韓國證券市場에서 多變量檢證에 근거한 CAPM과 APM의 實證的 檢證*

具 本 烈**

요 약

本 硏究는 Jobson(1982)의 株式의 收益率이 正規分布를 할 경우에 多變量의 統計學을 이용하여 CAPM과 APM을 檢證하는 方法을 유도하였다. 이에따라 回歸分析에 의한 檢證方法과 多變量의 檢證方法을 제시하고 현실적으로 CAPM과 APM이 韓國證券市場에서 適用可能한가에 대한 實證的 檢證을 실시하였다.

實證的 檢證을 위하여 먼저 우리나라의 株式收益率資料를 1980년 1월부터 1997년 6월까지의 月別資料에 의하여 11개 産業別 분류작업을 통하여 産業別포트폴리오를 구성하였다. 특히 APM의 경우에는 要因의 증가에 따라 APM이 한국증권시장에서 적용가능한가를 檢證하기 위하여 要因을 2개, 6개 그리고 10개까지 증가시켜 模型의 適合性을 檢證하였다.

檢證結果, CAPM과 APM 모두 韓國證券市場에서 適用可能한 것으로 나타났다. 특히 APM의 경우에는 要因이 2개, 6개와 10개로 증가시 어떤 경우에도 적용가능한 것으로 나타났다. 이는 期待收益率의 설명력을 높이기 위하여 몇 개의 價格化 要因이 APM에 영향을 미치는 가를 연구하는 전통적인 檢證方法은 큰 의미가 없는 것으로 나타났다.

* 본 연구는 1997년도 충북대학교 학술연구재단의 연구비 지원에 의하여 수행되었음.

** 충북대학교 경영학과 교수

Ⅰ. 序　論

資本資産價格決定模型(CAPM)의 현실적 適用可能性에 대한 실증분석은 Black-Jensen-Scholes(1972)와 Fama-McBeth(1973)의 연구를 근간으로 單一變量(univariate)에 의한 CAPM 檢證이 주류를 이루어져왔다. 그러나 1980년대 초부터 시작된 다변량(multivariate)에 의한 CAPM의 실증적 검증은 종전의 단일변량검증으로부터 새로운 方法論으로 주목을 받아왔다.

CAPM에 대한 실증분석은 단일변량(univariate)검증에 의해 대부분 수행되어져 왔으나 變數誤差의 問題(errors in variables problem)에 대하여 많은 비판을 받아왔다. 따라서 이러한 문제점을 해결하는 측면에서 多變量統計學을 이용한 검증이 Ross(1980)등에 의하여 시작된 이래 Gibbons(1982)를 시작으로 Kandel(1984), Jobson-Korkie(1982), Huang-Litzenberger(1988), Gibbons-Ross-Shanken(1989) 등의 연구를 통하여 활기를 띄어왔다.

그런데 위의 다변량에 대한 연구는 대부분 CAPM에 의한 검증방법에 대하여만 연구되어져 왔으며, 裁定價格決定模型(arbitrage pricing model : APM)의 適用可能性에 대한 檢證은 거의 시도되지 않았다.

APM의 기존 연구는 Roll-Ross(1980)와 같이 要因分析에 의한 實證的 硏究와 더불어 몇 개의 要因이 APM에 의미 있는가에 대한 연구와 Chen-Roll-Ross(1987)와 같이 이러한 有意的인 要因이 경제적으로 확인(identification)하는 작업이 주요 연구대상이었다. 따라서 本 硏究는 이러한 연구에서 벗어나 다변량의 기법에 의한 APM를 檢證하는 方法論을 제시하고 이를 통하여 實證的 檢證을 실시하고자 한다.

이를 위하여 本 硏究는 APM의 다변량의 검증방법을 제시한 Jobson(1982)의 연구를 살펴보고 이에의해 CAPM과 APM을 檢證하는 방법을 제시하고자 한다. 이를 통하여 多變量方法論을 이용한 CAPM과 APM에 대한 다변량의 검증통계량을 유도하고 이에 의하여 검증하고자 한다. 이와 더불어 回歸分析을 실시하여 韓國證券市場에서의 CAPM과 APM의 현실적 適用可能性에 대한 檢證을 시행하고자 한다.

本 硏究의 구성은 다음과 같다. 제Ⅱ장에서는 Jobson(1982)의 연구를 바탕으로 CAPM과 APM의 검증을 위한 검증가설의 設定과 檢證方法에 대하여 살펴보고, 제Ⅲ장에서는 韓國證券市場의 CAPM과 APM의 적용가능성에 대하여 實證的 硏究를

시행하고자 한다. 마지막으로 제Ⅳ장은 본 연구의 결과를 요약·정리한다.

Ⅱ. 檢證假說의 設定과 檢證方法

1. 檢證假說의 設定

(1) CAPM檢證을 위한 假說의 設定

超過收益率 市場模型(excess return market model)은 市場포트폴리오의 超過收益率에 의하여 個別株式의 초과수익률이 生成(generating)된다는 것으로서 다음과 같이

$$r_j = \alpha_j + \beta_j r_M + \varepsilon_j \qquad j = 1, 2, \ldots N \tag{1}$$

단, r_j: 個別株式(혹은 포트폴리오) j의 超過收益率로서 $r_j = R_j - R_F$로 정의되며, 여기에서 R_j는 개별주식의 수익률이며, R_F는 無危險資産의 收益率

α_j: 個別株式 j의 절편항

β_j: 個別株式 j의 베타계수

r_M: 市場포트폴리오의 超過收益率로서 $r_M = R_M - R_F$이며, 여기에서 R_M은 市場포트폴리오의 收益率

ε_j: 個別株式 j의 誤差項

로 표현된다. 위의 식 (1)을 期待値를 취한 후에 식 (1)에서 이를 차감하여 정리하면

$$r_j = \mu_j + \beta_j(r_M - \mu_M) + \varepsilon_j \tag{2}$$

단, μ_j: 個別株式 j의 超過期待收益率

μ_M: 市場포트폴리오의 超過期待收益率

이 된다. 이를 行列로 표현하여 정리하면

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\beta} F + \boldsymbol{\varepsilon} \tag{3}$$

단, $\boldsymbol{r}$: 個別株式의 超過收益率의 벡타로서 $\boldsymbol{r}' = [\, r_1\ r_2\ , \ldots ,\ r_N]$

$\boldsymbol{\mu}$: 個別株式의 平均超過收益率의 벡타로서 $\boldsymbol{\mu}' = [\, \mu_1\ \mu_2\ , \ldots ,\ \mu_N]$

$\boldsymbol{\beta}$: 個別株式의 體系的 危險의 벡타로서 $\boldsymbol{\beta}' = [\beta_1\ \beta_2\ , \ldots , \beta_N]$

$F = r_M - \mu_M$으로서 市場要因(market factor)

$\boldsymbol{\varepsilon}$: 誤差項의 벡타로서 $\boldsymbol{\varepsilon}' = [\, \varepsilon_1\ \varepsilon_2 , \ldots ,\ \varepsilon_N]$

이 된다. 식 (3)은 개별주식(혹은 포트폴리오)의 수익률이 첫째, 예상되는 기대수익률과 둘째, 체계적 위험에 시장포트폴리오수익률의 실제값과 기대치와의 차와의 곱과, 셋째, 비체계적인 위험인 誤差項에 의하여 결정되고 있음을 의미하고 있다. 여기에서 시장포트폴리오수익률의 실제값과 기대치의 차는 豫想하지못한 市場要因(unexpected change in market portfolio)을 의미한다. 이는 收益率에 영향을 미치는 예상되는 要因은 이미 개별주식의 수익률에 반영되었으며, 따라서 예상하지 못한 要因만이 기대수익률에 영향을 준다는 것을 의미한다. 그리고 r_j, F와 ε_j는 각각 $t = 1, 2, \ldots , T$의 時計列을 가지고 있다.

식 (3)을 N개의 株式중에서 임의의 1개의 株式($j = 1, 2, \ldots N$)으로 구성된 집단, B와 나머지 $N-1$개의 포트폴리오로 구성된 집단, A로 분류하기로 하자. 이 경우에

$$r_B = \mu_B + \beta_B F + \varepsilon_B \tag{4a}$$

$$\boldsymbol{r}_A = \boldsymbol{\mu}_A + \boldsymbol{\beta}_A F + \boldsymbol{\varepsilon}_A \tag{4b}$$

단, r_B: 첫 번째 집단에 속하는 株式 j의 收益率

μ_B: 첫 번째 집단에 속하는 株式 j의 期待收益率

β_B: 첫 번째 집단에 속하는 株式 j의 베타계수

ε_B: 첫 번째 집단에 속하는 株式 j의 收益率의 誤差項

r_A: 두 번째집단에 속하는 株式收益率의 벡타로서 $[(N-1)\times 1]$

μ_A: 두 번째집단에 속하는 株式의 期待收益率의 벡타로서 $[(N-1)\times 1]$

β_A: 두 번째집단에 속하는 株式의 베타계수의 벡타로서 $[(N-1)\times 1]$

ε_A: 두 번째집단에 속하는 株式收益率의 誤差項의 벡타로서 $[(N-1)\times 1]$

으로 나눌 수가 있다.

이제 식 (4a)로부터 市場要因인 F에 대하여 정리하고 이를 식 (4b)에 대입하면

$$r_A = \mu_A + \beta_A[\beta_B^{-1} r_B - \beta_B^{-1}\mu_B - \beta_B^{-1}\varepsilon_B] + \varepsilon_A \tag{5}$$

이 된다. 그리고 식 (5)를 정리하면

$$r_A = (\mu_A - \beta_B^{-1}\mu_B\beta_A) + (\beta_B^{-1}\beta_A) r_B + (\varepsilon_A - \beta_B^{-1}\varepsilon_B\beta_A) \tag{6}$$

이 된다.

한편 Sharpe(1964)의 CAPM은 기대수익률과 體系的 위험과의 선형관계인데 危險프레미엄(risk premium)을 λ로 정의하면 N개의 株式의 期待收益率, μ는 다음과 같은 행렬로 표현할 수 있다.

$$\mu = \lambda \beta \tag{7}$$

$$\text{단, } \lambda = [\mu_M - R_F]$$

그리고 식 (4)에서 정의된 각 집단의 개별주식의 경우에도 CAPM은 성립하므로

$$\mu_B = \lambda \beta_B \tag{8a}$$

$$\mu_A = \lambda \beta_A \tag{8b}$$

이된다.

이제 식 (8a)의 첫 번째 식으로부터 λ에 대하여 정리하면 $\lambda = \beta_B^{-1}\mu_B$이 되고, 이를 식 (8b)에 대입하여 정리하면 $\mu_A = \beta_B^{-1}\mu_B\beta_A$가 誘導된다. 이는 CAPM이

성립되는가에 대한 檢證을 위해서는 식 (6)을 기대치를 취하고 이를 식 (8b)와 비교하면 될 것이다. 이는 결국 식 (6)의 절편항의 벡타인 $(\boldsymbol{\mu}_A - \beta_B{}^{-1}\mu_B\boldsymbol{\beta}_A)$가 **0**이 되어야 함을 의미한다.

따라서 현실적으로 CAPM이 適用可能한가에 대한 實證的 檢證의 歸無假說은

$$H_o \ : \ \boldsymbol{\mu}_A = \beta_B{}^{-1}\mu_B\,\boldsymbol{\beta}_A \tag{9}$$

과 같이 세울 수가 있다.

한편 식 (9)에 의한 檢證方法論은 전통적인 Black-Jensen-Scholes(1972)나 Fama-McBeth(1973)에 의하여 시행된 CAPM검증의 방법론보다 큰 장점을 가지고 있다. 즉, Roll(1977)의 批判에 따라 검증상의 문제점으로 지적되어온 市場포트폴리오의 수익률의 산출이 필요치 않다는 것이다. 이는 식 (4a)와 식 (4b)로부터 市場포트폴리오의 확인을 필요로 하는 市場要因 F가 제거되기 때문이다.

(2) APM檢證을 위한 假說의 設定

앞 節에서 설명된 CAPM의 검증방법론을 일반화하여 Ross(1976)의 APM을 檢證하기 위해서 먼저 個別株式의 超過收益率인 r_j가 앞 절의 CAPM의 경우와 달리 K개의 요인(factor)에 의하여 生成된다고 하자. 이 경우에는 다음과 같이

$$r_j = \alpha_j + \beta_{j1}f_1 + \beta_{j2}f_2 + ,\ldots, + \beta_{jK}f_K + \varepsilon_j \qquad j = 1,2,\ldots,N \tag{10}$$

단, β_{jk}: 각 要因의 體系的 危險으로서 $k = 1,2,\ldots,K$

f_k: 각 要因으로서 $k = 1,2,\ldots,K$

으로 표현된다. 위의 식 (10)을 期待値를 취한 후에 식 (10)에서 이를 차감하여 정리하면

$$r_j = \mu_j + \beta_{j1}F_1 + \beta_{j1}F_2 + ,\ldots, + \beta_{jK}F_K + \varepsilon_j \tag{11}$$

단, $F_k = (f_k - \mu_{fk}),\quad k = 1,2,\ldots,K$

μ_{fk}: k번째 要因의 平均

식 (11)은 個別株式의 수익률이 첫째, 예상되는 개별주식의 기대수익률과 둘째, 각 要因의 체계적 위험에다 要因들의 실제값과 期待値와의 차와의 곱의 합과 셋째, 非體系的인 誤差項에 의하여 결정되고 있음을 의미하고 있다. 여기에서 실제값과 기대치와의 차는 앞 節에서 설명된 바와 같이 豫想하지 못한 要因을 의미한다.

이제 벡타로 표현하기 위하여 N개의 個別株式의 超過收益率인 $\boldsymbol{r}$은 $(N\times1)$인 벡타로서 기본적인 요인모형(basic factor model)에 따라 식 (11)를 行列로 표현하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{BF} + \boldsymbol{\varepsilon} \tag{12}$$

단, $\boldsymbol{B}$: 要因負荷行列(즉, 體系的 危險의 行列)로서 K개의 要因으로 구성될 경우에는 $(N\times K)$ 행렬임

$\boldsymbol{F}$: 要因負荷行列에 대한 要因點數(factor scores)로서 $(K\times1)$ 벡타임

要因分析(factor analysis)에서 $\boldsymbol{F}$는 관찰되지 않은 요인점수로서 각 요인은 平均이 0이고 分散은 1이며, 이들간의 共分散은 0이다. 그리고 $\boldsymbol{F}$는 오차항과 독립적이다. 따라서 이를 行列로 표현하면 $Var(\boldsymbol{r}) = E(\boldsymbol{FF}') = \boldsymbol{I}$이 된다. 여기에서 $\boldsymbol{I}$는 $(K\times K)$의 單位行列이다. 그리고 誤差項인 $\boldsymbol{\varepsilon}$는 평균이 $\boldsymbol{0}$이고, 오차항간에는 서로 독립적이다. 그런데 $\boldsymbol{r}, \boldsymbol{F}$와 $\boldsymbol{\varepsilon}$는 $t=1,2,\ldots,T$까지의 時計列을 가지고 있다.

이제 N개의 株式중에서 K개의 要因의 수와 같은 K개주식의 收益率의 벡타인 $\boldsymbol{r_B}$의 집단을 B라 정의하자.[1] 나머지 $N-K$개의 株式은 두 번째의 집단으로서 A로 정의하자. 따라서 첫 번째 집단의 要因負荷行列인 $\boldsymbol{B_B}$는 $(K\times K)$로서 正則行列(nonsingular matrix)이 된다. 이에 따라 두 模型은 다음과 같이 나눌 수 있다.

$$\boldsymbol{r_B} = \boldsymbol{\mu_B} + \boldsymbol{B_B F} + \boldsymbol{\varepsilon_B} \tag{13a}$$

1) 집단 B에서는 K개의 要因과 K개의 株式(혹은 포트폴리오)으로된 정칙행렬이다. 따라서 뒤 章의 각 模型의 檢證에서는 K개의 要因과 K개의 株式數(혹은 포트폴리오)는 동일한 의미가 된다.

$$\boldsymbol{r_A} = \boldsymbol{\mu_A} + \boldsymbol{B_A}\,\boldsymbol{F} + \boldsymbol{\varepsilon_A} \tag{13b}$$

단, $\boldsymbol{r_B}$: 첫 번째 집단에 속하는 株式收益率의 벡타로서 $(K \times 1)$

$\boldsymbol{\mu_B}$: 첫 번째 집단에 속하는 株式의 期待收益率의 벡타로서 $(K \times 1)$

$\boldsymbol{B_B}$: 첫 번째 집단에 속하는 要因負荷行列로서 $(K \times K)$

$\boldsymbol{\varepsilon_B}$: 첫 번째 집단에 속하는 誤差項의 벡타로서 $(K \times 1)$

$\boldsymbol{r_A}$: 두 번째 집단에 속하는 株式收益率의 벡타로서 $[(N-K) \times 1]$

$\boldsymbol{\mu_A}$: 두 번째 집단에 속하는 株式의 期待收益率의 벡타로서 $[(N-K) \times 1]$

$\boldsymbol{B_A}$: 두 번째 집단에 속하는 要因負荷行列로서 $[(N-K) \times K]$

$\boldsymbol{\varepsilon_A}$: 두 번째 집단에 속하는 誤差項의 벡타로서 $[(N-K) \times 1]$

이 경우에 $\boldsymbol{B_B}$는 정칙행렬이기 때문에 계수(rank)는 K개가되어 完全係數(full rank)가 된다. 따라서 식 (13a)를 식 (13b)에 대입하여 정리하면

$$\boldsymbol{r_A} = (\boldsymbol{\mu_A} - \boldsymbol{B_A}\,\boldsymbol{B_B}^{-1}\boldsymbol{\mu_B}) + (\boldsymbol{B_A}\,\boldsymbol{B_B}^{-1})\,\boldsymbol{r_B} + (\boldsymbol{\varepsilon_A} - \boldsymbol{B_A}\,\boldsymbol{B_B}^{-1}\boldsymbol{\varepsilon_B}) \tag{14}$$

의 관계를 얻을 수 있다.

한편 Ross(1976)의 APM은 期待收益率과 體系的 危險들과의 線形關係關係인데 $\boldsymbol{\lambda}$를 $(K \times 1)$의 危險프레미엄(risk premium)벡타라 하면 N개의 株式의 期待收益率, $\boldsymbol{\mu}$는 다음과 같은 행렬로 표현할 수 있다.

$$\boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{B}\,\boldsymbol{\lambda} \tag{15}$$

그리고 식 (13)에서 각 집단의 個別株式의 경우에도 APM은 성립하므로

$$\boldsymbol{\mu_B} = \boldsymbol{B_B}\,\boldsymbol{\lambda} \tag{16a}$$

$$\boldsymbol{\mu_A} = \boldsymbol{B_A}\,\boldsymbol{\lambda} \tag{16b}$$

로 표현할 수 있다. 이제 식 (16a)의 첫 번째 식으로부터 $\boldsymbol{\lambda} = \boldsymbol{B_B}^{-1}\boldsymbol{\mu_B}$이 되고, 이를 식 (16b)에 대입하여 정리하면 $\boldsymbol{\mu_A} = \boldsymbol{B_A}\,\boldsymbol{B_B}^{-1}\boldsymbol{\mu_B}$가 유도된다. 이는 APM이 성

립되는가에 대한 檢證을 위하여는 식 (14)를 기대치를 취하고 식 (16b)와 비교하면 될 것이다. 이는 결국 식 (14)의 절편항의 벡타인 $(\mu_A - B_A\, B_B^{-1} \mu_B)$가 0이 되어야 함을 의미한다.

따라서 현실적으로 APM이 適用可能한가에 대한 實證的 檢證의 歸無假說은

$$H_o \ : \ \mu_A = B_A\, B_B^{-1}\, \mu_B \tag{17}$$

과 같이 세울 수 있다.

그런데 이러한 檢證方法은 Chen-Roll-Ross(1986)와 같은 연구 등에서 사용되는 經濟的 變數의 추출작업을 통한 APM을 검증절차를 실행하지 않아도 되는 큰 장점을 가지고 있다.

2. 檢證方法

(1) 多重回歸分析에 의한 檢證

(가) CAPM의 檢證

앞 절의 식 (6)을 통한 回歸分析에 의한 검증은 시장포트폴리오의 확인을 필요로 하지않는 검증상의 장점이 있는 반면에 變數誤差의 問題라는 統計上의 문제점이 존재한다. 이는 식 (4a)에서 보는 바와 같이 r_B와 ε_B 사이에 相關關係가 존재하기 때문이다. 이러한 變數誤差의 문제를 감소시키기 위하여 검증에 이용되는 식 (6)은 體系方程式(system equations)의 형태를 가지기 때문에 無關回歸分析(seemingly unrelated regression)을 이용하는 것이 바람직하다. 따라서 獨立變數는 r_B가 되고, 從屬變數는 r_A가 되어 無關回歸分析을 통하여 식 (6)의 절편항인 $(\mu_A - \beta_B^{-1}\mu_B\beta_A)$가 0이 되는가를 확인함으로써 식 (9)의 歸無假說의 성립여부를 확인할 수 있다.

(나) APM의 檢證

식 (14)를 회귀분석을 통하여 검증하고자하는 경우에는 경제변수의 확인이라는 검증이 필요없는 장점이 있는 반면에 變數誤差라는 統計上의 문제점이 존재한다.

이는 식 (13a)에서 보는 바와 같이 r_B와 ε_B 사이에 相關關係가 존재하기 때문에 變數誤差의 문제가 발생한다. 이러한 變數誤差의 문제를 감소시키기 위하여 검증에 이용되는 식 (14)는 體系方程式(system equations)의 형태를 가지기 때문에 無關回歸分析을 이용하는 것이 바람직하다.

아울러 APM의 검증은 의미있는 要因의 수를 추출하기 위하여 要因分析(factor analysis)을 실시하는데 요인의 수와 構成柱式數를 같도록 요인분석을 할 경우에는 오차항이 0이 된다.[2] 이러한 가정을 할 경우에 식 (13a)에서 오차항 ε_B는 漸近的으로 0에 접근한다. 따라서 식 (14)에서 誤差項 ε_B가 0으로 접근함에 따라 變數誤差의 문제를 완화시킬 수 있다.

이상의 사실이 성립한다면 식 (14)는 회귀모형으로서 獨立變數는 r_B가 되고 從屬變數는 r_A가 되어 일반적인 무관회귀분석을 통하여 모형의 적합성을 검증할 수 있다. 즉, 식 (14)의 절편항인 $(\mu_A - B_A B_B^{-1} \mu_B)$이 0이 되는가를 확인함으로써 식 (17)의 歸無假說의 성립여부를 확인할 수 있다.

(2) 多變量分析에 의한 檢證

일반적인 다변량의 검증을 시행하기 위해서 먼저 주식의 超過收益率 r은 평균이 μ이고, 분산이 $\sum$인 다변량의 正規分布를 한다고 가정하자. 다변량의 검증은 APM에 대한 검증방법만 제시하고자 한다. 이는 CAPM에 대한 검증은 APM검증

---

2) 이에 대한 사실은 다음과 같은 각도에서 설명하면 이해에 도움이 될 것이다. 즉, K개의 株式이 존재하고 이의 時計列資料 Y에 대하여 主成分分析(principal component analysis)을 한다고 하자. 主成分, F는 K개의 株式이 존재하기 때문에 K개의 線型結合에 의한 K개의 주성분이 존재할 수 있다. 따라서 이를 벡타로 표현하면 $F = B'Y$가 되고, 이를 轉置(transpose)하면 時計列資料, $Y = BF$로 표현된다. 이렇게 되는 이유는 B가 orthonomal matrix이므로 $B'B = I$이 되기 때문이다. 이는 결국 要因分析(factor analysis)의 형태가 된다. 한편 N개 중에서 K개의 要因$(N > K)$을 취하면 一般要因模型(basic factor model)인 $Y = BF + \xi$로 되어 誤差項이 발생한다. 이러한 사실은 결국 株式의 數와 같은 K개의 要因을 취하면 時計列資料 Y를 요인모형으로 나타낼 경우에 誤差項이 나타나지 않는다는 것이다. 이는 本文의 내용과 같이 K개의 株式과 동일한 K개의 要因을 취할 경우에는 식 (13a)에서 誤差項은 나타나지 않는 것과 동일한 理致이다.

의 특수한 경우가 되기 때문이다.[3)]

이제 Σ 를 分割行列(partitioned matrix)로 바꾸면

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \Sigma_{BB} & \Sigma_{BA} \\ \Sigma_{AB} & \Sigma_{AA} \end{pmatrix} \tag{18}$$

단, $Var(r) = \Sigma$, $Var(r_B) = \Sigma_{BB}$

$Cov(r_B, r_A) = \Sigma_{BA}$, $Cov(r_A, r_B) = \Sigma_{AB}$

$Var(r_A) = \Sigma_{AA}$

로 정리할 수 있다.

그런데 Jobson-Korkie(1989)와 Srivastava-Carter(1983)는 株式의 收益率이 多變量의 정규분포를 한다면 행렬의 성질을 이용하여 다음과 같은 多變量의 선형모형(multivariate linear model)인

$$r_A = \alpha_A + \beta_A r_B + \xi_A \tag{19}$$

단, $\alpha_A = (\mu_A - \Sigma_{AA}\ \Sigma_{BB}^{-1}\ \mu_B)$

$\beta_A = \Sigma_{AB}\ \Sigma_{BB}^{-1}$

ξ_A: 오차항

이 유도됨을 증명하였다.

그런데 식 (19)에서 절편항과 베타계수가 앞의 식 (14)와 다른 표현이지만 본 연구의 부록에서 보는 바와 같이

$$B_A\ B_B^{-1} = \Sigma_{AB}\ \Sigma_{BB}^{-1} \tag{20}$$

의 관계가 성립한다.[4)] 이로부터 CAPM을 검증하기 위한 식 (6)과 APM을 검증하기 위한 식 (14)의 절편의 推定은 식 (19)를 이용하면 될 것이다.

---

3) 앞 절에서 설명된 CAPM의 檢證節次는 本 硏究의 전개에 따르면 결국 $K=1$의 경우로서 APM檢證의 특수한 경우라 할 수 있다. 따라서 APM의 檢證節次에 대해서 살펴봄으로서 CAPM의 檢證節次에 쉽게 접근할 수 있을 것이다.

4) 이에 대한 상세한 證明은 本文의 附錄을 참고 바람.

이제 다변량의 檢證方法에 대하여 살펴보기 위하여 주식의 수익률이 다변량의 正規分布를 한다고 가정하자. 이 경우에 制約된 모형하에서의 오차항의 분산-공분산행렬과 非制約된 模型下에서의 오차항의 분산-공분산행렬의 行列式의 값을 비교함으로서 尤度比率檢證(likelihood ratio test : LRT)이 가능하다.[5] 이를 위하여 Johnson-Wichern(1988)의 제 V장을 응용하면,

$$\frac{|\Sigma_R|}{|\Sigma_U|} = \Lambda = \frac{(1+S_B{}^2)}{(1+S_P{}^2)} \tag{21}$$

단, Λ: Wilk's lambda

$$S_B{}^2 = \boldsymbol{\mu}_B{}' \ \Sigma_{BB}{}^{-1} \ \boldsymbol{\mu}_B$$

$$S_P{}^2 = \boldsymbol{\mu}' \ \Sigma^{-1} \boldsymbol{\mu}$$

의 관계가 도출된다.[6] 여기에서 $|\Sigma_R|$은 제약된 모형하에서의 誤差項의 분산-공분산행렬의 行列式의 값을 나타내며 $|\Sigma_U|$은 비제약된 모형하에서의 誤差項의 分散-共分散行列의 行列式의 값을 나타낸다. 그리고 $S_P{}^2$은 샤프지수(Sharpe index)의 자승값으로서 檢證에 고려되는 株式, N개를 포함하였을 때 유도되는 效率的 프론티어상의 기울기를 의미하며, $S_B{}^2$은 검증을 위하여 채택된 주식수($k = 1, 2, \ldots, K$)에 대한 샤프지수의 자승값을 의미한다.

그러나 Campbell-Lo-Mackinlay(1997)와 Gibbons-Ross-Shanken(1989)은 資料의 수가 有限의 경우에는 Λ를 통한 F-檢證이 註4)에서 설명된 χ^2檢證보다 더 효율적임을 주장하고 다음과 같은 검증통계량을 제시하였다.[7]

---

5) 즉 관찰치 T가 크다면 漸近的으로

$$-2\ln\Omega = T\ln\left(\frac{|\Sigma_R|}{|\Sigma_U|}\right) \quad \sim \quad \chi^2_{\nu-\nu_0}$$

가 된다. 여기에서 ν는 非制約된 模型下에서 推定되어야할 모수의 총수이다. 그리고 ν_0는 制約된 模型下에서의 추정되어야할 모수의 총수이다.

6) 이들의 관계에 대한 자세한 설명은 鞠燦杓-具本烈(1994)의 제16장을 참고바람.

7) Jobson-Korkie(1989)는 식 (22)의 檢證統計量이 代用市場포트폴리오의 效率性의 檢證節次와 동일함을 증명하였다.

$$\frac{T-N-1}{N-K} \cdot \left[\frac{1-\Lambda}{\Lambda}\right] \sim F_{(N-K),(T-N-1)} \tag{22}$$

그런데 식 (21)의 右邊項을 식 (22)에 대입하여 정리하면

$$\left(\frac{T-N-1}{N-K}\right)\left[\frac{\mu' \sum^{-1} \mu - \mu_B' \sum_{BB}^{-1} \mu_B}{1+ \mu_B' \sum_{BB}^{-1} \mu_B}\right] \sim F_{(N-K),(T-N-1)} \tag{23}$$

이 유도되어 이로부터 CAPM과 APM의 韓國證券市場에서의 適用可能性에 대하여 檢證할 수 있다.

Ⅲ. 實證的 硏究結果

1. 標本의 選定과 資料蒐集

(1) 産業別포트폴리오의 區分

本 硏究에 사용된 統計資料의 標本期間은 1980년 1월부터 1997년 6월까지의 月別株式收益率資料이며, 韓國信用評價(株)의 KIS-SMAT file로부터 추출하였다. 그리고 모든 종목을 1980년 1월 4일 基準으로 11개의 産業別로 구분하여 각 산업별 포트폴리오를 구성하였으며 이를 PORT#1, PORT#2, ..., PORT#11 등으로 정의하였다. 産業別포트폴리오의 구분내역은 <표 1>과 같다.

無危險資産의 收益率은 韓國銀行이 발행하는 『조사통계월보』의 3개월 정기예금 이자율을 월별수익률로 산출하여 구하였다. 따라서 실제로 추정에 사용되는 산업별 포트폴리오의 收益率은 앞 장에서 언급한 바와 같이 無危險利子率을 차감한 超過收益率(excess return)을 의미한다. 그리고 本 硏究에 사용된 통계package는 TSP Version 4.4와 SAS version 6.8이다.

한편 <표 2>에는 각 産業別포트폴리오들의 평균수익률, 표준편차, 최대값 및 최소값에 대한 記述統計量이 제시되어있다.[8]

---

8) 基準時點을 1980년으로 한 결과 11개의 각 포트폴리오들간의 平均收益率이 매우 近似한 것으로 나타나 산업별포트폴리오에 따른 特性이 나타나지 않았다. 따라서 産業別로 평균수익률에 차이가 나타나는 時點을 고려하여 편의상 연구의 分析始點을 1983년 1월을 基準으로 하였다. 그리고 이 시점의 이후부터 定期預金利子率과 債券의 收益率이 안정적인 추세를 보이고 있는점도 고려되었다.

〈표 1〉 產業別포트폴리오 區分

區 分	産 業 別	會社數
PORT#1	어업, 광업, 음식료품 제조업	33
PORT#2	섬유, 의복 및 가죽사업	33
PORT#3	나무, 종이	11
PORT#4	화학, 석유, 석탄, 고무 및 프라스틱제품 제조업	48
PORT#5	비금속 광물제품 제조업	14
PORT#6	제1차 금속산업	15
PORT#7	조립금속, 기계 및 장비제조업	38
PORT#8	종합건설업	29
PORT#9	도매업	17
PORT#10	운수 및 창고업	10
PORT#11	금융, 보험업	42
合 計		290

〈표 2〉 產業別포트폴리오및 代用市場指數들의 記述統計量

<期間 1983. 1～1997. 6 : 標本數 174>

區 分	平 均	標準偏差	最小값	最大값
PORT#1	.02248	.07905	-.19320	.33800
PORT#2	.02071	.07816	-.16460	.36960
PORT#3	.02524	.09405	-.20250	.35500
PORT#4	.02204	.07300	-.16060	.32530
PORT#5	.02099	.07924	-.15430	.37040
PORT#6	.02176	.08642	-.17160	.40240
PORT#7	.02088	.07481	-.16610	.23810
PORT#8	.01413	.11340	-.20470	.54920
PORT#9	.01754	.08533	-.21550	.33720
PORT#10	.01931	.08008	-.17290	.39590
PORT#11	.01980	.10173	-.17680	.41130

2. 實證的 硏究結果

(1) CAPM에 대한 實證的 硏究結果

(가) 回歸分析에 의한 CAPM의 實證的 硏究結果

CAPM이 현실적으로 韓國證券市場에서 適用可能性을 檢證하기 위하여 식 (19)에 의하여 無關回歸分析을 하였다. 검증절차는 식 (19)에서 獨立變數로 PORT#1의 收益率(즉, 1개要因)을 從屬變數로는 나머지 포트폴리오(PORT#2~#11)의 收益率로써 무관회귀분석을 실시하였다. 따라서 10개의 體系方程式(system equations)의 형태가 된다. 이에 대한 回歸分析의 결과가 <표 3>에 나타나 있다.

〈표 3〉 PORT#1을 獨立變數로한 경우의 回歸分析의 檢證結果

$$r_A = \alpha_A + \beta_A r_B + \xi_A \quad (19)$$

$$r_A' = (r_2\ r_3, \ldots, r_{11}), \qquad r_B = r_1$$

産業別	母數	推定値	t-값	p-값	R^2	D-W 값
PORT#2	α_2	.00143	.422	.673	.686	1.426
	β_2	.81881	19.509	.000		
PORT#3	α_3	.00516	1.031	.302	.527	1.949
	β_3	.86391	13.947	.000		
PORT#4	α_4	.00249	1.026	.304	.815	2.180
	β_4	.83355	27.704	.000		
PORT#5	α_5	.00201	.548	.548	.639	2.070
	β_5	.80143	17.571	.000		
PORT#6	α_6	.00209	.489	.625	.591	1.915
	β_6	.84078	15.881	.000		
PORT#7	α_7	.00311	.849	.395	.600	2.002
	β_7	.73294	16.161	.000		
PORT#8	α_8	-.00158	-.200	.841	.185	1.715
	β_8	.61710	6.286	.000		
PORT#9	α_9	.00139	.261	.793	.353	1.909
	β_9	.61710	9.748	.000		
PORT#10	α_{10}	.00639	.162	.871	.599	2.108
	β_{10}	.78444	16.139	.000		
PORT#11	α_{11}	.00546	.763	.445	.175	1.652
	β_{11}	.53847	6.078	.000		

* 1% 유의수준 dL 1.637임

CAPM이 현실적으로 韓國證券市場에서 적용가능한가를 檢證하기 위해서는 10개의 회귀식의 절편이 모두 統計的으로 0이 되어야 한다. <표 3>에서 보는 바와 같이 PORT#2의 수익률을 從屬變數로 한 경우에 절편의 추정치가 0.00143이고 이의 t-값이 0.422이고, p-값이 0.673으로서 統計的으로 0이라는 사실을 棄却하지 못하고 있다. 그리고 PORT#3의 수익률을 從屬變數로 한 경우에도 절편의 推定値가 0.00516이고 t-값이 1.031, p-값이 0.302로서 위와 동일한 결과를 보이고 있다.

나머지의 포트폴리오(PORT#4~#11)를 從屬變數한 절편항들도 모두 동일한 결과를 보이고 있다.[9)]

한편 D-W값이 1.452로서 비교적 낮은 PORT#2를 제외한 나머지의 포트폴리오의 D-W값은 모두 1% 유의수준인 1.637보다 크기 때문에 자동상관이 없는 것으로 나타났다.

이러한 사실은 CAPM을 검증한 결과 절편항이 모두 0과 有意的으로 차이가 없으므로 韓國證券市場에서 CAPM의 적용가능성을 棄却하지 못하고 있다.

(나) 多變量 檢證에 의한 CAPM의 實證的 硏究結果

식 (23)을 이용하여 CAPM이 현실적으로 韓國證券市場에서 適用可能한가를 검증하였다. 11개의 포트폴리오에 대한 檢證結果가 <표 4>에 나타나 있다.

먼저 CAPM을 檢證할 경우에 식 (23)에서 정의된 $\mu_B{}' \ \Sigma_{BB}{}^{-1} \mu_B$는 각각의 포트폴리오별로 檢證하기 때문에 B=1이 되며 이를 $\mu_1{}' \ \Sigma_{11}{}^{-1} \mu_1$로 정의하였다. <표 4>에서 보는 바와 같이 PORT#1의 경우에 $\mu_1{}' \ \Sigma_{11}{}^{-1} \mu_1$ 값이 0.04979이고 이에 따른 식 (23)의 F-값이 0.29525이고 이의 p-값이 0.9814임을 볼 때 식 (9)의 歸無假說이 棄却되지 않음을 보이고 있다. PORT#2의 경우에도 역시 $\mu_1{}' \ \Sigma_{11}{}^{-1} \mu_1$값이 0.04128이고, F-값이 0.43004, p-값이 0.9302임을 볼 때 식 (9)의 歸無假說이 棄却되지 않음을 보이고 있다.

9) 獨立變數로서 本文에서 사용된 PORT#1 이외에도 나머지 10개의 포트폴리오(PORT#2~#11)의 收益率을 각각 독립변수로 하여 無關回歸分析을 실시하였으나 위의 <표 3>의 내용과 별 차이점을 발견하지 못하여 지면관계상 本文에서 생략하였다.

이러한 사실은 <표 4>에서 보는 바와 같이 나머지 포트폴리오(PORT#3~#11)에 대하여도 동일한 결과를 보이고 있다.

〈표 4〉 CAPM의 多變量 檢證結果

산업별	$\mu_1' \Sigma_{11}^{-1} \mu_1$	F-값	p-값
PORT#1	.04979	.29525	.9814
PORT#2	.04128	.43004	.9302
PORT#3	.04710	.33760	.9694
PORT#4	.05554	.20543	.9955
PORT#5	.04159	.42504	.9328
PORT#6	.03836	.47686	.9031
PORT#7	.04601	.35484	.9637
PORT#8	.00672	1.0009	.4449
PORT#9	.02218	.74082	.6852
PORT#10	.03267	.56867	.8377
PORT#11	.02164	.74973	.6767

단, $\mu' \Sigma^{-1} \mu$의 값은 .68925임

(2) APM에 대한 實證的 研究結果

(가) 回歸分析에 의한 APM의 實證的 研究結果

(a) 2개要因에 의한 回歸分析

2개의 要因(PORT#1~#2)을 구성하여 韓國證券市場에서 APM의 適用可能性을 검증하였다. 검증절차는 식 (14)에서 PORT#1과 PORT#2의 수익률을 獨立變數로 하고 나머지 포트폴리오(PORT#3~#11)의 수익률을 從屬變數로 하여 無關回歸分析을 실시하였다. 따라서 9개의 體系方程式(system equations)의 형태가 된다. 이에 대한 回歸分析의 검증결과가 <표 5>에 나타나 있다.

〈표 5〉 PORT#1～#2를 獨立變數로한 경우의 回歸分析의 檢證結果

$$r_A = \alpha_A + \beta_A r_B + \xi_A \tag{19}$$

$$r_A' = (r_3\ r_4, \ldots, r_{11}),\ r_B = (r_1\ r_2)$$

産業別	母數	推定値	t-값	p-값	R^2	D-W 값
PORT#3	α_3	.00438	.941	.346		
	β_{31}	.41889	4.074	.000	.591	1.997
	β_{32}	.54349	5.224	.000		
PORT#4	α_4	.00196	.943	.345		
	β_{41}	.53042	11.531	.000	.864	2.401
	β_{42}	.37021	7.955	.000		
PORT#5	α_5	.00166	.463	.643		
	β_{51}	.59870	7.551	.000	.658	2.101
	β_{52}	.24759	3.086	.002		
PORT#6	α_6	.00107	.303	.761		
	β_{61}	.26008	3.327	.001	.720	2.123
	β_{62}	.70920	8.967	.000		
PORT#7	α_7	.00240	.737	.461		
	β_{71}	.32739	4.550	.000	.684	2.149
	β_{72}	.49528	6.804	.000		
PORT#8	α_8	-.00337	-.503	.614		
	β_{81}	-.40619	-2.741	.006	.417	1.801
	β_{82}	1.24973	8.338	.000		
PORT#9	α_9	.00215	.047	.962		
	β_{91}	-.03074	-.307	.759	.530	1.915
	β_{92}	.82082	8.108	.000		
PORT#10	α_{10}	-.00017	-.050	.960		
	β_{101}	.32008	4.230	.000	.695	2.256
	β_{102}	.56710	7.408	.000		
PORT#11	α_{11}	.00411	.642	.521		
	β_{111}	-.23222	-1.640	.101	.339	1.712
	β_{112}	.94123	6.572	.000		

* 1% 유의수준에서 dL값 1.626

APM이 韓國證券市場에서 적용가능하기 위해서는 9개의 回歸式의 절편이 모두 統計的으로 0이 되어야 한다. <표 5>에서 보는 바와 같이 PORT#3의 수익률을 從屬變數로 한 경우에 절편의 추정치가 0.00438이고 이의 t-값이 0.941이고 p-값이 0.346으로서 統計的으로 0이라는 사실을 棄却하지 못하고 있다. 그리고 PORT#4의 수익률을 從屬變數로 한 경우에도 절편의 추정치가 0.00196이고 t-값이 0.943, p-값이 0.345로서 統計的으로 0이라는 사실을 棄却하지 못하고 있다. 그리고 나머지의 포트폴리오(PORT#5~#11)를 從屬變數로한 절편항들도 모두 동일한 결과를 보이고 있다.[10]

한편 D-W값이 모두 1% 유의수준인 1.626보다 크기 때문에 모든 포트폴리오가 자동상관이 없는 것으로 나타났다.

이상과 같이 2개의 포트폴리오의 수익률을 獨立變數로 하여 APM을 檢證한 결과 절편항이 모두 0과 有意的으로 차이가 없음을 볼 때 韓國證券市場에서 APM의 적용가능성을 棄却하지 못하고 있다.

(b) 6개要因에 의한 回歸分析

6개의 要因(PORT#1~#6)을 구성하여 韓國證券市場에서 APM의 適用可能性을 검증하였다. 검증절차는 식 (14)에 의해 PORT#1-#6의 수익률을 獨立變數로 하고 나머지 포트폴리오(PORT#7~#11)의 수익률을 從屬變數로 하여 無關回歸分析을 실시하였다. 따라서 5개의 體系方程式(system equations)의 형태가 된다. 이에 대한 回歸分析의 결과가 <표 6>에 나타나 있다.

〈표 6〉 PORT#1~#6을 獨立變數로한 경우의 回歸分析의 檢證結果

$$r_A = \alpha_A + \beta_A r_B + \xi_A \tag{19}$$

단, $r_A' = (r_7\, r_8, \ldots, r_{11})$, $r_B' = (r_1\, r_2, \ldots, r_6)$

産業別	母數	推定値	t-값	p-값	R^2	D-W값
PORT#7	α_7	.00155	.554	.579	.767	2.005
	β_{71}	.05867	.694	.487		
	β_{72}	.17085	2.119	.034		
	β_{73}	-.04183	-.876	.381		

10) 獨立變數로서 本文에서 사용된 PORT#1과 PORT#2 이외에도 11개의 포트폴리오에서 독립 변수로 2개를 선택할 수 있는 가능한 組合의 수는 ${}_{11}C_2$ = 55이 된다. 本 硏究에서는 여러 가지의 조합에 대하여 無關回歸分析을 실시하였으나 위의 <표 5>의 경우와 별 차이점을 발견하지 못하여 지면관계상 本文에서 생략하였다.

〈표 6〉 계속

産業別	母數	推定値	t-값	p-값	R^2	D-W값
	β_{74}	.24700	2.025	.043		
	β_{75}	.12098	1.670	.095		
	β_{76}	.31834	4.365	.000		
PORT#8	α_8	-.00531	-.842	.399	.488	1.741
	β_{81}	-.74694	-3.927	.000		
	β_{82}	.70654	3.900	.000		
	β_{83}	.20306	1.893	.058		
	β_{84}	.36268	1.323	.186		
	β_{85}	-.09092	-.558	.577		
	β_{86}	.45272	2.762	.000		
PORT#9	α_9	-.00115	-.277	.781	.604	1.892
	β_{91}	-.32412	-2.578	.010		
	β_{92}	.45264	3.775	.000		
	β_{93}	.11829	1.666	.096		
	β_{94}	.14894	.821	.412		
	β_{95}	.14491	1.344	.179		
	β_{96}	.30014	2.766	.006		
PORT#10	α_{10}	-.00962	-.313	.754	.757	2.325
	β_{101}	.15452	1.671	.095		
	β_{102}	.29967	3.398	.001		
	β_{103}	.08595	1.646	.100		
	β_{104}	-.11167	-.837	.402		
	β_{105}	.18248	2.302	.021		
	β_{106}	.30580	3.833	.000		
PORT#11	α_{11}	-.00132	.223	.823	.438	1.718
	β_{111}	-.78706	-4.406	.000		
	β_{112}	.41815	2.454	.014		
	β_{113}	.26137	2.591	.010		
	β_{114}	.72369	2.808	.005		
	β_{115}	.03938	.257	.797		
	β_{116}	.14572	.945	.344		

* 1% 유의수준 dL값 1.578

APM이 韓國證券市場에서 적용가능하기 위해서는 5개의 回歸式의 절편이 모두 統計的으로 0이 되어야 한다. <표 6>에서 보는 바와 같이 PORT#7의 경우에 절편의 推定値가 0.00155이고 이의 t-값이 0.554이고 p-값이 0.579으로서 統計的으로 0이라는 사실을 棄却하지 못하고 있다. 그리고 나머지의 4개의 포트폴리오(PORT#8

~#11)의 절편항들도 모두 동일한 결과를 보이고 있다.[11]

한편 D-W값이 모두 1% 유의수준인 1.578보다 크기 때문에 모든 포트폴리오가 자동상관이 없는 것으로 나타났다.

이러한 사실은 6개의 포트폴리오의 收益率을 獨立變數로 하여 APM을 檢證한 결과 절편항이 모두 0과 有意的으로 차이가 없으므로 韓國證券市場에서 APM의 적용가능성을 棄却하지 못하고 있다.

(c) 10개要因에 의한 回歸分析

10개의 要因(PORT#1~#10)을 구성하여 실제로 韓國證券市場에서 APM의 適用可能性을 檢證하였다. 검증절차는 식 (14)에 의해 PORT#1-#10의 수익률을 獨立變數로 하고 나머지 1개의 포트폴리오(PORT#11)의 수익률을 從屬變數로 하여 多重回歸分析을 실시하였다. 이에 대한 檢證結果가 <표 7>에 나타나 있다.

〈표 7〉 PORT#1~#10를 獨立變數로한 경우의 回歸分析의 檢證結果

$$r_A = \alpha_A + \beta_A r_B + \xi_A \tag{19}$$

$$r_A = r_{11}, \quad r_B' = (r_1 r_2, \ldots, r_{10})$$

産業別	母數	推定値	t-값	p-값
절편	α_1	.00260	.444	.657
PORT#1	β_1	-.66248	-3.545	.000
PORT#2	β_2	.16508	.904	.366
PORT#3	β_3	.17518	1.717	.086
PORT#4	β_4	.73051	2.825	.005
PORT#5	β_5	-.03640	-.235	.814
PORT#6	β_6	-.01158	-.069	.945
PORT#7	β_7	-.19544	-1.134	.257
PORT#8	β_8	.05311	.690	.490
PORT#9	β_9	.36193	2.879	.004
PORT#10	β_{10}	.28399	2.879	.049

* 결정계수 R^2의 값은 .489이고, D-W 값은 1.745임
* 1% 유의수준 dL 값 1.529

11) 獨立變數로서 本文에서 사용된 PORT#1~#6이외에도 11개의 포트폴리오중 독립변수로서 6개를 선택할 수 있는 가능한 組合의 수는 ${}_{11}C_6$ = 55440이 된다. 本 硏究에서는 여러가지의 조합에 대하여 無關回歸分析을 실시하였으나 위의 <표 6>의 경우와 별 차이점을 발견하지 못하여 지면관계상 本文에서 생략하였다.

APM이 적용가능하기 위해서는 PORT#11을 從屬變數로한 회귀식의 절편이 통계적으로 0이 되어야 한다. <표 7>에서 보는 바와 같이 절편의 推定値가 0.00260이고, 이의 t-값이 0.444이고 p-값이 0.657로서 統計的으로 0이라는 사실을 棄却하지 못하고 있다.12)

한편 D-W값이 1.745로서 1% 유의수준인 1.529보다 크기 때문에 모든 포트폴리오가 자동상관이 없는 것으로 나타났다.

이러한 사실은 10개의 포트폴리오의 收益率을 獨立變數로 하여 APM을 검증한 결과 절편항이 0과 有意的으로 차이가 없으므로 韓國證券市場에서 APM의 적용가능성을 棄却하지 못하고 있다.

(나) 多變量 檢證에 의한 APM의 實證的 硏究結果

(a) 2개要因에 의한 多變量 檢證

2개의 要因으로 韓國證券市場에서 APM의 適用可能性을 檢證하였다. 이에 대한 多變量의 검증결과가 <표 8>에 나타나 있다. <표 8>에서 보는 바와 같이 2개의 포트폴리오를 순서대로 하나의 집단으로 구성하고 마지막 포트폴리오인 PORT#11은 편의상 PORT#10과 집단으로 구성하였다. 따라서 5개의 집단을 통하여 APM이 適用可能한가를 檢證하였다.

〈표 8〉 2개要因에 의한 APM의 多變量 檢證結果

산업별	$\mu_2' \ \Sigma_{22}^{-1} \mu_2$	F-값	p-값
PORT#1~#2	.05086	.30937	.9710
PORT#3~#4	.05885	.17118	.9966
PORT#5~#6	.04419	.42630	.9195
PORT#7~#8	.04819	.35597	.9539
PORT#9~#10	.03419	.60453	.7919
PORT#10~#11	.03572	.57697	.8146

단, $\mu' \ \Sigma^{-1} \mu$의 값은 .68925임

12) 獨立變數로서 本文에서 사용된 PORT#1~#10 이외에도 11개의 포트폴리오중 독립변수로 10개를 선택할 수 있는 가능한 組合의 수는 ${}_{11}C_{10}$ = 11이 된다. 本 硏究에서는 나머지 10개에 대한 多重回歸分析을 실시하였으나 위의 <표 7>의 경우와 별 차이점을 발견하지 못하여 지면관계상 本文에서 생략하였다.

먼저 PORT#1~#2로서 APM을 檢證할 경우에 식 (23)에서 정의된 $\mu_B{}' \ \Sigma_{BB}{}^{-1}\mu_B$ 는 각각 2개의 포트폴리오별의 조합을 통하여 檢證하기 때문에 $B=2$가 되며, 이를 $\mu_2{}' \ \Sigma_{22}{}^{-1}\mu_2$로 정의하였다. <표 8>에서 보는 바와 같이 PORT#1~#2의 경우에 $\mu_2{}' \ \Sigma_{22}{}^{-1}\mu_2$ 값이 0.05086이고, 이에 따른 식 (23)의 F-값이 0.30937이고, 이의 p-값이 0.9710임을 볼 때 식 (17)의 歸無假說이 棄却되지 않음을 보이고 있다. PORT#3~#4의 경우에도 $\mu_2{}' \ \Sigma_{22}{}^{-1}\mu_2$ 값이 0.05885이고 F-값이 0.17118, p-값이 0.9966임을 볼 때 역시 위의 경우와 동일한 결과를 보이고 있다.

마찬가지의 방법으로 <표 8>에서 보는 바와 같이 나머지 4개의 집단을 통한 다변량의 검증결과 모두 식 (17)의 歸無假說이 棄却되지 않음을 보이고 있다.[13]

(b) 6개要因에 의한 多變量 檢證

6개의 要因으로서 韓國證券市場에서의 APM의 適用可能性에 대한 다변량 검증을 실시하였다. 이에 대한 檢證結果가 <표 9>에 나타나 있다. <표 9>에서 보는 바와 같이 6개의 포트폴리오(PORT#1~#6)를 하나의 집단으로 구성하고 PORT#6~#11을 다른 집단의 포트폴리오로 구성하였다. 따라서 2개의 집단을 통하여 APM의 적용가능한가를 檢證하였다.

〈표 9〉 6개要因에 의한 APM의 多變量 檢證結果

산업별	$\mu_6{}' \ \Sigma_{66}{}^{-1}\mu_6$	F-값	p-값
PORT#1~#6	.06019	.26676	.9307
PORT#6~#11	.05399	.45894	.8063

단, $\mu' \ \Sigma^{-1}\mu$의 값은 .68925임

먼저 PORT#1~#6로써 APM을 檢證할 경우에 식 (23)의 정의된 $\mu_B{}' \ \Sigma_{BB}{}^{-1}\mu_B$ 는 각각 6개의 포트폴리오별로 檢證하기 때문에 B=6이 되고, 이를 $\mu_6{}' \ \Sigma_{66}{}^{-1}\mu_6$

13) 11개의 포트폴리오에서 2개를 선택할 수 있는 組合의 수는 ${}_{11}C_2$ = 55가 된다. 本 硏究에서는 가능한 여러 가지의 組合을 통하여 多變量 檢證을 실시하였으나 위의 <표 8>의 내용과 별 차이점을 발견하지 못하여 지면관계상 本文에서 생략하였다.

으로 정의하였다. <표 9>에서 보는 바와 같이 PORT#1~#6의 경우에 $\mu_6' \ \Sigma_{66}^{-1} \mu_6$ 값이 0.006019이고, 이에 따른 식 (23)의 F-값이 0.26676이고, 이의 p-값이 0.9307임을 볼 때 식 (17)의 歸無假說이 棄却되지 않음을 보이고 있다.

마찬가지의 방법으로 나머지 포트폴리오(PORT#6~#11)의 집단을 통한 多變量의 검증결과 <표 9>에서 보는 바와 같이 歸無假說을 棄却하지 못하고 있는 것으로 나타나고 있다.[14)]

(c) 10개要因에 의한 多變量檢證

6개의 要因으로서 韓國證券市場에서의 APM의 適用可能性에 대한 다변량 검증을 실시하였다. 이는 포트폴리오를 구성할 수 있는 최대 집단으로 10개의 경우이다. 이에대한 檢證結果가 <표 10>에 나타나 있다. <표 10>에서 보는 바와 같이 10개의 포트폴리오(PORT#1~#10)를 순서대로 하나의 집단으로 구성하고 그리고 PORT#2~#11을 다른 집단의 포트폴리오로 구성하였다. 따라서 2개의 집단으로 구성하여 APM이 적용가능한가를 檢證하였다.

〈표 10〉 6개要因에 의한 APM의 多變量 檢證結果

산업별	$\mu_{10}' \ \Sigma_{1010}^{-1} \mu_{10}$	F-값	p-값
PORT#1-#10	.06763	.19519	.6529
PORT#2-#11	.06891	.00164	.9677

단, $\mu' \ \Sigma^{-1} \mu$의 값은 .68925임

먼저 PORT#1-#10으로써 APM을 檢證할 경우에 식 (23)에서 정의된 $\mu_B' \ \Sigma_{BB}^{-1} \mu_B$는 각각 10개의 포트폴리오별로 檢證하기 때문에 B=10이 되고, 이를 $\mu_{10}' \ \Sigma_{1010}^{-1} \mu_{10}$으로 정의하였다. <표 10>에서 보는 바와 같이 PORT#1~#10의 경우에 $\mu_{10}' \ \Sigma_{1010}^{-1} \mu_{10}$ 값이 0.006763이고 이에 따른 식 (23)의 F-값이 0.19519이고 이의 p-값이 0.6529임

14) 11개의 포트폴리오에서 6개를 선택할 수 있는 組合의 수는 $_{11}C_6$ = 55440이 된다. 本 硏究에서는 가능한 여러가지의 조합에 대한 多變量 檢證을 실시하였으나 위의 <표 9>의 내용과 별 차이점을 발견하지 못하여 지면관계상 本文에서 생략하였다.

을 볼 때 식 (17)의 歸無假說이 棄却되지 않음을 보이고 있다.

마찬가지의 방법으로 나머지 포트폴리오(PORT#6~#11)의 집단을 통한 다변량의 檢證結果 <표 10>에서 보는 바와 같이 모두 歸無假說을 棄却하지 못하고 있다.[15)]

Ⅳ. 結　論

本 硏究에서는 CAPM과 APM을 檢證하는 方法을 回歸分析에 의한 檢證方法과 多變量의 통계학에 의한 檢證方法을 제시하고 현실적으로 CAPM과 APM이 韓國證券市場에서 適用可能한가에 대한 實證的 檢證을 실시하였다.

實證的 檢證을 위하여 먼저 우리 나라의 株式收益率資料를 1980년 1월부터 1997년 6월까지의 月別資料에 의하여 11개 産業別로 분류작업을 통하여 산업별포트폴리오를 구성하였다. 그리고 APM의 경우에는 要因의 증가에 따라 모형이 현실적으로 타당한가를 檢證하기 위하여 要因을 2개, 6개로 증가하여 모형의 適合性을 檢證하였다. 추가적으로 本 硏究에서 구성한 11개의 포트폴리오의 경우에 검증모형에 투입될 수 있는 최대의 要因인 10개까지 증가시켜 實證的 檢證을 하였다. 요인을 10개까지 증가한 것은 11개의 포트폴리오의 경우에 고려될 수 있는 최대의 要因數이기 때문이다.

檢證結果, CAPM의 경우에나 APM의 경우에 모두 韓國證券市場에서 適用可能性에 대한 歸無假說을 棄却하지 못하는 것으로 나타났다. CAPM의 경우에 타당한 것으로 나타났다. 그리고 APM의 경우에도 要因이 2개, 6개와 10개의 경우에도 모두 성립하는 것으로 나타났다. 따라서 두 모형 모두 현실적으로 韓國證券市場에서 적용가능한 것으로 나타났다.

이와 같이 어떠한 포트폴리오의 구성에 의해서도 성립함을 볼 때 Roll-Ross (1980)의 實證的 硏究에서 중심이 되었던 몇 개의 가격화 요인이 APM에 영향을 주는가에 대한 것은 큰 중요한 문제가 없는 것을 암시하고 있다. 따라서 要因의 數

15) 11개의 포트폴리오에서 10개를 선택할 수 있는 가능한 組合의 수는 ${}_{11}C_{10}$ = 11이 된다. 本 硏究에서는 나머지 10개에 대한 多變量 檢證을 실시하였으나 위의 <표 10>의 경우와 별 차이점을 발견하지 못하여 지면관계상 本文에서 생략하였다.

를 증가시킬수록 期待收益率의 설명력을 높일 수 있다는 전통적인 APM의 연구와는 일치하지 않은 것으로 나타났다.

본 연구의 分析上의 장점으로는 CAPM의 검증시에 市場포트폴라오의 존재를 필요치 않다는 것이다. 두 식을 서로 상쇄함으로써 시장포트폴리오는 검증시에 소거되고 따라서 포트폴리오의 수익률간에 回歸模型으로 나타나고 있다. 이러한 분석을 확대하여 APM檢證에 그대로 적용할 수 있다. 그러나 이러한 장점도 있는 반면에 變數誤差의 問題를 완전히 해결하지 못하는 문제점도 있다.

<附　錄>

[$B_A B_B^{-1} = \Sigma_{AB} \Sigma_{BB}^{-1}$]의 증명

본문의 식 (12)에서 초과수익률 $\boldsymbol{r}$의 분산-공분산 행렬은

$$\begin{aligned} Var(\boldsymbol{r}) = \Sigma &= Var(\boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{BF} + \boldsymbol{\varepsilon}) = Var(\boldsymbol{BF} + \boldsymbol{\varepsilon}) \\ &= \boldsymbol{B}E(\boldsymbol{FF'})\boldsymbol{B'} + E(\boldsymbol{\varepsilon\varepsilon'}) \\ &= \boldsymbol{BB'} + \boldsymbol{\phi} \end{aligned} \tag{a}$$

단, $\boldsymbol{\phi} = E(\boldsymbol{\varepsilon\varepsilon'})$

이 된다. 그런데 여기에서 본문의 선형독립의 가정에 따라 식 (13a)의 오차항은 점근적으로 0에 접근하므로 식 (13a)를 분산을 취하면 초과수익률 $\boldsymbol{r_B}$의 분산-공분산 행렬은

$$Var(\boldsymbol{r_B}) = \Sigma_{BB} = \boldsymbol{B_B B_B'} \tag{b}$$

이 된다. 이에 따라 식 (13a)의 오차항과 식 (13b)의 오차항과는 상관관계가 점근적으로 0에 접근하므로

$$Cov(\boldsymbol{r_A}, \boldsymbol{r_B}) = \Sigma_{AB} = \boldsymbol{B_A B_B'} \tag{c}$$

$$Cov(\boldsymbol{r_B}, \boldsymbol{r_A}) = \Sigma_{BA} = \boldsymbol{B_B B_A'} \tag{d}$$

이 된다. 그러나 두 번째집단인 식 (13b)의 초과수익률 $\boldsymbol{r_A}$의 오차항의 분산-공분산 행렬은

$$Var(\boldsymbol{r_A}) = \Sigma_{AA} = \boldsymbol{B_A B_A'} + \boldsymbol{\Omega} \tag{e}$$

단, $\boldsymbol{\Omega} = E(\boldsymbol{\varepsilon_A \varepsilon_A'})$

이 된다.

따라서 식 (c)를 식 (b)에 따라 정리하면

$$Cov(\boldsymbol{r_A}, \boldsymbol{r_B}) = \Sigma_{AB} = \boldsymbol{B_A}\ \boldsymbol{B_B}' = \boldsymbol{B_A}(\ \boldsymbol{B_B}^{-1}\ \Sigma_{BB}) \tag{f}$$

로 둘 수 있다. 그리고 식 (f)를 식 (c)에 따라 정리하면

$$\boldsymbol{B_A}\ \boldsymbol{B_B}^{-1} = \Sigma_{AB}\ \ \Sigma_{BB}^{-1} \tag{g}$$

의 관계를 얻어 증명이 끝난다. 그리고 이로부터 앞 장의 식 (17)의 귀무가설은 다음과 같이

$$H_o\ :\ \boldsymbol{\mu_A} = \Sigma_{AB}\ \ \Sigma_{BB}^{-1}\boldsymbol{\mu_B} \tag{h}$$

로 표현이 가능하다.

參考文獻

具本烈(1995), "代用市場포트폴리오의 效率性에 대한 多變量 檢證-無危險資産이 存在하지않을 경우-", 財務管理硏究, 第12號第2卷, pp.43-71.

鞠 燦杓-具 本烈(1994), 現代財務論, 比峰出版社.

黃 善雄-李 逸均(1991), "資本資産포트폴리오의 效率性에 대한 多變量 檢證," 證券學會誌, 13, pp.357-401.

Black,F., M.Jensen, and M.Scholes(1972), "The Capital Asset Pricing Model : Some Empirical Tests", In *Studies in the Theory of Capital Markets*, edition, New York : Praeger Publishers, Inc.

Campbell,J.Y., A.W.Lo, and A.C.MacKinlay(1997), *The Econometrics of Financial Markets*, Princeton University Press.

Chen,N., R.Roll and S.A.Ross(1986), "Economic Forces and the Stock Market : Testing the APT and Alternative Asset Pricing Theories", *Journal of Business*, pp.383-403.

Fama, E.(1976), *Foundations of Finance*, Basic Books, New York.

Fama,E., and J.McBeth(1973), "Risk, Return, and Equilibrium : Empirical Tests", *Journal of Political Economy*, May, pp.607-636.

Gibbons,M.R.(1982), "Multivariate Tests of Financial Model : A New Approach", *Journal of Financial Economics*, 10, pp.3-27.

Gibbons,M.R., S.A.Ross, and J.Shanken(1989), "A Test of the Efficiency of a Given Portfolio," *Econometrica,* 57, September, pp.1121-1152.

Greene,W.H.(1993), *Econometric Analysis*, 2nd edition, Macmillian Publishing Co. New York.

Huang,Chi-fu, and R.H.Litzenberger(1988), *Foundations for Financial Economics*, Chap.10, North-Holland.

Jobson,J.D., and B. Korkie(1982), "Potential Performance and Tests of Portfolio Efficiency," *Journal of Financial Economics*, 10, pp.433-466.

Jobson,J.D.(1982), "A Multivariate Linear Regression Test for the Arbitrage Pricing Theory," *Journal of Finance*, 37, September, pp.1037-1042.

Johnson,R.A. and D.W.Wichern(1988), *Applied Multivariate Analysis*, Prentice Hall, Inc.

Kandel,S.(1984), "The Likelihood Ratio Test Statistic of Mean-Variance Efficiency without a Riskless Asset," *Journal of Financial Economics*, 13, pp.575-592.

Kandel,S. and R.F.Stambaugh(1995), "Portfolio Efficiency and the Cross-Section of Expected Returns," *Journal of Finance*, 50, pp.157-184.

Mackinlay,A.C., and M.P.Richardson(1991), "Generalized Method of Moments to Test Mean-Variance Efficiency", *Journal of Finance*, 46, pp.511-527.

Roll,R.(1985), "A Note on the Geometry of Shanken's $CSRT^2$ Test for Mean/Variance Efficiency", *Journal of Financial Economics*, 14, pp.349-357.

Roll,R. and S.A.Ross, "An Empirical Investigation of the Arbitrage Pricing Theory", *Journal of Finance*, 35, pp.1073-1103.

Ross,A.(1980), "A Test of Efficiency of a Given Portfolio", Prepared for the World Econometrics Meetings, Aix-en-Provence.

Shanken,J.(1985), "Multivariate Tests of the Zero-Beta CAPM", *Journal of Financial Economics*, 14, pp.327-348.

Sharpe,W.F.(1964), "Capital Asset Prices; A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk", *Journal of Finance*, 19, pp.425-442.

Srivastava,M.S., and E.M.Carter(1983), *Applied Multivariate Statistics*, North-Holland.

Zhou,G.(1993), "Asset-Pricing Tests under Alternative Distributions", *Journal of Finance*, 48, pp.1927-1942.