財務管理硏究 第十六巻 第一號(1999. 6), 171~191

계절적 변동과 주가의 형성 : 계절적 단위근

李 逸 均*

〈요 약〉

시간의 흐름에 걸친 주가시계열의 행동양식에 대한 연구에서는 선형성, 비선형성, 장기기억, 항상성분 등에 대한 명확한 결론을 내리고 있지 못한 실정이다. 주가 시계열과정을 설명하고 예측하기 위한 여러 모형들에 대한 실증연구에는 설명력과 예측력을 완벽하게 갖추고 있지 못하고 있다는 증거들이 제시되고 있다. 계절적 변동을 주가시계열에 적용하지 않는 관계로 이와 같은 결과가 발생할 가능성이 존재한다.

분기별 종합주가지수의 수익률에 계절적 단위근이 존재하고 있음이 실증분석을 통하여 밝혀졌다. 이 시계열에서는 계절적 단위근을 제거하기 위하여서는 제4계 시차 작용소가 적절한 필터임이 인정되었다. 월별 종합주가지수의 수익률에서도 계절적 단위근이 존재하고 있다. 따라서 제12계 시차 작용소를 사용하여 계절적 단위근을 제거하여야 할 것이다. 분기별 수익률에는 제4차 시차 작용소를, 월별수익률에서는 제12차 시차 작용소를 필터로 사용하여 이 시계열들을 차분화하고 이 차분화를 통하여 계절적 단위근을 제거한 후에 이 시계열들의 시계열적 성질과 특성을 탐구해야 할 것이다. 이 과정을 통할 때 시계열 과정에 대한 계량경제학적 모형에 대한 정확한 추론이 가능하게 된다.

I. 서 론

天之所能者 生萬物也 人之所能者 治萬物也.
天非有預乎治亂云爾 人非有預乎寒署云爾.[1)]

Cézanne had advised him(Picasso) to look at nature in terms of spheres, cones and cylinders. ... This strange medley

---

* 명지대학교 경영학과 교수

1) 하늘이 할 수 있는 것은 온갖 사물을 생성하는 것이고, 사람이 할 수 있는 것은 온갖 사물을 다스리는 것이다. 하늘은 다스려지고 혼란해지는 것 따위에는 간여하지 않고, 사람은 덥고 추운것 따위에는 간여하지 않는다.(劉禹錫, 天論)

> of images represents more of the 'real' violin than any single snapshot or meticulous painting could ever contain.[2]

주식시장에는 주말효과가 존재하고 정월효과가 존재한다는 증거들이 제시된 바 있다. 이 효과들이 발생하는 원인들에 대하여 여러 가설들이 제시되어 있지만 가설들로 머물러 있는 실정이며, 명확한 해명이 이루어지지 못하고 있다. 주말효과나 정월효과는 이상하게 발생한 特異的 현상인가 아니면 정칙성을 갖는 일반적 현상인가? 이 현상은 계절적 변동의 틀 속에서 이루어 질 수 있는 현상일 가능성은 없는가?

주가시계열의 성질과 특성을 파악하기 위하여 시계열 분석의 여러 방법론이 적용되어 오고 있다. 특히, 주가의 정확한 예측을 이룩하기 위하여 정교한 방법을 사용하여 예측모형을 정립하고 있다. 주가의 동태적 비선형성을 포착하기 위한 자기회귀 이분산계통의 모형, 비정상적 시계열(nonstationary time series)이나 무작위 행보(random walk)를 따르는 시계열을 정상적 시계열로 전환시키기 위한 적분 과정(integrated process), 정수적분이 아니라 분수적분(fractional integration)이 시계열의 성질을 보다 정확하게 들어낼 수 있도록 하기 위한 분수적분 과정, 단기예측은 가능하나 장기예측은 불가능하다는 분수차원(fractional dimension)의 카오스 과정(chaotic process), 충격의 지속성을 표출해내기 위한 분수적분 자기회귀 이동평균 과정(fractionally integrated ARMA)과 분수적분 일반 자기회귀 이분산 모형 등이 주가생성 과정으로 집중적 조명을 받아 오고 있다.

이와 같은 확률과정이나 모형들이 주가시계열의 성질과 특성을 규명하는데 괄목할 역할을 담당한 것을 부인할 수 없다. 그러나 이 과정과 모형들을 주가시계열에 적용하여 주가의 운동양식을 완벽하게 찾았다고는 보기가 어려운 실정이다. 연구에 적용할 확률 과정이나 모형에 알맞도록 데이타를 변용하는 방식에 따라 실증결과들이 차이를 보이고 있다. 결과들의 차이나 상반된 증거들이 실증분석을 통하여 제시되는 것은 여러 원인이 존재할 수 있겠지만, 주가시계열에 계절적 변동이 존재하고 있는데도 불구하고 계절적 변동이나 계절적 단위근을 고려하지 않고 실증분석을 수행하기 때문에 데이타의 특성이 보다 명확하고 심도있게 규명되지 못하고 있을 가능성도 배제할 수 없을 것이다. 이 가능성에 대한 검토가 요청되고 있다.

계절성(seasonality)은 반드시 규칙적인 것은 아니지만 1年內에 변동하는 체계적인 움직임(movement)이다. 이 움직임은 직·간접적으로 경제주체의 생산 및 소비결정을

---

2) E. H. Gombrich, The Story of Art(London, Phaidon, 1995), p.574.

통하여 발생하며, 특히 이 결정의 시점으로부터 큰 영향을 받는다. 이 같은 결정은 경제주체의 부존자원, 기대 및 선호와 이동가능한 생산기술에 의하여 영향을 받는다. 경제주체는 이 계절성을 고려하여 의사결정을 내린다.

Frances(1996)는 영국의 총소비와 비내구재 소비에 계절적 단위근이 존재하고 있음을 실증분석을 통하여 제시하고 있다. 그는 미국의 산업생산과 캐나다의 실업 데이타에 계절적 단위근이 존재하고 있음도 밝히고 있다. 소비가 계절적으로 변동을 하고 있으면 자본자산의 소비기저 모형(consumption-based asset pricing model)의 검정에는 계절적 변동을 적절히 반영하여 검정을 수행해야 할 것이다. Hylleberg(1994)는 미국의 산업생산지수의 대수(logarithm)를 분기별로 정리하여 그래프로 도시하였는 바, 계절적 변동이 존재함을 발견하였다. 추세는 상향적이고 성장률은 제2분기에 최고를 보이고 있다. 제3분기 성장률이 상향의 추세를 갖고 있다. 성장률의 계절적 양태는 시간의 흐름에 따라 일정하게 유지되어 있지 못하고 있다. 필터(filter)로서는 제1계 차분변수가 적절하고 제1계 차분변수를 4개의 계절적 임시변수(dummy variable)에 대하여 회귀식을 정립하면 계절적 변동을 용이하게 파악할 수 있다는 주장을 제시하였다.

자본자산가격 결정모형(CAPM)을 비롯하여 異時的 模型(interemporal model), 소비베타 모형, 消費基底 模型, 생산기저 모형(production-based asset pricing model) 등은 경제주체의 효용함수를 기본으로 하여 정립된, 자본자산의 가격을 결정하는 모형이다. 소비와 생산이 계절적 변동을 하고 있다면 이 모형들이 예측해 주는 주가는 계절적 변동을 내포하고 있을 것이다. 이 모형에 대한 실증적 검정에 계절적 변동을 조정한 시계열을 사용하는 경우가 있는데, 이것은 계절적 변동의 영향을 제거하여 모형의 정확한 검정을 수행하기 위하여 취하는 방법인 것이다. 그런데 모형의 실증적 분석을 보다 정확하게 수행하기 위해서는 계절적 변동이 어느 시차에서 발생하는가를 규명하고 이를 통하여 시계열을 변형시켜야 한다. 단순한 시계열적 조정은 오히려 데이타를 왜곡시킬 가능성이 있다.

거시경제변수들에 대한 계절적 및 비계절적 단위근과 계절적 적분 및 공적분에 대한 검정은 여러 측면에서 이루어지고 있으나, 주가를 비롯한 금융시계열에 대한 이와 같은 분석은 거의 진행된 바가 없는 실정이다. 실물경제를 화폐적 측면에서 반영한 것이 화폐경제이다. 따라서 실물변수의 움직임과 금융변수의 움직임은 밀접한 관계가 형성되어 있다. 특히, 주가는 자본자산가격 결정모형에 의하면 모든 거시경제변수들의 상호작용을 통하여 형성된 단일의 총체에 의하여 결정된다. 즉, 거시경제변수들의 활동들이 총합화되어 형성되는 시장위험에 의하여 주가가 결정된다. 이와 같은 측면에서 보면

주가 역시 계절적 변동에서 벗어나기가 어렵다고 추측된다.

資本資産의 消費基底模型(consumption-based asset pricing model)의 검정을 수행하는 일련의 연구에서는 계절적 변동을 조정한 주가시계열을 사용하여 이 모형을 검정하였는데, Hansen과 Singleton(1982)과 Finn 등(1990)은 기대효용과 화폐효용을 사용하여 실증분석을 수행하였는 바 이 모형을 기각하고 있다. Epstein과 Zin(1991)은 계절성을 제거한 주가에 대하여 비기대효용을 사용하여 소비기저모형을 검정하였다. 그들은 이 모형이 성립하고 있지 않다는 결론을 제시하고 있다. 이에 대하여 Il King Rhee(1994)는 비기대모형을 사용하고 계절성을 조정하지 않은 한국주가시계열에 대하여 이 모형을 실증적으로 분석하였는데 이 모형이 현실 적합성을 갖고 있음을 발견하였다. 그러나 기대효용과 화폐기대효용을 사용할 때 이 모형은 성립하지 않고 있음을 제시하고 있다.[3] Ferson과 Harvey(1992)는 계절적 변동을 조정하지 않는 주가시계열을 사용하고 관습(habit)을 인정하였을 때 이 모형을 기각하는데 실패하고 있다. 이 연구에서는 계절변동과 주가와의 관계가 직접적으로 규명되지 않고 간접적으로 취급되어 있으므로, 이 관계에 대한 결론을 분명하게 내릴 수 없다. 관습이 시계열의 계절성을 형성하는 요인으로 상정될 수 있기 때문에 그들이 제시한 증거는 주가시계열 내에 계절성이 존재하고 있음을 간접적으로 밝혀주고 있는 것으로 생각할 수 있다. 이 연구들에서는 시계열의 추세만 고려하여 조정된 시계열(detrended time series)을 사용하고 있으므로 계절성의 성질과 특성을 정확하게 시계열의 조정에 반영시켰다고 보기는 어렵다. 말하자면 시계열의 계절성을 정확히 반영하여 시계열의 정상성(stationarity)을 확보해 주는 필터(filter)를 사용하지 않고 있다. 때문에 그들은 주가시계열의 계절성을 주가결정모형들의 검정에 정확하게 반영하고 있다고는 보기가 힘들다. 여기에서 계절성과 계절단위근을 제거하여 시계열의 정상성을 확보하기 위한 필터의 발견이 요청되고 있는 것이다.

李逸均(1997)은 한국종합주가지수의 수익률을 사용하여 이 수익률에 계절적 공적분이 존재하고 있는가 않는가를 분석하였다. 그는 주가시계열에 계절적 공적분이 존재하고 있지 않음을 실증분석을 통하여 발견하였다. 그러나 비계절적 공적분은 존재하고

3) 기대효용을 근간으로하여 자본자산의 가격결정모형이 정립되었는 바, 이 모형이 실증분석에서 현실 적합성을 인정받지 못하고 있다. 이러한 현상은 기대효용을 사용하여 모형이 정립되었기 때문이 아닌가 하는 의구심이 든다. 기대효용은 독립성 공리가 전제되어 정립되었는데, 이 공리가 현실적으로 인정되지 못하고 있기 때문이다. 또한 선호는 시간의 흐름에 걸쳐 변할 수 있다. 동태적 관점에서 정립된 체계가 비기대효용이다. 이 비기대효용이 현실에 보다 가깝게 접근해 있다. 따라서 비기대효용에 의한 자본자산 가격결정모형의 정립이 요청되고 있다고 할 수 있다.

있음을 밝히고 있다. 그는 이 발견을 통하여 주가시계열이 장기기억과정과 비선형과정에 의하여 생성될 수 있을 가능성을 제시하고 있다.

具本烈(1998)은 한국종합주가지수가 비효율적 지수이며, 이로 인하여 성과측정지수나 자본자산의 가격결정 모형의 실증연구에 이 지수를 대용시장지수로 사용하면 문제점이 발생할 수 있다고 주장하고 있다. 黃善雄과 李逸均(1991)도 한국종합주가지수가 비효율적이라는 점을 실증분석을 통하여 밝히고 있다. 그들은 단순가중지수와 가치가중지수가 평균·분산의 측면에서 효율성을 지니고 있으며 가치가중지수가 보다 효율성이 높다는 점을 제시하고 있다. 시계열 모형에 대한 검정은 시계열의 비효율성에 의하여 왜곡될 수도 있다. 이 왜곡은 시계열의 계절성이 존재할 때 심화될 것이다.

요컨대, 재무시계열에 대한 계절성의 영향을 직접적으로 규명하기 위한 연구가 활발히 진행되지 못하고 있는 실정이다. 위에서 살펴 본 바와 같이 실물경제 시계열이 계절성을 갖고 있으며 계절적 적분과 공적분(cointegration)이 요구되고 있다. 재무시계열이나 금융시계열이 실물의 거울과 같은 역할을 담당하고 있다. 화폐나 금융이 실물경제에 대응되는 영역에서 작동하고 동시에 실물경제에 대하여 본연의 임무로써 해야 할 역할을 담당하고 있는 것은 사실이지만, 이 영역 이외에서도 이 시계열들은 그 자체의 성질에 의하여 활동하고 있다. 실물의 움직임이 다른 형태로 표현될 때 갖게 되는 특성과 아울러 그 자체의 성질과 자체적 논리에 따라서 실물과는 독립적으로 움직임으로써 생성되는 복합적·통합적 형태로서의 재무시계열과 금융시계열은 바로 그 복합성·통합성의 성질에 대한 본질적 이해가 요청되고 있으며 실물의 성질이 재무시계열에서 어떤 역할을 담당하고 있는지가 규명되어야 할 것이다. 그 일환으로 이 시계열의 계절성에 대한 통찰도 요청되고 있다고 할 수 있다.

이 논문에서는 계절적 단위근의 존재여부와 단위근을 제거하기 위한 필터의 발견에 연구의 목적을 두고저 한다.

주가가 계절적 변동과 밀접한 관계가 있음이 밝혀지면, 자본자산의 가격을 결정하는 모형을 정립할 때 이 요소가 고려되어야 한다. 뿐만 아니라 주가의 시계열적 성질과 특성을 파악하고 규명하기 위한 연구에 있어서도 계절성을 중요한 인자로 고려해야 할 것이다. 현재까지의 주가시계열에 대한 연구는 自己回歸模型(autoregressive model; AR)과 자기회귀 이동평균모형(autoregressive moving average model; ARMA)을 중심으로 하는 변형모형이 사용되어 왔으나, 계절성이 인정되면 ARMA, 특히 ARIMA모형에서 적분(integration)은 계절적 적분을 수행하여 SARIMA모형으로 정립해야 할 것이다. ARCH계통의 모형에서 異分散(heteroscedasticity)이 존재한다는 실증적 결과가

제시되고 있는데, 계절적 변동이 주가에 영향을 미치고 있는 경우에는 이분산성(heteroscedasticity)이 계절적 요인에 의하여 발생될 가능성에 대한 천착도 요구된다.

계절적 변동이 존재하는 시계열은 季節的 積分(seasonal integration)의 문제가 발생한다.[4] 따라서 이와 같은 시계열에 있어서는 확률적 추세를 제거하는 것이 중요시된다. 이 경우에는 시차작용소(backshift operator)를 L이라 하면 (1-L)(1-L^4) 필터, 즉 $\triangle_1\triangle_4$ 필터가 확률적 추세를 제거시키는데 적절할 수 있다. Hasza와 Fuller(1982)는 1분기전, 4분기전과 5분기전의 시계열 변수를 독립변수로 하고 現期 시계열 변수를 종속변수로 하는 회귀식을 정립하여 계절적 적분여부를 검정하고 있다. 이에 대하여 Osborn 등(1988)은 $\triangle_1\triangle_4$ 필터를 차수 k의 다항식으로 조정한 시계열을 종속변수로 하고 계절적 임시변수와 1분기전 및 4분기전의 시계열을 독립변수로 하는 모형을 정립하여 계절적 공적분(seasonal cointegration)을 검정하고 있다. Osborn(1990)은 영국의 거시경제변수들에 이 방법을 적용하여 계절적 공적분을 검정하였는 바, $\triangle_1\triangle_4$ 필터가 적합하지 않음을 발견하였다.

Hylleberg 등(1990)은 분기별 시계열의 季節的 單位根과 非季節的 單位根의 검정방법과 검정통계량을 제시하였다. Beaulieu와 Miron(1993)은 Hylleberg 등의 방법을 확장하여 月別 時系列의 계절적 및 비계절적 단위근 검정방법을 개발한 바 있다. 이 논문에서는 이들의 방법을 주가지수에 적용하여 계절적 단위근의 존재 여부를 점검하고자 한다.

이 논문은 다음과 같이 진행된다. 제2절에서는 계절적 단위근과 계절적 단위근을 해소시키기 위한 필터를 검정하기 위한 통계량을 유도한다. 제3절에서는 우리나라의 주가에 대하여 실증분석을 수행하고, 실증분석 결과의 경제적 의미를 분석한다. 제4절에서는 결론을 제시한다.

Ⅱ. 계절적 단위근 검정방법

차분 필터(differencing filter)는 시계열의 계절적 단위근과 비계절적 단위근의 계수를 의미한다. L을 시차작용소로 하고 $\Delta_S = 1 - L^S$라고 정의한다. i를 허수라고 하고 $(1-z^s)$ 또는 $\exp(Si\phi) = 1$의 해를 구해보자. z 또는 ϕ에 대한 일반해는

4) 두 시계열이 단위근을 가질 때 이 두 시계열의 회귀식은 단위근을 제거해야 추정과 검정이 정확하게 이루어진다. 단위근을 제거하기 위하여 차분을 수행하게 되는데, 차분을 d라 할 때 적분과정은 I(d)가 된다. 이때 d는 정수가 될 수 있고 실수가 될 수 있다. I(d)에서 d가 실수이면 분수적분이 되며, 이 시계열은 장기기억의 시계열이 된다.

$k=1, 2, \cdots$에 대하여 $\{1,\ \cos(2\pi k/s)+i\sin(2\pi k/s)$로 모두 단위근 위에 놓이는 S개의 서로 다른 해를 얻는다. S = 4라 하면 $(1-z^4)=0$ 의 해는 {1, i, -1, i}이다. 이것은 다음을 의미한다.

$$\begin{aligned}\triangle_4 &= (1-L^4) = (1-L)(1+L)(1-iL)(1+iL)\\ &= (1-L)(1+L)(1+L^2)\\ &= (1-L)(1+L+L^2+L^3)\end{aligned}$$

단위근 1은 비계절적 단위근이고 단위근 -1과 ±i는 계절적 단위근이다. 임의의 차분 필터 $\triangle_S$는 $\triangle_S=(1-L)(1+\cdots+L^{S-1})$로 쓸 수 있다. 따라서 임의의 $\triangle_S$는 하나의 비계절적 단위근을 갖는 부분과 (S-1)개의 계절적 단위근을 갖는 부분으로 구성될 수 있다.

Hylleberg 등(1990)은 분기별 시계열의 계절적 단위근과 비계절적 단위근에 대한 검정 방법을 제시하고 있다. 그들은 $(1-L^4)$ 필터와 $(1-L)$이나 $(1+L)$과 같은 형태를 대비시켜 계절적 단위근을 검정하고 있다. 그들은 계절적 단위근과 비계절적 단위근의 존재여부를 검정하기 위한 보조회귀식(auxiliary regression)을 다음과 같이 정립하였다.

$$\phi^*(L)\,y_{4,t} = \mu_t + \pi_1 y_{1,t-1} + \pi_2 y_{2,t-1} + \pi_{3,}\ y_{3,t-2} + \pi_4 y_{3,t-1} + \varepsilon_t$$

위에서

$$\begin{aligned}y_{4t} &= (1-L^4)x_t\\ y_{1t} &= (1-L+L^2+L^3)x_t\\ y_{2t} &= -(1-L)(1+L^2)x_t\\ y_{3t} &= -(1-L^2)x_t\end{aligned}$$

위에서 자기회귀 다항식 $\phi^*(L)$의 차수는 추정잔차가 백색잡음이 이루어 지도록 선정한다. 이 보조 회귀식은 최소 자승법에 의하여 추정할 수 있다. 이 보조회귀식의 π_j의 유의성에 대한 검정이 계절적 단위근과 비계절적 단위근에 대한 검정에 해당한다. π_2, π_3와 π_4가 모두 0이 아니면 계절적 단위근은 존재하지 않는다. $\pi_o=0$이면 비계

절적 단위근 1의 존재를 기각할 수 없다. Hylleberg 등(1990)은 보조 회귀식의 계수를 검정하기 위한 t값과 F값을 점근적 분포를 도출하여 구하고 이 값들을 제시하고 있다. 귀무가설은 $(1-L^4)$가 단위근을 제거하기 위한 적절한 필터라는 것이다. 따라서 t 통계량과 F 통계량은 비표준적 통계량이다.

1. 분기별 시계열의 계절적 단위근

위에서 살펴본 바와 같이 계절적 단위근의 검정방법은 Hylleberg 등(1990)이 제시한 바 있다. 그들은 0年의 빈도(frequency), 半年頻度, 그리고 年頻度에서의 단위근들에 대한 t 검정과 F검정 방법으로 분기별의 계절적 단위근에 적용되는 검정방법을 개발하였다. 이 방법은 회귀식을 적용하는 방법이다.

Smith와 Taylor(1998)는 Hylleberg 등(1990)의 방법을 발전시켜 계절적 무작위행보(seasonal random walk)의 편류(drift)가 계절의 흐름에 걸쳐 변동이 가능한 계절적 단위근의 검정방법을 개발하였는 바, 이 역시 회귀식에 근저를 둔 방법이다. 계절에 따라 다르게 생성되는 편류가 존재할 수 있다는 가능성은 어느 시계열의 수준이 시간의 흐름에 걸쳐 편류한다면 선험적으로 타당성이 인정될 수 있다. Smith와 Taylor(1998)의 소론을 간략히 살펴보자.

어느 시계열 $\{x_t\}$가 차수(order)가 4인 순수 자기회귀과정을 따른다고 하자. 즉, $\{x_{4s+q}\} \sim$ AR(4)인 다음 시계열을 고찰해보자.

$$\alpha(L)[x_{4s+q} - \gamma_q^* - \delta_q^*(4s+q)] = u_{4s+q}, \quad q=-3,\cdots,0, \quad s=1,2,\cdots \tag{1}$$

위에서 제4차 차수 시차다항식(fourth-order lag polynomial) $\alpha(L)$은 $\alpha(L) = 1 - \Sigma_{j=1}^4 \alpha_j^* L^j$이다. L은 시차작용소로 L^{4j+k} $x_{4s+q} = x_{4(s-j)} + q - k$이고, 순전히 계절적으로 변동하는 변수들에 대하여서는 $-3 \le q-k \le 0$ $(k=0,\cdots,3,\ j=1,2,\cdots,\ q=-3,\cdots,0)$에 대하여 $L^{4j+k}\gamma_q^* = \gamma_{q-k}^*$이고, $q-k < -3$ $(k=0,\cdots,3,\ j=1,2,\cdots,\ q=-3,\cdots.0)$이면 γ_{4+q-k}^*이고, δ_{4+q-k}^*이다. u_{4s+q}는 iid로 $N(0,\ \sigma_u^2)$이라고 가정한다. 식 (1)의 AR(4) 과정은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\alpha(L)X_{4s+q} = \gamma_q + \delta_q(4s+q) + u_{4s+q}, \quad q=-3,\cdots,0, \quad s=1,2,\cdots \tag{2}$$

위에서 $\gamma_q = (\gamma_q^* - \sum_{j=1}^{4} \alpha_j^* \gamma_{q-j}^*) + \sum_{j=1}^{4} j \alpha_j^* \delta_{q-j}^*$ 이고, $\delta_q = (\delta_q^* - \sum_{j=1}^{4} \alpha_j^* \delta_{q-j}^*)$이다. 이때 $q-j < -3$, $(j=1,\cdots,4,\ q=-3,\cdots,0)$대하여 $\gamma_{q-j}^* = \gamma_{4+q-j}^*$이고, $\delta_{q-j}^* = \delta_{4+q-j}^*$이다. 귀무가설은 AR(4) 시차다항식의 계절적 단위근의 존재이다. 즉, 귀무가설은 다음과 같다.

$$Ho: \alpha(L) = 1 - L^4 \tag{3}$$

식 (3)의 귀무가설은 식 (2)에서 정립된 $q=-3,\cdots,0$에 대하여 $\gamma_q = 4\delta_q^*$이고, $\delta_q = 0$을 $\gamma_q^* = \gamma_{q-4}^*$이고, $\delta_q^* = \delta_{q-4}^*$이 되게 한다. 따라서 시계열과정 $\{x_{4s+q}\}$의 데이타 생성함수(data-generating function)는 계절적 편류를 갖는 무작위 행보과정이다.

$$\triangle_4 x_{4s+q} = \gamma_q + u_{4s+q},\quad q=-3,\cdots,0,\quad s=1,\ 2,\cdots \tag{4}$$

위에서 $\triangle_4 = 1 - L^4$는 계절적 차분 작용소(seasonal differencing operator)이다. 식 (4)를 시계열과정 $\{x_{4s+q}\}$에 대하여 해를 구하면 다음을 얻는다.

$$x_{4s+q} = x_q + \gamma_q s + \sum_{v=1}^{s} u_{4v+q},\quad q=-3,\cdots,0,\quad s=1,\ 2,\cdots \tag{5}$$

식 (5)에 의하여 결정론적 성분 $x_q + \gamma_q s$ 의 계절적 변동의 진폭(amplitude)의 선형관계도 시간의 흐름에 따라 변함을 알 수 있다. 계절적 빈도 $\omega = 2\pi k/4$에서 시차작용소 $\alpha(L)$을 전개하면 다음을 얻는다.

$$\begin{aligned}\alpha(L) &= (1-\alpha_1 L)(1+\alpha_2 L)[1+(\alpha_3-\alpha_4 i)iL]\ [(1-(\alpha_3+\alpha_4 i)iL] \\ &= (1-\alpha_1 L)(1+\alpha_2 L)[1+2\alpha_4 L+(\alpha_3^2+\alpha_4^2)L^2]\end{aligned} \tag{6}$$

위에서 $i = \sqrt{(-1)}$ 이다. 따라서 Ho은 $Ho = \bigcap_{k=1}^{4} H_{ok}$를 분할할 수 있다. 이때 귀무가설 H_{ok}는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}&H_{ok}:\ \alpha_k = 1,\quad k=1,\ 2,\ 3 \\ &H_{ok}:\ \alpha_4 = 0\end{aligned} \tag{7}$$

대립가설은 $H_1 = \bigcup_{k=1}^{4} H_{1k}$이며, H_{1k}는 다음과 같다.

$$H_{1k} : \alpha_k < 1, \quad k=1, 2, 3$$
$$H_{14} : \alpha_4 \neq 0 \tag{8}$$

가설 H_{01}: α_1=1은 영의 빈도(zero freguency) $\omega = 0$에서 단위근에 대응되고, H_{02}: $\alpha_2 = 1$은 半年頻度 $\omega = \pi$에서 단위근을 생성시킨다. 年頻度 ($\omega = \pi/2$, $3\pi/2$)에서 복소수 단위근의 켤레쌍(conjugate pair)은 $H_{03} \cap H_{04}$: $\alpha_3 = 1$, $\alpha_4 = 0$ 아래에서 얻는다.

귀무가설 $H_0 = \bigcap_{k=1}^{4} H_{0k}$에 대하여 회귀식에 근거한 검정을 수행하기 위해서는 식(6)의 $\alpha(L)$을 근(root) ± 1과 $\pm i$ 주위에서 전개하면 검정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}\alpha(L) = (1-L^4) - \pi L(1+L+L^2+L^3) + \pi_2 L(1-L+L^2-L^3) \\ + \pi_3 \mathrm{L}^2(1-\mathrm{L}^2) + \pi_4 \mathrm{L}(1-\mathrm{L}^2)\end{aligned} \tag{9}$$

위에서 $\alpha_k = 1 + \pi_k$ ($k=1$, 2), $\alpha_3 = 1 + \pi_3/2$, $\alpha_4 = \pi_4/2$이다. 식 (3)과 식(7)의 $H_0 = \bigcap_{k=1}^{4} H_{0k}$는 식 (9)에 의하며 이것은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$H_{ok}: \pi_k = 0, \quad k = 1, \cdots, 4 \tag{10}$$

식 (8)의 대립가설 $H_1 = \bigcup_{k=1}^{4} H_{1k}$는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$H_{1k} : \pi_k < 0, \quad k=1, 2, 3$$
$$H_{14} : \pi_4 \neq 0 \tag{11}$$

따라서 0年, 半年과 1年의 빈도에 단위근이 존재하면 $\pi_1 = 0$, $\pi_2 = 0$, $\pi_3 = \pi_4 = 0$이다. 데이타 생성과정인 식 (1)에 대하여 $\alpha(L)$의 국부적 전개(local expansion)인 식 (9)를 대입하면 보조회귀식을 다음과 같이 얻는다.

$$\triangle_4 x_{4s+q} = \pi_1 x_{1,4s+q-1} + \pi_2 x_{2,4s+q-1} + \pi_3 x_{3,4s+q-2} + \pi_4 x_{3,4s+q-1} + \gamma_q + \delta_q(4s+q) + u_{4s+q} \quad (12)$$

위에서

$$\begin{aligned} x_{1,4s+q} &= (1+L+L^2+L^2)x_{4s+q} \\ x_{2,4s+q} &= -(1-L+L^2-L^3)x_{4s+q} \\ x_{3,4s+q} &= -(1-L^2)x_{4s+q} \end{aligned} \quad (13)$$

식 (13)과 같이 변형시키면 0年, 半年 및 1年의 빈도에서 각각 모든 단위근이 제거된다. 계절적 추세모수들(seasonal trend parameters)이 모두 동일하면 $q=-3,\cdots,0$대하여 $\delta_q = \delta$이다. 이 경우 보조회귀식은 다음과 같다.

$$\triangle_4 x_{4s+q} = \pi_1 x_{1,4s+q-1} + \pi_2 x_{2,4s+q-1} + \pi_3 x_{3,4s+q-2} + \pi_4 x_{3,4s+q-1} + \gamma_q + \delta(4s+q) + u_{4s+q} \quad (14)$$

식 (14)는 Hylleberg 등(1990)이 도출한 검정식이다. 이 때 계절적 무작위행보는 편류가 항등이다. 즉,

$$\triangle_4 x_{4s+q} = \gamma + u_{4s} + q, \quad q=-3,\cdots,0 \quad s=1, 2,\cdots \quad (15)$$

보조 회귀식은 회귀식이므로 t 값과 F값을 통상회귀식에 의하여 구할 수 있다. 그러나 계절적 단위근에 대한 검정이므로 전통적인 t분포와 F분포를 사용할 수가 없다. Taylor와 Smith(1998)는 유한표본분포(finite sampling distribution)를 분석하고 점근분포를 도출하여 통계적 검정을 위한 임계값을 계산하여 제시하고 있다. 위의 식 (14)에서 무작위 행보의 편류가 분기 계절적 변동의 함수로 표현되어 있다. 그런데, 무작위 행보의 편류가 계절적 변동에 관계없이 고정될 수 있는데, 이 때에는 γ_q대신 γ로 대치하면 된다. 따라서 식(14)는 편류와 δ에 대한 적절한 가정에 의하여 변형이 가능하며, 실증분석에서 이 점을 고려하여 검정을 수행하도록 하겠다.

검정방법에 대하여 좀 더 살펴보도록 하자. 단위근, 즉 근의 값이 1이라는 것을 검정하기 위하여는 $\pi_1 = 0$이라는 귀무가설을 검정하면 된다. 근이 -1의 값을 갖고 있는지를 알기 위해서는 $\pi_2 = 0$이라는 것을 검정한다. 허수의 근, 즉 $\pm i$ 여부를 검정하기 위하여는 π_2가 0이 아니고 동시에 π_3나 π_4가 0이 아니라는 가설을 밝혀야 한다. 이것이

밝혀지면 계절적 단위근은 존재하지 않는다. 이 때에는 π_2에 대한 검정과 π_3 및 π_4의 동시 검정이 요청된다. 시계열에 단위근이 전혀 존재하지 않고, 따라서 시계열이 정상적 과정(stationary process)에 의하여 생성되고 있다는 것을 판단하기 위하여는 각 π가 0이 아니라는 것을 검정해야 한다.

이와 같은 t 검정과 더불어 F 검정도 가능하다. F 검정에서는 귀무가설이 $\pi_3 = \pi_4 = 0$이며, 대립가설은 π_3과 π_4가 0이 아니라는 것이다. 이것은 F_{34}로 검정한다. $\pi_2 = \pi_3 = \pi_4$라는 귀무가설과 π_2와 π_3와 π_4가 0이 아니라는 대립가설에 대한 F 검정은 F_{234}에 의하여 수행된다. F_{1234}에 의하여 $\pi_1 = \pi_2 = \pi_3 = \pi_4 = 0$의 동시 귀무가설의 성립여부를 검정한다.

2. 월별 시계열의 계절적 단위근

Beaulieu와 Miron(1993)은 Hylleberg 등(1990)이 제시한 계절적 단위근 검정 방법을 정치화하여 시계열의 월별 단위근을 검정하는 방법을 개발하였다. 그들의 소론을 간략히 살펴보도록 하자.

시계열이 다음의 자기회귀과정에 의하여 생성된다고 하자.

$$\phi(L)x_t = \varepsilon_t$$

위에서 $\phi(L)$은 시차작용소의 다항식이고 ε_t는 백색잡음과정이다. 이 다항식의 특정한 근(root)과 연관된 빈도는 값이 α이며 S를 연간 관찰 개수라 할 때 $\alpha = 2\pi j/S$ $(j = 1, 2, \cdot\cdot\cdot, S-1)$이면 다항식의 근은 계절성을 갖는다. 월별 데이타에 존재하는 계절적 단위근은 연간 주기가 6, 3, 9, 8, 4, 2, 10, 7, 5, 1과 11에 대하여 다음과 같다.

$$-1;\ \pm i;\ -1/2(1 \pm \sqrt{3}i);\ 1/2(1 \pm \sqrt{3}i);\ -1/2(\sqrt{3} \pm i);\ 1/2(\sqrt{3} \pm i)$$

이 근들의 빈도는 각각 $\pi, \pm\pi/2, \mp 2\pi/3, \pm\pi/3, \mp 5\pi/6$과 $\pm\pi/6$이다. 0의 빈도 단위근과 (S-1)개 단위근 주위에서 다항식을 선형화하면 다음의 월별 계절적 단위근을 검정하는 식을 얻을 수 있다.

$$\phi(L)^* y_{13t} = \sum_{k=1}^{12} \pi_k y_{k,t-1} + \varepsilon_t \tag{16}$$

위에서

$$y_{1t} = (1+L+L^2+L^3+L^4+L^5+L^6+L^7+L^8+L^9+L^{10}+L^{11})x_t,$$
$$y_{2t} = -(1-L+L^2-L^3+L^4-L^5+L^6-L^7+L^8-L^9+L^{10}-L^{11})x_t,$$
$$y_{3t} = -(L-L^3+L^5-L^7+L^9-L^{11})x_t,$$
$$y_{4t} = -(1-L^2+L^4-L^6+L^8-L^{10})x_t,$$
$$y_{5t} = -1/2(1+L-2L^2+L^3+L^4-2L^5+L^6+L^7-2L^8+L^9+L^{10}-2L^{11})x_t,$$
$$y_{6t} = \sqrt{3}/2(1-L+L^3-L^4+L^6-L^7+L^9-L^{10})x_t,$$
$$y_{7t} = 1/2(1-L-2L^2-L^3+L^4+2L^5+L^6-L^7-2L^8-L^9+L^{10}+2L^{11})x_t,$$
$$y_{8t} = -\sqrt{3}/2(1+L-L^3-L^4+L^6+L^7-L^9-L^{10})x_t,$$
$$y_{9t} = -1/2(\sqrt{3}-L+L^3-\sqrt{3}L^4+2L^5-\sqrt{3}L^6+L^7-L^9+\sqrt{3}L^{10}-2L^{11})x_t,$$
$$y_{10t} = 1/2(1-\sqrt{3}L+2L^2-\sqrt{3}L^3+L^4-L^6+\sqrt{3}L^7-2L^8+\sqrt{3}L^9-L^{10})x_t,$$
$$y_{11t} = 1/2(\sqrt{3}+L-L^3-\sqrt{3}L^4-2L^5-\sqrt{3}L^6-L^7+L^9+\sqrt{3}L^{10}+2L^{11})x_t,$$
$$y_{12t} = -1/2(1+\sqrt{3}L+2L^2+\sqrt{3}L^3+L^4-L^6-\sqrt{3}L^7-2L^8-\sqrt{3}L^9-L^{10})x_t,$$
$$y_{13t} = (1-L^{12})x_t$$

식 (16)은 최소자승법에 의하여 추정할 수 있다. 이때 t값과 F값을 계산하여 검정을 수행하는데, 검정에는 전통적인 t 분포와 F 분포를 사용할 수 없다. Beaulieu와 Miron(1993)은 Monte Carlo simulation을 통하여 검정통계량을 계산하였다.

빈도가 0과 π에 대하여 관련 t값을 귀무가설 $\pi_k = 0$과 대립가설 $\pi_k < 0$에 대하여 검정한다. 다른 빈도들에 대하는 k가 짝수일 때 $\pi_k = 0$을 양측 검정한다. 시계열이 이 빈도에서 단위근을 포함하면 짝수의 계수는 0이다. 시계열이 단위근을 포함하지 않는 경우에 $\pi/2$ 이상의 계절적 빈도들에 대하는 짝수의 계수는 0이 아니다. $\pi/2$의 빈도에서 단위근이 존재하지 않으면 $\pi/2$에 대하여 계수는 0이 아니다. 대립가설은 짝수의 계수가 양수가 되거나, 또는 음수가 되어야 한다는 것이다. $\pi_k = 0$이라는 가설을 기각하는데 실패하면 대립가설 $\pi_{k-1} < 0$에 대하여 귀무가설 $\pi_{k-1} = 0$을 검정한다. 시계열이 단위주기(unit cycle)의 외부에서 근을 갖는다는 것이 대립가설이기 때문에 이 검정은 일측검정(one-sided test)이다. 정상성(stationarity) 아래에서는 모수는 0보다 작다. F값을 사용하여 검정을 수행할 수도 있다. F 검정에서는 $\pi_{k-1} = \pi_k = 0$이라는 귀무

가설을 검정한다. 임의의 계절적 빈도에서 단위근이 존재하지 않고 있다는 것을 보이기 위해서는 {3,4}, {5,6}, {7,8}, {9,10}, {11,12}중 적어도 하나와 k=2에 대하여 π_k가 0이 되어서는 안된다.

Ⅳ. 계절적 단위근 검정

분기별 계절적 단위근과 월별 계절적 단위근이 존재하는지 존재하지 않는지를 검정하기 위하여 사용한 데이타는 한국종합주가지수 수익률이다. 분기별 수익률과 월별 수익률은 일별 수익률을 사용하여 작성하였다. 기간은 1980. 1분기～1995. 4분기와 1980. 1월～1995. 12월이다.

계절적 단위근 검정에 사용된 데이타의 특성을 파악하기 위하여 평균, 표준편차, 최소값과 최대값의 기술통계량을 <표 1>에 제시한다.

<표 1> 수익률의 기술통계량

수익률의 종류	평 균	표준편차	최소값	최대값
분 기 별	0.0423	0.1324	-0.1015	0.0987
월 별	0.0136	0.0676	-0.0515	0.0077

분기별 종합주가지수의 수익률의 계절적 단위근에 대한 검정통계량을 <표 2>에 제시하고 아울러 임계값을 표의 각주로 표시하였다. 편류와 추세의 모수를 여러 형태로 변환시켜 보조회귀식에 포함시켰다. 편류와 추세의 모수가 q의 함수로 표현된 γ_q와 $\delta_q(4s+q)$를 보조회귀식에 포함시킨 보조회귀식에 대한 검정통계량의 추정이 첫째 행에 제시되었다. 두번째 행에는 γ_q는 q의 함수가 아닌 상수로 취급하여 γ로 표현되고 추체의 모수는 q의 함수로 보고 보조회귀식을 추정한 검정통계량이 제시되었다. 편류와 추세모수를 상수로 본 경우, 편류는 존재하지 않고 변동의 추세모수만이 존재하는 경우, 편류와 추세모수가 모두 존재하지 않는 경우를 상정하여 통계량을 추정하였다.

<표 2>에 제시된 t통계량과 F통계량에 의하면, 이 회귀식에 대한 검정통계량은 대체로 비유의적이다. F통계량인 F_{1234}에 의하여 유의도 5%에서 보조회귀식에 대한 전반적인 유의도, 즉 $\pi_1 = \pi_2 = \pi_3 = \pi_4 = 0$의 귀무가설에 대한 검정을 수행하면 이때의

F_{1234}의의 검정에 대응되는 t검정의 수행이 가능한데, F검정의 5%는 t검정에서 t통계량 $t_k(k = 1, 2, 3, 4)$에 대하여 대략 0.0125의 수준이 된다. F통계량 F_{34}와 F_{234}에 대하여는 t통계량이 각각 0.025와 0.0375이다. F검정에서 F_{1234}의 5%는 t검정에서 1.25%에 상응된다. F_{234}와 F_{34}의 5%는 t검정에 있어서 각각 2.5%와 3.75%에 해당된다. F검정에 의하면 F_{1234}, F_{234}와 F_{34}에서 모든 통계량이 비유의적이다. F검정에 의하고 동시에 F검정에서 유추된 t검정에 의할 때 모든 π는 비유의적이다.

<표 2> 분기별 수익률의 계절적 단위근

$$\triangle_4 x_{4s+q} = \pi_1 x_{1,4s+q-1} + \pi_2 x_{2,4s+q-1} + \pi_3 x_{3,4s+q-2} + \pi_4 x_{3,4sq-1} + \gamma_q + \delta_q(4s+q) + u_{4s+q}$$

보조회귀식	π_1	π_2	π_3	π_4	F_{34}	F_{234}	F_{1234}
변동의 편류 및 추세모수[a)]	-2.37	-3.46	-4.96	1.47	6.01	3.99	3.29
고정의 편류와 변동의 추세모수[b)]	-2.45	-3.36	-4.56	1.66	3.25	2.08	1.65
고정의 편류 및 고정 추세모수[c)]	-2.09	-3.37	-4.60	1.17	3.20	2.39	2.82
편류 존재와 추세모수의 비존재[d)]	-1.77	-2.83	-4.07	1.50	6.13	3.75	3.13
편류의 비존재와 추체모수의 존재[e)]	-1.12	-2.90	-4.23	1.41	6.11	3.99	4.75

주) a : 보조회귀식에 γ_q와 $\delta_q(4s+q)$의 모든 변수 도입.
b : 보조회귀식에 상수의 γ_q와 $\delta_q(4s+q)$가 포함됨.
c : 보조회귀식에 상수의 편류γ와 시간의 추체 $\delta(t)$가 포함됨.
d : 보조회귀식의 변수 중 γ_q와 $\delta_q(4s+q)$가 포함되지 않음.
e : 보조회귀식에서 편류는 제거되고 변동의 추세모수는 포함됨.
* 검정통계량

t_1				t_2				t_3			
0.010	0.025	0.050	0.100	0.010	0.025	0.050	0.100	0.010	0.025	0.050	0.100
-3.97	-3.65	-3.39	-3.09	-3.98	-3.65	-3.38	-3.08	-4.78	-4.45	-4.16	-3.86

t_4				F_{34}			
0.900	0.950	0.975	0.990	0.900	0.950	0.975	0.990
1.49	1.92	2.29	2.70	8.49	9.77	10.98	12.56

F_{234}				F_{1234}			
0.900	0.950	0.975	0.990	0.900	0.950	0.975	0.990
8.02	9.13	10.17	11.44	7.83	8.74	9.65	10.79

t검정을 살펴보자. t검정에 있어서 π_1은 5%와 10%에서 비유의적이다. π_2는 2.5%에서는 비유의적이다. 그리고 변동의 편류 및 추세모수의 경우를 제외하면 5%에서 비유의적이다. π_3는 변동의 편류 및 추세모수의 경우를 제외하면 1%에서 비유의적이다. 그런데 π_3는 편류존재와 추세모수의 비존재의 경우에는 5%에서 비유의적이지만 그

이외의 경우에는 유의적이다. π_4는 5%와 10%에서 다같이 비유의적이다.

F검정에서는 유의도 5%에서 모든 π가 비유의적이고, F통계량에 의하여 도출된 t통계량에 의하면 0.0375에서 모든 π가 비유의적이다. 그러나 개별적인 t검정에서는 유의적인 경우가 존재한다. 하지만 대체적으로 비유의적이라고 할 수 있다. 따라서 분기주식수익률의 계절적 단위근의 수익률 xt에 계절적 단위근이 존재하고 있으며, 주식의 수익률에 대하여 {△1 x4s+q}의 계절적 차분이 바람직하다.

월별 수익률의 계절적 단위근에 대한 통계량을 제시하면 <표 3>과 같다. 이 표에 각주로 임계값을 제시하였다. 이 표에서 보는 바와 같이 t검정에 있어서는 빈도 $2\pi/3$과 $5\pi/6$에서 계절적 단위근을 5%의 유의수준에서 기각한다. 빈도 0와 π에서는 계절적 단위근의 귀무가설을 기각하는데 실패하고 있다. 그 이외의 빈도에 대하여서는 명확한 결론을 얻기가 어렵다.

<표 3> 월별 수익률의 계절적 단위근

0	π	$\pi/2$		$2\pi/3$		$\pi/3$		$5\pi/6$	
π	π_2	π_3	π_4	π_5	π_6	π_7	π_8	π_9	π_{10}
-1.85	-1.43	-4.68	0.96	-5.12	-1.74	-5.79	2.10	-5.97	-3.39

$\pi/6$		$\pi/2$	$2\pi/3$	$\pi/3$	$5\pi/6$	$\pi/6$
π_{11}	π_{12}	$F_{3,4}$	$F_{5,6}$	$F_{7,8}$	$F_{9,10}$	$F_{11,12}$
-5.39	0.85	1.26	1.08	1.03	0.47	0.21

* t 검정통계량(Beaulieu and Miron(1993), pp.325-326

π_1				π_2			
0.01	0.025	0.05	0.10	0.01	0.025	0.05	0.10
-2.51	-2.18	-1.89	-1.58	-2.53	-2.16	-1.87	-1.57

π_{odd}				π_{even}					
0.01	0.025	0.05	0.10	0.01	0.025	0.05	0.10	0.90	0.95
-2.50	-2.16	-1.88	-1.55	-2.31	-1.95	-1.63	-1.27	1.25	1.61

** F 검정통계량(Beaulieu and Miron(1993), p.326

π_{odd} π_{even}			
0.90	0.95	0.975	0.99
2.34	3.03	3.71	4.60

<표 3>에 제시된 F값은 F의 임계값보다 모든 빈도에서 적다. 따라서 계절적 단위근의 귀무가설을 모든 유의수준에서 기각하는데 실패하고 있다. F검정에 의하면 월별시

계열에는 계절적 단위근이 존재하고 있다. t 검정 통계량과 F 검정 통계량을 사용하여 계절적 단위근이 존재한다는 귀무가설을 기각하는데 실패하고 있다. 따라서 대체적으로 월별종합주가지수 수익률에는 단위근이 존재하고 있다고 할 수 있다.

시간의 흐름에 걸친 무작위 행보의 편류를 보조회귀식에 도입하여 모수를 추정하고 검정한 결과, <표 3>에서 볼 수 있는 바와 같이 계절적 단위근의 소멸이 발견되었다. 이것은 월별 주식수익률에 계절적 무작위 행보과정이 존재하고 있음을 뒷받침하고 있다고 볼 수 있다. 주가생성과정을 해명하기 위한 중요한 방법 중의 하나가 마팅게일 과정(martingale process)이다. 특히, 연속시간의 관점이나 이시적 시간의 관점(intertemporal context)에서 Hilbert 공간과 마팅게일 과정을 주가생성의 기본전제로 하여 자본자산의 가격을 결정하는 모형을 정립하거나, 또는 자본자산의 가격생성과정이 탐구되고 있다. 계절적 변동을 고려한 마팅게일 과정의 사용도 용인될 수 있을 것이다.

어느 경제시계열에 충격이 가해지면 그 영향이 추세변수로 표현되는 장기경로(long-run path)에 미치는 정도를 측정하는데 연구의 초점이 주어져오고 있다. 이때에 계절적 변동은 고려하지 않고 있다. 충격의 장기적 영향력을 포착하기 위하여 장기기억과정인 분수적분 자기회귀 이동평균 모형(fractionally integrated autoregressive moving average model)에 대한 연구가 심도있게 진행되어 오고 있다. 아울러 주가생성과정의 구성분인 확률성분의 분산이 동분산(homoscedasticity)이 아니라 이분산이라는 전제하에 정립된 적분 GARCH 모형이나 분수적분 GARCH 모형을 이용하여 주가생성의 장기기억을 조명해오고 있다.

그런데 이와 같은 연구에 있어서는 계절변동을 조정한 데이타를 사용해야 한다. 이 경우 상당히 높은 지속성 과정을 지지하는 증거를 포착하게 될 가능성이 높기 때문에 정당한 검정을 수행하기가 어렵다. 장기적으로 확률적 추세 주위에 주기적 파동을 시계열에 가하는 대신 계절적 변동을 시계열에 직접 반영시켜야 올바른 지속성을 파악할 수 있다.

기후와 같은 변수는 자연적 현상으로 고정되어 있기 때문에 계절적 변동은 결정론적이다. 그러나 계절적 변동이 경제주체의 행동에 의하여 발생하며 이 변동은 일정하지 않다. 농산물 재고의 계절적 양태가 형성되며 이 양태는 계절적 형태를 취할 수 있다. 뿐만 아니라 경제주체의 관습이 변하면 계절적 변동을 야기시킬 수도 있다. 설과 추석을 경축하던 시대에서 발렌타인 데이(day)가 이에 못지않는 경축일로 각광을 받고 있으며 생일보다 결혼기념일이 중요시되고 있는 것이 예가 될 수 있을 것이다. 이와 같은

인간의 행동의 변화는 주가에도 반영되어 주가의 계절적 변동을 형성시킬 것이다. 소비에 계절적 변동이 존재하고 생산에도 존재하며 인간의 행동이 계절성을 유발하고 있으므로 이러한 양태들의 상호작용을 통하여 통합된 체계로 작동하는 증권시장에도 계절성이 존재할 수 있다.

V. 결 론

시간의 흐름에 걸친 주가시계열의 행동양식에 대한 연구에서는 선형성, 비선형성, 장기기억, 항상성분 등에 대한 명확한 결론을 내고 있지 못한 실정이다. 주가시계열의 생성과정을 설명하고 이 과정의 미래를 예측하기 위한 시계열 모형들에 대한 실증분석 역시 명확한 증거를 제시하고 있지 못한 실정이다. 이와 같은 결과는 계절적 변동을 주가시계열에 적용하지 않는 관계로 발생할 수도 있다는 가능성을 배제하지 않는다. 이 논문에서는 이 점을 천착하였다.

분기별 종합주가지수의 수익률에서 계절적 단위근이 존재하고 있음이 실증분석을 통하여 밝혀졌다. 이 시계열에서는 계절적 단위근을 제거하기 위하여서는 제4계 시차 작용소가 적절한 필터임이 인정되었다. 월별종합주가지수의 수익률에서도 계절적 단위근이 존재하고 있다. 따라서 제12계 시차 작용소를 사용하여 계절적 단위근을 제거하여야 할 것이다. 분기별 수익률에는 제4차 시차 작용소를, 월별수익률에서는 제12차 시차 작용소를 필터로 사용하여 이 시계열들을 차분화하고 이 차분화를 통하여 계절적 단위근을 제거한 후에 이 시계열들의 시계열적 성질과 특성을 탐구해야 할 것이다. 이 과정을 통할 때 시계열 과정에 대한 계량경제학적 모형에 대한 정확한 추론이 가능하게 된다.

주가 수익률이 계절적 단위근을 갖고 있고 이 수익률은 계절적 무작위 행보를 따르고 있다는 가설이 실증분석을 통하여 뒷받침되고 있다. 무작위 행보과정의 계절적 편류를 검정모형에 도입하여 모수들을 추정하여 본 바, 계절적 단위근이 소멸하고 있음이 발견되었다. 이와 같은 의미에서 계절적 변동을 직접 도입하여 자본자산의 가격을 결정하는 모형을 정립하고자 할 때 계절적 마팅게일 과정의 사용이 허용된다고 할 수 있다.

참 고 문 헌

具本烈, "韓國證券市場에서 代用市場 포트폴리오 效率性의 GMM에 의한 多變量檢證", 재무관리연구 제15권, 1998. pp.1-30.

李逸均, "계절적 변동과 주가 : 계절적 적분", 경제논총 제15집, 1997. pp.169-183.

黃善雄 · 李逸均, "資本資産 포트폴리오의 效率性에 대한 多變量 檢證", 증권학회지 13, 1991. pp.357-401.

Abeysinghe, T., "Deterministic Seasonal Models and Spurious Regressions," *Journal of Economics* 61(1994), pp.259-272.

Beaulieu, J. J. and J. A. Miron, "Seasonal Unit Roots in Aggregate US Data," *Journal of Econometrics* 55(1993), pp.305-328.

Boswijk, H. P. and P. H. Franses, "Periodic Cointegration: Representation and Inference," *Review of Economics and Statistics* 77(1995), pp.436-454.

Boswijk, H. P. and P. H. Franses, "Unit Roots in Periodic Autoregressions," *Journal of Time Series Analysis*(1996).

Engle, R. F., C. W. J. Granger, and S. Hylleberg, and H. S. Lee, "Seasonal Cointegration : The Japanese Consumption Function," *Journal of Econometrics* 55(1993), pp.275-298.

Epstein, G. E. and S. E. Zin, "Substitution, Risk Aversion, and the Temporal Behavior of Consumption and Asset Returns : An Empirical Analysis," *Journal of Political Economy* 99(1991), pp.263-286.

Ferson, W. E., and C. R. Harvey, "Seasonality and Consumption-Based Asset Pricing," *Journal of Finance* 47(1992), pp.511-552.

Finn, M., D. Hoffman, and D. E. Schlagenhauf, "Intertemporal Asset Pricing Relationships in Barter and Monetary Economy : An Empirical Analysis," *Journal of Monetary Economics* 25(1990), pp.431-451.

Franses, P. H., 1991, "Seasonality, Nonstationarity and the Forecasting of Monthly Time Series," *International Journal of Forecasting* 7(1991), pp.199-208.

Franses, P. H., "A Differencing Test," *Econometric Reviews* 14(1995), pp.183-193.

Franses, *Periodicity and Stochastic Trends in Economic Time Series*, Oxford: Oxford University Press, 1996.

Ghysels, E., "On the Periodic Structure of the Business Cycle," *Journal of Business and Economics Statistics* 12(1994), pp.289-298.

Ghysels, E., and A. Hall, "Are Consumption-Based Intertemporal Capital Asset Pricing Models Structural?," *Journal of Econometrics* 45(1990), pp.121-139.

Ghysels, E. and P. Perron, "The Effect of Seasonal Adjustment Filters on Test for a Unit Root," *Journal of Econometrics* 55(1993), pp.57-98.

Hansen, L. P. and K. Singleton, "Generalized Instrumental Variables Estimation of Nonlinear Rational Expectations Models," *Econometrica* 50(1982), pp.1269-1286.

Hasza, D. P. and W. A. Fuller, "Testing for Nonstationary Parametric Specifications in Seasonal Time Series Models," *Annals of Statistics* 10(1982), pp.1209-1216.

Hylleberg, S., "Tests for Seasonal Unit Roots : General to Specific or Specific to General?," *Journal of Econometrics* 69(1995), pp.5-26.

Hylleberg, S., R. F. Engle, C. W. J. Granger and B. S. Yoo, "Seasonal Integration and Cointegration," *Journal of Econometrics* 44(1990), pp.215-238.

Johansen, S. and E. Schaumburg, "Likelihood Analysis of Seasonal Cointegration," *Journal of Econometrics* 88(1999), pp.301-339.

Miron, J. A., "The Economics of Seasonal Cycles" in C. A. Sims (ed.) *Advances in Econometrics, Sixth World Congress of the Econometric Society,* Cambridge: Cambridge University Press, 1994.

Osborn, D. R., "A Survey of Seasonality in UK Macroeconomic Variables," *International Journal of Forecasting* 6(1990), pp.327-336.

Osborn, D. R., "The Implications of Periodically Varying Coefficients for Seasonal Time-Series Processes," *Journal of Econometrics* 48(1991), pp.373-384.

Osborn, D. R., "Seasonality and Habit Persistence in a Life-Cycle Model of Consumption," *Journal of Econometrics* 3(1988), pp.255-266.

Osborn, D. R., A. P. L. Chui, J. P. Smith, and C. R. Birchenhall, "Seasonality and the Order on Integration for Consumption," *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* 50(1988), pp.361-377.

Proietti, T., "Persistence of Shocks on Seasonal Processes," *Journal of Applied Econometrics* 11(1996), pp.383-398.

Rhee, Il King, "Empirical Test of the Consumption-Based Asset Pricing Model by

Estimating the Risk Aversion Coefficient in the Korean Economy," *Research in International Business and Finance* 11A(1994), pp.181-215.

Smith, R. T. and A. M. R. Taylor, "Additional Critical Values and Asymptotic Representations for Seasonal Unit Root Tests," *Journal of Econometrics* 85(1998), pp.269-288.