는 포트폴리오일수록 베이스의 불확실성이 감소되고, 따라서 최적헤지비율이 일반적으로 증가된다는 예상이 별로 지지되지 않았으며, 헤지비율의 변동성은 1절에서의 전통적 OLS 헤지비율보다 증가하였다. <표 2-1>과 [그림 2-2]에서 나타나듯이 만기소멸효과를 고려한 제약회귀식의 입각한 헤지성고가 단순한 OLS에 입각한 제1절의 헤지성고에 비하여 포트폴리오 가치변화의 수익성과 위험성 양 측면에서 모두 성과가 부실하였다. 이러한 결과는 물론 데이터 부족으로 인한 인위적인 그룹설정에 어느 정도의 문제가 있었다고 볼 수 있겠지만, 현실적으로 이러한 접근이 실무적으로 전통적 접근에 우선해서 적용될 만큼 큰 장점을 갖추지 못한 것으로 평가할 수 있다.

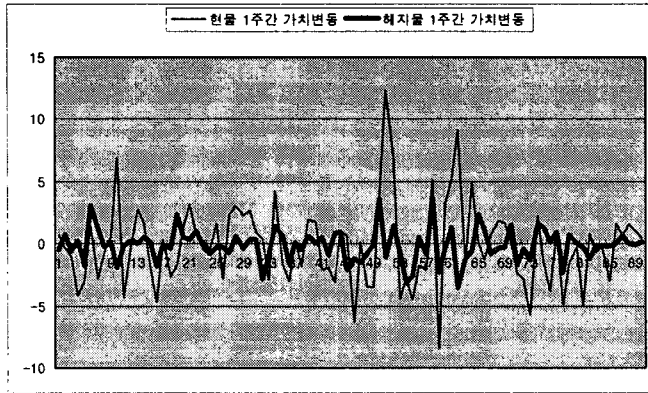
<표 2-1> 헤지성과 요약

	평균	표준편차	최소값	최대값
현물가치변동	-0.42167	3.32241	-12.38000	9.14000
헤지물 가치변동	<b>-0.10910</b>	<b>1.31240</b>	<b>-3.49190</b>	<b>3.81000</b>

[그림 2-1] 헤지비율  $h^*$



[그림 2-2] 현물 대 헤지물 1주간 가치변동



본 절에서는 더미변수가 도입됨에 따라서 앞의 1절에 비하여 회귀방정식 추정을 위한 표본 수는 6개월치 26개로 변함이 없는 데 추정해야 하는 회귀계수는 하나 더 증가하였다. 다시 말해서 추정해야 할 회귀계수가 도출되는 근거가 되는 표본수가 결과적으로 줄었으며, 더미변수의 도입에 따르는 이러한 실질적인 표본크기의 감소가 상기 회귀방정식 (2)로부터 추정된  $\beta_1$ 과  $\beta_2$ 의 신뢰도에 큰 손상을 초래할 수 있리라 염려할 수 있다. 그러나 일반적인 금융변수들간의 관계, 예컨대 주식가격과 베타와의 관계, 주식가격과 이자율간 혹은 인플레이션간의 관계 등에서 찾을 수 있는 변수들간의 관계와는 질적으로 다르다고 볼 수 있는 긴밀한 관계가 선물가격과 현물가격 사이에 명백한 이유로 인하여 강하게 형성되어 있다. 따라서 26개의 표본크기로 더미변수 2개에 결부된 2개의 회귀계수의 추정을 요구하고 있는 상기 모델 (2)가 표본크기의 제약으로 추정회귀계수들이 치명적인 신뢰성 결함을 입으리라고 예상하기 어렵다. 실제로 표본크기의 제약이 본 연구에서 크게 문제되지 않았음은 회귀계수의 t값과 회귀방정식의 결정계수( $R^2$ )를 살펴보면 알 수 있다. 우선  $\beta_1$ 과  $\beta_2$ 를 가리지 아니하고 모든 기간의  $\beta_1$ 과  $\beta_2$ 의 추정계수가 1% 수준에서 통계적으로 유의하였다. 둘째, 추정된 회귀방정식의 결정계수( $R^2$ )는 헤지활동의 사전적인 유효성을 측정하는 기준으로 활용되는데, 1절에서 절대적 가격변화를 이용하여 추정한 경우의 결정계수( $R^2$ )와 본 절에서 더미변수를 이용한 상기 (2)식으로 추정한 경우의 결정계수( $R^2$ )의 분포를 보면 다음 <표 2-2>와 같다. 어느 경우나 상당히 높은 수준의 결정계수를 보이고 있으며, 1절과 비교해서 본 절에서 큰 차이를 찾을 수 없는 수준이

다. 이러한 결론은 수정결정계수(adjusted  $R^2$ )를 이용하여도 마찬가지였다.

〈표 2-2〉 1절과 2절의 회귀방정식 결정계수 분포 요약

	평균	표준편차	최소값	최대값
1절 회귀방정식 $R^2$	0.84901	0.035530	0.72892	0.91067
2절 회귀방정식 $R^2$	0.85610	0.040260	0.72294	0.92883

### 3. 비확률적 베이스스와 선물가격의 동태 설정을 통한 만기효과 분석

본 3절과 이어지는 4절에서는 베이스스를 현물가격과 선물가격의 차가 아니고 그 비율( $S_t/F_t$ )로서 정의한다. 그렇게 정의된 베이스스  $B(t)$ 가 본 절에서는  $\exp(-\int_t^T (r(s)-d(s)) ds)$  혹은  $\exp(-[R(t,T-t)(T-t) - \int_t^T d(s) ds])$ 의 비확률적인 과정을 밟는다고 가정한다. 여기에서  $r(s)$ 는  $s$ 시점의 순간이자율,  $d(s)$ 는  $s$ 시점의 순간배당수익률,  $R(t,T-t)$ 는  $t$ 시점에서 잔여만기  $T-t$ 의 만기채권수익률을 나타낸다. 만일  $r(s)$ 와  $d(s)$ 가 잔여기간  $T-t$ 동안 변화하지 아니하고 각각 상수  $r$  과  $d$ 로서 일정하다면 베이스스의 시간에 따르는 행태를  $\exp(-(r-d)(T-t))$ 로 나타낼 수 있다. 따라서 순보유비용이 클수록 그리고 만기까지의 잔여기간이 클수록 베이스스는 작은 값을 가지며 선물이 만기에 이르는 시점에서 베이스스는 1이 되어 선물과 현물 가격이 일치하게 된다.

베이스스가 상기에 정의된 수준으로 변동한다고 함은 선물시장과 현물시장에서 차익거래가 즉각적이고 효율적으로 이루어져 실제 선물가격이 이론선물가격에서 괴리를 보이지 않음을 의미한다. 헤지된 포트폴리오의 가치변화는  $\Delta S_t - h \Delta F_t$ 이며, 그 변동위험  $\text{Var}_t(\Delta S_t - h \Delta F_t)$ 를 최소화시키는 최적헤지비율  $h^*(t)$ 는 아래의 계산에서 보듯이 베이스스와 일치된다.  $\min_h \text{Var}_t(\Delta S_t - h \Delta F_t) = \min_h \text{Var}_t(\Delta S_t - h V_t \Delta S_t) = \min_h (1-h V_t)^2 \text{Var}_t(\Delta S_t)$ . 이식에서  $V_t$ 는  $F_t/S_t$ 를 의미하므로 베이스스의 역수  $B^{-1}_t$ 이며,  $t$ 시점에서의 최적헤지비율  $h^*(t)$  는  $B_t$ 가 된다.

전통적인 단순회귀분석( $\Delta S_t = \alpha + \beta \Delta F_t + \varepsilon_t$ )을 통하여 헤지비율을 구하는 경우, 과거의 실제선물가격의 변화를 설명변수로 두지 아니하고 이론선물가격을 설명변수로 설정하여 회귀계수 혹은 최적헤지비율  $h^*$ 을 통계적으로 구하고자하는 방법

이 있을 수 있는데(정문경, 1998), 이같은 접근과 본 절에서의 베이스스 추정을 통한 헤지비율 산출은 공통적인 논리적 기반을 가지고 있다고 볼 수 있다.

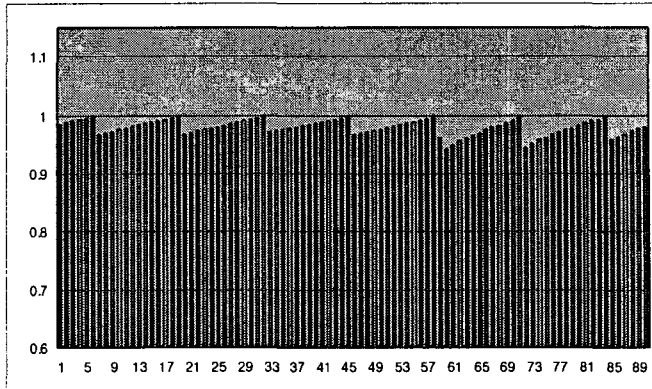
앞서의 1절, 2절과 동일한 절차를 쫓아서 실증분석을 하되, 베이스스 계산식에 포함되어 있는 추정배당률을 현실적인 자료제약 등으로 포함시키지 않았다. 우리나라 주식들의 배당률이 매우 작음을 감안할 때 심각한 괴리가 발생되지 않으리라 추측한다. 따라서 t시점 현재의 헤지를 위하여 이 모델에서 요구하고 있는 데이터는 현재 시점에서 직접적인 관찰이 가능한 만기채권수익률,  $R(t, T-t)$  하나이기 때문에 가장 단순한 헤지비율 추정방법이다.  $R(t, T-t)$  데이터로는 우리나라 금융시장에서 이와 개념이 가장 흡사한 91일 CD수익률을 사용하였다.

아래 [그림 3-1]에서 최적헤지비율의 시계열 추이를, <표 3-1>과 [그림 3-2]에서는 실현된 헤지활동의 실제 성적을 나타내고 있다. 예상된 바대로 헤지비율이 일반적으로 선물의 만기에 접근할수록 서서히 1에 접근하고 있다. 모델이 베이스스의 비확률적 과정을 가정하고 있으므로, 다시 말해서 베이스스의 변동위험이 없는 것으로 가정하고 있기 때문에 헤지비율은 모두 0.97을 상회하는 매우 높은 수준들이며 헤지비율의 변동성도 당연히 매우 낮다. 헤지된 포트폴리오의 가치는 사후적으로 헤지되지 않은 현물 포트폴리오에 비하여 변동성이 59% 감소한 1.36의 표준편차를 시현하였으며, 가치변동의 평균수준도 0.0087의 매우 작은 수준이므로 헤지목적에 적절히 달성되었다고 평가할 수 있다.

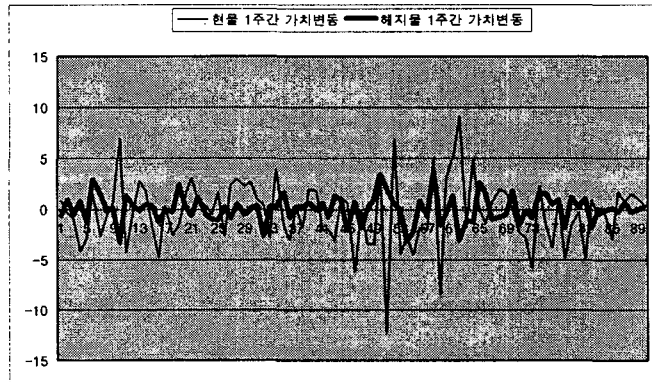
〈표 3-1〉 헤지성과 요약

	평균	표준편차	최소값	최대값
현물가치변동	-0.42167	3.32241	-12.380	9.14000
헤지물 가치변동	<b>0.0087219</b>	<b>1.36289</b>	<b>-3.31860</b>	<b>3.81000</b>

[그림 3-1] 헤지비율  $h^*$



[그림 3-2] 현물 대 헤지물 1주간 가치변동



한편 상기에서는 배당수익률을 무시하였는데, 만일 배당률을 무시하지 아니하고 이를 감안하여 최적헤지비율을 구한다면 헤지성과가 얼마나 개선될 수 있겠는가하는 의문이 제기될 수 있다. 본 연구에서는 배당률을 따로이 추정하는 별도의 작업은 시도하지 아니하고, 증권거래소에서 발표하는 이론선물가격을 이용하여 간접적으로 배당률을 감안한 최적헤지비율을 구하고 이에 입각한 헤지성과를 검토하고자 한다. 다시 말해서 상기의 최적헤지비율  $h^*(=B_t)$ 는  $\exp(-R(t,T-t)(T-t))$ 로부터 계산되었지만, 배당률이 감안된 아래 [그림 3-3]의 최적헤지비율  $h^*(=B_t)$ 는 현물가격과 이론선물가격( $F_t^e$ )의 비율( $S_t/F_t^e$ )인  $\exp(-[R(t,T-t)(T-t) - \int_t^T d(s)ds])$ 로서 산출된다. 단 헤지 해제시점이 선물의 만기와 일치하는 헤지포트폴리오의 경우에는 헤지비율을 완전해



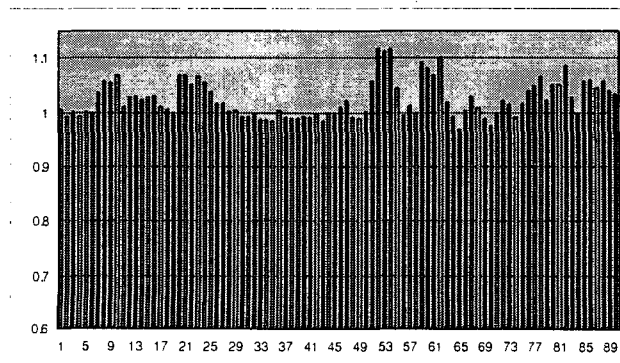
지인 1로 설정한다. 현재 증권거래소에서 발표하는 이론선물가격은 기업들의 전년도 배당실적을 이론선물가격 산출에 투입되는 배당률 추정치로서 그대로 활용하고 있다. 이러한 방식으로 산출된 이론선물가격을 이용한 헤지성과와 배당수익률을 아예 무시한 상태에서 산출된 상기 <표 3-1>의 헤지성과를 비교함으로써 이론선물가격이 유효하게 활용될 수 있는 영역을 설정하는데 도움을 줄 수 있으리라 생각한다.

[그림 3-3]의 최적헤지비율 행태에서 보듯이 배당수익률이 감소됨으로써 이론선물가격에 대비된 현물가격 베이스( $S_t/F_t^e$ )가 증가하여 최적헤지비율이 1을 초과하는 경우가 적지않게 나타났다. 이러한 최적헤지비율의 수준과 동태가 상당히 달라졌음에도 불구하고 <표 3-2>에서 나타난 헤지의 성과는 배당수익률을 고려하지 아니한 경우와 비교해서 수익성과 위험성에서 큰 차이를 보이고 있지 아니하다. 오히려 두 측면에서 모두 약간 못한 실적을 보이고 있다. 그러나 베이스의 비확률적 과정을 활용한 두 방법 모두가 다 헤지물 가치변동의 표준편차는 전통적 통계적 방법에 비하여 약간 증가하였으나, 헤지물 가치변동의 평균수준에서 개선을 보이고 있으므로 손실억제측면에서 효과적이었다고 평가될 수 있을 것이다.

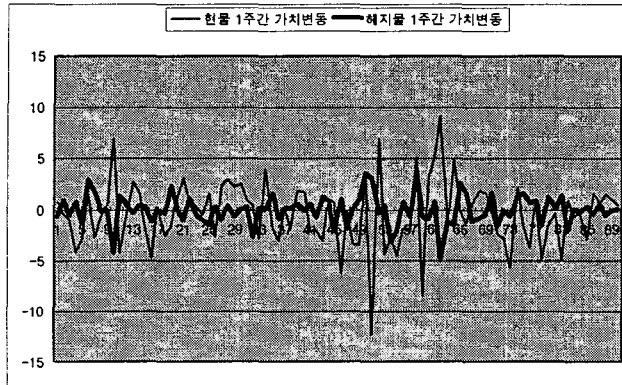
<표 3-2> 헤지성과 요약

	평균	표준편차	최소값	최대값
현물가치변동	-0.42167	3.32241	-12.38000	9.14000
헤지물 가치변동	<b>0.0014566</b>	<b>1.48789</b>	<b>-4.90060</b>	<b>3.81000</b>

[그림 3-3] 헤지비율  $h^*$



[그림 3-4] 현물 대 헤지물 1주간 가치변동



#### 4. 확률적 베이스스 행태와 선물가격의 동태 설정을 통한 만기 효과 분석

본 절에서는 베이스스의 기본적인 행태 특징인 불확실성을 앞서 3절에서와는 달리 무시하지 아니하고 모델에 포용하고자 한다. 이를 위해서 베이스스에 영향을 미치는 보다 근본적인 변수인 순보유비용의 확률과정을 설정함으로써 베이스스의 움직임을 설명하고 이에 근거한 최적헤지비율을 도출하고자 한다. 앞서 3절에서 살펴 보았듯이 순보유비용은 순간이자율과 순간배당수익률의 차이로서 구성되어있는데, 순간배당수익률은 순간이자율에 비교해서 상대적으로 적은 크기이며, 이는 우리나라의 경우 특히 그러하다. 실제로 배당금은 연속적으로 지불된다고 보기 어려우나, 대부분 기업의 경우 안정적인 배당정책을 선호하므로 본 연구에서 순간배당수익률을 크기가 작은 안정적인 상수로 가정한다. 이 경우 순보유비용의 확률과정은 순간적 단기이자율의 확률과정에 좌우되는데, 순간적 이자율의 동태적 확률과정을 기술하는데 있어서 가장 많이 활용되는 모델의 하나로서 Vasicek(1977)의 장기평균수준 복귀과정(mean-reversion process)을 원용하기로 한다. 평균복귀과정 모델로서 CIR(1985)의 모델도 포함되는 것이 적절하다고 볼 수 있으나, 전자에 비해서 실제 응용을 위한 파라미터의 통계적 추정이 복잡하고(Dietrich-Campbell, 1986), 순보유비용이 음의 값을 가질 수 없다는 이론적인 제약이 있으므로 본 연구에서는 Vasicek의 모델만 다루기로 한다.

본 절에서 KOSPI 200 현물포트폴리오의 확률적 과정은 이미 표준화되어있는 아래와 같은 기하적 확률과정(geometric stochastic process)을 따르는 것으로 설정한다.

$$dS/S = \mu_s dt + \sigma_s dz_s,$$

여기서  $\mu_s$ 는 현물순간수익률의기대치,  $\sigma_s$ 는 현물순간수익률의 표준편차를 의미하며,  $z_s$ 는 현물수익률과 관련된 브라우니언 운동(Brownian motion)을 의미한다.

한편 순보유비용이 Vasicek의 정상수준 이자율 복귀과정모형을 따른다고 설정하면 순보유비용은 다음과 같은 동태적 행태를 보이게 된다(Vasicek, 1977).

$$dr = a(b-r) dt + r dz_r,$$

여기서  $r$ 은 순간적 순보유비용을,  $z_r$ 는  $r$ 의 변화의 불확실성과 관련된 브라우니언 운동(Brownian motion)을 의미하며,  $a$ ,  $b$ ,  $r$ 은 모두  $r$ 의 움직임이나 시간  $t$ 의 진행에 영향을 받지 않는 상수로 설정되었다.  $b$ 는 순보유비용의 장기적인 정상적인 수준을 나타내며,  $a$ 는 현재의 순보유비용이 장기적 수준으로 회귀해 가는 속도를 나타내고 있다.

한편 증권시장에서 상존하는 차익거래의 압력이 선물과 현물간의 가격을  $F(t) = S(t) \exp(\int_t^T r(s)ds)$ 의 관계에서 크게 벗어날 수 없게 만들고, 설사 현재 괴리가 발생하였다고 하더라도 조만간 균형관계로 회귀시킨다고 가정한다. 그 결과 순보유비용의 변화  $dr(t)$ 가 상기와 같은 정상수준 회귀 동태과정을 보이는 경우  $r(t)$ 의 함수인 베이스스  $B(t,T) = S(t)/F(t) = \exp(\int_t^T r(s)ds)$ 는 다음과 같은 행태를 보이게 된다.

$$B(t,T) = A(t,T) \exp(-G(t,T) r(t)),$$

여기서  $G(t,T) = (1/a) \{ 1 - \exp(-a(T-t)) \}$ ,

$$A(t,T) = \exp [ a^{-2}(G(t,T)-T+t)(a^2b - (\sigma^2/2)) - \sigma^2G(t,T)^2/4a ].$$

상기 베이스스의 시간적 움직임에서 역베이스스  $V(=F/S)$ 가 변화하는 동태적 확률과정은 이토정리(Ito's lemma)에 의하여 바로 도출된다.

$$V(t,T,r) = B^{-1}(t,T,t) = A(t,T)^{-1} \exp(G(t,T) r(t)) \text{이며 } dV/V = \mu_v dt + \sigma_v dz_v,$$

여기서  $V \mu_v = V_t + (1/2) V_{rr} \sigma_v^2 + V_r a(b-r)$

$$V \sigma_v = V_r \sigma_r = A(t,T)^{-1} \exp(G(t,T) r(t)) G(t,T) \sigma_r = V G(t,T) \sigma_r.$$

본 절에서 헤지의 목적은 앞서 여러 접근들에서와 같이  $\text{Var}_t(\Delta S_t - h \Delta F_t)$  혹은  $\text{Var}_t(dS_t - h d(S_t V_t))$ 를 최소화시키는 것이며, 단순한 확률미분절차를 거쳐 최적헤지비율을 구하면 아래와 같다.

$$h^*(t) = [\sigma_s^2 + \rho_{sv}\sigma_s\sigma_v(t)] / [V(t)\sigma_s^2 + V(t)\sigma_v^2(t) + 2V(t)\rho_{sv}\sigma_s\sigma_v(t)],$$

여기서  $\sigma_v(t) = G(t, T)r = (1/a)\{1 - \exp(-a(T-t))\} \sigma_r$ ,

$$\rho_{sv} = \text{Corr}(dz_s, dz_v) = \text{Corr}(dz_s, dz_r).$$

만기소멸효과를 명시적으로 반영한 3절의 접근과 마찬가지로 여기서도 만기 T에 이르러 헤지가 해제되는 포트폴리오의 경우  $V(T)$ 는 1의 값을,  $\sigma_v(T)$ 는 영의 값을 갖게 되므로,  $h^*(T)$ 는 자연스럽게 1의 값을 갖고 완전헤지를 실현하게 된다.

실증분석을 위해서 우선 순보유비용의 동태방정식  $dr = a(b-r) dt + r dz_r$ 에 나타나는  $a, b, \sigma_r$  등의 모수들을 추정해야 하는데, 이들은 최대가능성추정방식(maximum likelihood estimation)이나 비선형최소자승법(nonlinear least squares estimation) 등을 적용하여 구할 수 있다. 본 연구에서 사용한  $r$ 의 대응치는 순간이자율의 이론적 개념에 가장 가까운 콜 1일간 금리를 사용하였다. 주가지수 선물시장이 개설된 1996년 5월부터 본 연구의 최종표본추출기간인 1998년 7월말까지의 전체기간을 대상으로 정상이자율 복귀과정을 비선형최소자승법을 이용하여 추정한 결과  $a$ 의 추정치는 0.0455,  $b$ 의 추정치는 0.15635로 나타났다. 최적헤지비율을 구하기 위한 다른 파라미터로서  $\sigma_r, \sigma_s, \rho_{sv}$ 가 있는데, 이들 각각이 0.0544, 0.01415, -0.21825로 추정되었다. 이들을 투입하여 이루어진 헤지의사결정의 결과가 <표 4-1>과 [그림 4-2], [그림 4-3]에 요약되어 있다. 그리고 앞의 2절, 3절과 마찬가지로 헤지가 선물의 만기일에 해제되는 헤지포트폴리오의 헤지비율은 모두 1을 부여하였다.

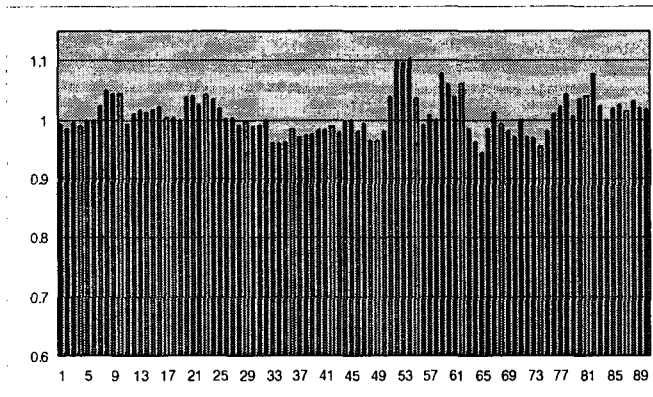
[그림 4-1]에서 보듯이 최적헤지비율의 동태가 비확률적 과정을 전제한 3절에서의 [그림 3-1]과는 상당히 다른 모습을 보이는데, 우선 선물의 만기에 접근함에 따라서 헤지비율이 점진적으로 증가하는 추세가 명확하지 않으며, 헤지비율이 1을 초과하는 경우가 적지 않게 나타난다. 헤지활동의 결과는 평균적으로 살펴봤을 때 현

물가변동으로 인한 손실발생을 적절히 방어했다고 평가되며, 헤지물의 가치변동 표준편차도 현물 가치변동 표준편차의 43% 정도의 수준으로 안정되었다. 그러나 베이시스의 비확률적 과정을 전제로 하여 산출된 헤지성과 <표 3-1>과 비교해서 개선된 것이 없으며, 오히려 미세하나마 성과가 부실하게 나타났다.

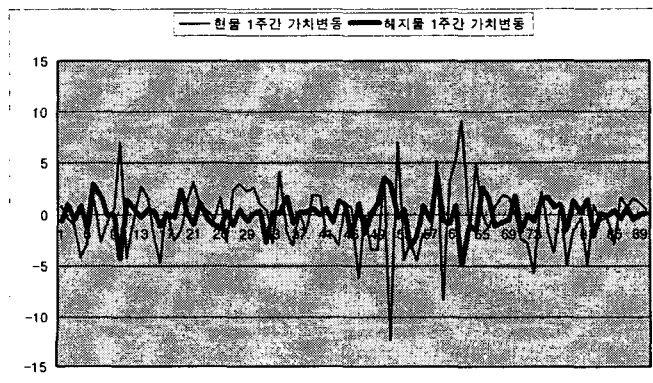
<표 4-1> 헤지성과 요약

	평균	표준편차	최소값	최대값
현물가치변동	-0.42167	3.32241	-12.38000	9.14000
헤지물 가치변동	<b>-0.0029364</b>	<b>1.44068</b>	<b>-4.36200</b>	<b>3.81000</b>

[그림 4-1] 헤지비율  $h^*$



[그림 4-2] 현물 대 헤지물 1주간 가치변동

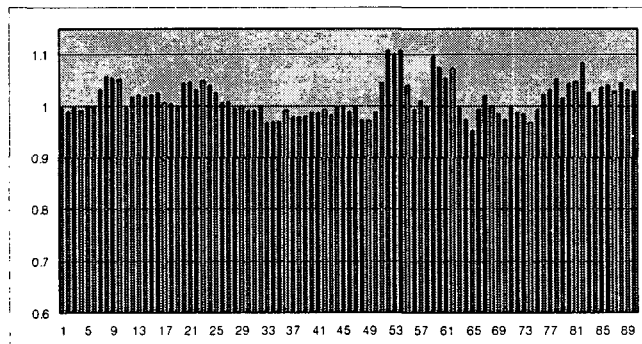


한편 1997년 12월초부터 IMF긴축금융정책이 실행되고 그 이후 기간에 해당하는 표본기간은 그 이전과 현격히 다른 이자율 수준을 상당기간 보이게 되므로 1997년 12월을 전후하여 금융경제의 환경과 구조가 적지 않게 변경되었으리라고 추측할 수 있다. 따라서 전체표본기간을 1996년 5월부터 1997년 11월말까지와 1997년 12월부터 1998년 7월까지의 두 표본기간으로 나누어 그 각각에 대하여 정상이자율 복귀과정을 추정하고 이에 입각하여 모든 헤지의사결정을 적용시켰으며, 그 결과들이 아래 <표 4-2>와 [그림 4-3]에 요약되어 있다. 예상과는 달리 구조변경을 가정하지 아니한 [그림 4-1]의 헤지비율과 구조변경을 가정한 [그림 4-3]의 헤지비율간에 큰 차이를 발견하지 못하였으며, 그 둘 사이의 상관관계는 0.9922의 높은 수준이었다. 그 결과 헤지성과에 있어서도 <표 4-2>에서 보듯이 큰 차이 없이 나타났다. 앞서 1절에서 3절까지 모든 헤지비율들이 헤지의사결정 시점이전의 정보에만 국한하여 사전적으로 결정된 데 반하여, 본 절에서는 헤지의사결정에 투입되는 정보가 파라미터를 추정하는 과정에서 결과적으로 미래의 통찰력에 의존하고 있는 상황이 되었다. 그러나 추정파라미터의 변화에 반응하는 헤지비율의 민감도 등에 비추어 볼 때 모델 자체의 현실응용가능성을 심각하게 제한할 것으로 생각되지 않는다.

<표 4-2> 헤지성과 요약

	평균	표준편차	최소값	최대값
현물가치변동	-0.42167	3.32241	-12.38000	9.14000
헤지물 가치변동	<b>-0.00074055</b>	<b>1.45494</b>	<b>-4.53410</b>	<b>3.81000</b>

[그림 4-3] 헤지비율  $h^*$



### Ⅲ. 결론과 요약

본 연구에서는 베이스스 행태를 선물을 이용한 헤지의사결정에 체계적으로 반영할 수 있는 몇 가지 시도를 실험하였다. 특히 선물 만기까지의 잔여기간과 관련하여 변동되는 베이스스의 행태를 헤지된 포트폴리오의 변동성 최소화라는 목적에 반영하기 위하여 크게 세 가지 방법을 설정하고 실증분석하였다. 본 연구의 모든 표본은 헤지기간을 1주일로 하는 KOSPI 200 선물과 KOSPI 200 현물지수로 구성된 포트폴리오이다. 각각의 포트폴리오에 대한 헤지의사결정은 원칙적으로 과거와 현재의 정보에 입각하여 이루어지고, 그 성과는 사전적으로 평가되지 아니하고 사후적으로 실현된 선물과 현물가격에 입각하여 평가된다. 베이스스의 행태를 체계적으로 반영한 각 방법들이 어느 정도가 헤지목적에 효과적인가를 판단하기 위한 기준으로서 단순회귀분석에 입각한 전통적 헤지방법에 따른 헤지성과를 우선적으로 제시하고 난 뒤, 각각의 새로운 방법들에 대한 평가가 이루어졌다.

첫 번째 시도에서는 시간에 따르는 베이스스의 구체적 행태를 명시적으로 설정하지는 아니하고, 다만 헤지가 해제되는 시점에서 만기까지의 잔여기간이 얼마나 남아있는가에 따라서 헤지포트폴리오를 구분하고, 과거의 통계자료에서 회귀분석을 통하여 최적헤지비율을 구하였다. 제약된 과거자료에서 지나치게 많은 회귀계수를 추정함으로써 발생할 수 있는 표본오류를 줄이기 위하여 13개의 기간을 인위적으로 3개 기간으로 구분하는 편법을 이용하였다. 그 결과 헤지가 이루어지지 않은 경우와 비교해서 사후적으로 손실을 평균 81% 정도 축소하고, 표준편차로 측정되는 위험에서도 61% 정도를 감소시키는 효과를 얻었다. 그러나 이 성과를 베이스스의 행태를 명시적으로 고려하지 아니한 단순회귀분석의 전통적 통계처리방법에 비교하였을 때 수익과 위험 양 측면에서 모두 열등한 결과에 그치고 있다.

두 번째 시도에서는 미래의 선물가격이 현물보유비용 모델이 제시하는 이론적 가격의 경로를 엄격히 준수하리라는 가정을 토대로 현재의 헤지비율을 결정하게 된다. 다시 말해서 현재의 선물가격이 여하하든, 내일의 선물가격은 아비트라지의 압력에 의하여 이론적 가격으로 복귀하리라는 기대에 입각하여 헤지비율을 결정하게 된다. 이 가정에 추가하여 미래의 이론적 선물가격이 비확률적인 경로를 따르는 것으로 처리한다. 그 결과 헤지포트폴리오는 평균적으로 손실이 발생하지 않았으

며, 위험은 비헤지의 경우에 비하여 59% 감소하였다. 이 방법은 전통적 통계적 처리방법에 비교하여 수익은 개선되었으나 위험감소의 측면에서는 여전히 전통적 방법에 미치지 못하고 있다.

마지막 시도에서는 두 번째 시도에서 지나치게 단순화시킨 비현실적인 가정을 완화하였다. 다시 말해서 미래 선물가격이 비확률적인 경로를 따른다는 현실단순화 가정을 버리고, 미래의 선물가격이 확률적인 행태를 보이는 기본적 특징을 모델에 반영하였다. 이를 위하여 현물의 순보유비용이 장기평균수준 복귀확률과정을 따른다는 가정을 추가하였다. 그 결과 사후적 헤지성과가 대체적으로 그 목적을 충족시켰다고 평가될 수 있으나, 두 번째 시도에서 얻어진 성과에 미세하나마 오히려 미치지 못하는 수준이었다.

헤지의 성과를 제고하기 위하여 선물의 만기효과와 베이스의 행태변화를 체계적으로 반영한 세 가지의 시도 중 어느 것도 베이스의 행태변화를 명시적으로 반영하지 않은 전통적 단순회귀분석을 위험-수익의 2차원적인 비교에서 압도하지 못하였다. 게다가 위험의 최소화라는 1차원적인 비교에서 그 모두가 오히려 단순한 통계적 방법에 미치지 못하였다. 이러한 결과는 적어도 위험 최소화라는 측면만을 놓고 볼 때 단순한 통계적 방법이 가지는 효율성을 확인한 결과로도 해석될 수 있다. 그러나 이러한 결론은 어디까지나 평균적인 관점에서 논의되고 있으므로, 여하한 상황에서도 단순한 통계적 방법의 무조건적인 적용을 지지하는 결론은 아니다. 예컨대, 만기에 가까운 시점에서 헤지가 해제되는 부분표본만을 대상으로 연구가 이루어지는 경우에는 다른 결론이 제시될 수도 있을 것이다.

본 연구가 갖는 여러 한계 중 우선적으로 제시될 수 있는 결함은 헤지기간을 1주 간으로 국한하여 연구가 이루어진 점과 KOSPI 200 현물 이외의 교차헤지를 전혀 검토하지 않은 점이다. 그 외 정교하지 못한 배당수익률 처리, 보다 효율적인 통계적 추정기법 등의 모색문제 등이 제기될 수 있다. 따라서 본 연구의 결론이 적용될 수 있는 영역과 관련된 유효성의 제약을 부인하기 어려우나, 추후 충분한 데이터가 축적되면 이에 대한 보완수정을 시도할 계획이다.



## 참 고 문 헌

- 김인준, 신동국, 변석준, “주가지수 선물을 이용한 포트폴리오 보험전략과 주식시장 변동성의 관계에 관한 연구”, *선물연구*, 1996.
- 민상기, 권택호, “분포특성을 고려한 최소분산헤지의 개선방안”, *선물연구*, 1995, pp.45-78.
- 안상환, “한국의 주가지수 선물이론가격”, *주식*, 1994. 10.
- 은철수, 장호윤, “한국주식시장에서의 주가지수 선물과 현물시장간의 상호작용에 관한 연구”, 발표논문집, 한국증권학회, 1998. 5.
- 정문경, “KOSPI지수 선물가격의 저평가원인과 헤지효율성 분석”, 발표논문집, 한국증권학회, 1998. 5.
- Arrow, Kenneth, “The Role of Securities in the Optimal Allocation of Risk Bearing”, *Review of Economic Studies*, 1964, pp.91-96.
- Brennan, M., E. Schwartz, “Arbitrage in Stock Index Futures”, *Journal of Business*, 1990, pp.S7-S29.
- Castelino, G., “Hedge Effectiveness: Basis Risk and Minimum Variance Hedging”, *Journal of Futures Markets*, 1992, pp.187-201.
- Chang, C., J. Chang, S. Fang, “Optimum Futures Hedges with Jump Risk and Stochastic Basis”, *Journal of Futures Markets*, 1996, pp.441-458.
- Cornell, B., K. French, “The Pricing of Stock Index Futures”, *Journal of Futures Markets*, 1983, pp.1-14.
- Cox, C., J. Ingersol, S. Ross, “A Theory of the Term Structure of Interest Rates”, *Econometrica*, 1985, pp.385-407.
- Dietrich-Campbell, B., E. Schwartz, “Valuing Debt Options: Empirical Evidence”, *Journal of Financial Economics*, 1986, pp.321-343.
- Ederington, L., “The Hedging Performance of the New Futures Markets”, *Journal of Finance*, 1979, pp.157-170.
- Figlewski, S., “Explaining the Early Discounts on Stock Index Futures : The Case for Disequilibrium”, *Financial Analysts Journal*, July-August 1984, pp.43-47.
- Figlewski, S., “Hedging Performance and Basis Risk in Stock Index Futures”, *Journal of Finance*, 1984, pp.657-669.

- Figlewski, S., "Hedging with Stock Index Futures: Theory and Application in a New Market", *Journal of Futures Markets*, 1985, pp.183-199.
- Franckle, C., "The Hedging Performance of the New Futures Markets : Comment", *Journal of Finance*, 1980, pp.1273-1279.
- Grant, D., M. Eaker, "Complex Hedges: How Well Do They Work?", *Journal of Futures Markets*, 1989, pp.15-27.
- Hull, J., *Options, Futures, and Other Derivatives*, Prentice Hall, 1997
- Jong, A., F. Roon, C. Veld, "Out-of-Sample Hedging Effectiveness of Currency Futures for Alternative Models and Hedging Strategies", *Journal of Futures Markets*, 1997, pp.817-837.
- Kawaller, I., "A Comment on Figlewski's Hedging with Stock Index Futures : Theory and Application in a New Market", *Journal of Futures Markets*, 1985, pp.447-449.
- Kawaller, I., P. Koch, T. Koch, "The Temporal Price Relationship Between the S&P 500 Futures and the S&P Index", *Journal of Finance*, 1987, pp.1309-29.
- Lindahl, M., "Minimum Variance Hedge Ratios for Stock Index Futures : Duration and Expiration Effects", *Journal of Futures Markets*, 1992, pp. 33-54.
- Netz, J., "An Empirical Test of the Effect of Basis Risk on Cash Market Positions," *Journal of Futures Markets*, 1996, pp.289-311.
- Novak, F., J. Unterschultz, "Simple Risk Measures When Hedging Commodities Using Foreign Markets; A Note", *Journal of Futures Markets*, 1996, pp. 211-217.
- Samuelson, P., "Proof that Properly Anticipated Prices Fluctuate Randomly", *Industrial Management Review*, 1965, pp.41-50.
- Vasicek, O., "An Equilibrium Characterization of the Term Structure", *Journal of Financial Economics*, 1977, pp.177-188.